



(19)中華民國智慧財產局

(12)發明說明書公告本 (11)證書號數：TW I489400 B

(45)公告日：中華民國 104 (2015) 年 06 月 21 日

(21)申請案號：098139641

(22)申請日：中華民國 98 (2009) 年 11 月 20 日

(51)Int. Cl. : G06N7/00 (2006.01)

(71)申請人：國立交通大學(中華民國) NATIONAL CHIAO TUNG UNIVERSITY (TW)
新竹市大學路 1001 號(72)發明人：張良正 CHANG, LIANG CHENG (TW) ; 陳宇文 CHEN, YU WEN (TW) ; 蔡瑞彬
TSAI, JUI PIN (TW)

(74)代理人：蔡清福

(56)參考文獻：

TW 200904682A

易正偉，張良正，徐昇氏網格應用於二維地下水水流數值模式之建立，20080730。

審查人員：李惟任

申請專利範圍項數：20 項 圖式數：14 共 44 頁

(54)名稱

可適性計算方法與架構

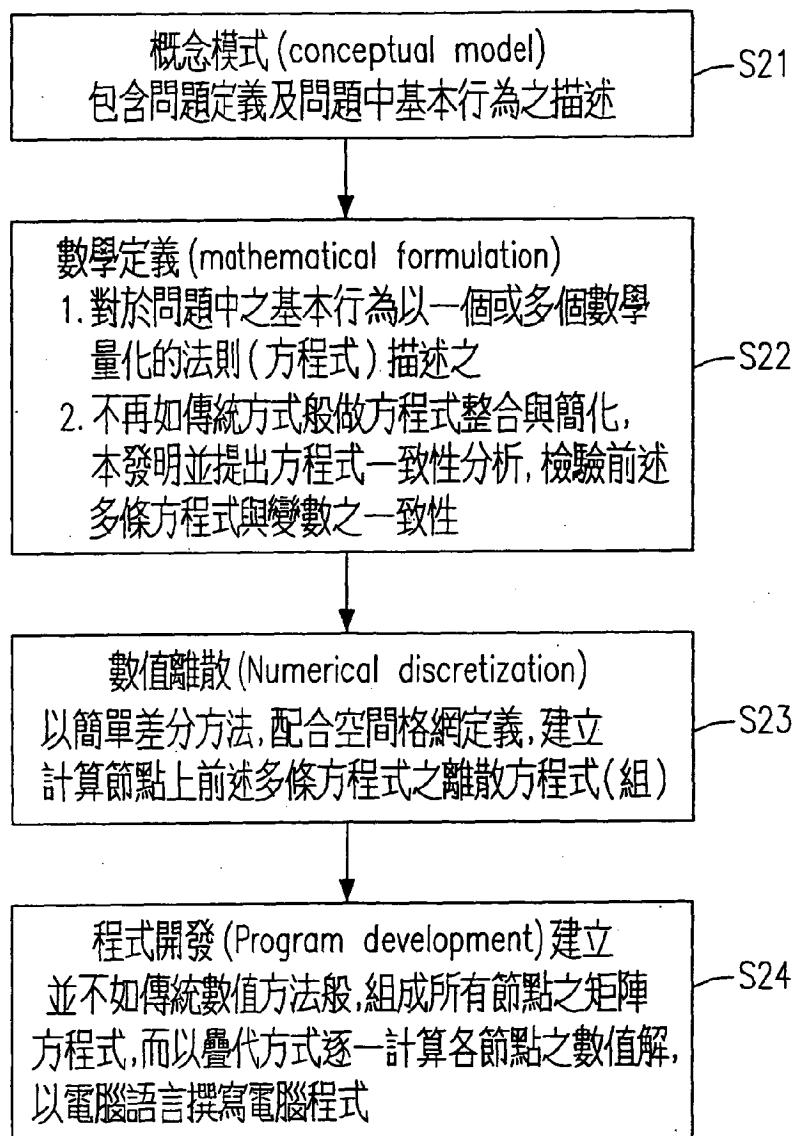
ADAPTIVE COMPUTATION METHOD AND FRAMEWORK THEREOF

(57)摘要

本發明提出一種可適性計算方法與架構，其為一種新的數值建模方法與實作架構，其中可適性計算方法解決傳統數值方法所開發之計算模擬軟體，難以擴充及累積計算功能的問題，在此基礎上若結合人工智慧，可將數值模式進一步發展成具備自我學習及演進的智慧型計算模擬系統。對應此新的建模方法，本發明亦提出其資訊系統實作架構，將傳統上各格點分別對應至一個具有獨立運算能力的個體，本發明將其名為計算元。而其系統架構則以此為基礎擴充為主控協調層以及計算層。已開發完成的計算架構可彈性地藉由增減方程式而擴充或改變所能模擬的問題。

A method and a framework for adaptive computation, being a novel numerical modeling method and a practical framework, are provided, wherein the issue of difficultly expanding and increasing the computing ability of the computing simulation software which is developed by the traditional numerical methods are solved by the adaptive computation method. When combining with artificial intelligence based on the method, the numerical model would be further developed as an intelligent adaptive computation system with the abilities of self-learning and evolution. A practical framework corresponding to the novel modeling method is also provided, wherein the individual traditional nodes are corresponding to independent bodies with computation abilities. The nodes are nominated as “workers” in this invention. The framework upon this basis is expanded as the coordination layer and the worker layer. A previously developed framework can be used to solve a new problem through equations updating.

S21-S22 . . . 步驟



第二圖

98年12月7日修(更)正替換頁

發明專利說明書

公告本

(本說明書格式、順序，請勿任意更動，※記號部分請勿填寫)

※申請案號：98139641

※申請日：98.11.20 ※IPC分類：G06N 7% (2006.01)

一、發明名稱：(中文/英文)

可適性計算方法與架構

ADAPTIVE COMPUTATION METHOD AND FRAMEWORK
THEREOF

二、中文發明摘要：

本發明提出一種可適性計算方法與架構，其為一種新的數值建模方法與實作架構，其中可適性計算方法解決傳統數值方法所開發之計算模擬軟體，難以擴充及累積計算功能的問題，在此基礎上若結合人工智慧，可將數值模式進一步發展成具備自我學習及演進的智慧型計算模擬系統。對應此新的建模方法，本發明亦提出其資訊系統實作架構，將傳統上各格點分別對應至一個具有獨立運算能力的個體，本發明將其名為計算元。而其系統架構則以此為基礎擴充為主控協調層以及計算層。已開發完成的計算架構可彈性地藉由增減方程式而擴充或改變所能模擬的問題。

三、英文發明摘要：

A method and a framework for adaptive computation, being a novel numerical modeling method and a practical framework, are provided, wherein the issue of difficultly expanding and increasing the computing ability of the computing simulation software which is developed by the traditional numerical methods are solved by the adaptive computation method. When combining with artificial intelligence based on the method, the numerical model would be further developed as an intelligent adaptive computation system with the abilities of self-learning and evolution. A practical framework corresponding to the novel modeling method is also provided, wherein

the individual traditional nodes are corresponding to independent bodies with computation abilities. The nodes are nominated as "workers" in this invention. The framework upon this basis is expanded as the coordination layer and the worker layer. A previously developed framework can be used to solve a new problem through equations updating.

四、指定代表圖：

(一)本案指定代表圖為：第（二）圖。

(二)本代表圖之元件符號簡單說明：

S21-S22 步驟

五、本案若有化學式時，請揭示最能顯示發明特徵的化學式：

無

六、發明說明：

【發明所屬之技術領域】

本發明係相關於一種計算方法及其架構。尤指一種可適性計算方法與架構。

【先前技術】

第一圖為傳統數值模式之開發流程，一般而言可分為 4 個階段：

1. 概念模式階段(Conceptual model)：對於所探討問題、自然現象或是系統，定義其所涵蓋範圍（如模擬區域，邊界條件，初始條件等），以及對發生於其中的基本行為進行描述。
2. 數學定義階段(Mathematical formulation)：在數學定義上，通常包含兩個步驟：
 - a. 對於問題中之各種物理或化學基本行為以一個或多個數學量化的法則（變數及方程式）描述之。
 - b. 將前述多個變數及方程式以數學技巧推導整合為數目較少之變數及控制方程式（通常為偏微分方程式(PDE)的型態）。
3. 數值離散階段(Numerical discretization)：定義空間格點，將原時空上連續之解函數以時空上不連續之離散型變數近似，再選用適當的數值方法，如有限差分法 (FDM)，有限元素法 (FEM)，有限體積法 (FVM)，邊界元素法(BEM) 及有限解析法 (FAM) 等，將前述之控制方程式(組)，進行空間及時間上之數值積分推導，而將原來之控制方程式(組)表達成空間格點上之離散型代數方程式。

4. 程式開發階段(Program development)：前述離散型變數之數值，常以電腦程式計算，因此需進行相關程式的開發，主要有兩大部份；先將所有空間格點上之離散型代數方程式，組合成矩陣方程式，此矩陣方程式描述了所有空間格點上離散變數彼此間之時空關係。前述之矩陣方程式，仍需再以適當之矩陣解法求解各變數之數值。

第一圖之傳統數值模式開發流程乃環環相扣，惟若欲加入一原模式未考量之變量或現象，則須加入描述此行為之規則（方程式），如此則須重新推導並修正原問題之控制方程式、數值解及矩陣方程式，相關電腦程式亦需要重新修改，修改工作往往相當繁複，也因此限制了原模式擴充或修正的彈性。

傳統數值模式由於缺乏彈性而無法與人工智慧方法緊密的結合。因此，傳統數值模式，只能模擬其控制方程式所描述之現象，無自我學習進而擴充本身之模擬功能，亦無依環境的不同而自行改變模擬內容等類「智慧」的能力。

近年來，細胞自動機（Cellular Automata）的架構雖可對於問題進行相當之化簡，惟該架構亦對 Cellular Automata 本身造成相當之限制，例如應用於三維未飽和地下水模式時，若需使用到問題中某區域之總進出流量，則 Cellular Automata 本身之架構無法提供此種資訊，且 Cellular Automata 之各個細胞僅能依據 t 時刻的狀態進行 $t+1$ 時刻之計算（亦即顯示法）。

綜上所述，可知習知技術具有下述缺點：(1) 開發計算模擬軟體費時費力的問題；(2) 難以更新、擴充及累積計算功能；以及(3) 難以整合各種人工智慧方法，進而自我學習與演進。

職是之故，申請人鑑於習知技術中所產生之缺失，經過悉心試驗與研究，並一本鍥而不捨之精神，終構思出本案「可適

性計算方法與架構」，能夠克服上述缺點，以下為本案之簡要說明。

【發明內容】

本發明提出一種可適性計算方法與架構，以解決傳統數值建模費時費力與所開發之計算模擬軟體，難以更新、擴充及累積計算功能的問題，並將數值模式進一步發展成具備自我學習及演進的智慧型計算模擬系統。應用本發明的方法，模式可分兩階段發展，並各具有階段性的效益，第一階段的完成，研究者可從一個已開發完成的模式，彈性的藉由增減方程式而擴充或改變原模式所能模擬的問題，而不須如傳統數值模式般，進行繁瑣且複雜之程式修改及再開發流程。此將幫助研究人員有更多的時間回歸問題本質面的探討，而不需如過去般將大量時間耗費在開發或修正程式以求解欲探討的問題。第二階段可進一步深度結合人工智慧方法，使模式進一步發展成具備自我學習及演進的智慧型計算模擬系統，可藉由「群體智慧」效應，使所發展的模擬模式能整體展現出驚人的功能與彈性。

