

具週期性電極之壓電纖維複材的材料性質研究

研究生：蔡汶志

指導教授：尹慶中 博士

國立交通大學機械工程學系碩士班

摘 要

以上下對稱之指差電極驅動的壓電纖維複材是一種新興的智慧型材料，具有高變形與制動能力，壓電纖維複材的可撓性高，適宜貼合於具有曲率的結構表面。可作為功能性材料，應用於結構健康監測、航空結構等。本研究依據混合律，將壓電纖維複材模擬成一種等效均質材料。部份材料常數 s_{33}^E 、 s_{13}^E 與 d_{33} 、 d_{31} 在單軸拉伸試驗及高電壓負載試驗中，可以直接藉應變規量測獲得，其餘的材料常數則以準牛頓法為基礎之反算程序決定。本研究採用有限元素套裝軟體 ANSYS，計算壓電纖維複材軸向共振頻率，反算的二次目標函數是懸空壓電纖維複材軸向振動最低共振頻率之量測值與理論值的差值平方和。

根據偏光顯微鏡的觀察，壓電纖維複材的纖維與指差電極排列並非均勻，會導致材料常數量測的偏差。壓電常數 d_{15} 對於軸向振動的共振頻率影響較小，並在參數的敏感度研究中呈現發散特性，不適合以本研究的反算方法求得。反算所得的材料常數大多與混合律估算的等效常數吻合。

關鍵字：壓電纖維複材、指差電極、等效材料係數、軸向共振、反算

Material Characterization of Piezoelectric Fiber Composites under Periodic Electrodes

Student: Wen-Chih Tsai

Advisor: Dr. Ching-Chung Yin

Department of Mechanical Engineering
National Chiao Tung University

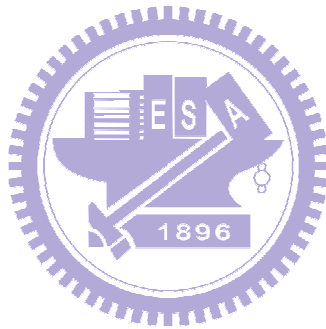
ABSTARCT

Piezoelectric fiber composite (PFC) actuated by symmetrically aligned interdigital electrodes on its opposite surfaces is an emerging smart material developed in recent years. The PFC is capable of providing large deformation and stiff exciting force. The flexibility of PFC makes it possible to conform to curved surfaces of the host structures. These properties make PFC possess great potential to become a functional material in applications of structural health monitoring, aerospace structures, etc. The effective material constants of PFC are estimated by rule of mixtures. Some material constants, s_{33}^E , s_{13}^E and d_{33} , d_{31} , are directly measured by stain gauges through uniaxial tensile test and applying high voltage to its opposite electrodes. The remaining constants are determined by an inverse scheme based on quasi-Newton method. The quadratic objective function is defined by the sum of squares of deviations between the measured resonant frequencies of the lowest extensional vibration modes for the finite-length overhung PFC and those calculated by a commercial finite element code ANSYS.

It is observed by a polar light microscope that the piezoelectric fibers and interdigital electrodes are not uniformly aligned in some specimens. The deviation found in measured material constants is caused by the inhomogeneous material properties. The piezoelectric constant d_{15} is not

suitable to be determined by the present method since it has weak influence on resonant frequency of extensional mode and divergent properties in sensitivity study of parameters. Most material constants are in agreement with those obtained by effective model estimated by mixture rule.

Keywords: Piezoelectric fiber composites, interdigital electrodes, effective material constants, extensional resonance, inverse



誌 謝

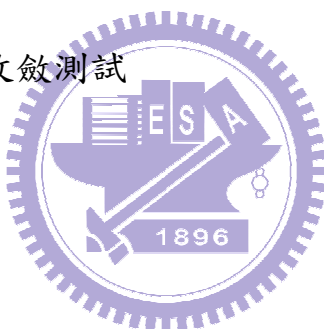
在此論文定稿之際，感謝指導教授 尹慶中博士兩年來的悉心指導，使學生論文得以順利完成，在此致上由衷的謝意。同時感謝馬劍清教授、蕭國模教授及何旭川教授撥冗擔任學生口試委員，給予學生指教與指正。此外，也謝謝學長王多聞、許世明、游泰和給予汶志生活與學業上的幫助，加上同學嚴承侯、潘權文兩年來的互相扶持與幫助，使研究的過程更加順利。以及學弟妹鍾重光、張逸涵、黃康哲、吳昱瑾、賴佑年、蔡慶芳謝謝你們過去一年的陪伴，讓汶志的研究所生涯增色許多，也祝福你們論文順利。還有女友小 Q，謝謝妳這兩年來在我身旁的陪伴，也因為妳的鼓勵，汶志才能順利完成研究所學業。

汶志最感謝的是偉大的雙親，蔡庚錫先生與周素香女士，你們是汶志精神上最大的支柱，求學之路有你們的支持、呵護與寬容，讓汶志在無後顧之憂下完成碩士學位，還有許多不及備載曾幫助汶志的朋友，衷心感謝外，汶志僅以此論文獻給我摯愛的雙親、家人、及好友。

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iv
目錄	v
表目錄	vii
圖目錄	viii
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 文獻回顧	1
1.3 內容簡述	4
第二章 理論與分析	6
2.1 壓電纖維複材的等效材料常數	6
2.1.1 壓電纖維複材試片之尺寸	6
2.1.2 壓電與基材的材料本構方程式	7
2.1.3 等效材料模型之建立	10
2.1.4 等效材料模型之分析	10
2.2 單元體分析	14
第三章 量測與討論	15
3.1 阻抗響應量測	15
3.1.1 邊界無拘束之阻抗量測	15
3.1.2 一端固定之試片阻抗量測	16
3.1.3 軸向振動的解析解	16
3.2 壓電纖維複材的材料特性試驗	18

3.2.1 實驗試片準備	19
3.2.2 壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 量測	20
3.2.3 拉伸試驗	20
3.2.4 實驗與等效模型結果比較	22
第四章 壓電纖維複材的材料係數反算與討論	23
4.1 壓電纖維複材之材料係數反算	23
4.1.1 建立反算分析模型	23
4.1.2 需反算的材料係數	24
4.1.3 最佳化副程式 BCONF	24
4.1.4 目標函數	25
4.1.5 最佳化流程	25
4.1.6 最佳化程式收斂測試	26
4.2 反算結果與討論	26
第五章 結論與展望	30
5.1 結論	30
5.1.1 實驗量測與等效分析	30
5.1.2 反算結果	30
5.2 未來展望	31
參考文獻	32
附表	34
附圖	47



表目錄

表 2-1a	PZT-5A 的材料係數理論值	34
表 2-1b	樹脂(epoxy)及聚醯亞胺薄膜 kapton 的材料係數理論值	34
表 2-2	等效模型之邊界條件	35
表 2-3a	等效材料之彈性係數	36
表 2-3b	等效材料之壓電及介電係數	36
表 3-1	不同脫層比例實驗數據	37
表 3-2	Kyowa 雙軸應變規的規格	37
表 3-3a	壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 實驗數據	38
表 3-3b	萬能試驗機 MTS 的拉伸結果	38
表 3-3c	柔性常數	38
表 3-4	實驗條件及結果	39
表 3-5	實驗數據與等效模型預測值	39
表 3-6	反算材料係數的已知參考值	40
表 4-1	最佳化程式收斂測試	41
表 4-2	最佳化程式的收斂結果	43
表 4-3	以單變數探討目標函數的結果	43
表 4-4	d_{15} 之影響結果	44
表 4-5	不考慮壓電係數 d_{15} 的最佳化結果	44
表 4-6	多起始點之收斂測試	45

圖目錄

圖 1.1	壓電纖維複合材料製作示意圖	47
圖 1.2	壓電纖維複材結構軸向致動	47
圖 1.3	指叉電極之電力線示意圖	48
圖 2.1	壓電纖維複材試片	49
圖 2.2	冷鑲埋試片模型	49
圖 2.3	硬化劑、壓克力粉及冷鑲埋模具	50
圖 2.4	濕式研磨機	50
圖 2.5	偏光顯微鏡	51
圖 2.6	壓電纖維複合材料截面照片，壓電纖維排列不均勻	51
圖 2.7	壓電纖維複合材料截面照片，壓電纖維排列均勻	52
圖 2.8	壓電纖維複合材料截面照片，邊緣呈現緊縮	52
圖 2.9	截面示意圖	52
圖 2.10	壓電纖維複合材料之表面指叉電極照片	53
圖 2.11	壓電纖維複材之體積代表元素	53
圖 2.12	等效模型之體積代表元素	54
圖 2.13	等效模型之邊界說明圖	54
圖 2.14	ANSYS 等效分析模型元素圖	55
圖 2.15	純壓電塊材單元之電力線側視圖	55
圖 2.16	純壓電塊材單元之電位圖	56
圖 2.17	純壓電塊材單元之變形側視圖	56
圖 2.18	壓電纖維複材單元之電力線側視圖	57
圖 2.19	壓電纖維複材單元之電位圖	57
圖 2.20	壓電纖維複材單元之變形側視圖	58

圖 2.21	等效模型單元之電力線側面圖	58
圖 2.22	等效模型單元之電位圖	59
圖 2.23	等效模型單元之變形側面圖	59
圖 3.1	壓電纖維複材之阻抗量測示意圖	60
圖 3.2	自由邊界壓電纖維複材	60
圖 3.3	自由邊界壓電纖維複材之頻率響應圖(0~50kHz)	61
圖 3.4	自由邊界壓電纖維複材之頻率響應圖(50~100kHz)	61
圖 3.5	自由邊界壓電纖維複材之頻率響應圖(100~150kHz)	62
圖 3.6	自由邊界壓電纖維複材之頻率響應圖(150~200kHz)	62
圖 3.7	壓電纖維複材之脫層實驗阻抗量測	63
圖 3.8	脫層示意圖	63
圖 3.9	30% 脫層實驗之頻率響應圖	64
圖 3.10	40% 脫層實驗之頻率響應圖	64
圖 3.11	50% 脫層實驗之頻率響應圖	65
圖 3.12	60% 脫層實驗之頻率響應圖	65
圖 3.13	實驗試片製作流程	66
圖 3.14	量測壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 裝置圖	67
圖 3.15	d_{31} 實驗曲線圖 1	67
圖 3.16	d_{31} 實驗曲線圖 2	68
圖 3.17	d_{31} 實驗曲線圖 3	68
圖 3.18	d_{31} 實驗曲線圖 4	69
圖 3.19	d_{33} 實驗曲線圖 1	69
圖 3.20	d_{33} 實驗曲線圖 2	70
圖 3.21	d_{33} 實驗曲線圖 3	70
圖 3.22	d_{33} 實驗曲線圖 4	71

圖 3.23	萬能試驗機(MTS)拉伸裝置圖	71
圖 3.24	試片斷裂之力對應變曲線圖	72
圖 3.25	試片斷裂之應力對應變曲線圖	72
圖 3.26	萬能拉伸試驗機(MTS)之軸向應力對軸向應變曲線圖 1	73
圖 3.27	萬能拉伸試驗機(MTS)之軸向應力對軸向應變曲線圖 2	73
圖 3.28	萬能拉伸試驗機(MTS)之軸向應力對軸向應變曲線圖 3	74
圖 3.29	萬能拉伸試驗機(MTS)之側向應變對軸向應變曲線圖 1	74
圖 3.30	萬能拉伸試驗機(MTS)之側向應變對軸向應變曲線圖 2	75
圖 3.31	萬能拉伸試驗機(MTS)之側向應變對軸向應變曲線圖 3	75
圖 3.32	電腦伺服控制材料試驗機(HT-2102)拉伸照	76
圖 3.33	電腦伺服控制材料試驗機之軸向應力對軸向應變曲線圖 1	76
圖 3.34	電腦伺服控制材料試驗機之軸向應力對軸向應變曲線圖 2	77
圖 3.35	電腦伺服控制材料試驗機之側向應變對軸向應變曲線圖 1	77
圖 3.36	電腦伺服控制材料試驗機之側向應變對軸向應變曲線圖 2	78
圖 4.1	反算分析模型元素圖	79
圖 4.2	模擬 40 % 脫層之結構振動	79
圖 4.3	反算流程圖	80
圖 4.4	最佳化迭代圖	81
圖 4.5	單變數 s_{11}^E 對應的目標函數	81
圖 4.6	單變數 s_{12}^E 對應的目標函數	82
圖 4.7	單變數 s_{44}^E 對應的目標函數	82
圖 4.8	單變數 d_{15} 對應的目標函數	83
圖 4.9	單變數 ε_{33}^T 對應的目標函數	83
圖 4.10	雙變數 s_{11}^E, d_{15} 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	84
圖 4.11	雙變數 s_{12}^E, d_{15} 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	85

圖 4.12	雙變數 s_{44}^E, d_{15} 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	86
圖 4.13	雙變數 $\varepsilon_{33}^T, d_{15}$ 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	87
圖 4.14	雙變數 s_{11}^E, s_{12}^E 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	88
圖 4.15	雙變數 s_{12}^E, s_{44}^E 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	89
圖 4.16	雙變數 s_{11}^E, s_{44}^E 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	90
圖 4.17	雙變數 $s_{11}^E, \varepsilon_{33}^T$ 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	91
圖 4.18	雙變數 $s_{12}^E, \varepsilon_{33}^T$ 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	92
圖 4.19	雙變數 $s_{44}^E, \varepsilon_{33}^T$ 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖	93
圖 4.20	不考慮壓電係數 d_{15} 的最佳化迭代圖	94
圖 4.21	多起始點測試	94
圖 5.1	寬扁型試片	95
圖 5.2	電場與極化方向垂直的壓電纖維複材試片	95