根據本發明的第一構想，提出一種可適性計算方法，包含以下步驟：(a)提供一方程式集合具有至少一方程式與至少一變數；(b)對該方程式集合進行一一致性分析，以檢驗該至少一方程式與該至少一變數之一致性，並得一求解順序，且定義多個空間網格與多個節點，並依該等節點將該方程式集合與該至少一變數，離散化成為一離散方程組；以及(c)依據該求解順序，求解該離散方程組。

較佳地，本發明所提供的方法，其中步驟(b)包括一步驟：
(b1) 使用人工智慧方法補齊該方程式集合中所缺乏的一或多

個未知方程式，以完成該一致性分析，其中該或該等未知方程式對應於該方程式集合所缺乏的一或多個應變數。

較佳地，本發明所提供的方法，其中步驟(b1)包括一步驟：(b11)建立一類神經網路，以找出該或該等未知方程式。

較佳地，本發明所提供的方法，其中步驟(b11)包括一步驟：(b111)以一主成份分析找出與該或該等應變數相關的一或多個自變數，以建立該類神經網路。

較佳地，本發明所提供的方法，其中步驟(b)包括下列步驟：(b2)於該離散方程組所欲探討的變數所在的一空間劃分該等節點，其中該等節點係可依凡諾依圖定義；以及(b3)使用一簡單差分法將該方程式集合離散化成為該離散方程組。

較佳地，本發明所提供的方法，其中步驟(c)包括一步驟使用一疊代法來求解該離散方程組的一待解變數在該等節點中的一任意節點的值。

較佳地，本發明所提供的方法，其中該疊代法包括一內疊代與一外疊代。

較佳地，本發明所提供的方法，其中該內疊代係使用一最佳化方法來求解該待解變數在該任意節點的值。

較佳地，本發明所提供的方法，其中該外疊代包括以下步驟：(c1) 若該任意節點的一鄰近節點之該待解變數更新時，判斷該任意節點是否重啟該內疊代；以及(c2)重複步驟(c1)直到該等節點皆不需重啟該內疊代。

較佳地，本發明所提供的方法，其中該等步驟可由電腦語言實現。

較佳地，本發明所提供的方法，更包括一步驟(d)調整該方程式集合，以描述所欲解決之問題定義與問題中基本行為或

現象。

根據本發明的第二構想，提出一種可適性計算方法，包括以下步驟：(a)提供一方程式集合；(b)對該方程式集合進行一致性分析以獲得一求解順序，且將該方程式集合離散化成為一離散方程組；以及(c)依據該求解順序，求解該離散方程組。

根據本發明的第三構想，提出一種資訊架構「可適性計算架構」以實作第一構想，包含：一計算層，其將描述問題特性之一方程式集合所欲探討的變數所在的一空間劃分多個節點，並計算該方程式集合的一待解變數在該等節點上的值。

較佳地，本發明所提供的架構，其中該計算層包括多個計算元，該等計算元中的一任意計算元對應該等節點中一任意節點，並計算該待解變數在該任意節點上之值，且該等計算元係獨立計算。

較佳地，本發明所提供的架構，其中該等計算元包括一核心平台與一應用模組。

較佳地，本發明所提供的架構，其中該等計算元分別執行一內疊代並以最佳化方法計算該待解變數。

較佳地，本發明所提供的架構，更包括：

一主控協調層，用以執行一外疊代並協調該等計算元間的資料交換。

較佳地，本發明所提供的架構，其中該主控協調層偵測到該任意計算元之一鄰近計算元的該待解變數更新時，判斷該任意計算元是否重啟該內疊代，且持續偵測直到該等計算元皆不需重啟該內疊代。

較佳地，本發明所提供的架構，其中該計算層與該主控協調層具有人工智慧演算法。

較佳地，本發明所提供的架構，其中該等計算元對該方程式集合進行一致性分析，以驗證該方程式集合有無矛盾與是否有解，並得出該方程式集合中各方程式求解順序。

【實施方式】

本案將可由以下的實施例說明而得到充分瞭解，使得熟習本技藝之人士可以據以完成之，然本案之實施並非可由下列實施案例而被限制其實施型態。其中相同的標號始終代表相同的組件。

第二圖為本發明所提出之「可適性計算方法」流程示意圖，第三圖為「可適性計算方法」與傳統數值模式建構流程之差異比較，由第三圖可看出本發明與傳統方式差異甚大，是整個開發流程的改變，由第二圖與第三圖可進一步說明各階段之差異如下：

(1) 概念模式(Conceptual model)，如第三圖步驟 S31：

此階段乃在定義問題及其中之基行為描述，因此兩者必須相同，如第二圖之步驟 S21。

(2) 數學定義(Mathematical formulation)，如第三圖步驟 S32：

此階段又可分為兩大步驟，首先為以各種基本方程式描述第一階段所定義問題中的各種變量之變化行為，此為正確量化描述問題所必需，因此本發明與傳統方式皆相同。惟接下來之步驟本發明將與傳統方法不同，本發明將保留前述之基本方程式組，並以其做為後續計算的基礎而並不採用如傳統方式般，將前述所得之多條方程式進行人為的整合推導，以盡量減少方程式及變數之數目。傳統方法的好處為最後待解的方程式與變

數數目較少。傳統上認為方程式及變數愈少對後續解題將愈有利，惟以本發明的觀點而言，此種推導與簡化需以人力為之而無法自動化或程序化，因此若欲考慮新的現象或變量而需新增或修改前述之基本方程式時，則需人為重新推導，而這點將先天上限制了後續所開發出來的模式擴充模擬功能的可能。本發明為維持後續增減方程式的彈性，將不再對前述多條基本方程式進行進一步整合。如此本發明後續將需處理較多的方程式與變數，惟由於各方程式並未再經人為整合推導，將可維持其原先較基本而簡單的型式，而不像傳統方式般，雖然最後面對的方程式數目較少，惟這些方程式已經人為整合後所得，其型式將比較複雜。

傳統方法常需面對二階以上之微分方程式，惟本發明的方法，所處理的方程式絕少高於一階微分方程式。方程式的複雜度亦將直接影響下一步驟數值離散之難易，一階微分以下之方程式可以很簡單的方式進行離散，若是二階微分以上之方程式則其數值離散之難度將大為提高。除了不進行方程式整合外，為維持將來增減方程式的彈性，這些基本方程式將來亦不採同時聯立求解，而是依變數間之相互關係循序逐條求解，如未來若有方程式的增減，則只需重新定義方程式計算順序即可。因此本發明在此亦提出方程式一致性的實作方式，以檢驗方程式與變數關係的一致性，同時決定方程式之計算順序，如第二圖之步驟 S22。

(3) 數值離散(Numerical discretization)，如第三圖步驟 S33：

在此步驟傳統方法由於常需面對較高階的微分方程式，因此需要複雜的數值離散方法，如有限元素法(Finite Element

Method, FEM)，有限差分法(Finite Difference Method, FDM)等皆是。本發明由於絕少面對一階以上之微分式，因此只需簡單的一階差分，即可對原方程組進行離散化。另外，為維持增減方程式的彈性，本發明為了更易於進行離散化，並建議了較佳以凡諾依多邊形進行空間格網之定義，如第二圖之步驟 S23。

(4) 程式開發 (Program development)，如第三圖步驟 S34：

延續前述數值離散，傳統方式為照顧各節點間之互相影響，必需將所有節點上之離散方程式與變數，再組合成矩陣方程式，接著發展各種不同矩陣解法之計算程式，對所組成的矩陣方程式，計算其數值解。本發明將不如傳統數值方法般，組合所有節點上的變數而成矩陣方程式。相反的，本發明將以單一計算節點上之離散方程式為主進行計算，再以各計算節點互相交換資訊配合疊代計算方式，求得整個問題所有節點的解，如第二圖之步驟 S24。

由前述說明應用第二圖所開發之數值模式具有可彈性增減方程式之特點，因此應前述開發流程，經適當規劃可實作如目前瀏覽器上常應用之插入(Plug In) 型的數值模式建構系統此亦為大幅超出傳統數值建模方法之處。如第四圖所示，數值模式建構系統包含可適性數值計算平台 41 與方程式擴充介面 42，方程式 A~X 可因應所欲解決之問題而彈性調整與擴充。

以下說明本發明之一系統架構：

(1) 系統架構：

傳統上數值計算皆需在待求變量(變數)所在的空間上，畫分網格，且將各變數的值表達在各格點上，惟最後仍以矩陣的

方式整體計算，換句話說，各格點的意義主要是空間上的座標及其對應的變數而已。而本發明主要的計算皆在格點上，因此可將格點代表的意義擴充如第五圖所示，各格點 23 不僅具有空間座標及變數，而可視為一個具有獨立運算能力的個體，本發明將其暫名為「計算元」。而完整的架構則以此為基礎擴充至二個層次，即分別如第五圖中所示的計算層 21 與主控協調層 22，其進一步說明如下：

a. 計算元 211_1-211_n ：本發明計算層 21 由計算元 211_1-211_n 組成，計算元 211_1-211_n 與其鄰近計算元的相鄰關係，亦如以往由網格 24 定義，計算元 211_1-211_n 的功能為最底層的數值計算，其計算方式，發展之初由開發者依問題而定義，惟若能結合專家系統與機惟若能結合專家系統與機器學習等人工智慧方法 25，各計算元將可容易的以人工輔助的方式增加或改變計算功能，或是經由自我學習演化增加本身的計算能力。

b. 主控協調層 22：前述計算元 211_1-211_n 所關心及涵蓋的範圍為本身及與其緊鄰的計算元，惟難以避免的，某些計算與考量必須就部份或全體計算元整體考量，因此必須在各別的計算層之上設置主控協調層 22，可依需求調整計算元的計算行為。主控協調層 22 亦可結合專家系統與機器學習等人工智慧方法 25 增強其功能。

(2) 系統開發原則

• 計算元獨立運算

為使系統的運算能力可彈性的變化及擴充，而具有與人工智慧方法 25 進行深度結合的可能，計算元 211_1-211_n 必需可獨立運算，而不可如以往數值模式一般，將所有格點 23 上的變數以矩陣方程式一起求解。因此，為維持計算元 211_1-211_n 獨

立計算的同時，亦兼顧計算元 211_1-211_n 與其鄰近計算元的互動關係，某種形式的疊代運算將是不可避免。計算元 211_1-211_n 獨立運算的特性，使發展的計算軟體，可容易的進行大量平行化計算或分散式計算。

- 單一類型(均質架構)或多類型(非均質架構)的計算元

第五圖所示為系統主要計算架構示意圖，惟系統實作上，計算元 211_1-211_n 可依需求或底層平台而有不同的型態如：(1) 單一類型計算元(均質架構)：此即每一計算元皆具有強大而相同的計算功能，各計算元皆可處理所有的底層計算需求。(2) 多類型計算元(非均質架構)：計算元依計算功能分成幾種類型，每一類型的計算元具有部份底層運算的能力，不同類型計算元間必須交換資訊，以完成所有的底層計算需求。

(3) 系統發展步驟

如第五圖所示為系統架構，就系統開發的步驟而言，可以兩步大階段的方式進行發展，以使系統的效益能及早展現，降低整體開發風險，第六圖所示即為本發明建議的系統開發兩大階段，其中第一階段乃是先不內嵌人工智慧方法，惟仍需遵守前述開發原則，維持系統擴充功能的彈性，並為未來與人工智慧方法的結合預留空間，此階段完成的系統雖未具自我學習及擴充功能等特質，惟已是個全新而良好的新型態數值模式，可更新及累積相關模擬能力，前述第一階段本發明稱為可適性計算(Adaptive Computation, AC)。

第二階段則再整合及建置適當的人工智慧方法進一步增加模式的功能，甚至具有自我學習演化的能力，當資料或模擬之案例增加後可改善各項參數準確度、增加新的參數與變數或甚至增加規則等。此人工智慧部份可包括如類神經網路

(ANN)、專家系統(Expert System)或其他機器學習(Machine Learning)方法等。前述整個兩階段系統的概念，本發明稱為智慧型可適性計算(Intelligently Adaptive Computation, IAC)。

以上主要說明在「可適性計算」階段各計算節點之實作方式，各節點間需再以疊代方式求解整個問題，而不以求解全域矩陣方程式之方式求解，依此再選用適當之程式語言進行程式之撰寫，即可完成依「可適性計算」概念開發之模擬模式，其中「方程式集合一致性分析演算法」、變數空間上之離散化及疊代求解等細部實作方式，將在後續之實作案例進一步說明。前述各計算節點若再結合人工智慧方法，則升級為「工作元」此時整個系統將晉升至「智慧型可適性計算架構」之層次。

以下說明本案一較佳實施例，其系統架構示意圖為如前述第五圖所示之可適性計算架構，其包含工作元 211_1-211_n 、協調委員會 221、主控者 222 與背後的人工智慧系統 25，而如說明書第六圖所示在尚未整合人工智慧前為可適性計算(Adaptive Computation, AC)，以下將以地下水模擬的具體例子，說明至此階段的可能具體實作方式之一，此例將說明各工作元如何進行數值計算，及工作元與工作元之間的溝通方法。此實作案例稱為「新型態地下水模擬模式」。

新型態地下水模擬模式之說明：

1. 空間網格與節點定義：

本案例採用凡諾依圖(Voronoi Diagram)作為空間網格與節點之定義，因此可以配置規則或不規則分佈之運算節點，透過凡諾依圖空間分割，可定義運算節點間之相鄰關係。本發明提出之可適性計算(AC)之應用並不限制網格之定義方式，惟採用

凡諾依圖網格較有彈性。

2. 地下水方程式集合定義：

以下將列出地下水模擬模式所需之所有方程式及其說明。

$$a. \quad \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \rho_f S_d d(nVol) + \oint_{C.S.} \rho_f S_d \bar{V} \cdot d(nArea) = 0$$

上式為最重要而基本之質量守恆方程式，其中孔隙率(n)為水文地質參數，穿越面積(\bar{Area})與控制體積(Vol)則與空間切割方式有關，因此在實際模擬運算時，水文地質參數與空間切割均已經訂定，因此可視為已知參數。流體密度(ρ_f)、飽和度(S_d)與水流流速(\bar{V})，為式(a)之變數。而此三個變數需藉由後續之方程式進一步定義，密度(ρ_f)可由密度變化方程式式(b)推估，此方程式為 Rana A. Fine 等人所建議(1973)，可定義不同溫度與不同壓力下的地下水密度；飽和度(S_d)則需透過特性曲線(式 c 與 d)定義，在此採用 Van Genuchten 經驗式(1980)，其為土壤中不同壓力狀態的水分含量關係；地下水流速(\bar{V})可由達西定律式(e)定義，其乃利用水力坡降來估算水流流速。

$$b. \quad \rho_f = \frac{(B + A_1 P + A_2 P^2)}{V^0 - V^0 P}$$

$$c. \quad S_d = \frac{\theta_r + \theta_e(P)(n - \theta_r)}{n}$$

$$d. \quad \begin{cases} \theta_e = [1 + (\alpha h)^\beta]^{-\gamma} & \text{for } h < 0 \\ \theta_e = 1 & \text{for } h \geq 0 \end{cases}$$

$$e. \quad \bar{V}_{darcy} = n \bar{V} = -K(P) \frac{\partial h}{\partial s}$$

上式中 P 為壓力水頭、 T 為溫度， B 、 A_1 、 A_2 與 V^0 均為溫度

(T)之函數， θ_r 為殘餘含水量， θ_e 為有效含水量， \bar{Q} 為質量流率， \bar{V}_{darcy} 為達西流速， \bar{V} 為實際流速， $K(P)$ 為未飽和水力傳導係數， h 為總水頭， \bar{s} 代表流線方向， α 、 β 、 γ 為 van Genuchten 經驗式之相關參數， n 為土壤孔隙率。

式 e 為達西公式，其中水力傳導係數($K(P)$)與總水頭(h)，則是新出現的未知變數，後續將由式 f 與 g 進一步定義之。未飽和層中，水力傳導係數($K(P)$)隨壓力變化而變化，在此亦採用 van Genuchten 經驗式(式 f)計算。另外，總水頭(h)則定義為壓力水頭與位置水頭之和(式 g)，式 h 為控制體積內部蓄水質量式，以該時刻之孔隙率、水流密度與飽和度求得該時刻之蓄水質量。

另外，根據地下水理論，拘限含水層之水量進出與壓力變化關係，係受到水的壓縮性與土的壓縮性所造成，亦即土壤孔隙率會隨壓力變化。式 i 為土壤孔隙率隨壓力變化方程式。

$$f. \quad \begin{cases} K(P) = K_s K_r(P) \\ \text{where } K_r = \theta_e^{0.5} [1 - (1 - \theta_e^{1/\gamma})^\gamma]^2 \end{cases}$$

$$g. \quad h = P + z$$

$$h. \quad S^t = (\rho_f n S_d)^t Vol$$

$$i. \quad \begin{cases} n = n_0 (1 + \alpha_s P) & \text{for } P > 0 \\ n = n_0 & \text{for } P \leq 0 \end{cases}$$

其中 K_s 為飽和水力傳導係數、 $K_r(P)$ 為相關水力傳導係數，其數值隨壓力變化而在 0 至 1 之間變化， z 為高程， S^t 代表控制體積內於時刻 t 的蓄水質量。

至此，在定溫情形下，由質量守恆方程式(式 a)及其他八個方程式(式 b~i)，合計共 9 個方程式定義了本問題；其變數為

P 、 θ_e 、 ρ_f 、 S_d 、 \bar{V}_{darcy} 、 $K(P)$ 、 h 、 n 、 S ，共 9 個未知變數。若在變溫問題中，溫度(T)為變數，則必須引入另外之熱流相關方程式。

3. 方程式集合一致性分析：

方程式集合一致性分析是以演算法分析方程式集合是否充分可解，即是確認方程式的數目必須與變數數目一致，並進一步訂定方程式集合的求解順序，後續則可依據此訂定的求解順序進行求解。

若下式(1)為方程式集合：

$$f_i(c_{i,1}x_1, c_{i,2}x_2, c_{i,3}x_3 \dots c_{i,n}x_n) = 0 \quad i = 1, 2, 3 \dots m \quad (1)$$

其中， f_i 代表第 i 個方程式，共有 m 個方程式存在方程式集合中， x_j 代表此議題的第 j 個變數，合計共有 n 個變數在此議題內， $c_{i,j}$ 為方程式變數係數，其為 0 或 1 的布林值，若方程式 i 並不存在變數 j ，其方程式變數係數應為 0；反之，則為 1。接著將上述之地下水方程式集合整理為變數係數第一表，再以此表進行方程式一致性分析。

第一表 方程式變數關係列表(步驟 0)

	P	h	\bar{Q}	θ_e	S_d	ρ_f	$K(P)$	S	n	ε	sum
式 b	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
式 c	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	4
式 d	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	2
式 e	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	4
式 f	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
式 g	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
式 h	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	4
式 i	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2
式 a	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	4

本方法是採用疊代運算求解方程組，透過最佳化的計算方法疊代求解，即表示會針對問題內的待解變數給予一起始猜值，此問題中，待解變數為壓力水頭(P)，配合前述之疊代求

解起始時可以將第一表內水頭(P)一欄的係數更改為 0(修改後如第二表)。由第二表可得知更新後式 b, f、g、i 此四條方程式均只有一個未知變數 $K(P)$ 、 h 、 ρ_f 與 n ，其可從此四條方程式求得。因此可再將第二表上各欄內此四個變數欄位的數值更改變為 0，修改後如第三表，修改後之表上，式 d、e 兩式也僅剩一個未知變數 \bar{Q} ， θ_e ，其亦可由此兩式求得，再更改此兩變數欄位的數值為 0 (修改後如第四表)，由第四表可得以式 c 可對 S_d 進行求解，執行上述同樣的步驟，可在第五表得到式 h 可對 S 進行求解，此時已僅剩式 a，即守恆方程式，即為此問題內最後一條需要求解的方程式。

第二表 方程式與變數關係列表(步驟 1)											
	P	h	\bar{Q}	θ_e	S_d	ρ_f	$K(P)$	S	n	ε	sum
式 b	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
式 c	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	3
式 d	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	2
式 e	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	4
式 f	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
式 g	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
式 h	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	4
式 i	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
式 a	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	4

第三表 方程式與變數關係列表(步驟 2)											
	P	h	\bar{Q}	θ_e	S_d	ρ_f	$K(P)$	S	n	ε	sum
式 b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 c	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2
式 d	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
式 e	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
式 f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 g	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 h	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2
式 i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 a	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	3

第四表 方程式與變數關係列表(步驟 3)

	P	h	\bar{Q}	θ_e	S_d	ρ_f	$K(P)$	S	n	ε	sum
式 b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 c	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
式 d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 e	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 g	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 h	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2
式 i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 a	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	3

第五表 方程式與變數關係列表(步驟 4)

	P	h	\bar{Q}	θ_e	S_d	ρ_f	$K(P)$	S	n	ε	sum
式 b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 e	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 g	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 h	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
式 i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 a	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2

第六表 方程式與變數關係列表(步驟 5)

	P	h	\bar{Q}	θ_e	S_d	ρ_f	$K(P)$	S	n	ε	sum
式 b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 e	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 g	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
式 a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

由上述的處理過程，可以看出方程組的處理上是有一定順序的，在此問題內可分成五個處理階段，各階段所處理的方程式與變數整理如第七表。：

第七表 各階段可求解之方程式與已知變數		
處理階段	可求解之方程式	未知轉為已知之變數
第一階段	式 b、f、g、i	$K(P)$, h , n , ρ_f
第二階段	式 d、e	\bar{Q} , θ_e
第三階段	式 c	S_d
第四階段	式 h	S
第五階段	式 a	

第七表內表示的處理階段即代表了此數值方法內方程式的處理順序，各階段內的方程式處理順序並無規定，而階段與階段間的處理順序則必須一定。以第二階段與第三階段舉例，第二階段內的式 d 與 e 兩方程式的順序沒有固定，任何一條優先處理都是可行的，但是在進行第三階段之前，必須完成此兩條方程式的求解。

方程式一致性分析的過程中，若最後可求到欄位全為 0 的表，表示此方程組是可以解的，並且同時也可定出方程式處理的順序。通過方程式一致性分析的方程組，即可作為下一階段，各節點內之內疊代的運算目標。

4. 計算元（節點）運算：由上述一致性分析結果可知，方程式中之變數數目決定方程式求解順序，因此變數數目最多の方程式往往是最後求解，在此例中最後求解的方程式為守恆方程式。惟此最後求解之方程式與之前的方程式有所不同，在求解該方程式時，該方程式之所有變數皆已由順序較前之方程式求得，故此方程式之實質意義已不在於求解變數，而在於利用此方程式評估等號左右兩邊之數值是否已經趨於相近，進而檢驗所有的變數解是否恰可滿足所有方程式，若等號兩邊數值之

差不為零則存在一誤差，再經由第七圖中之疊代計算可將此誤差最小化，而得所有變數之解，本發明稱此一步驟為「內疊代」(第七圖)。此內疊代計算旨在獨立計算每個節點之變數值，底下將針對「內疊代」做進一步說明。