第一章 緒論

1.1 研究背景

壓電複合材料是將壓電陶瓷與聚合物按固定的體積或質量比，以固定的空間幾何分佈製作而成的功能性材料，因為加入環氧樹脂等高分子材料，壓電複合材料具有聲阻(acoustic impedance)低、柔性好等其他優點，擴充了傳統壓電材料的實用性。Bent 與 Hagood [7]將此種複合材料中的壓電材料製作成纖維狀，結合指叉電極，發展出一種有別於傳統的壓電致動器，稱為壓電纖維複合材料(Piezoelectric Fiber Composites, 簡稱 PFC)，具有高形變能力與可撓曲性，可應用於健康監測、水下探頭、結構阻尼、抖動抑制與噪音防制等方面。

壓電纖維複合材料是多種不同材質的複合體，為了掌握其材料特性，本研究利用混合律(mixture rule)概念之視為等效均質材料，探討其振動特性。以結構的靜態變形及振動實驗數據反算出材料係數。

1.2 文獻回顧

(1) 壓電複合材料

Gururaja *et al* [1]，將關聯性的概念應用於壓電複合材料結構的命名，因為此複合材料由兩種相(phase)組成，各相以 0、1、2、3 維的方式相連通，可組合成 10 種型態，如 0-0、0-1、0-2、0-3、1-1、1-3、2-1、2-2、2-3、3-3，其中前後的數字分別代表壓電相及聚合物相的維度，以物理方式製作出壓電複合材料。並在 1980 年以此觀念發展出 3-3、1-3 等類型的壓電複材換能器。

Auld *et al* 於 1983 利用 Floquet 理論[2]及 1984 週期性複材板理論[3]，將壓電複材換能器結構模擬成二維的平板結構，予以分析。週期性壓電複

材結構容易耦合平板的振動模態，理論模型將週期性系統轉換至傳統連續線性系統，使原本無窮板理論轉換成有限幾何尺寸的板理論，增進應用方面的精確度。

壓電複材應用於水下探頭的工作頻寬大約在40kHz以下，無法延伸至其他應用面。Gururaja與Schulze [4]於1985年，將傳統壓電陶瓷(PZT)材料製作成單一方向柱狀體，與高分子結合成1-3型的壓電複材換能器，改善傳統壓電塊材換能器在水中僅有較低的壓電係數 $d_h (=d_{33} + 2d_{31})$ ，增大工作頻寬(1-10MHz)，使其可應用於醫療及非破壞性檢測。文獻[4]還改變PZT柱的位置，量測頻率響應圖，以不同的共振頻激發出不同的模態。

(2) 指叉電極應用於壓電材料

Shimizu *et al* [5]曾於1983年探討不同方向指叉電極的佈置，對於雙壓電晶片所組成的諧振器之軸向、側向機電耦合係數 k_{33} 、 k_{31} 的影響，並提出電極寬度、間距及諧振器厚度與電容比之間的關係。

Hagood *et al* [6]在1993年曾發展出應用指叉電極(interdigitated electrode)將傳統壓電材料的 d_{31} 型位移改為 d_{33} 型位移，再分別以 Rayleigh-Ritz method 及有限元素法(finite element method) 預測裝置的致動能力，探討電極厚度與間距對致動的影響。指叉電極驅動所產生的應變大約是傳統電極的 2 倍，當電極間距/電極厚度的比值大於 5 時，可忽略電極附近不均勻電場所造成的誤差。

(3) 壓電纖維複合材料

Bent 與 Hagood [7]於1997年首度將壓電纖維複合材料及指叉電極結合成新興的壓電複合材料，建立一均勻材料模型，探討壓電相與聚合物相之間不同體積比與材料係數間的關係。初步討論指叉電極尺寸對結構振動的影響，並描述壓電纖維複材的製作步驟，如圖 1.1 所示。

Bent [8]於 1999 年將此種由壓電纖維及聚合物組成，應用指叉電極驅動的結構稱為 Active Fiber Composites (AFCs)，並說明優點如下：

- (1) 強度比傳統整塊壓電材料高，能避免使用時所造成的破壞。結構平薄，可撓性大，適合與各種曲面的結構結合。
- (2) 在軸向致動能力比傳統壓電塊材強，如圖 1.2。
- (3) 多層且大面積的 AFC 致動器製造簡單，成本降低。

Bent 指出 AFCs 除了可以應用在健康監測、致動器、感測器之外，也可以利用正壓電效應，將振動能轉成電能，使其成為類似電池裝置。

Beckert 與 Kreher [9]曾於 2003 年利用指叉電極作為壓電塊材與壓電纖維複材的驅動源，說明此種電極所產生的電場分佈對結構有 3 種不同影響，如圖 1.3 所示。3 種影響分別為

- (1) 作用區(active zone)：影響結構變形最大因素。
- (2) 無效區(ineffective zone)：為上下電極間，電力線不作用區，不影響結構變形。
- (3) 過渡區(transition zone)：電力線集中的區域，容易造成結構故障。

Bowen *et al* [10]曾於 2006 年探討指叉電極寬度、間距及壓電纖維複材結構厚度對於致動能力的影響，結果顯示電極寬度若為基材厚度的一半時，會有最大的應變產生，縮短電極間距可降低驅動電壓，當電極間距與基材厚度的比值大於 4 時，可有效提高最大 d_{33} 模態的效益，其中 d_{33} 指結構變形與電場極化皆在 3 方向。雖然採用指叉電極可使壓電材料 d_{33} 的響應提高，但若電極間距過小，則會激發出其他振動模態而使 d_{33} 模態效益變低。Huber *et al* [11]曾探討壓電纖維複材極化製程的參數條件最佳化，如電壓、溫度、時間等。

Bent 等人[7]-[8]所研發出的壓電纖維複材採用圓形壓電纖維，圓形截面受到指叉電極電場影響不如矩形截面均勻，圓形纖維在製造時，經過燒

結等程序造成壓電性效果不是很穩定。有鑑於此，美國太空總署 NASA 研發出一種改善上述缺點的新型智慧型複合材料 Macro-Fiber Composite (MFC)[12]，其組態為矩形斷面的壓電纖維、母材與指叉電極構成。實際應用上，已有將 MFC 結構設計組裝成尾翼拍擊緩和器，應用於 F18 戰鬥機尾翼，克服高攻角時承受的風壓衝擊等。

(4) 等效材料模擬

Berger *et al* [13]-[14]利用單一元素模型預測橫向等向性壓電複材的等效材料性質，分析的方法是利用有限元素法，可針對不同幾何尺寸外型的結構進行等效性質的模擬，最後分析的結果與另一種預測方法(asymptotic homogeneous method)進行不同體積比(volume fraction)的比較；因為壓電纖維複合材料為週期性結構，可利用一體積代表元素(representative volume element, RVE)結合線性耦合壓電理論，描述整體結構的性質。分析方法採用有限元素套裝軟體 ANSYS 配合壓電理論，設計各種邊界條件，求出等效的材料係數。

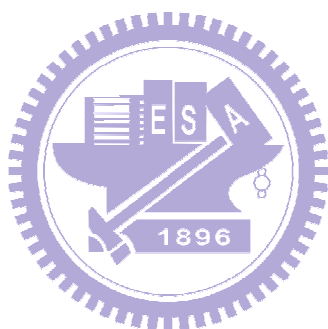
Lenglet *et al* [15]則利用體積代表元素配合邊界條件與波傳法(wave propagation method)，以有限元素軟體分析壓電複材的等效均質材料係數，針對較難假設邊界條件的材料係數 c_{44}^E 、 e_{15} ，提供更合適的評估方法。

1.3 內容簡述

本研究以壓電纖維複材為對象，探討結構共振與等效材料係數兩者的關係，內容分為四章。第二章根據混合律概念，進行壓電纖維複材的等效材料常數模擬；分析壓電纖維結構的振動行為，作為材料係數反算的參考。

第三章以網路分析儀量測壓電纖維複材的阻抗，再以拉伸試驗機、應變量測儀及高電壓供應器量測材料性質。第四章應用有限元素軟體 ANSYS 結合套裝函式庫 IMSL，以壓電纖維複材的共振特徵，配合等效模型及振動

實驗所建立的參考數據，進行材料係數反算。第五章則為本文結論與展望。



第二章 理論與分析

2.1 壓電纖維複材的等效材料常數

壓電纖維複合材料由纖維狀的壓電材料、樹脂基材、指叉電極與表面的聚醯亞胺(kapton)薄膜組成，為了簡化模擬與避免複雜的運算，依結構中不同相的不同比例，以混合律將之等效成均質(homogeneous)壓電材料，提供日後應用分析之需。

2.1.1 壓電纖維複材試片之尺寸

本文探討的壓電纖維複材試片是由 Advanced Materials Technology 公司(Lambertville, New Jersey, USA)製造，試片長 130mm、寬 9mm、厚 0.4mm，如圖 2.1 所示。為了瞭解試片內部壓電纖維與樹脂基材混合情形，建立等效模型及實驗所需資料，遂進行試片的冷鑲埋搭配 Zeiss 公司的偏光顯微鏡(Axioskop 40)，拍攝截面實照及壓電纖維複材試片表面指叉電極的佈置圖。

試片的鑲埋：

因為試片相當薄小不易握持，欲觀察試片截面組織時，就需要將試片鑲埋固定，鑲埋可分成熱鑲埋和冷鑲埋兩種，前者是利用高壓(50 kgf/mm^2)和高溫($170\sim 180^\circ\text{C}$)將試片嵌入與酚樹脂形成圓柱體。考慮高壓、高溫會造成內部壓電纖維與樹脂性質或分佈發生改變，於是採用較低溫(約 $20\sim 30^\circ\text{C}$)的冷鑲埋，製作拍攝截面所需的試片。冷鑲埋是先將塑膠管內壁塗上一層凡士林(或黃油)作為脫模劑，將壓電纖維複材試片以刀具裁剪成一小段，以夾子固定，放入塑膠管中。然後將事先混合好的壓克力粉及硬化劑倒入塑膠管內，大約 10~20 分鐘後硬化，再從管中頂出鑲有試片的透明圓柱體，如圖 2.2，壓克力粉和硬化劑混合時，重量比為 2:1，所需材料如圖 2.3 所示。

試體的研磨：

取出鑲埋好的試片模型，利用圖 2.4 所示的濕式研磨機，將欲觀察的那一面先磨平、再磨光，研磨器上分別裝有#300、#400、#600 等不同種粗細度的耐水砂紙，研磨機附有給水裝置，使砂紙形成一層薄的水膜，增進研磨效率，縮短研磨時間。研磨時先用粒度較粗的砂紙，研磨完畢後，改用較細砂紙時，須將試片轉動九十度再進行研磨，使舊的磨痕可被完全磨除，形成新的磨痕，如此可清楚看出舊磨痕是否已經全部被磨掉。研磨時，施加之壓力要適度，太輕則浪費時間，太重則產生深淺不規則的磨痕。

顯微鏡觀察：

先以酒精擦拭研磨好的鑲埋圓柱體之待觀察表面，再將其置放於偏光顯微鏡下，分別以50x、200x倍率觀察截面狀況。偏光顯微鏡如圖2.5所示，利用CCD影像擷取系統拍攝試片截面，觀察結果如圖2.6~2.8所示，試片內壓電纖維的分布不很均勻，可能會影響材料及制動的均質性。壓電纖維的直徑約250 μm ，樹脂厚度約255 μm ，試片上下表面覆蓋的聚醯亞胺薄膜各約70 μm ，指叉電極分布於樹脂與聚醯亞胺薄膜處，厚度相當薄，不易觀察，在分析上可忽略。在試片兩側邊緣處，因為製作時封裝造成緊縮現象，可藉由圖2.9之示意圖呈現。利用圖2.9的尺寸關係，建立拉伸實驗所需的截面積資料，壓電纖維複材試片的截面積約為4.44 mm^2 。另外，也針對試片表面的指叉電極進行顯微鏡觀察，由圖2.10可知，指叉電極之間距約為800 μm 。配合公式 $-\Delta\phi / \Delta x = E$ ，可得沿軸方向的電場強度，其中 $\Delta\phi$ 為電壓變化量， Δx 為兩電極之間距。

2.1.2 壓電與基材的本構方程式

為了瞭解經由混合律獲得的等效的均質材料性質，先探討壓電材料與基

材部分的材料特性，壓電材料具有機電能量轉換特性，壓電材料受電場或機械力作用時，本構方程式如下：

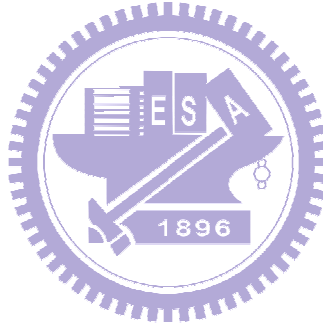
$$\begin{aligned} S_{ij} &= s_{ijkl}^E T_{kl} - d_{kij} E_k \\ D_i &= d_{ikl} T_{kl} + \varepsilon_{ik}^T E_k \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中， T_{ij} 、 S_{kl} 為應力張量及應變張量， s_{ijkl}^E 是彈性柔度張量(elastic compliance matrix)， d_{ikl} 是壓電常數(piezoelectric constants)張量， D_i 是電位移， E_k 是電場強度， ε_{ik}^T 是固定應力(constant stress)下的介電(dielectric)常數張量。將(2.1)式的下標依 Voigt 表示法簡化，可改寫為

$$\begin{aligned} S_p &= s_{pq}^E T_q - d_{kp} E_k \\ D_i &= d_{iq} T_q + \varepsilon_{ik}^T E_k \end{aligned} \quad (2.2a)$$