內疊代計算方法

每個節點內疊代計算時鄰近節點之待解變數乃取其當下之值，在此條件下各節點之待解變數值則可透過如最陡坡降法等最佳化方法進行求解，如第七圖。第七圖為以最陡坡降法為例之內疊代計算流程圖，在前述之地下水水流問題中，壓力水頭為待解變數，由於最陡坡降法需要給予初始解並以其開始搜尋，在此必須給予初始壓力水頭，代入方程式集合中，以鄰近及本身結點之壓力水頭進一步計算出代表變量(在此為地下水)之穿越流量，代入連續方程式中，控制表面的總穿越量應與控制體積內的變化量相等，若非如此則為守恆誤差。透過差分方式可以求得壓力水頭值對守恆誤差之微分近似值，應用此微分近似值，可以逐步往最佳解收斂。當守恆誤差趨近於零時，代表控制表面的總穿越量與控制體積內的變化量相等，意即已求得結點本身之壓力水頭。本案稱此一步驟為「內疊代」，此「內疊代」計算即為第五圖中計算元 211_1-211_n 之計算工作。

5. 外疊代處理方法

前述內疊代計算，每個節點皆獨立計算其變數值，計算時鄰近節點僅考慮其當下之值，惟鄰近節點之值可能因其本身之節點計算而更新，因此須有一上位的程序重覆啟動各節點之計算直至收斂為止，本案稱此為「外疊代」。此乃不同於傳統方法透過矩陣解法同時求解整體區域所有節點之值，以維持各節點計算之獨立性與隨之而來的彈性。茲說明如下：

當一節點進行上述內疊代計算時，部分方程式需運用到相鄰節點資訊，而本案提出的方法中各節點均為獨立運算，各節點所取得之相鄰節點資訊，為各相鄰節點當下之資訊，而其可能因各相鄰節點本身之內疊代計算而更新，因此每次各節點之內疊代收斂結束後，則尚需確認其相鄰節點是否有更新資訊，若有，則需判斷該節點是否需要再啟動內疊代計算，其判斷標準可根據該節點有資料更新之相鄰節點數及各相鄰節點之資料更新幅度，決定是否須再重新啟動該節點之內疊代計算，若所有節點皆無需再重新進行內疊代計算，則整個計算可收斂結束。上述判斷各節點是否須重新啟動內疊代計算以及是否整體達到收斂之過程，本案稱之為「外疊代」，其如第八圖所示，外疊代結束後則進入下一時刻之計算。

6 整體數值模擬流程

整體數值模擬流程如第九圖，首先依據模式設定檔，讀入空間切割相關資訊、水文地質參數、邊界條件與方程式集合等資訊，接著則依據模擬之模擬型態、起始時刻、結束時刻與模擬間距，開始進行模擬，流程中當外疊代收斂後，則進行下一時刻之模擬，並依時刻判斷是否結束計算。若為穩態模擬，則僅執行外疊代流程一次；若為非穩態模擬，則依據起始時刻、結束時刻與模擬時刻等資訊進行判斷。整體數值模擬流程之控制包含外疊代之計算及時刻之前進等乃屬於第五圖中主控協調層 22 負責。

7. 智慧型可適性計算方法實作

前述可適性計算方法為本發明之模擬方法，而近一步的結合人工智慧後，方成為智慧型可適性計算方法(IAC)。目前學者專家於人工智慧領域的研究發展快速，且種類繁多，諸如類

神經網路(Annual Neural Network)、專家系統(Expert system)、模糊理論(Fuzzy Theory)等等，唯基於各種人工智慧之特性，應用於本發明智慧型計算之部分亦不盡相同，以下實施例將說明本發明與類神經網路結合之應用。對於許多問題而言，其變化之物理機制尚未明白，但可以藉由大量採集之觀測資料，透過機器學習(Machine learning)或資料採礦(Data mining)相關之人工智慧演算法，建立變數與變數之相對關係。對於未知的問題，雖有部分機制已可用量化之數學方程式描述，但是尚有部分關係尚未能完整描述，因此其變化機制的控制方程組並不完備，為了補齊不足的方程式，本發明可利用現地觀測資料與資料採礦等人工智慧技術補足缺少的方程式。其中本發明所使用的工具是採用類神經網路(A.N.N.)，步驟如下：

I. 以方程式一致性分析檢驗既存方程式集合，如果無法找到足夠的方程式來定義基本變數與對應的守恆物理量間的關係，顯示部分關係定義尚未完備。統計各變數於各方程式中的應變數數量，如果其數字為 0，則表示該變數無法求解，以此方法即能找出目前問題範疇中所有無法求解之應變數。

II. 假設待補齊函數之變數有 n 個自變數與 m 個應變數，自變數與應變數皆由目前問題範疇已知之變數，其中 m 個應變數即前述之應變數數量為 0 者，其數量已經決定，但是自變數的數量 n 則尚未決定。因此將 n 值由小至大改變，遞迴地任意挑選 n 個變數，在此藉由外界採集的大量觀測資料，並配合主成分分析等，藉由主成分分析與觀測資料決定最佳的自變數數量與選定之自變數。

III. 依據前述選定之自變數與應變數組合建立類神經網路。

IV. 完成神經網路，即可在 IAC 中呼叫計算。

8. 應用可適性計算架構於地下水模擬模式成果說明：

本發明將可適性計算架構實作概念應用於不規則網格之暫態飽和侷限含水層模擬，底下將以兩個案例說明模擬成果。此兩案例之模擬區域為 11 公尺乘上 13 公尺之垂向二維方形薄板，在邊界條件的設定上，左右邊界之總水頭均設定為 80(m)，上下邊界則設定為無流量邊界(No Flow Boundary)。在材質設定方面，孔隙率為 0.38、水力傳導係數為 0.01(m/day)。在初始條件上，所有位置之初始總水頭為 80(m)，意即初始水位代表未經抽水時狀態，處於靜水壓分佈。於點位(5, 5)處配置抽水井，並以 500(kg/day)之抽水量進行抽水，模擬間距為 0.01 天(約 14.4 分鐘)，總模擬時刻數為 6 個時刻。因此單一時刻之抽水量為 5(kg)。在網格切割上，案例一其網格配置為 0.33m 見方的方形網格，如第十圖所示。案例二僅在抽水井周遭配置較細網格，在外圍區域仍以 1m 見方之較粗網格為主，以節省計算量，如第十一圖所示，如此可在一定的精度需求下，維持低計算量。

第十二圖為兩案例之邊界流量變化圖，不同網格尺寸均可得到相同的邊界流量。第八表為兩案例之相對系統守恆誤差表，兩案例之相對系統守恆誤差均極小，表示各時刻之邊界流量、抽水量與系統蓄水變化量均符合質量守恆定律。這表示在不同網格尺寸案例中，模擬結果雖均可符合質量守恆定律，但在水位的呈現上可能會有不同的結果。由於抽水井附近水位變化較為劇烈，傳統模擬技巧多會建議配置較細之網格方可精確掌握水位變化，因此可認定案例一之模擬結果較接近真值。

案例二所建立之加密網格在計算節點方面 255 個計算節

點，在計算時間方面則分別為 315 秒，其洩降錐與案例一差距為 0.21 米深。由上述數據顯示，若在關鍵區域加強配置一定比例之計算節點，並透過 Voronoi Diagram 的空間切割方法，可以在一定的增加成本下，有效提升計算精度，以案例二而言，其計算誤差僅約 0.21 米深，計算時間則不到案例一的十分之一。

第八表 案例模擬結果比較表

時刻編號	1	2	3	4	5	6
案例一 質量守恆 誤差(%)	-0.103	-0.146	-0.148	-0.134	-0.124	-0.083
案例二 質量守恆 誤差(%)	-0.023	0.030	0.022	0.038	0.014	-0.009

第九表 案例模擬結果比較表

案例一	
計算節點	1287
計算時間(s)	3945
洩降錐誤差(m)	0
案例二	
計算節點	255
計算時間(s)	315
洩降錐誤差(m)	0.21

而在第二圖的開發流程中，可套用如第十三圖的架構型式，包含核心平台 111 與應用模組 112，其中核心平台 111 包含基本必要功能，如 Voronoi Diagram 空間離散模組、通用數值模組與方程式一致性分析模組，其分別用於劃分網格、求解方程式、以及分析方程式的合理性與求解順序。本領域技術人士可以理解的是，上述模組可由能夠達到相同效果的演算法模組所取代，而不限於上述舉出的模組。而應用模組 112 包含地下

水流模組、熱流傳輸模組與溶質傳輸模組，或因應其他研究問題所定義的控制方程式或數學模型等（未顯示於圖中），該等模組可依研究需求增減或替換，因此第十三圖的架構建構完成後可具有強大的彈性，而異於傳統數值方法。

因此本發明的開發流程可擴充如第十四圖，先建構「可適性計算架構」核心模組，該建構過程可由其架構開發者完成，如步驟 S51。核心模組包含如前述內疊代、外疊代與劃分網格等基本必須功能。而步驟 S52 與 S53 建構延伸模組及驗證的流程與第二圖流程類似，唯其僅需依照所欲解決之問題建構其控制方程式，而無須重複建構內疊代與外疊代等基本必須功能。因而保留大量彈性並節省開發成本。

總結而言，本案實為一難得一見，值得珍惜的難得發明，惟以上所述者，僅為本發明之最佳實施例而已，當不能以之限定本發明所實施之範圍。即大凡依本發明申請專利範圍所作之均等變化與修飾，皆應仍屬於本發明專利涵蓋之範圍內，謹請貴審查委員明鑑，並祈惠准，是所至禱。

【圖式簡單說明】

第一圖為習知技術的傳統數值模式之開發流程。

第二圖為本發明之流程示意圖。

第三圖為本發明與傳統數值方法建構流程之差異。

第四圖為插入型數值模式建構系統之示意圖。

第五圖為本發明之架構示意圖。

第六圖為本發明之系統開發階段示意圖

第七圖為內疊代流程。

第八圖為外疊代流程。

第九圖為本發明模擬流程圖。

第十圖為本發明案例一的網格配置示意圖。

第十一圖為本發明案例二的網格配置示意圖。

第十二圖為本發明邊界流量變化圖。

第十三圖為本發明之一架構示意圖。

第十四圖為本發明之一流程圖。

【主要元件符號說明】

21 計算層

211₁-211_n 計算元

22 主控協調層

23 格點

24 網格

25 人工智慧

S21-S24 步驟

S31-S34 步驟

41 可適性數值計算平台

42 方程式擴充介面

111 核心平台

112 應用模組

S51-S53 步驟

七、申請專利範圍：

1. 一種用於獲得地下水水流之一性質的方法，包括以下步驟：
 - (a) 用一方程式集合來描述該地下水水流的一守恆量，該方程式集合具有與該守恆量相關的至少一方程式與代表該性質的至少一變數；
 - (b) 對該方程式集合進行一一致性分析，以檢驗該至少一方程式與該至少一變數之一致性，並得一求解順序，且定義多個空間網格與多個節點，並依該等節點將該方程式集合與該至少一變數，離散化成為一離散方程組；以及
 - (c) 依據該求解順序，求解該離散方程組。
2. 如申請專利範圍第 1 項的方法，其中步驟(b)包括一步驟：(b1) 使用人工智慧方法補齊該方程式集合中所缺乏的一或多個未知方程式，以完成該一致性分析，其中該一或多個未知方程式對應於該方程式集合所缺乏的一或多個應變數。
3. 如申請專利範圍第 2 項的方法，其中步驟(b1)包括一步驟：(b11) 建立一類神經網路，以找出該一或多個未知方程式。
4. 如申請專利範圍第 3 項的方法，其中步驟(b11)包括一步驟：(b111) 以一主成份分析找出與該一或多個應變數相關的一或多個自變數，以建立該類神經網路。
5. 如申請專利範圍第 1 項的方法，其中步驟(b)包括下列步驟：
 - (b2) 於該離散方程組所欲探討的變數所在的一空間劃分該等節點，其中該等節點係可依凡諾依圖定義；以及
 - (b3) 使用一簡單差分法將該方程式集合離散化成為該離散方程組。
6. 如申請專利範圍第 5 項的方法，其中步驟(c)包括一步驟：使用一疊代法來求解該離散方程組的一待解變數在該等節點中的一任意節點的值。
7. 如申請專利範圍第 6 項的方法，其中該疊代法包括一內疊代與一外疊代。
8. 如申請專利範圍第 7 項的方法，其中該內疊代係使用一最佳化