或

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{s}^E \mathbf{T} - \mathbf{d} \mathbf{E} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{d} \mathbf{T} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.2b)$$



壓電陶瓷纖維經纖維方向(x_3 方向)高壓極化處理後，具有橫向等向性質，其材料矩陣分別表示如下：

彈性勁度矩陣為

$$\mathbf{s}^E = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

壓電常數矩陣為

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ -d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

固定應力之介電常數矩陣為

$$\epsilon^T = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^T & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^T \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

基材部份不具有壓電性質，為了與壓電材料的本構方程式區分，同樣依 Voigt 表示法簡化，可改寫如下：

$$\begin{aligned} S_p &= s_{pq}^E T_q \\ D_i &= d_{iq} S_q \end{aligned} \quad (2.6a)$$

或

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{s} \mathbf{T} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{e}^T \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.6b)$$

壓電方程式主要涉及的場變數(field variables)有四種，其中兩種為機械彈性量，即應力 T 及應變 S ，而另兩種為介電量，即電場 E 及電位移 D ，根據選擇的自變數及應變數之不同，有四種不同的型態，除了上述的 d 型態外，在此也引入 e 型態的壓電方程式，以供分析及實驗的說明，表示如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \mathbf{c}^E \mathbf{S} - \mathbf{e} \mathbf{E} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{e} \mathbf{S} + \epsilon^S \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中 \mathbf{T} 、 \mathbf{S} 為應力張量及應變張量， \mathbf{c}^E 是彈性剛度張量(elastic stiffness matrix)， \mathbf{e} 也稱為壓電常數(piezoelectric constants)張量， \mathbf{D} 是電位移， \mathbf{E} 是電場強度， ϵ^S 是固定應變(constant strain)下的介電常數張量。

2.1.3 等效材料模型之建立

指叉電極在壓電纖維複材上呈現對稱且週期性分佈，因此可將此視為週期性結構。配合截面示意圖中各種材料的比例，採用一對正負電極所組成的體積代表元素結構描述整體的性質，如圖 2.11 所示。圖中 x_1 、 x_2 、 x_3 方向的長度分別為每根壓電纖維平均佔有的寬度 0.3 mm、總試片厚度 0.4 mm 及指叉電極間距 0.8 mm。壓電纖維複材結構由纖維狀的壓電材料 PZT-5A、樹脂基材(epoxy)及聚醯亞胺薄膜組成，各材料的材料參數列於表 2-1。壓電纖維 PZT-5A 為橫向等向性材料，樹脂及聚醯亞胺薄膜則為等向性(isotropic)材料，藉由混合律所建立的等效模型，可假設壓電纖維複材為橫向等向性的均質壓電材料。聚醯亞胺薄膜與樹脂基材的材料性質相近，為了簡化分析，將其視為樹脂基材。參考圖 2.12 所示，壓電纖維與樹脂基材的體積比(volume fraction) v_f 、 v_m 分別為 0.409 及 0.591。

2.1.4 等效材料模型之分析

利用圖 2.13 所示的體積代表元素，配合應力與應變關係及壓電方程式中機電耦合關係，可設計出估算不同材料參數所需要的邊界條件，以有限元素套裝軟體 ANSYS 進行分析。所討論的均質壓電材料為橫向等向性，有 10 個待求的材料參數。針對不同參數所對應的邊界條件先建立關係表，如表 2-2 所列，以下將配合邊界說明圖中的體積代表元素模型，分成兩部分說明。

(1) 彈性係數：

執行 ANSYS 分析時，選用 SOLID 5,2 元素模擬壓電材料與樹脂基材，排除壓電耦合關係的電場條件。SOLID 5,2 元素具有 8 個節點，每個節點有 3 個方向位移 (U_x 、 U_y 、 U_z) 的自由度。在建立模型上，原始試片的軸向長

度相對於此體積代表元素模型的軸向長度而言，可視為無窮大，因此在軸向方向(x_3 方向)只需單一元素進行分析，模型的全部元素數為 1408，如圖 2.14 所示。依據應力與應變線性關係

$$\sigma = \bar{E}\bar{\varepsilon} \quad (2.8a)$$

$$\tau = \bar{G}\bar{\gamma} \quad (2.8b)$$

$$\bar{\nu}_{ij} = -\bar{\varepsilon}_j / \bar{\varepsilon}_i \quad (2.8c)$$

進行材料試驗的模擬，其中 σ 為正向應力， \bar{E} 為等效楊氏模數， $\bar{\varepsilon}$ 為等效正向應變， τ 為剪應力， \bar{G} 為等效剪力模數， $\bar{\gamma}$ 為等效剪應變， $\bar{\nu}$ 為等效泊松比。以下針對邊界條件表中各彈性係數的估算方式逐一說明：

(i) $\bar{\nu}_{21}$ 、 $\bar{\nu}_{23}$ 、 \bar{E}_2

模擬一外力施於分析模型的 x_2 方向，根據各方向產生的應變量，求得 $\bar{\nu}_{21}$ 、 $\bar{\nu}_{23}$ 、 \bar{E}_2 。分析的作法為施加一均勻應力 σ_0 於 B^+ 上，將分析模型之 A^+ 、 B^+ 、 C^+ 面各點的位移保持定值，並將 A^- 、 B^- 、 C^- 面上法線方向位移固定，目的是使變形前後各面維持為平面，求得均勻的應變量。將分析獲得的應變 $\bar{\varepsilon}_1$ 、 $\bar{\varepsilon}_2$ 、 $\bar{\varepsilon}_3$ ，代入公式 $\bar{E}_2 = \sigma_0 / \bar{\varepsilon}_2$ 、 $\bar{\nu}_{21} = -\bar{\varepsilon}_1 / \bar{\varepsilon}_2$ 及 $\bar{\nu}_{23} = -\bar{\varepsilon}_3 / \bar{\varepsilon}_2$ ，求出 $\bar{\nu}_{21}$ 、 $\bar{\nu}_{23}$ 、 \bar{E}_2 。

(ii) $\bar{\nu}_{31}$ 、 \bar{E}_3

模擬一外力作用於分析模型的 x_3 方向，由各面所產生的應變量，求得 $\bar{\nu}_{31}$ 、 \bar{E}_3 。分析的作法為施一均勻應力 σ_0 於 C^+ 上，將分析模型 A^+ 、 B^+ 、 C^+ 面各點的位移維持均勻，並將 A^- 、 B^- 、 C^- 面各點位移的法線分量設為零，目的也是為了保持變形前後各面都為平面，求得均勻的應變量。將分析獲得的應變 $\bar{\varepsilon}_1$ 、 $\bar{\varepsilon}_3$ ，代入公式 $\bar{E}_3 = \sigma_0 / \bar{\varepsilon}_3$ 及 $\bar{\nu}_{31} = -\bar{\varepsilon}_1 / \bar{\varepsilon}_3$ ，可求出 $\bar{\nu}_{31}$ 、 \bar{E}_3 。

(iii) \bar{G}_{31}

模擬一沿 x_3 方向施加的水平外力，作用於分析模型的 B^+ 面，由變形後產生的應變量，求得 \bar{G}_{31} 。分析的作法是施一均勻且沿 x_3 方向的應力 σ_0 於 B^+ 面，假設 B^- 面固定，為了使 B^+ 面變形後無 x_2 位移量，令 B^+ 面法線方向位移固定，另外假設 C^+ 、 C^- 面保持一致的變形，獲得等值的剪應變量 $\bar{\gamma}_{31}$ 。將其代入 $\bar{G}_{31} = \sigma_0 / \bar{\gamma}_{31}$ ，求出 \bar{G}_{31} 。

分析結果為工程常數(engineering constants)，還需利用下列公式將其轉換成彈性係數，

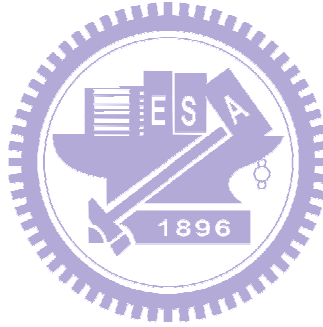
$$s_{22}^E = \frac{1}{E_2} \quad (2.9a)$$

$$s_{12}^E = -\frac{\bar{\nu}_{21}}{E_2} \quad (2.9b)$$

$$s_{33}^E = -\frac{1}{E_3} \quad (2.9c)$$

$$s_{13}^E = -\frac{\bar{\nu}_{31}}{E_3} \quad (2.9d)$$

$$s_{55}^E = \frac{1}{\bar{G}_{31}} \quad (2.9e)$$



因為結構為橫向等向性材料，所以 $s_{11}^E = s_{22}^E$ 、 $s_{12}^E = s_{21}^E$ 、 $s_{13}^E = s_{23}^E = s_{31}^E = s_{32}^E$ 、

$s_{44}^E = s_{55}^E$ 、 $s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E)$ ，並將結果整理如表 2-3a 所示。

(2) 壓電係數、介電係數：

本文以 ANSYS 模擬壓電材料與樹脂基材時，採用 SOLID 5,3 元素進行分析。SOLID 5,3 元素是 3-D 壓電、電與結構互相耦合的元素，具有 8 個節點，每個節點具有 4 個自由度。利用 e 型態的壓電方程式，假設其邊界條件，獲得 e_{31} 、 e_{33} 、 e_{15} 、 ϵ_{11}^S 、 ϵ_{33}^S ，以下針對不同的參數的邊界條件進行

說明。

(i) e_{31} 、 e_{33} 、 ϵ_{33}^S

為了確保分析模型於電場作用後不產生應變量，固定各面的法線方向位移，接著在 C^- 及 C^+ 面上設計一組電壓差 $\nabla\phi$ ，獲得沿 x_3 方向電場 E_3 ，電場強度可由電位差與空間間距的比值決定，即 $E_i = -\nabla\phi/\nabla x_i$ 。模型經電場作用後，得到正向應力值 T_1 、 T_3 ，配合公式 $e_{31} = T_1/E_3$ 及 $e_{33} = T_3/E_3$ ，可求出 e_{31} 、 e_{33} 。 x_3 方向面的電位移 D_3 是依壓電纖維與樹脂基材的體積比率，以混合律計算獲得，即 $D_3 = D_{3f}v_f + D_{3m}v_m$ ，其中 D_{3f} 、 D_{3m} 分別代表壓電纖維及樹脂基材的電位移。由公式 $\epsilon_{33}^S = D_3/E_3$ ，獲得介電常數 ϵ_{33}^S 。

(ii) ϵ_{11}^S

假設各面的法線方向位移固定，在 A^- 及 A^+ 面上施予一組電壓差 $\nabla\phi$ ，獲得沿 x_1 方向的電場 E_1 ，將 x_1 方向產生的電位移 D_1 ，以公式 $\epsilon_{11}^S = D_1/E_1$ 求出介電常數 ϵ_{11}^S 。

(iii) e_{15}

為確保 x_1 方向無電場作用，在 A^+ 及 A^- 面上設定電壓差為 0，將 A^+ 、 A^- 面沿 x_3 方向與 C^+ 、 C^- 面沿 x_1 方向，分別設定一單位的位移差，假設 B^+ 、 B^- 面無 x_2 方向變形，形成 x_1x_3 面的剪應變。求出 x_1 方向的電位移 D_1 後，以公式 $e_{15} = D_1/S_5$ 求得壓電係數 e_{15} ，應變 S_5 及工程應變 γ_{13} 。

為了與實驗結果進行比較，利用 $\mathbf{d} = \mathbf{e}\mathbf{s}^E$ 及 $\boldsymbol{\epsilon}^T = \boldsymbol{\epsilon}^S + \mathbf{d}\mathbf{e}$ 壓電轉換公式，將 e_{31} 、 e_{33} 、 e_{15} 、 ϵ_{11}^S 、 ϵ_{33}^S 轉換成 d_{31} 、 d_{33} 、 d_{15} 、 ϵ_{11}^T 、 ϵ_{33}^T ，分析結果如表 2-3b 所列。

2.2 單元體分析

純壓電塊材、壓電纖維複材及等效結構受到表面上下對稱的指叉電極的交流電場作用，會產生時諧振動(time harmonic vibration)，本節將以套裝軟體 ANSYS 分析電場強度與變形。為清楚呈現電場分佈，將以具箭頭的電力線表示。

(1) 純壓電塊材：

純壓電均質塊材 PZT 5A 受到表面指叉電極電場作用，如圖 2.15 所示，正負電極之間的電場分佈呈現均勻連續變化。圖 2.16 所示為正負電場間的電位分佈，成上下對稱分佈。圖 2.17 則顯示塊材受到正、負電極間的電場作用，沿著材料的極化方向產生膨脹、收縮的變形。

(2) 壓電纖維複材：

圖 2.18 及圖 2.19 顯示壓電纖維複材在正負指叉電極間的電場及電位分佈，電力線從高電位流向低電位，符合預期。壓電纖維與聚合物基材間的介電性質差別很大，壓電纖維相對於基材類似導體，聚合物基材本身不導電，限制了電力線的均勻分佈。圖 2.20 所示的材料變形，也符合電場分佈所產生的機械變形。

(3) 等效結構：

以混合律求得的壓電纖維複材的均質等效材料性質，再進行動態分析，圖 2.21 顯示混合後的等效結構之介電效應降低，造成電力線的分佈呈現較疏離的現象。圖 2.22 所示的正負電位分佈明顯比壓電纖維複材更集中於結構上下表面。圖 2.23 所示為等效模型單元的結構變形，沿軸向呈現伸縮狀態，但變形並不均勻，推測是因為壓電係數與純壓電塊材差異增大所造成。

第三章 量測與討論

本章以實驗量測壓電纖維複材的靜態材料性質及動態共振頻率，作為材料係數定量評估的依據。動態試驗以 HP 8751A 網路分析儀量測壓電纖維複材的阻抗頻率響應，阻抗頻譜的極小值對應軸向模態的共振頻率，量測條件為兩端邊界自由及一端自由、另一端固定。靜態試驗採用萬能拉伸試驗機(MTS 810 system)及弘達公司製造的電腦伺服控制材料試驗機(HT-2102)，後者搭配的荷重元(Load cell) 為 20 公斤。此外，利用 Measurement Group P-3500 應變量測儀搭配高電壓供應器量測材料的壓電係數。

3.1 阻抗響應的量測

在共振頻率量測上，採用 HP 8751A 網路分析儀量測壓電纖維複材的阻抗曲線圖，HP 8751A 具有函數產生器、訊號擷取及分析的功能，量測時依照需求調整對應的共振頻率範圍，HP 8751A 輸出 1V 的正弦波至待測裝置的驅動電極端，再由感測電極端感應壓電纖維複材阻抗變化產生的電流，圖 3.1 為阻抗響應量測的示意圖，在此討論兩種不同情況的阻抗量測。

3.1.1 邊界無拘束之試片阻抗量測

為了近似壓電纖維複材試片未使用前的狀況，避免邊界拘束條件造成的影響，本實驗將壓電纖維複材試片置於泡棉上，如圖 3.2 所示，再以網路分析儀量測其頻率響應。實驗的結果依掃描頻段分別如圖 3.3 至圖 3.6 所示，壓電纖維複材的共振頻在 0 到 100kHz 範圍，呈現奇數倍的現象。這都是屬於試片的軸向共振，因為指叉電極在試片的表面上下對稱分佈，試片部會發生扭轉或撓曲振動。超過 100kHz 後共振頻的振幅變得不明顯，推測是壓電纖維複材內部的阻尼影響所致。

3.1.2 一端固定之試片阻抗量測

將壓電纖維複材試片根據總長度不同百分比，黏貼於一長 600 mm 寬 600 mm 厚 5 mm 的鋁板，如圖 3.7 所示，模擬壓電纖維複材黏貼於大型結構物時，可能產生不同的比例脫層。如圖 3.8 所示，懸於鋁板上的 PFC 長度與其總長比值分別為 10%，20%，…，80%。利用 HP 8751A 網路分析儀量測其阻抗曲線，不同脫層長度比值的結果，如圖 3.9 至圖 3.12 所示，並將結果整理於表 3-1。試片軸向振動之第一模態的共振頻率隨脫層長度比例增加而降低，當脫層長度比例達 30% 以上時，前三模態以 1、3、5 等奇數倍頻呈現，此特性可應用於結構健康監測。下節將以解析解說明實驗觀察到的現象。

3.1.3 軸向振動的解析解

應用結構軸向振動的解析解可說明脫層試片具有的共振頻率特性。假設結構只受軸向(x_3 方向)正應力影響，側向正應力為零，則依據由壓電方程式，可獲得側向正應變 S_1 ， S_2 與軸向正應變 S_3 、軸向電場強度 E_3 的關係。

$$T_1 = c_{11}^E S_1 + c_{12}^E S_2 + c_{13}^E S_3 - e_{31} E_3 = 0 \quad (3.1)$$

$$T_2 = c_{12}^E S_1 + c_{11}^E S_2 + c_{13}^E S_3 - e_{31} E_3 = 0 \quad (3.2)$$

$$T_3 = c_{13}^E S_1 + c_{13}^E S_2 + c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3 = \sigma_3 \quad (3.3)$$

其中 σ_3 為軸向應力，並將(3.1) (3.2) (3.3)式代入運動方程式，可得

$$\bar{c}_{33}^E \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + \bar{e}_{33} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

其中 $\bar{c}_{33}^E = c_{33}^E - 2(c_{13}^E)^2 / (c_{11}^E + c_{12}^E)$ 、 $\bar{e}_{33} = e_{33} - 2c_{13}^E e_{31} / (c_{11}^E + c_{12}^E)$ ，軸向電場強度 E_3 與電位 ϕ 滿足關係 $E_3 = -\partial \phi / \partial x_3$ 再由壓電方程式中的側向電位移可表示為

$$D_1 = e_{15}S_5 + \epsilon_{11}^S E_1 \quad (3.5)$$

$$D_2 = e_{15}S_4 + \epsilon_{22}^S E_2 \quad (3.6)$$

壓電纖維複材表面的指叉電極激發的電場主要為軸向，結構的軸向變形較大，所以 x_1x_3 面及 x_2x_3 面上的剪變形可忽略。側向方向電位移 D_1 、 D_2 可忽略，軸向電位移為

$$\begin{aligned} D_3 &= e_{31}(S_1 + S_2) + e_{33}S_3 + \epsilon_{33}^S E_3 \\ &= \frac{2e_{31}}{c_{11}^E + c_{12}^E} \left[c_{13}^E \left(-\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + e_{31} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x_3} \right) \right] + e_{33} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \epsilon_{33}^S \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x_3} \right) \\ &= \left(e_{33} - \frac{2e_{31}c_{13}^E}{c_{11}^E + c_{12}^E} \right) \frac{\partial u_3}{\partial x_3} - \left(\epsilon_{33}^S + \frac{2e_{31}^2}{c_{11}^E + c_{12}^E} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_3} \end{aligned}$$

將 D_3 代入靜電方程式 $D_{k,k} = 0$ ，得

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = \frac{\bar{e}_{33}}{\bar{\epsilon}_{33}^S} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \quad (3.7)$$

再將(3.7)式代入(3.4)式，可得壓電纖維複材的運動方程式為

$$\left(\bar{c}_{33}^E + \frac{\bar{e}_{33}^2}{\bar{\epsilon}_{33}^S} \right) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (3.8)$$

其中 \bar{c}_{33}^E 、 \bar{e}_{33} 及 $\bar{\epsilon}_{33}^S (= \epsilon_{33}^S + \frac{2e_{31}^2}{c_{11}^E + c_{12}^E})$ 分別代表有效的彈性剛度、壓電及介電常數。為方便說明，以下將以 \tilde{E}_3 取代 $\bar{c}_{33}^E + \bar{e}_{33}^2 / \bar{\epsilon}_{33}^S$ 。

假設 L 為脫層長度，結構於脫層情況下的邊界條件一端($x_3 = 0$)為彈性支撐，另一端($x_3 = L$)為自由無曳力狀態

$$ku_3(0) - A\bar{c}_{33}^E \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \bigg|_{x_3=0} = 0 \quad (3.9a)$$

$$\left. \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right|_{x_3=L} = 0 \quad (3.9b)$$

其中 A 為結構斷面積、 k 為黏著端的彈簧常數。將(3.8)式的一般解代入邊界條件，可得頻率方程式

$$\tan(\beta L) = \frac{kL}{A\bar{c}_{33}^E} \frac{1}{\beta L} \quad (3.10)$$

其中參數 $\beta^2 = \rho \tilde{E}_3^{-1} \omega^2$ 。倘若黏著端為固定，彈簧常數 k 值將趨近於無窮大。

因此頻率方程式(3.10)退化成 $\cos(\beta L) = 0$ ，共振頻率 f_n 變成

$$f_n = \frac{n}{4} \sqrt{\frac{\tilde{E}_3}{\rho L^2}}, \quad n=1,3,5,\dots \quad (3.11)$$

由(3.11)式可說明壓電纖維複材於脫層情況時，其共振頻率呈現奇數倍頻，當脫層長度 L 愈長時，共振頻率會降低。

3.2 壓電纖維複材的材料特性試驗

為了避免過多未定的材料常數造成反算程式無法收斂，盡量以實驗量測材料係數。首先在壓電纖維複材試片上黏貼 KYOWA 公司的雙軸應變規，型號為 KFG-2-120-D16-11L1M2S，規格如表 3-2 所列。以萬能拉伸試驗機(MTS 810 system)及弘達公司所生產的電腦伺服控制材料試驗機(HT-2102)進行拉伸試驗，後者搭配 20 公斤附和的荷重元。此外，利用 Measurement Group P-3500 應變量測儀（包含惠斯登電橋）及高電壓供應器進行靜態的壓電係數量測。依據壓電材料的本構方程式 $\mathbf{S} = \mathbf{s}^E \mathbf{T} + \mathbf{d}_t \mathbf{E}$ ，其中 \mathbf{S} 為應變張量， \mathbf{s}^E 為固定電場的柔性常數， \mathbf{T} 為應力張量， \mathbf{d}_t 為壓電係數張量， \mathbf{E} 為電場強度，量得結構軸向方向的楊氏模數 \bar{E}_3 、泊松比 $\bar{\nu}_{31}$ 及壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 。

3.2.1 實驗試片準備

應變規的黏貼：

- (1) 黏貼應變規前，先以酒精清除黏貼位置的表面油污，用棉花布作單向擦拭，將表面小心擦乾，不要做來回擦拭。接著以 HB 鉛筆在試片表面欲量測應力、應變的位置，畫一十字線，以酒精再次清除表面油污。
 - (2) 將一枚應變規排列於一個乾淨的塑膠片上，以一段適當長度之透明膠帶黏貼於其上。然後將透明膠帶連同應變規及端子以 45° 角掀起，以透明膠帶調整應變規邊緣的三角形對準標記，與先前畫的十字對正。然後將透明膠帶連同應變規及端子以 45° 角掀起，使其底部朝上。透明膠帶最好選用長度不易拉伸者，以免對準的位置移動。
 - (3) 將準備好的瞬間接著劑，迅速塗抹於應變規及端子的底部，然後將透明膠帶連同應變規壓合於預定黏貼的位置。注意接著劑不宜塗抹過多，以免溢出於膠帶上，造成之後移除透明膠帶的困難，並避免將應變規及端子黏成一體。
 - (4) 以手指隔著軟質的橡皮或矽膠片，施壓於應變規上方約 1 至 2 分鐘，直到應變規與試片表面完全黏合。然後將透明膠帶與應變規撕離開。
- 上述步驟製成的試片，將使用於量測壓電係數 d_{31} 、 d_{33} ，稱為試片(I)。

製作拉伸試驗試片的製作：

- (1) 將玻纖板裁剪成四片長 2cm 寬 1.8cm 的墊片，並用砂紙或剉刀在其上磨出粗糙度，以增加黏著時的附著力。
- (2) 使用樂泰 (LOCTITE) 公司出產的型號 E-120HP 型 AB 膠，將上述玻纖墊片黏著於試片(I)兩端，以長尾夾或重物固定 1~2 小時。
- (3) 裁剪兩段電線，以銀膠黏著於壓電纖維複材試片的正負電極末端，將電線前端導電處用焊接方式形成短路狀態(short circuit)，此目的是避免試片受

力作用產生正壓電效應，影響拉伸試驗的應變值結果。

本文之壓電纖維複材不是標準試片，結構本身的厚度相當薄(約 0.4 mm)，試片是由樹脂與壓電纖維所構成，為了避免拉伸試驗機的夾頭直接作用於試片(I)上，造成試片內部材料的損毀，挾持端加上玻纖墊片，一方面保護材料，另一方面也降低夾頭挾持時的困難，製作流程如圖 3.13 所示。

3.2.2 壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 量測

在量測壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 時，為了確保結構處於無曳力狀態，將試片(I)置於泡棉上，以高電壓供應器 Stanford Research Systems, Model PS325 (最大電壓 2500V，功率 25W)，由低至高施以正電壓施於試片(I)的正負極上，由應變量測儀觀察軸向及側向應變，每施以電壓增量 20V，紀錄一次應變讀數，實驗裝置如圖 3.14 所示。壓電根據材料的本構方程式 $\mathbf{S} = \mathbf{s}^E \mathbf{T} + \mathbf{d}_t \mathbf{E}$ ，在無曳力狀態下，由軸向(3 方向)電場激發的軸向及側向應變，可求得壓電係數 d_{31} 、 d_{33} ，實驗量測結果如圖 3.15~圖 3.22 所示。表 3-3a 所列為各次實驗數據， d_{31} 與 d_{33} 量測的平均值約為 -156.66 及 $324.39(\times 10^{-12} \text{ cI/N})$ 。

3.2.3 拉伸試驗

本文研究的壓電纖維複材為非標準試片，材料拉伸規範的資料短缺，為了量測 \bar{E}_3 、 $\bar{\nu}_{31}$ ，並建立此種新型結構可供參考的拉伸條件，依序進行以下試驗，並逐一討論。

為了清楚壓電纖維複材試片的最大容許拉伸力量，首先進行拉伸強度測試，使用萬能拉伸試驗機(MTS 810 system)以 0.01 mm/s 的速度，將製作好的試片拉伸至破壞。應用惠斯通電橋量測應變規上電阻值變化數據，輸送至資料擷取系統進行分析，實驗裝置如圖 3.23 所示。圖 3.24 所示為拉伸力對軸向應變 ε_3 的曲線圖，當拉伸力量約 225 N 時，試片發生斷裂。依試

片的截面尺寸，求得軸向應力對軸向應變的關係如圖 3.25 所示，當軸向應變超過 3000 μ 時，對應的拉伸力約為 65N，曲線開始呈現非線性，由此次試驗可歸納出初步拉伸條件。