方法來求解該待解變數在該任意節點的值。

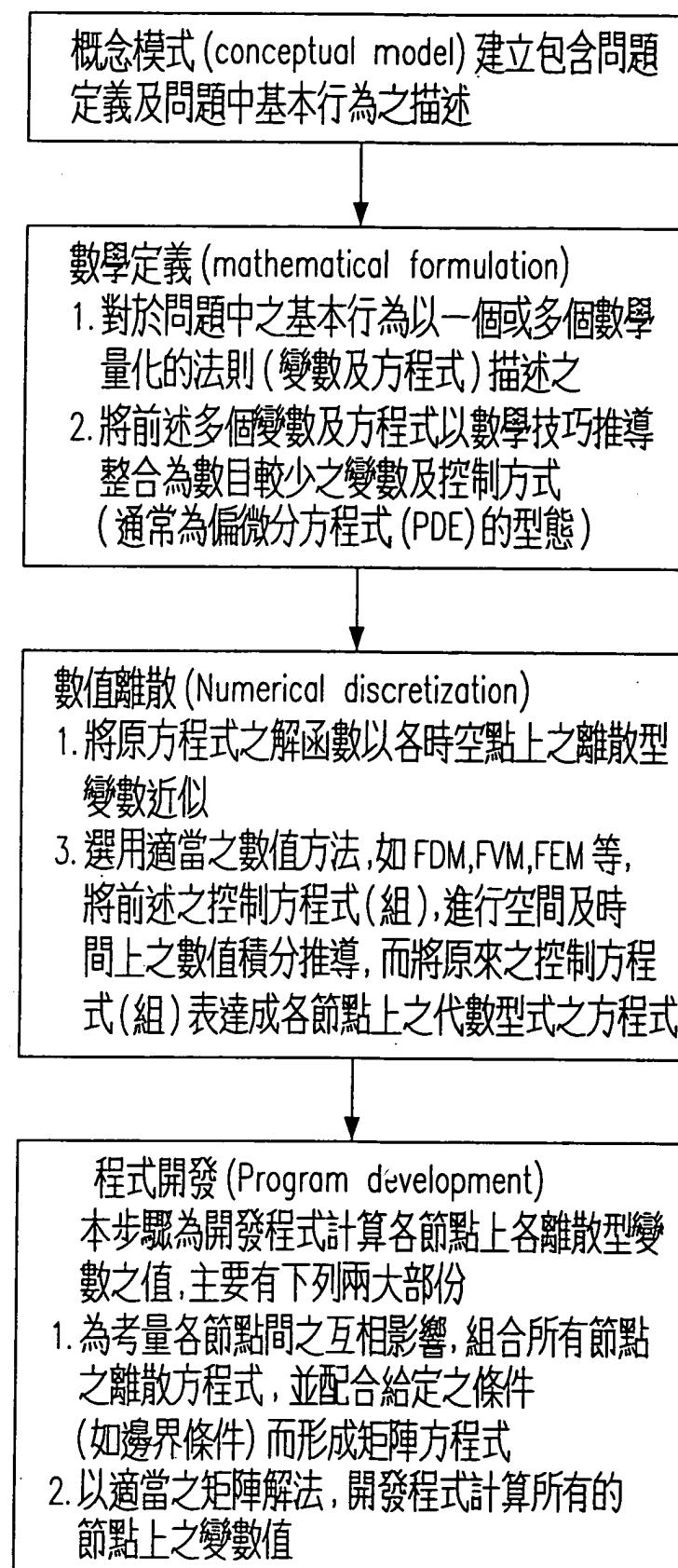
9. 如申請專利範圍第 7 項的方法，其中該外疊代包括以下步驟：
 - (c1) 若該任意節點的一鄰近節點之該待解變數更新時，判斷該任意節點是否重啟該內疊代；以及
 - (c2) 重複步驟(c1)直到該等節點皆不需重啟該內疊代。
10. 如申請專利範圍第 1 項的方法，其中該等步驟可由電腦語言實現。
11. 如申請專利範圍第 1 項的方法，更包括一步驟(d)調整該方程式集合，以描述所欲解決之問題定義與問題中基本行為或現象。
12. 一種用於獲得連續介質之一性質的方法，包括以下步驟：
 - (a) 用一方程式集合來描述該連續介質的一守恆量；
 - (b) 對該方程式集合進行一一致性分析以獲得一求解順序，且將該方程式集合離散化成為一離散方程組；以及
 - (c) 依據該求解順序，求解該離散方程組。
13. 一種用於獲得連續介質之一性質的系統，包括：
 一計算層，其將描述該連續介質的一守恆量之一方程式集合所欲探討的變數所在的一空間劃分多個節點，並對該方程式集合進行一一致性分析以獲得一求解順序，計算該方程式集合的一待解變數在該等節點上的值。
14. 如申請專利範圍第 13 項的系統，其中該連續介質是一地下水水流，該計算層包括多個計算元，該等計算元中的一任意計算元對應該等節點中一任意節點，並計算該待解變數在該任意節點上之值，且該等計算元係獨立計算。
15. 如申請專利範圍第 14 項的系統，其中該等計算元包括一核心平台與一應用模組。
16. 如申請專利範圍第 14 項的系統，其中該等計算元分別執行一內疊代並以最佳化方法計算該待解變數。
17. 如申請專利範圍第 14 項的系統，更包括：
 一主控協調層，用以執行一外疊代並協調該等計算元間的資料交換。

104. 3. 26
年 月 日修(次)正替換頁

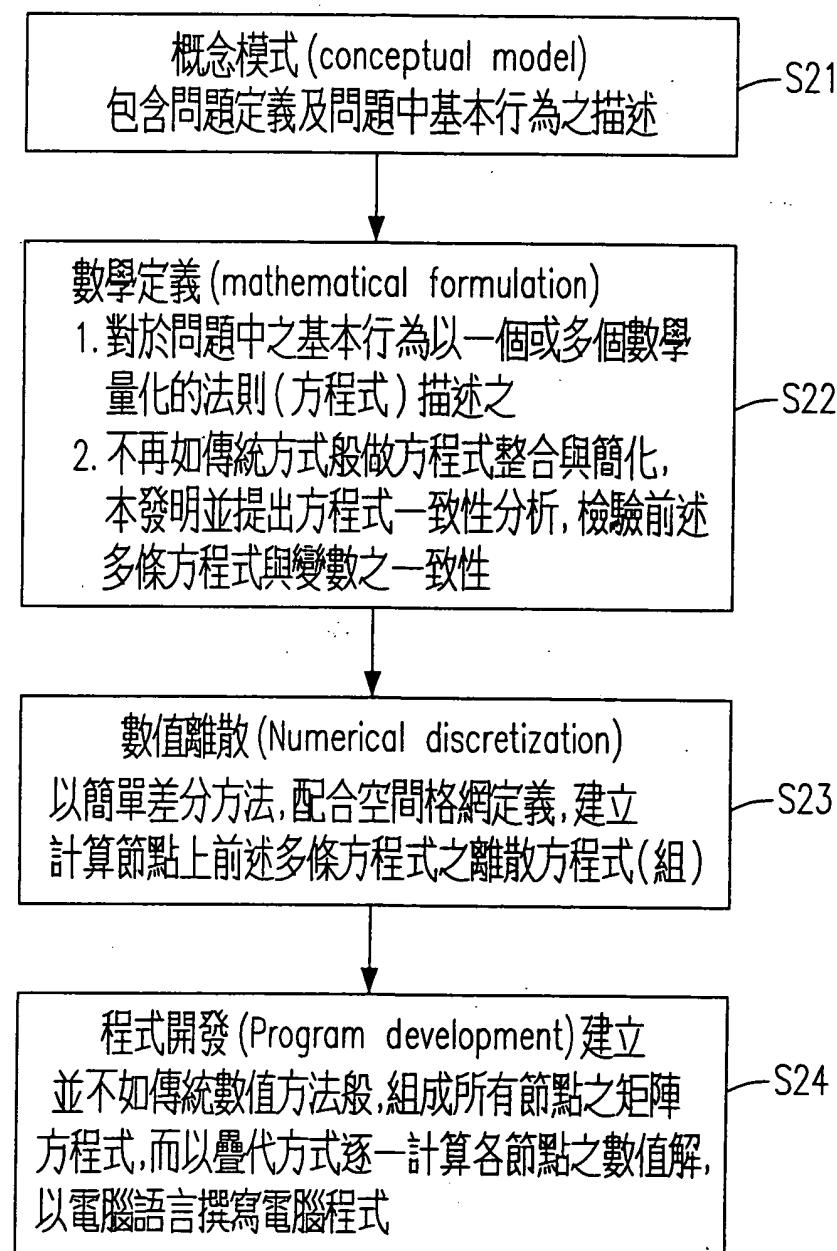
104 年 3 月 26 日修正替換頁

18. 如申請專利範圍第 17 項的系統，其中該主控協調層偵測到該任意計算元之一鄰近計算元的該待解變數更新時，判斷該任意計算元是否重啟該內疊代，且持續偵測直到該等計算元皆不需重啟該內疊代。
19. 如申請專利範圍第 17 項的系統，其中該計算層與該主控協調層具有人工智慧演算法。
20. 如申請專利範圍第 14 項的系統，其中該等計算元對該方程式集合進行一致性分析，以驗證該方程式集合有無矛盾與是否有解，並得出該方程式集合中各方程式求解順序。