由上述經驗，採用 MTS 萬能拉伸試驗機以 0.01(mm/s)速度進行拉伸，設定試驗機於 65N 時停止，可得軸向應力對軸向應變、側向應變對軸向應變的關係圖 3.26~圖 3.31，實驗數據如表 3-3b 所列。軸向應變小於 250 μ 時，應力應變曲線的斜率皆呈現上昇，量測壓電係數時，所記錄的應變讀數皆不超過 200 μ ，懷疑拉伸力達 65N 時，試片已經發生塑性變形。因此選擇圖中軸向應變 250 μ 所對應的拉伸力約 35N，作為下次拉伸試驗的負載上限。

所使用的 MTS 萬能拉伸試驗機之荷重元最小讀數為 100N，在此限度以下的實驗數據將有明顯的偏差，因此選用弘達公司製造的電腦伺服控制材料試驗機(HT-2102)，搭配較小的荷重元，極限為 20kg (約 200N)，進行拉伸試驗，以期獲得較精準的數值。另外將試片的正負極末端牽引出的電線，接觸拉伸試驗機的機台，形成共地的短路狀態，如圖 3.32 所示，避免壓電纖維複材試片受到拉伸產生的正壓電效應影響應變規電阻值變化。並設計一開路(open circuit)的對照組，進行相同條件的拉伸試驗，量測軸向楊氏係數 \bar{E}_3 、泊松比 $\bar{\nu}_{31}$ 。如圖 3.33 至圖 3.36 所示，兩種情況的楊氏模數及泊松比分別為 22.516GPa、0.298 (short circuit)及 21.641GPa、0.302 (open circuit)，兩者間存在些微差異。推測具有以下幾種可能。

- (1) 實驗誤差，因為拉伸的範圍在儀器的最低限度附近，造成應變值發生跳動情形。
- (2) 因為拉伸力的範圍相當小(上限約 35N)，造成壓電效應不顯著，因此兩種情況 E_3 值僅有些微變化。
- (3) 由壓電材料的本構方程式 $\mathbf{S} = \mathbf{s}^E \mathbf{T} + \mathbf{d}_l \mathbf{E}$ 可知，若應力固定時，應變與電場強度呈現正比關係，因此軸向電場的開路試片的應變會大於短路情況的

應變。

(4) 泊松比(ν_{31})在兩種情況下，受限拉伸的範圍，實驗數據差異不大。

實驗量測的楊氏係數 \bar{E}_3 及泊松比 $\bar{\nu}_{31}$ 為工程常數(engineering constant)，利用公式 $s_{33}^E = 1/\bar{E}_3$ 、 $s_{31}^E = -\bar{\nu}_{31}/\bar{E}_3$ 可求得柔性常數 s_{33}^E 、 s_{31}^E ，實驗數據整理如表 3-3c 所列。為了方便檢閱，將上述量測壓電係數及拉伸試驗的實驗步驟及結果歸納成表 3-4。

3.2.4 實驗與等效模型結果比較

為了確定實驗結果的正確性，比較實驗數據、等效模型及 Advanced Materials Technology 公司的產品附錄所提供的工程常數 \bar{E}_3 、 $\bar{\nu}_{31}$ 及壓電係數 d_{31} 、 d_{33} ，如表 3-5 所列。表中所列實驗量測的楊氏係數及泊松比為開路、短路兩種情況的平均值。因為製程上的不同，造成產品間性質的誤差，因此產品附錄的結果在此只供參考。

等效模型與實驗量測的楊氏係數 \bar{E}_3 值的相對誤差為 5.5%，彼此差異微小，確定實驗結果的可信度。產品附錄的相對誤差雖增大為 13.2%，但仍是可接受範圍。實驗量測的泊松比 $\bar{\nu}_{31}$ 較模擬結果小，推測可能因為拉伸試片較窄，應變規對於側向應變較不靈敏所致，也可能是受到真實試片表面的聚醯亞胺薄膜影響。

等效模型的壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 值均大於實驗量測值，因為模擬假設的電場條件較理想化，真實試片受到指叉電極提供的電場不均勻，纖維排列不均勻等因素都可能造成實驗量測值略低於等效模擬值。產品型錄的 d_{33} 值為 $260 (\times 10^{-12} \text{ cI/N})$ ，明顯低於模擬及實驗值。型錄上試片的指叉電極寬度為 0.5mm，與本研究實際量測的 0.8mm 也不一致。因為實驗與等效模擬結果相當吻合，實驗量測的楊氏係數 \bar{E}_3 、泊松比 $\bar{\nu}_{31}$ 及壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 取代等效模型的數值，如表 3-6 所列，作為反算壓電纖維複材的材料係數之依據。

第四章 壓電纖維複材的材料係數反算與討論

壓電纖維複材為新興的智慧型結構，雖然應用層面相當廣，但對於材料性質的掌握仍不足，因此利用其共振頻率的特性反求材料係數，以獲得完整的結構材料性質。本章以等效模型及實驗量測的材料常數為依據，採用有限元素軟體 ANSYS 結合 IMSL 函式庫進行材料係數反算，並探討反算參數的收斂性及影響。

4.1 壓電纖維複材之材料係數反算

利用壓電纖維複材軸向振動的共振頻率，進行材料係數反算。材料係數的反算是以最佳化程式，搜尋滿足實驗量測值與模型預測最小平方差的材料係數。本文以有限元素軟體 ANSYS 模擬脫層實驗的共振頻率，並利用 IMSL 函式庫中的最佳化副程式“BCONF”搜尋最可能的材料係數。

4.1.1 建立反算分析模型

由脫層試片軸向共振頻率的解析解可知，共振頻率與壓電纖維複材的脫層長度有關，分析時，只需依不同脫層比例建立分析模型，不需以完整尺寸結構進行模擬，可降低分析時的困難度與運算量。當脫層長度太短時，容易造成共振特徵不明顯，因此選用脫層比例 40% 的第一共振頻率進行分析。ANSYS 的模擬採用 SOLID 5,3 元素，分析一長 52 mm 寬 9 mm 厚 0.4 mm 的結構，如圖 4.1 所示，所需元素為 14336。已知的材料性質則採用上一章的反算參數表 3-6 所列，進行模態分析(modal analysis)。為了模擬壓電纖維複材黏貼於鋁板上的軸向振動情況，將分析模型一端($x_3=0$ 處)固定，並設定軸向位移固定於結構上下表面($x_2=0$ 、0.4mm)，對應的第一模態共振模態如圖 4.2 所示。

4.1.2 需反算的材料係數

壓電纖維複材為橫向等向性材料，以實驗量測獲得彈性係數 s_{13}^E 、 s_{33}^E 及壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 。根據表 3.6 所列的反算係數參考表，尚需反算的材料係數包括彈性係數 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 。壓電係數 d_{15} 與介電係數 ϵ_{11}^T 、 ϵ_{33}^T ，由脫層試片軸向共振的解析解得知，介電常數 ϵ_{33}^T 對共振頻率的影響程度比 ϵ_{11}^T 大。因此最後需利用數值方式反算的材料係數為 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 d_{15} 、 ϵ_{33}^T ，並討論這五個變數對共振頻率的影響。

4.1.3 最佳化副程式 BCONF

”BCONF”採用準牛頓法(quasi-Newton method)為運算法則，準牛頓法為改進牛頓法的缺點所建立，以下介紹其基本運作過程：

考慮一多變數函數，利用泰勒展開式可表示為

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}_k) + \nabla f(\mathbf{x}_k)^T \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}(\mathbf{x}_k) \delta \mathbf{x} \quad (4.1)$$

牛頓法是利用如(4.1)式的二次函數近似原函數 $f(\mathbf{x})$ ，以此二次函數的最小點為下一次迭代點，其中 $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)$ 為 Hessian 矩陣且

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k = -[\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)]^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (4.2a)$$

因此牛頓法在第 k 次迭代的搜尋方向為

$$\mathbf{s}_k = -[\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)]^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (4.2b)$$

這搜尋方向稱為牛頓方向(Newton's direction)。如果函數本身為二次式，則牛頓法可於一次迭代便找到函數的最小值。考慮一個下降搜尋方向如

$\mathbf{S}_k = -\mathbf{M}_k \nabla f_k$ ，其中矩陣 \mathbf{M}_k 稱為 Metric，若 $\mathbf{M}_k = \mathbf{I}$ ，則搜尋方向為梯度方向或最陡下降方向；當 $\mathbf{M}_k = \mathbf{H}_k^{-1}$ ，則為牛頓方向，所以梯度方向與牛頓方向

向為一般搜尋方向的兩個極限，如果 \mathbf{s}_k 是一個下降方向，則

$$\nabla f_k^T \mathbf{s}_k = -\nabla f_k^T \mathbf{M}_k \nabla f_k < 0 \quad (4.3)$$

即矩陣 \mathbf{M}_k 必須是正定(positive define)矩陣。但是牛頓法每次迭代的 Hessian 矩陣的反矩陣不一定是正定矩陣，可能為奇異矩陣(singular matrix)，造成數值問題。準牛頓法則是將每次迭代的 \mathbf{M}_k 再加上一個更新矩陣(updating matrix)所得，如 $\mathbf{M}_{k+1} = \mathbf{M}_k + \mathbf{D}_k$ ， $\mathbf{M}_k = \mathbf{I}$ ，其中 \mathbf{D}_k 為對稱矩陣。利用前幾次迭代的一次微分資訊，建構一個近似於原目標函數的 Hessian 矩陣之反矩陣的 metric，定義出一個接近牛頓方向的搜尋方向，即為準牛頓法的基本概念。

4.1.4 目標函數

材料參數的反算過程中，最重要的是定義目標函數，好的目標函數除了可以提高反算的精確度之外，還可節省運算的時間。通常目標函數的設定是以實驗值與數值模型結果之間的差值為基準，找出滿足最小誤差的參數。本文定義目標函數為各脫層比例試片第一模態對應的軸向共振頻率預測與實驗值相對的誤差平方和，表示如下：

$$F_{Object} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (1 - f_{Predict}^i / f_{Experiment}^i)^2 \quad (4.4)$$

其中， F_{Object} 為目標函數， $f_{Experiment}^i$ 為各脫層比例試片第一模態所對應的共振頻率實驗值， $f_{Predict}^i$ 為各脫層比例試片第一模態所對應的共振頻率模擬值， M 為不同脫層比例試片的數目。

4.1.5 最佳化流程

最佳化過程以 FORTRAN 程式撰寫，以等效模型所建立的 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、

d_{15} 、 ε_{33}^T 當作反算的依據，於 $\pm 10\%$ 誤差範圍內尋求一組最佳值，各參數的初始猜測值為等效模型值 $\times [1 \pm \text{亂數}(0.0 \sim 0.1)]$ ，以有限元素軟體 ANSYS 計算脫層結構軸向振動的共振頻率。將各種參數組合對應之共振頻率預測值，代入目標函數值，再以最佳化副程式的迭代過程，搜尋出一組最佳值，反算收斂條件定義如下：

$$F_{Object} < 10^{-10} \quad (4.5)$$

其中 F_{Object} 代表最佳化結果所對應的目標函數，圖 4.3 所示搜尋最佳值的流程。

4.1.6 最佳化程式收斂測試

為了確定最佳化程式的可行性，將表 3-6 中反算材料係數的已知參考值代入有限元素軟體 ANSYS，求出 40% 脫層反算模型的第一共振頻率為 13.0171kHz，並將需反算的 5 個係數在偏離目標值 $\pm 10\%$ 的範圍內，以隨機亂數產生 10 組起始點，觀察其收斂情況。如表 4-1 所列，10 組起始點最後的收斂值，與已知參考值的偏差約在 3% 以內。收斂偏差定義為

$$\text{deviation} = \left\{ \frac{1}{5} \left[\left(\frac{\Delta s_{11}^E}{\bar{s}_{11}^E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta s_{12}^E}{\bar{s}_{12}^E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta s_{44}^E}{\bar{s}_{44}^E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta d_{15}}{\bar{d}_{15}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \varepsilon_{33}^T}{\bar{\varepsilon}_{33}^T} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (4.6)$$

其中 $\Delta s_{11}^E = s_{11}^E - \bar{s}_{11}^E$ ， $\Delta s_{12}^E = s_{12}^E - \bar{s}_{12}^E$ ， $\Delta s_{44}^E = s_{44}^E - \bar{s}_{44}^E$ ， $\Delta d_{15} = d_{15} - \bar{d}_{15}$ ， $\Delta \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{33}^T - \bar{\varepsilon}_{33}^T$ 。此處，各分母上方加“-”，代表表 3-6 所列的參考值。上述 10 組收斂值對應的共振頻率皆落在 13.0171 kHz 附近，因此可判定此最佳化程式的運作流程無誤。

4.2 反算結果與討論

如圖 4.4 所示，最佳化程序經 2 次迭代後即可收斂到最佳值。表 4.2 所
列為最佳化的結果，由表可知反算後的最佳值與等效模型的參數值，誤差
約為 7% 以內。進一步尚需考慮收斂值對應的目標函數值是否為全域最小
值(global minimum)，在此討論 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 d_{15} 、 ϵ_{33}^T 各變數對於目標函數
的收斂性及影響程度：

(1) 單變數探討：

為了方便說明，先將各參數予以正規化，在最佳化收斂值中，先固定
其餘 4 個變數，觀察偏離 $\pm 10\%$ 、 $\pm 20\%$ 、 $\pm 30\%$ 的單一變數能否收斂至期望
的最佳值，結果整理於表 4-3。由表可知，在變動範圍內的 s_{11}^E 及 ϵ_{33}^T 皆收斂
至原來的最佳化值， s_{12}^E 、 s_{44}^E 的收斂值則分別偏移到原最佳化值的 $+0.5\%$ 、
 $+5\%$ 。圖 4.55 至圖 4.9 分別為 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 d_{15} 、 ϵ_{33}^T 單變數對應的目標函
數曲線，由各曲線的斜率觀察收斂速度 $\epsilon_{33}^T > s_{11}^E > s_{12}^E > s_{44}^E$ 。圖 4.8 所示的壓
電係數 d_{15} 之目標函數曲線則出現發散現象，造成目標函數最低值出現在誤
差範圍的上界，推測壓電係數 d_{15} 可能影響其他參數 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 ϵ_{33}^T 造成
共振頻率的偏移。

(2) 壓電係數 d_{15} 對其他參數的影響性：

壓電係數 d_{15} 於單變數測試時發生發散情況，因此考慮 d_{15} 對 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、
 s_{44}^E 、 ϵ_{33}^T 的影響性，將 d_{15} 與其他四個參數個別搭配，如 (s_{11}^E, d_{15}) 、 (s_{12}^E, d_{15}) 、
 (s_{44}^E, d_{15}) 、 $(\epsilon_{33}^T, d_{15})$ ，在原最佳化收斂值的 $\pm 10\%$ 誤差範圍內，代入反算程
式，測試收斂性。圖 4.10 至圖 4.13 為上述參數組合對應的目標函數曲面及
等高線圖，當 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 ϵ_{33}^T 固定於原最佳化收斂值時，隨著壓電係數 d_{15} 變
化，出現多個區域極小值(local minimum)， (s_{44}^E, d_{15}) 組合對應的目標函數極
小值甚至偏移至原最佳化收斂值的 $+4\%$ 左右，並伴隨 d_{15} 變化，出現數個區

域最小值。上述的目標函數最小值皆出現於 d_{15} 的上下邊界處。表 4-4 所列為誤差範圍 $\pm 10\%$ 、 $\pm 20\%$ 中，目標函數最小值所對應的參數。雖然 d_{15} 會造成目標函數出現多個區域極小值，然而頻率的影響性小於其他變數，各參數 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 ϵ_{33}^T 出現目標函數極小值的區域與單變數分析一致。

(3) 不考慮壓電係數 d_{15} 的雙變數探討：

根據(3.10)式，壓電係數 d_{15} 對於壓電纖維複材試片軸向共振頻率沒有影響。故僅討論 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 ϵ_{33}^T 各係數兩兩組合，在原最佳化收斂值的 $\pm 10\%$ 誤差範圍，討論對目標函數的收斂與否，測試結果如圖 4.14 至圖 4.19 所示。圖 4.16 所示的雙變數 (s_{11}^E, s_{44}^E) 組合中，若 s_{11}^E 維持在原最佳化收斂值約 $\pm 2\%$ 左右，隨著 s_{44}^E 的變化，出現多個區域最小值，可推測 s_{11}^E 對共振頻率的影響大於 s_{44}^E 。參考圖 4.14 及圖 4.15 所示，雙變數組合 (s_{11}^E, s_{12}^E) 及 (s_{12}^E, s_{44}^E) 中，區域最小值的位置出現比較大的偏斜，但仍可觀察出對共振頻率的影響為 $s_{11}^E > s_{12}^E$ 及 $s_{12}^E > s_{44}^E$ 。綜合上述結果，各個參數對於目標函數的影響程度為 $s_{11}^E > s_{12}^E > s_{44}^E$ 。另外，在圖 4.17、圖 4.18、圖 4.19 所示雙變數組合 $(s_{11}^E, \epsilon_{33}^T)$ 、 $(s_{12}^E, \epsilon_{33}^T)$ 、 $(s_{44}^E, \epsilon_{33}^T)$ 對於目標函數的影響，其區域最小值皆出現在 ϵ_{33}^T 的原最佳化收斂值處，可知係數 ϵ_{33}^T 在此誤差範圍內對共振頻率的影響大於其他材料係數，所以可歸納出反算參數對目標函數的影響程度依序為 $\epsilon_{33}^T > s_{11}^E > s_{12}^E > s_{44}^E$ 。

(4) 不考慮壓電係數 d_{15} 的最佳化分析

雖然壓電係數 d_{15} 對於試片的軸向共振頻率影響小，在反算的過程中仍會對結果造成一定的誤差。在此以 $\pm 10\%$ 的誤差範圍對 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 ϵ_{33}^T 四個變數進行最佳化反算，其餘材料係數則採用表 3-6 所列的反算參考值。最佳化收斂結果如表 4-5 所列，迭代過程的目標函數及參數值則如圖 4.20

所示，四個變數的收斂結果更加理想，僅花費 5 次迭代即收斂。

(5) 多起始點測試

為了確定表 4-5 所列四個變數的最佳化結果為全域最小值，以圖 4.20 中起始點的 $\pm 5\%$ 誤差範圍隨機產生 10 組起始點，測試其是否收斂至表 4-5 所列的結果。如表 4-6 所列，10 組起始點最後的收斂值，與表 4-5 所列的最佳化值之偏差皆在 3% 以內，可判定四個變數的最佳化收斂值為全域最小值。收斂偏差定義為

$$\text{deviation} = \left\{ \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\Delta s_{11}^E}{\tilde{s}_{11}^E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta s_{12}^E}{\tilde{s}_{12}^E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta s_{44}^E}{\tilde{s}_{44}^E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \epsilon_{33}^T}{\tilde{\epsilon}_{33}^T} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (4.7)$$

其中 $\Delta s_{11}^E = s_{11}^E - \tilde{s}_{11}^E$ ， $\Delta s_{12}^E = s_{12}^E - \tilde{s}_{12}^E$ ， $\Delta s_{44}^E = s_{44}^E - \tilde{s}_{44}^E$ ， $\Delta \epsilon_{33}^T = \epsilon_{33}^T - \tilde{\epsilon}_{33}^T$ 。

此處，各分母上方加“ \sim ”，代表表 4-5 所列的四個變數最佳化收斂值。

另外，將 10 組測試之收斂值對應的目標函數值，整理於圖 4.21 所示。

第五章 結論與展望

本文以混合率概念，應用 ANSYS 套裝軟體模擬壓電纖維複材的等效材料性質。實驗方面採用拉伸試驗機、應變規與高電壓電源供應器，分別量測試片的軸向楊氏係數、泊松比及壓電係數，實驗數據與等效模型估算的結果吻合。另外，使用網路分析儀量測壓電纖維複材的軸向共振頻率，以共振頻率量測值與模擬值的最小平方差為目標函數，應用準牛頓法的最佳化程式，反算出材料係數 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 ϵ_{33}^T 。本章總結實驗量測、等效分析與反算結果，提供日後相關研究的參考。

5.1 結論

5.1.1 實驗量測與等效分析

- (1) 由於製程上的因素，試片內的壓電纖維及表面上下佈置的指叉電極並非均勻排列，造成各試片的性質具有 5% 差異。
- (2) 等效模型與實驗量測獲得的軸向彈性係數 s_{13}^E 、 s_{33}^E 及壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 間存有誤差，是因為模擬時所加諸的負載條件，如電場分布、拉伸試驗的受力狀態等因素較理想化所引起。
- (3) 網路分析儀量測的脫層試片共振頻率對應的位移模態屬於軸向振動，隨著脫層長度比例增加，第一共振頻率逐漸降低。

5.1.2 反算結果

- (1) 壓電係數 d_{15} 於反算過程中會發散，對於試片軸向共振頻率的影響小，因此不適合利用本文提出的反算方法求之。
- (2) 不考慮壓電係數 d_{15} 參與反算，反算係數 s_{11}^E 、 s_{12}^E 、 s_{44}^E 、 ϵ_{33}^T 的收斂值與等效模型所建立的參考值誤差約為 5% 以內。

(3) 反算係數對於試片軸向共振頻率的影響依序為 $\epsilon_{33}^T > s_{11}^E > s_{12}^E > s_{44}^E$ 。

5.2 未來展望

目前量測出的側向應變值較不均勻，推測是應變規覆蓋到試片壓電纖維排列不整齊處所致，將來可製作與目前研究試片纖維長度小於試片長度的寬扁型試片，如圖 5.1 所示，並利用較長應變規量測出較均勻且平均的側向應變，以改善壓電纖維複材側向的材料性質。在材料係數討論方面，曾以超音波脈波回音法(Pulse echo)量測厚度方向的材料參數，但是壓電纖維複材試片的厚度太薄，壓電纖維太粗，組成複雜，反射訊號無法辨識。另外，壓電係數 d_{15} 於反算過程中會出現發散情況，將來自行製作極化方向與電場方向垂直的試片，如圖 5.2 所示，以厚度方向剪切振動(thickness shear)配合 IEEE standard(1987)提出的共振法，求得壓電係數 d_{15} 。在其他應用方面，目前已有發明將壓電纖維複材置於網球拍或滑雪板的結構中，利用壓電效應減緩激烈的振動，也可將其應用於靴子的鞋墊，發揮保暖的功用。

參考文獻

- [1] T. R. Gururaja, R. E. Newnham, K. A. Klicker, S. Y. Lynn, W. A. Schulze, T. R. Shrout, and L. J. Bowen, "Composite piezoelectric transducers," *Proc. of 1980 IEEE Ultrasonics Symposium*, 576-581, 1980.
- [2] B. A. Auld, H. A. Kunkel, Y. A. Shui, and Y. Wang, "Dynamic behavior of periodic piezoelectric composites," *Proc. of 1983 IEEE Ultrasonics Symposium*, 554-558, 1983.
- [3] B. A. Auld and Y. Wang, "Acoustic wave vibrations in periodic composite plates," *Proc. of 1984 IEEE Ultrasonics Symposium*, 528-532, 1984
- [4] T. R. Gururaja and W. A. Schulze, "Piezoelectric composite materials for ultrasonic transducer applications. Part I : Resonant modes of vibration of pzt rod polymer composites," *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, **32**(4), 481-498, 1985.
- [5] H. Shimizu, K. Nakamura, and S. Oyama, "A piezoelectric single-plate bending vibration using interdigital electrodes," *Japanese Journal of Applied Physics*, **22**, 163-165, 1983.
- [6] N. W. Hagood, R. Kindel, K. Ghandi, and P. Gaudenzi, "Improving transverse actuation of piezoceramics using interdigitated surface electrodes," *Smart Structures and Intelligent System*, **SPIE 1917**, 341-352, 1993.
- [7] A. A. Bent and N. W. Hagood, "Piezoelectric fiber composites with interdigitated electrodes," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, **8**, 903-919, 1997.
- [8] A.A. Bent, "Active fiber composite material systems for structural control applications," *Proc. of the SPIE Conference on Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, **SPIE 3687**, 166-177, 1999.
- [9] W. Beckert and W. S. Kreher, "Modelling piezoelectric modules with interdigitated electrode structures," *Computational Materials Science*, **26**,

36-45, 2003.

- [10] C. R. Bowen, L. J. Nelson, R. Stevens, M. G. Cain, and M. Stewart, "Optimisation of interdigitated electrodes for piezoelectric actuators and active fibre composites," *Journal of Electroceram*, **16**, 263-269, 2006.
- [11] C. Huber, D. M. Spori, M. M. Melnykowycz, and M. B. Empa, "Active fiber composite: Optimization of the manufacturing process and their poling behavior," *Smart Structures and Materials*, **SPIE 5761**, 542-547, 2005.
- [12] W. Wilkie, D. Inman, J. High, and R. Williams, "Recent development in NASA piezocomposite actuator technology," *Report of Jet Propulsion Laboratory; Langley Research Center*, 2004.
- [13] H. Berger, U. Gabbert, H. Köppe, R. Rodriguez-Ramos, J. Bravo-Castillero, R. Guinovart-Diaz, J. A. Otero, G. A. Maugin, "Finite element and asymptotic homogenization methods applied to smart composite materials," *Computational Mechanics*, **33**, 61-67, 2003.
- [14] H. Berger, S. Kari, U. Gabbert, R. Rodriguez-Ramos, J. Bravo-Castillero, R. Guinovart-Diaz, F. J. Sabina, G. A. Maugin, "Unit cell models of piezoelectric fiber composites for numerical and analytical calculation of effective properties," *Smart Materials and Structures*, **15**, 451-458, 2006.
- [15] E. Lenglet, AC. Hladky-Hennion, JC. Debus, "Numerical homogenization techniques applied to piezoelectric composites," *The Journal of the Acoustical Society of America.*, **113**, 826-833, 2003.