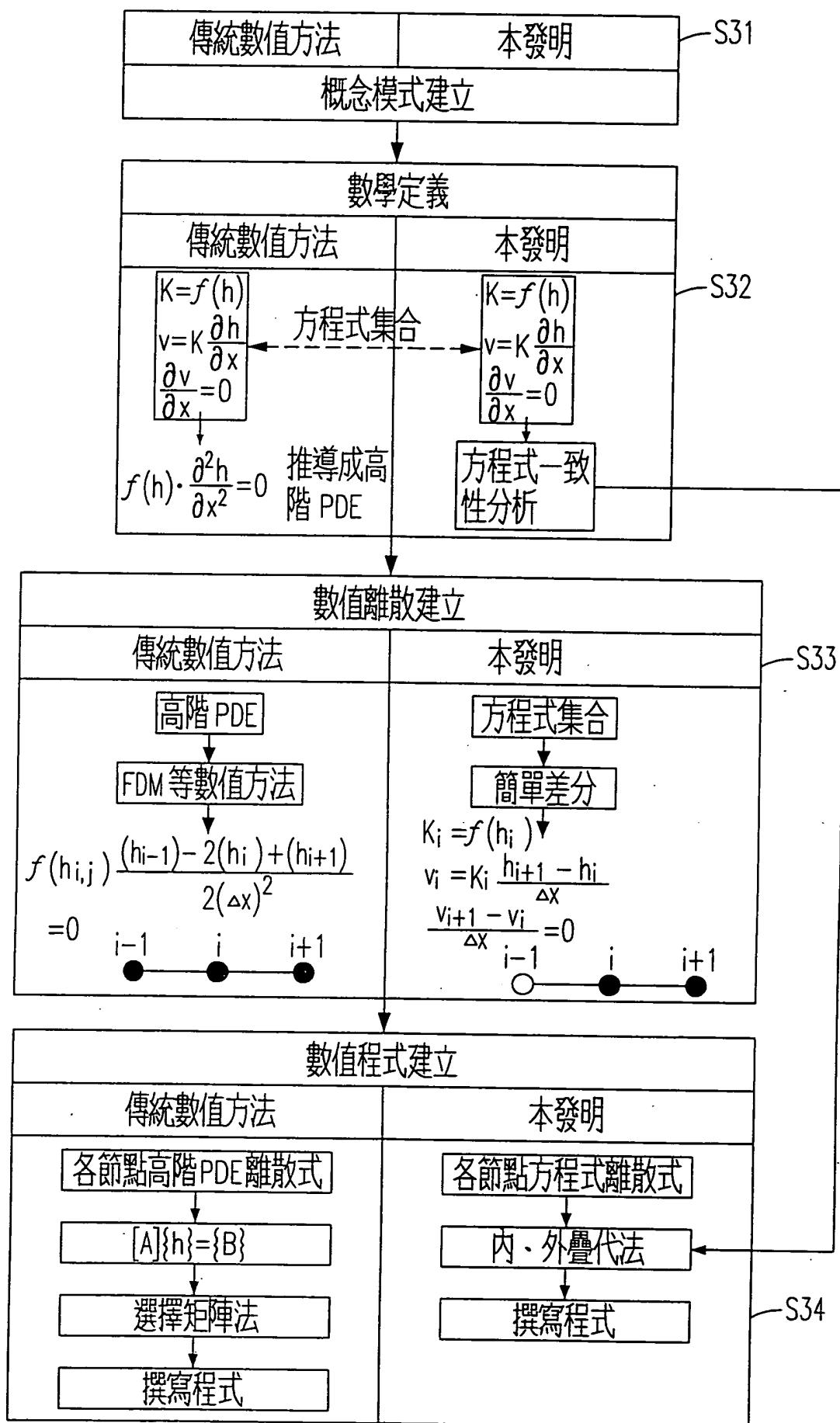
八、圖式：



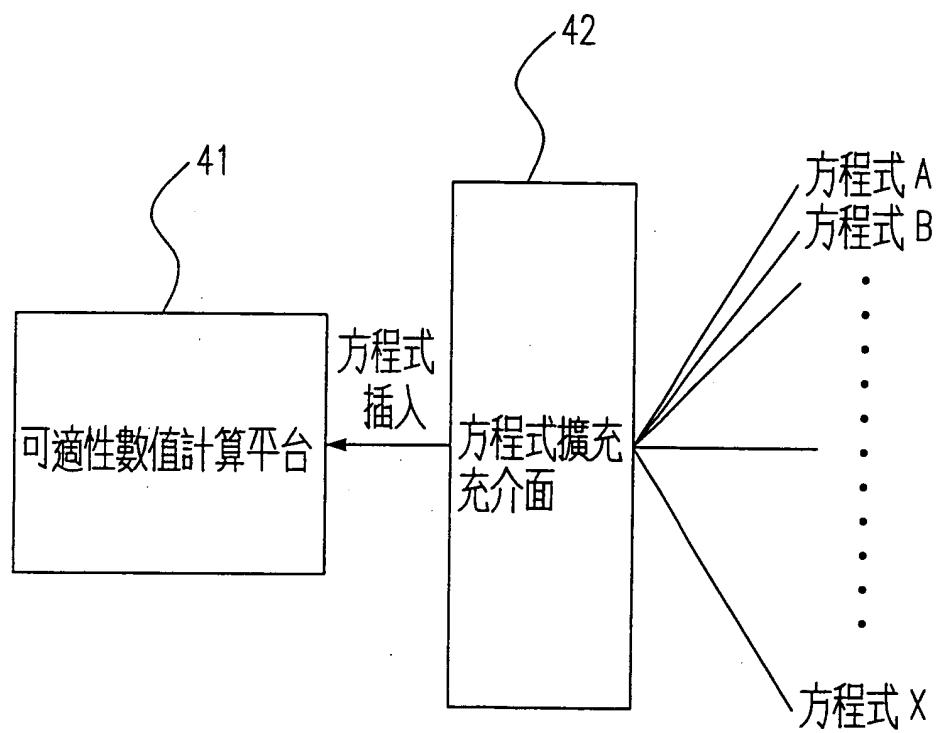
第一圖



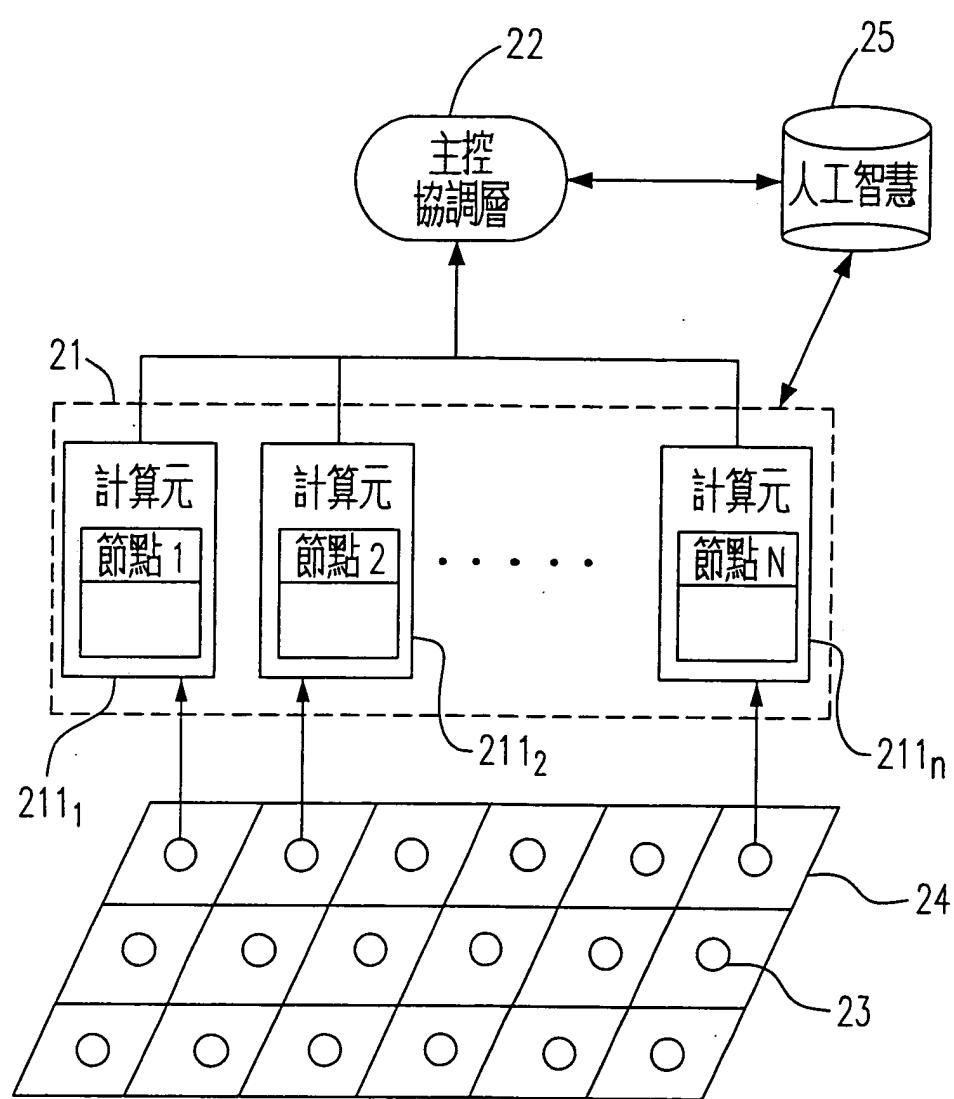
第二圖



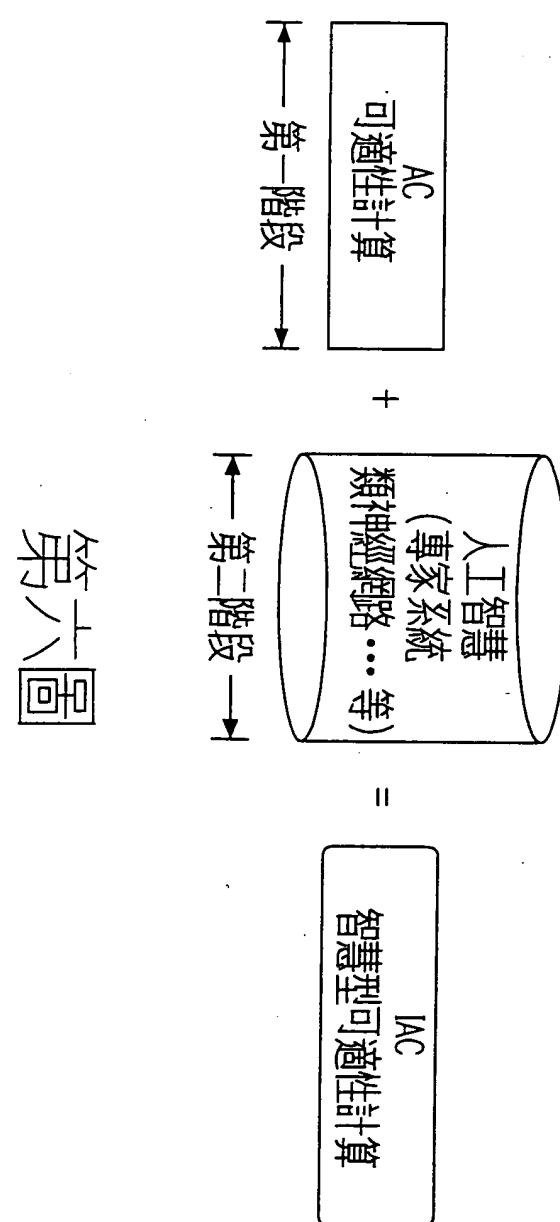
第三圖