表 2-1a PZT-5A 的材料係數理論值

彈性係數($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)				
s_{11}^E	s_{12}^E	s_{13}^E	s_{33}^E	s_{44}^E
16.4	-5.74	-7.22	18.8	47.5
壓電係數($\times 10^{-12} \text{ cI/N}$)			介電係數	
d_{31}	d_{33}	d_{15}	$\epsilon_{11}^T / \epsilon_0$	$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$
-171	374	584	1730	1700

$$\times \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ farads/m}$$

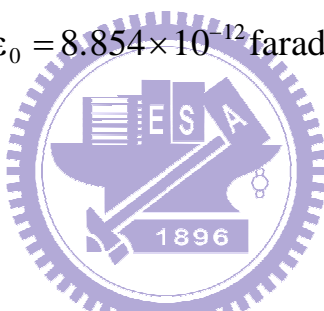


表 2-1b 樹脂及聚醯亞胺薄膜的材料係數理論值

	樹脂(epoxy)	聚醯亞胺薄膜(kapton)
楊氏模數 E (GPa)	2.5	2.8
泊松比 ν	0.36	0.34
密度 density (kg/m^3)	1430	1420
相對介電常數 ϵ	3	3.4

表 2-2 等效模型之邊界條件表

coefficient	A ⁻	A ⁺	B ⁻	B ⁺	C ⁻	C ⁺	formula
\bar{v}_{21}	$u_1 = 0$	\tilde{u}_1	$u_2 = 0$	$\tilde{u}_2, \sigma_2 = \sigma_0$	$u_3 = 0$	\tilde{u}_3	$-\bar{\varepsilon}_1 / \bar{\varepsilon}_2$
\bar{v}_{23}	$u_1 = 0$	\tilde{u}_1	$u_2 = 0$	$\tilde{u}_2, \sigma_2 = \sigma_0$	$u_3 = 0$	\tilde{u}_3	$-\bar{\varepsilon}_3 / \bar{\varepsilon}_2$
\bar{E}_2	$u_1 = 0$	\tilde{u}_1	$u_2 = 0$	$\tilde{u}_2, \sigma_2 = \sigma_0$	$u_3 = 0$	\tilde{u}_3	$\sigma_0 / \bar{\varepsilon}_2$
\bar{v}_{31}	$u_1 = 0$	\tilde{u}_1	$u_2 = 0$	\tilde{u}_2	$u_3 = 0$	$\tilde{u}_3, \sigma_3 = \sigma_0$	$-\bar{\varepsilon}_1 / \bar{\varepsilon}_3$
\bar{E}_3	$u_1 = 0$	\tilde{u}_1	$u_2 = 0$	\tilde{u}_2	$u_3 = 0$	$\tilde{u}_3, \sigma_3 = \sigma_0$	$\sigma_0 / \bar{\varepsilon}_3$
\bar{G}_{23}	—	—	$u_{1,2,3} = 0$	$\tilde{u}_2 = 0, \sigma_3 = \sigma_0$	$(\tilde{u}_{1,2,3})_3$	$(\tilde{u}_{1,2,3})_3$	$\sigma_0 / \bar{\gamma}_{23}$
e_{31}	$u_1 = 0$	$u_1 = 0$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_3 = 0, \phi = 0$	$u_3 = 0, \phi = \phi_0$	T_1 / E_3
e_{33}	$u_1 = 0$	$u_1 = 0$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_3 = 0, \phi = 0$	$u_3 = 0, \phi = \phi_0$	T_3 / E_3
e_{15}	$\phi = 0, u_3 = 0$	$\phi = 0, u_3 = 1$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_1 = 0$	$u_1 = 1$	D_1 / S_{31}
ε_{11}^S	$u_1 = 0, \phi = 0$	$u_1 = 0, \phi = \phi_0$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_3 = 0$	$u_3 = 0$	D_1 / E_1
ε_{33}^S	$u_1 = 0$	$u_1 = 0$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_3 = 0, \phi = 0$	$u_3 = 0, \phi = \phi_0$	D_3 / E_3

σ_i : 各面的正向應力

u_i : 各面的法向位移

\tilde{u}_i : 各面上 i 方向的位移一致

σ_0 : 1 (N/m²)

— : 不指定條件

$(\tilde{u}_i)_k$: k 方向面的 i 方向位移一致

ϕ_0 : 1(V)

表 2-3a 等效材料之彈性係數

楊氏模數 (GPa)	E ₂ 6.192		E ₃ 23.3		
泊松比	ν ₂₁ 0.326		ν ₂₃ 0.098		ν ₃₁ 0.373
剪力模數 (GPa)	G ₂₃		1.826		
彈性係數 (× 10 ⁻¹² m ² /N)					
s ₁₁ ^E	s ₁₂ ^E	s ₁₃ ^E	s ₃₃ ^E	s ₄₄ ^E	s ₆₆ ^E
161.495	-52.667	-16.013	42.917	547.746	428.323

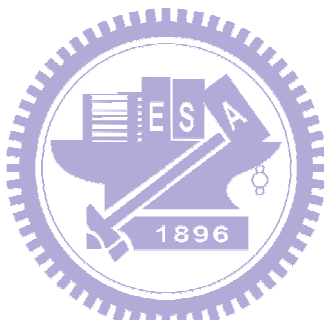


表 2-3b 等效材料之壓電極介電係數

壓電係數 (cI/m^2)	e_{31} -0.203	e_{33} 7.978	e_{15} 0.009
壓電係數 ($\times 10^{-12} \text{ m}/\text{V}$)	d_{31} -149.821	d_{33} 348.89	d_{15} 5.095
介電係數比值	$\epsilon_{11}^S / \epsilon_0$ 9.623	$\epsilon_{33}^S / \epsilon_0$ 354.377	
介電係數比值	$\epsilon_{11}^T / \epsilon_0$ 9.628	$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$ 675.618	

※ $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ farads/m}$

表 3-1 不同脫層比例實驗數據

脫層比例	mode 1	mode 2	mode 3
10%	39,538 Hz		
20%	23,394 Hz	69,813 Hz	
30%	15,688 Hz	46,738 Hz	74,375 Hz
40%	13,269 Hz	37,288 Hz	62,000 Hz
50%	10,456 Hz	30,538 Hz	51,000 Hz
60%	8,656 Hz	25,531 Hz	42,406 Hz
70%	7,306 Hz	21,763 Hz	36,500 Hz
80%	6,406 Hz	18,500 Hz	31,044 Hz

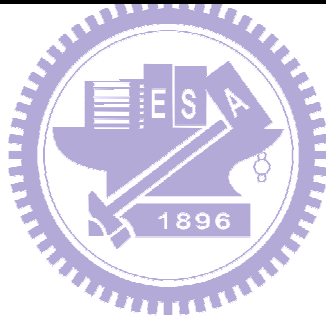


表 3-2 Kyowa 雙軸應變規的規格

Type	KFG-2-120-D16-11L1M2S	
Gage Length	2	mm
Gage Resistance (24°C, 50%RH)	120.4 ± 0.4	Ω
Gage Factor 24, 50%RH	2.08 ± 1.0	%
Adoptable Thermal Expansion	11.7	PPM/°C
Transverse Sensitivity (24°C, 50%RH)	0.70	%

表 3-3a 壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 實驗數據表

Specimen	d_{31}	d_{33}
No.1	-158.568	322.94
No.2	-156.914	321.39
No.3	-155.033	327.587
No.4	-156.11	325.646

※ unit : 10^{-12} cl/N

表 3-3b 萬能試驗機 MTS 拉伸結果表

Specimen	\bar{E}_3 (GPa)	$\bar{\nu}_{31}$
No.1	5.864	0.29
No.2	6.73	0.179
No.3	5.517	0.146

表 3-3c 韌性常數表

measurement	s_{33}^E	s_{31}^E
short circuit	44.413	-13.235
open circuit	46.208	-13.955
average	45.311	-13.595

※ unit : 10^{-12} m²/N

表 3-4 實驗條件及結果

量測係數	d_{31} 、 d_{33}	\bar{E}_3 、 $\bar{\nu}_{31}$
配合公式	$\mathbf{S} = \mathbf{s}^E \mathbf{T} + \mathbf{d}_t \mathbf{E}$	$\bar{E}_3 = \sigma_3 / \varepsilon_3$ ， $\bar{\nu}_{31} = -\varepsilon_1 / \varepsilon_3$
使用儀器	Measurement Group P-3500 應變量測儀、高電壓供應器 (Stanford Research Systems)	萬能拉伸試驗機(MTS 810 system)、惠斯 通電橋(Kyowa, 120Ω)、資訊擷取系統、電 腦伺服控制材料試驗機(HT-2102)
實驗結果(平均)	$d_{31} = -156.661 (\times 10^{-12} \text{ cl/N})$ $d_{33} = 324.392 (\times 10^{-12} \text{ cl/N})$	short circuit: $\bar{E}_3 = 22.516 \text{ GPa}$ ， $\bar{\nu}_{31} = 0.298$ open circuit: $\bar{E}_3 = 21.641 \text{ GPa}$ ， $\bar{\nu}_{31} = 0.302$
注意事項	結構處於無曳力狀態	拉伸力上限約 35N

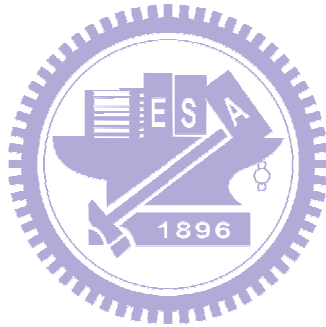


表 3-5 實驗數據與等效模型預測值比較

	\bar{E}_3 (GPa)	$\bar{\nu}_{31}$	$d_{31} (10^{-12} \text{ cl/N})$	$d_{33} (10^{-12} \text{ cl/N})$
實驗量測	22.078	0.3	-156.661	324.392
等效模型	23.3	0.373	-149.821	348.89
Advanced Materials Technology 產品附錄	25	0.275	—	260

表 3-6 反算材料係數的已知參考值

彈性係數($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)				
s_{11}^E	s_{12}^E	s_{13}^E	s_{33}^E	s_{44}^E
161.495	-52.667	-13.588	45.294	547.746
壓電係數($\times 10^{-12} \text{ cI/N}$)			介電係數	
d_{31}	d_{33}	d_{15}	$\epsilon_{11}^T / \epsilon_0$	$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$
-156.661	324.392	5.095	9.628	675.618

※ $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ farads/m}$

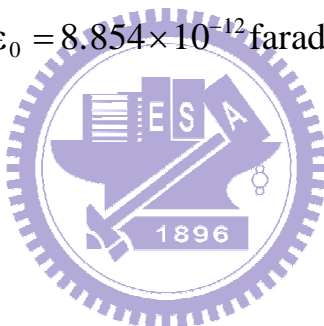


表 4-1 最佳化程式收斂測試

	initial guessed		converged		converged resonance frequency (kHz)
	parameters	deviation	parameters	deviation	
s_{11}^E	155.909		161.738		
s_{12}^E	-56.224		-51.532		
s_{44}^E	586.736	5.296%	554.152	1.653%	13.0176
d_{15}	5.381		5.196		
ϵ_{33}^T	670.898		688.631		
s_{11}^E	157.512		159.396		
s_{12}^E	-48.949		-52.613		
s_{44}^E	537.3	5.28%	544.79	1.096%	13.0173
d_{15}	4.64		4.993		
ϵ_{33}^T	673.725		675.43		
s_{11}^E	147.497		161.28		
s_{12}^E	-48.596		-54.972		
s_{44}^E	552.789	7.463%	534.145	2.289%	13.0173
d_{15}	4.701		5.131		
ϵ_{33}^T	737.148		679.739		
s_{11}^E	163.427		167.205		
s_{12}^E	-49.914		-51.995		
s_{44}^E	574.883	4.515%	561.019	2.04%	13.0171
d_{15}	5.009		5.049		
ϵ_{33}^T	629.908		676.05		
s_{11}^E	148.392		160.321		
s_{12}^E	-55.478		-53.63		
s_{44}^E	563.484	6.024%	556.896	1.155%	13.0173
d_{15}	4.65		5.095		
ϵ_{33}^T	686.473		675.406		
s_{11}^E	146.771		158.926		
s_{12}^E	-56.991		-50.479		
s_{44}^E	537.2	7.604%	538.332	2.142%	13.0174
d_{15}	5.446		5.072		
ϵ_{33}^T	738.777		675.545		

表 4-1 最佳化程式收斂測試 (續)

	initial guessed		converged		converged resonance frequency (kHz)
	parameters	deviation	parameters	deviation	
s_{11}^E	152.667		158.498		
s_{12}^E	-50.455		-53.974		
s_{44}^E	571.389	4.709%	532.348	2.298%	13.0173
d_{15}	5.402		4.943		
ϵ_{33}^T	695.237		675.251		
s_{11}^E	168.124		162.28		
s_{12}^E	-51.324		-54.972		
s_{44}^E	587.204	5.065%	534.145	2.3%	13.0173
d_{15}	4.966		5.131		
ϵ_{33}^T	721.735		679.739		
s_{11}^E	151.518		169.335		
s_{12}^E	-52.418		-52.575		
s_{44}^E	551.383	5.233%	560.667	2.789%	13.0177
d_{15}	4.902		5.254		
ϵ_{33}^T	613.803		676.047		
s_{11}^E	161.265		163.877		
s_{12}^E	-55.496		-52.468		
s_{44}^E	589.06	5.681%	524.909	2.066%	13.0177
d_{15}	5.384		5.152		
ϵ_{33}^T	631.088		679.885		

※ s^E ($\times 10^{-12}$ m²/N) d ($\times 10^{-12}$ cl/N)

表 4-2 最佳化程式的收斂結果

	s_{11}^E	s_{12}^E	s_{44}^E	d_{15}	ϵ_{33}^T	F_{object}
等效係數	161.495	-52.667	547.746	5.095	675.618	3.4623×10^{-11}
最佳化結果	154.304	-50.684	584.539	5.165	669.155	
error	-4.45%	-3.77%	+6.72%	+1.37%	-0.96%	