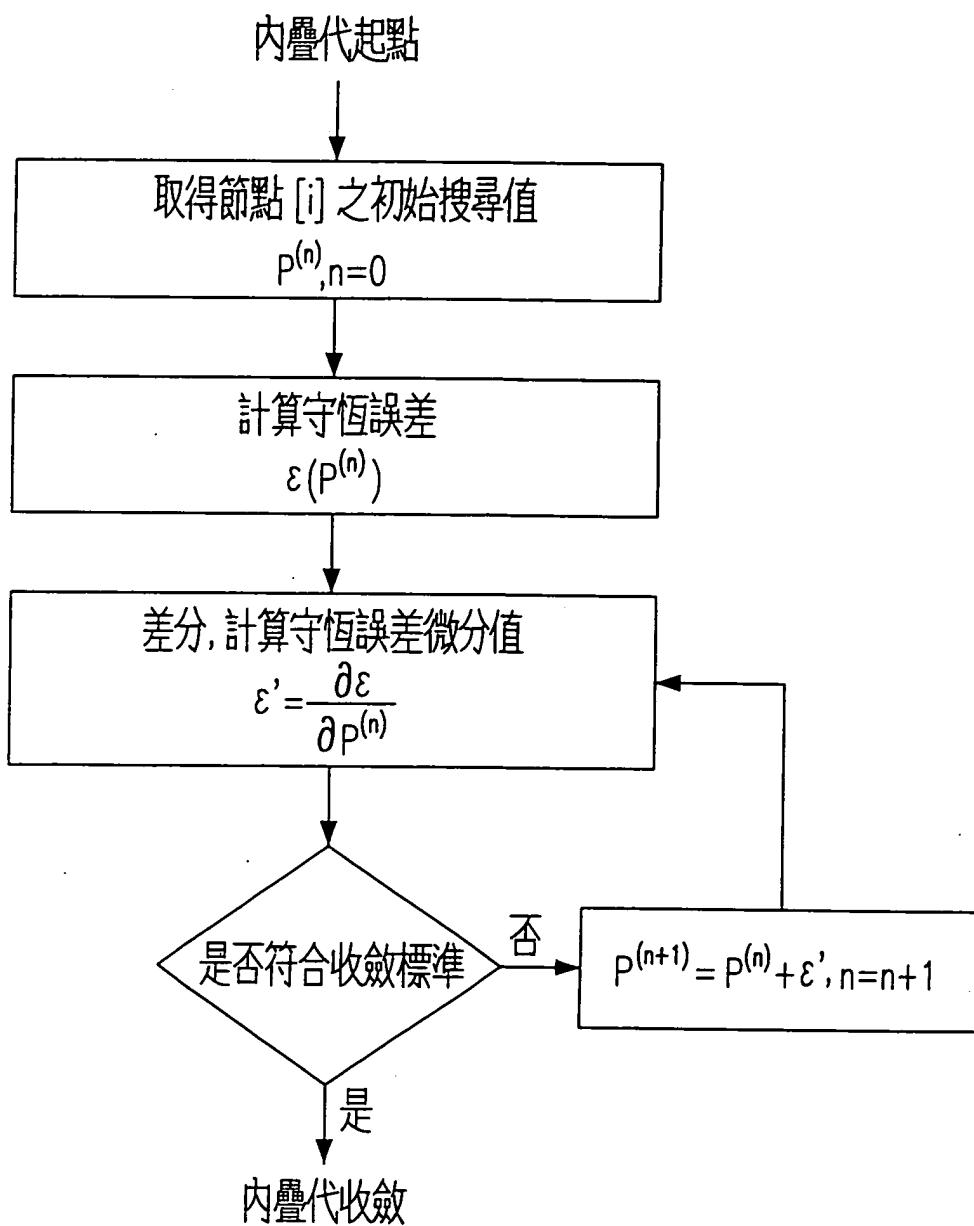
第四圖



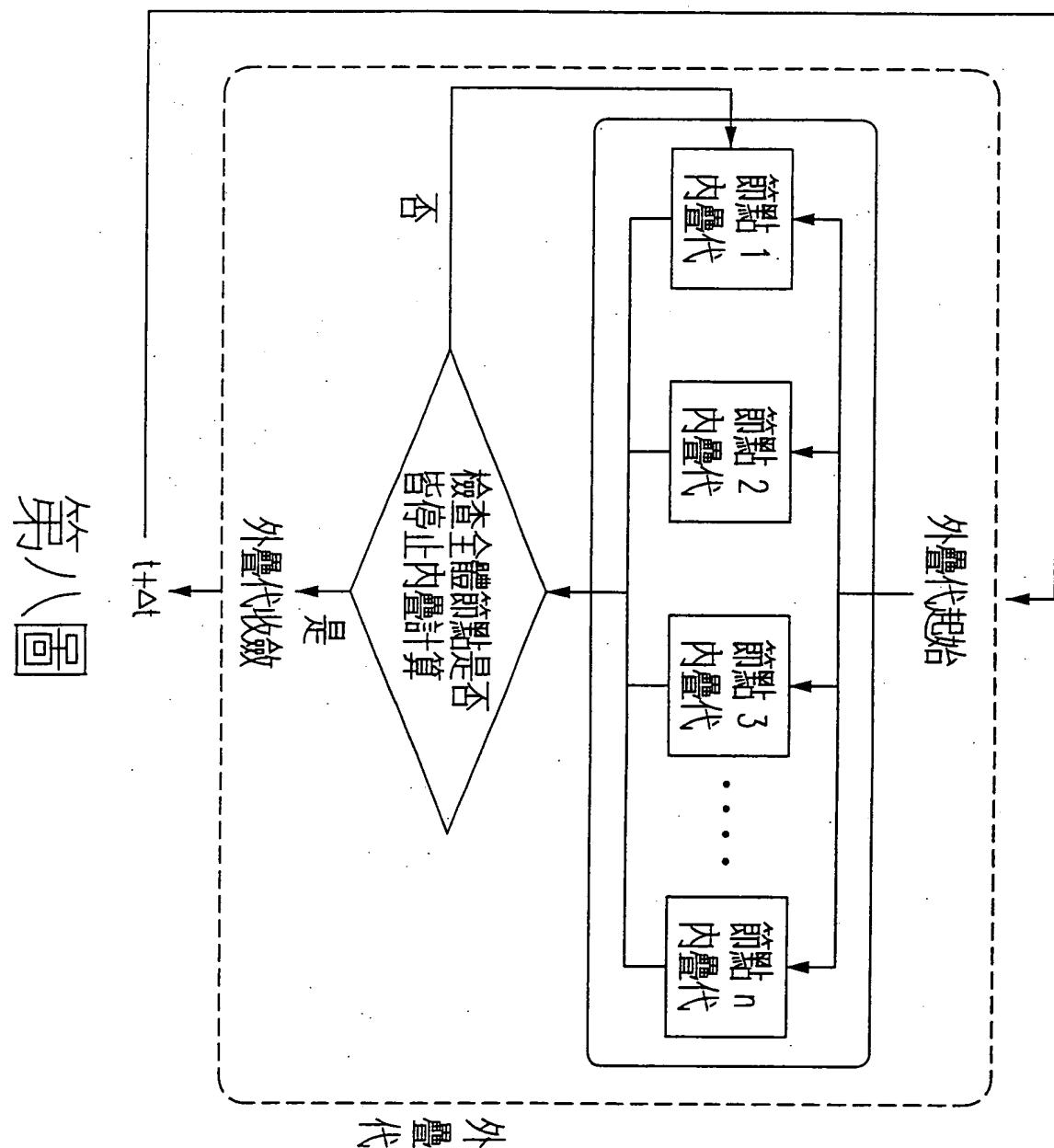
第五圖



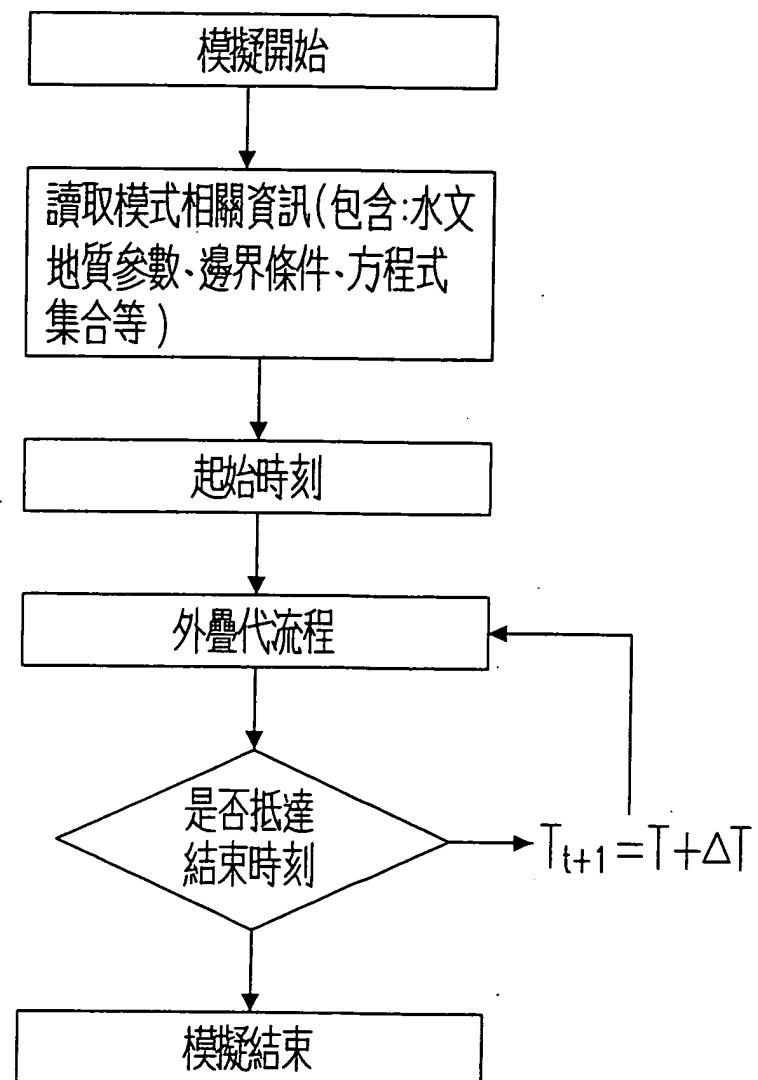
第六圖



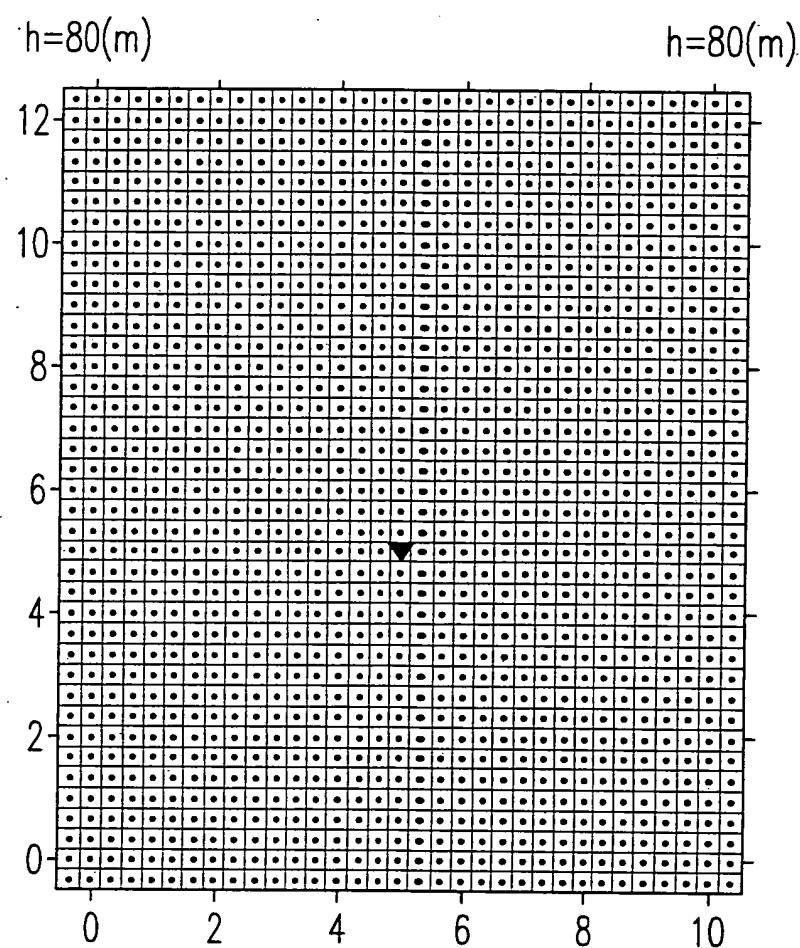
第七圖



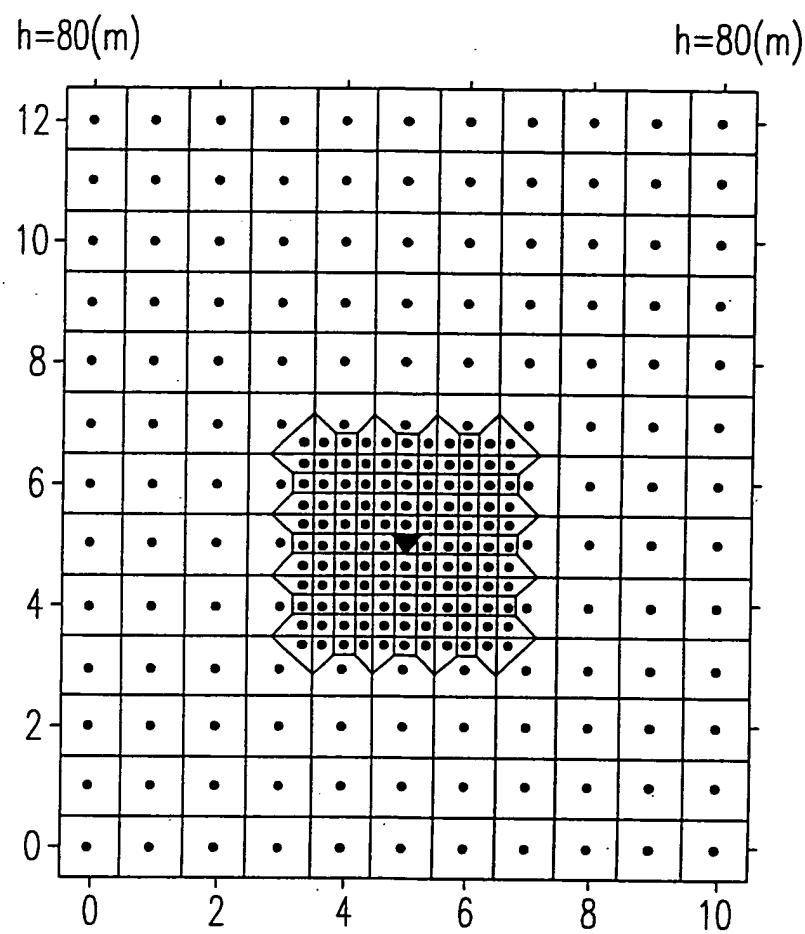
第八圖



第九圖



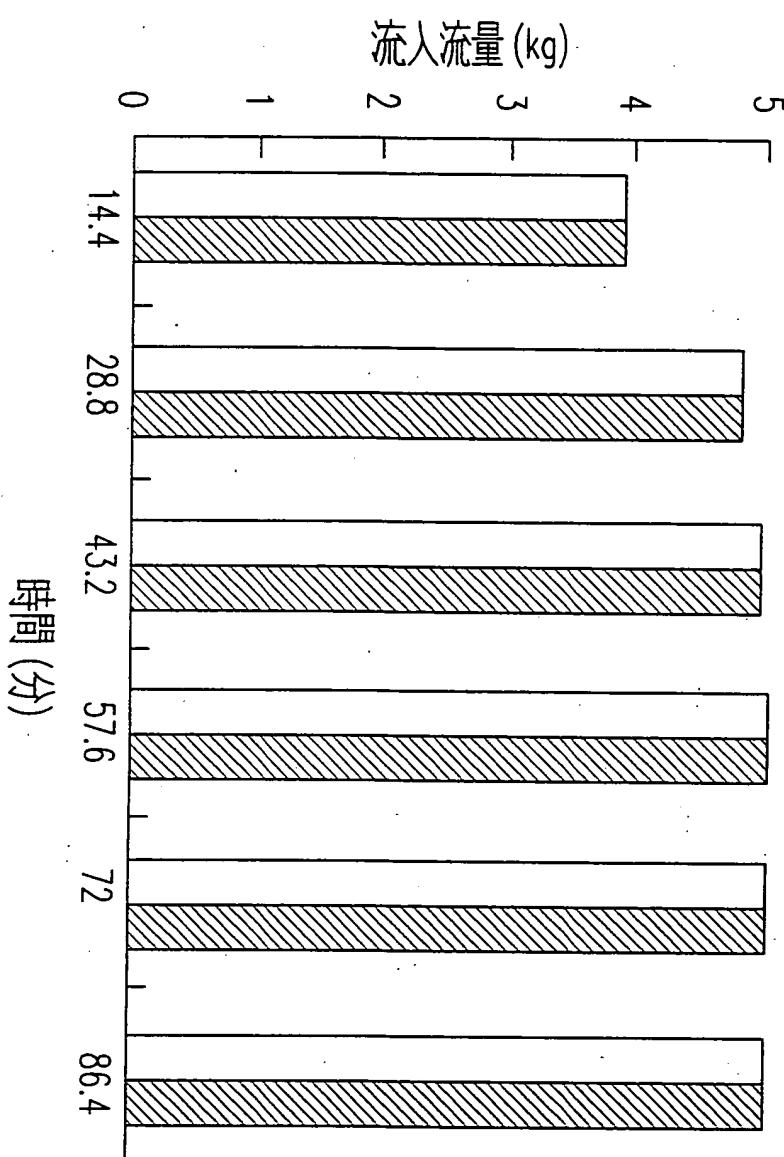
第十圖



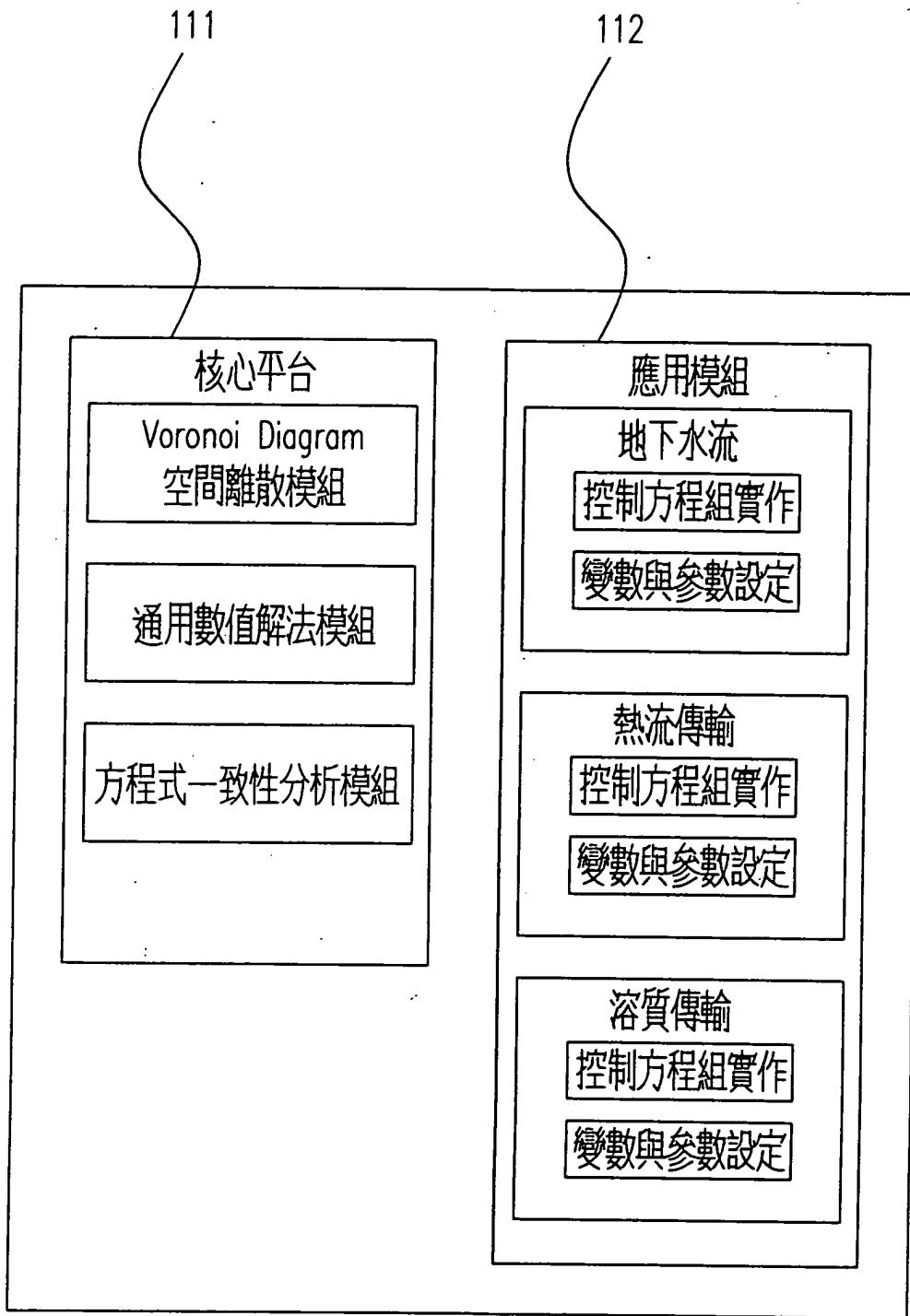
第十一圖

案例 1

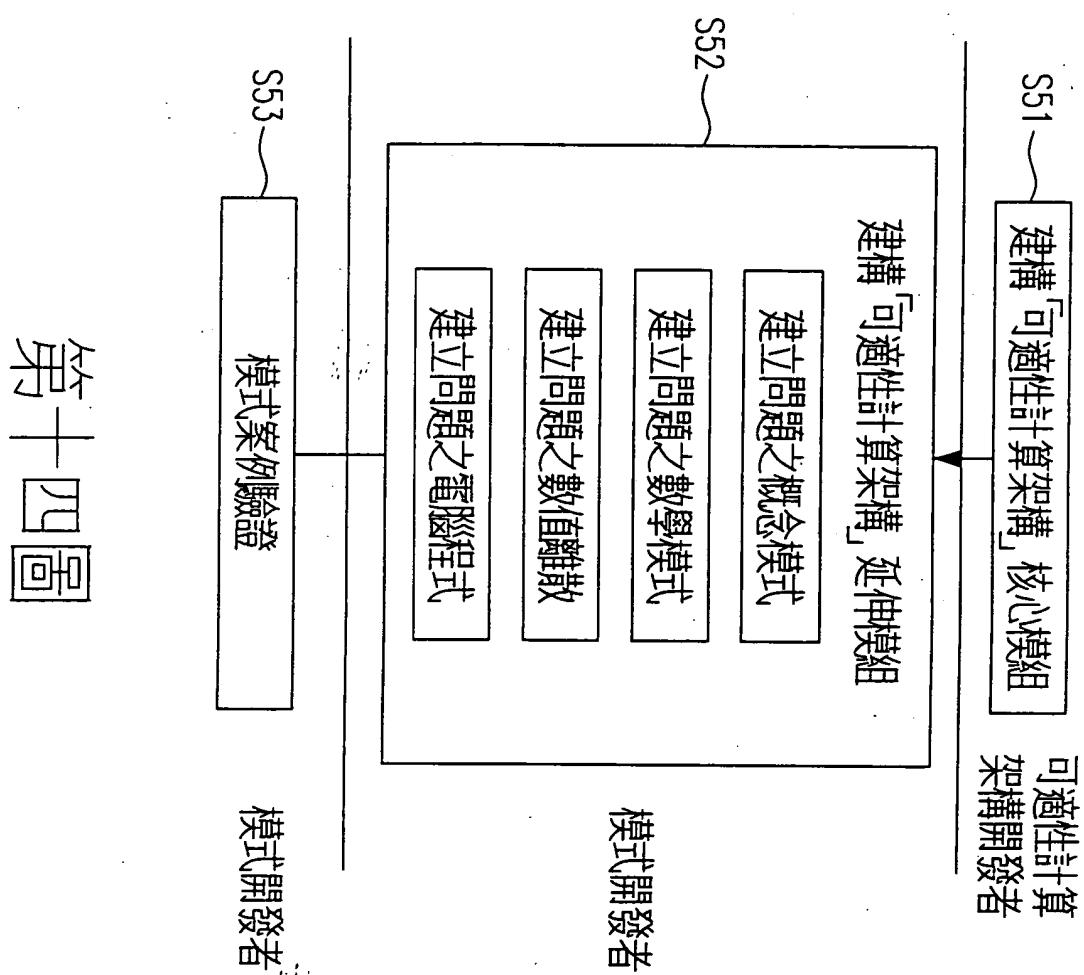
案例 2



第十二回



第十三圖



第十四圖