表 4-3 以單變數探討目標函數結果

	$\pm 10\%$	$\pm 20\%$	$\pm 30\%$
s_{11}^E (error)	154.304 (0)	154.304 (0)	154.304 (0)
F_{object}	3.4623×10^{-11}	3.4623×10^{-11}	3.4644×10^{-11}
s_{12}^E (error)	-50.938 (+0.5%)	-50.938 (+0.5%)	-50.938 (+0.5%)
F_{object}	1.0566×10^{-11}	1.0555×10^{-11}	1.0555×10^{-11}
s_{44}^E (error)	613.766 (+5%)	613.766 (+5%)	613.766 (+5%)
F_{object}	1.0914×10^{-14}	1.0547×10^{-14}	1.0547×10^{-14}
d_{15} (error)	divergent	divergent	divergent
ϵ_{33}^T (error)	669.155 (0)	669.155 (0)	468.408 (-30%)
F_{object}	3.4623×10^{-11}	3.4623×10^{-11}	2.6962×10^{-11}

※ s^E ($\times 10^{-12}$ m²/N) d ($\times 10^{-12}$ cl/N)

表 4-4 d_{15} 之影響結果

	$\pm 10\%$	$\pm 20\%$
s_{11}^E (error)	154.304 (0)	154.304 (0)
d_{15} (error)	5.6815 (+ 10%)	6.198 (+ 20%)
F_{object}	3.3264×10^{-11}	3.4623×10^{-11}
s_{12}^E (error)	-50.684 (0)	-50.684 (0%)
d_{15} (error)	5.6815 (+ 10%)	6.198 (+ 20%)
F_{object}	3.3264×10^{-11}	1.0555×10^{-11}
s_{44}^E (error)	613.766 (+ 4%)	613.766 (+ 4%)
d_{15} (error)	4.6485 (- 10%)	4.132 (- 20%)
F_{object}	1.0134×10^{-12}	1.0547×10^{-14}
ϵ_{33}^T (error)	669.155 (0)	669.155 (0)
d_{15} (error)	5.6815 (+ 10%)	6.198 (+ 20%)
F_{object}	3.3264×10^{-11}	3.4623×10^{-11}



表 4-5 不考慮壓電係數 d_{15} 的最佳化結果

	s_{11}^E	s_{12}^E	s_{44}^E	ϵ_{33}^T	F_{object}
等效係數	161.495	-52.667	547.746	675.618	6.6947×10^{-13}
最佳化結果	164.674	-55.041	553.096	669.609	
error	+1.97%	+4.51%	+0.97%	-0.89%	
※ $s^E (\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N})$					

表 4-6 多起始點之收斂測試

	initial guessed		converged	
	parameters	deviation	parameters	deviation
s_{11}^E	165.002	2.903%	164.778	2.719%
s_{12}^E	-57.079		-57.106	
s_{44}^E	574.892		574.865	
ε_{33}^T	655.532		669.453	
s_{11}^E	161.62	2.567%	161.875	2.26%
s_{12}^E	-53.187		-53.156	
s_{44}^E	539.706		539.755	
ε_{33}^T	685.603		669.564	
s_{11}^E	156.793	2.894%	156.865	2.889%
s_{12}^E	-55.981		-55.973	
s_{44}^E	563.328		563.325	
ε_{33}^T	672.715		668.852	
s_{11}^E	156.985	3.03%	156.912	3.019%
s_{12}^E	-53.72		-53.728	
s_{44}^E	566.026		566.041	
ε_{33}^T	664.996		669.128	
s_{11}^E	160.537	2.026%	160.549	2.024%
s_{12}^E	-53.345		-53.344	
s_{44}^E	548.805		548.806	
ε_{33}^T	670.195		669.447	
s_{11}^E	160.001	3.133%	160.237	2.93%
s_{12}^E	-56.327		-56.3	
s_{44}^E	527.156		527.244	
ε_{33}^T	682.577		669.201	
s_{11}^E	157.721	2.931%	157.42	2.697%
s_{12}^E	-54.761		-54.796	
s_{44}^E	536.017		536.057	
ε_{33}^T	652.219		669.096	

表 4-6 多起始點之收斂測試(續)

	initial guessed		converged	
	parameters	deviation	parameters	deviation
s_{11}^E	157.779		158.064	
s_{12}^E	-54.375	2.594%	-54.342	2.244%
s_{44}^E	561.626		561.693	
ε_{33}^T	685.382		669.175	
s_{11}^E	168.15		168.383	
s_{12}^E	-52.686	2.81%	-52.659	2.549%
s_{44}^E	544.916		544.913	
ε_{33}^T	686.888		670.025	
s_{11}^E	171.48		171.293	
s_{12}^E	-55.232	2.767%	-55.254	2.543%
s_{44}^E	536.009		535.999	
ε_{33}^T	656.352		670.036	

※ $s^E (\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N})$ $d_{33}^E (\times 10^{-12} \text{ cl/N})$

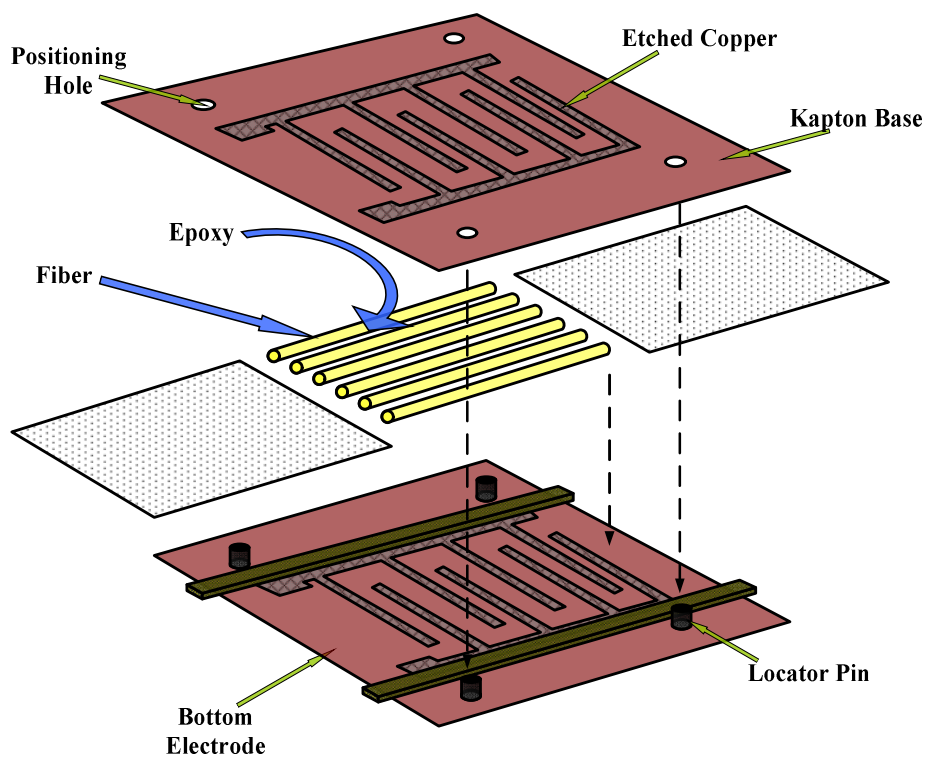


圖 1.1 壓電纖維複合材料製作示意圖

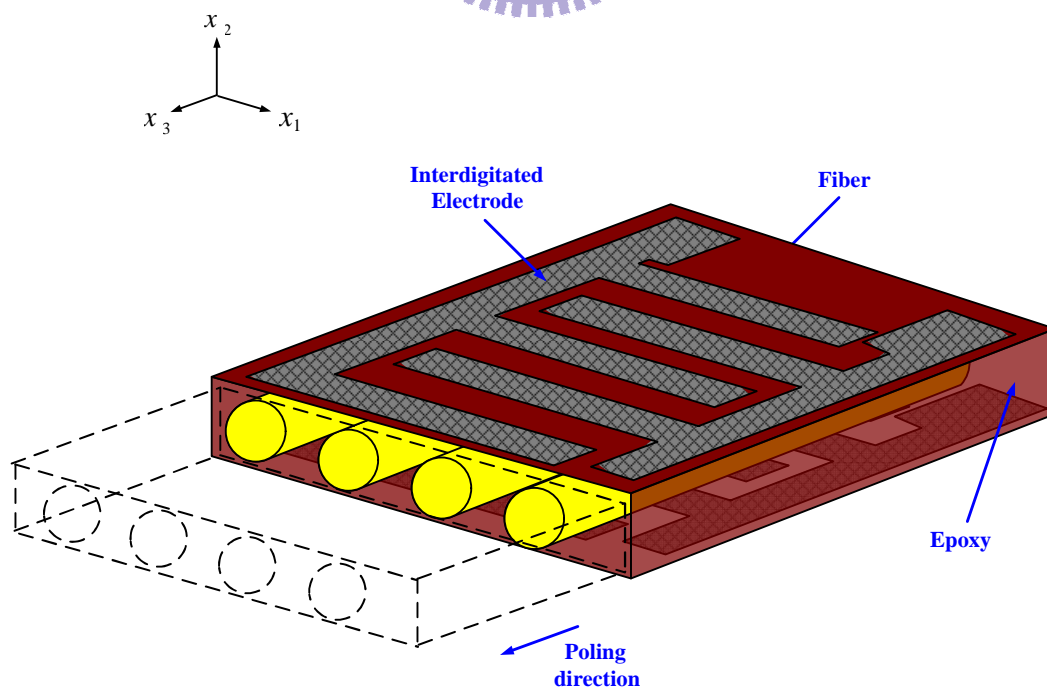


圖 1.2 壓電纖維複材結構軸向致動

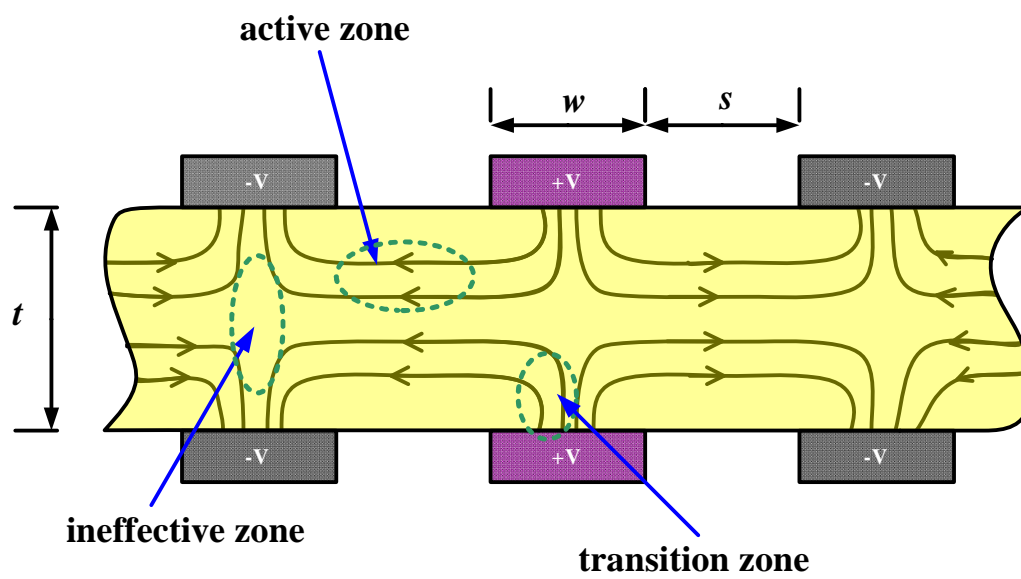
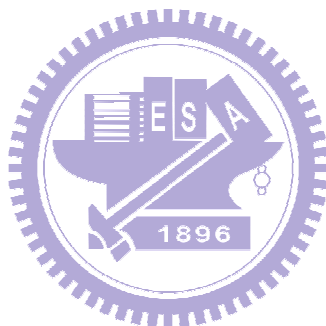


圖 1.3 指叉電極之電力線示意圖



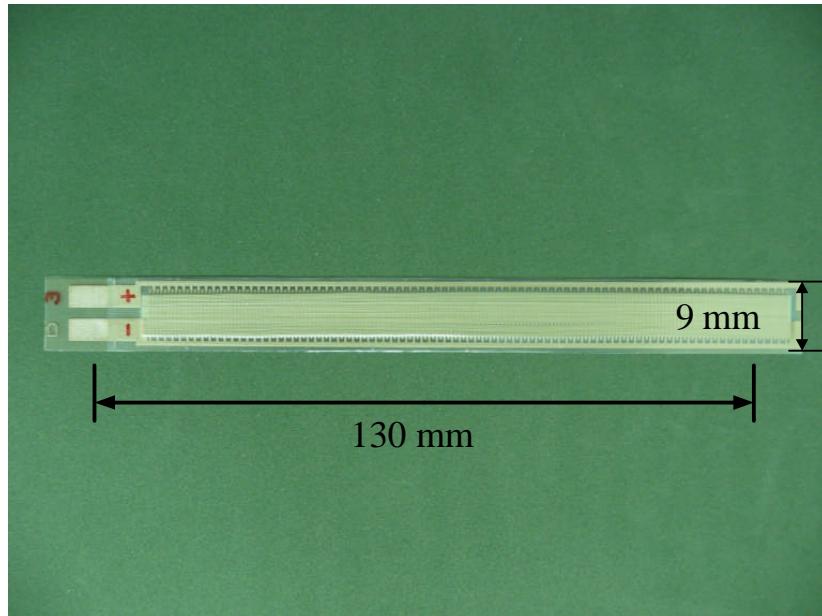


圖 2.1 壓電纖維複材試片



圖 2.2 冷鑲埋試片模型



圖 2.3 硬化劑、壓克力粉及冷鑲埋模具



圖 2.4 濕式研磨機



圖 2.5 偏光顯微鏡

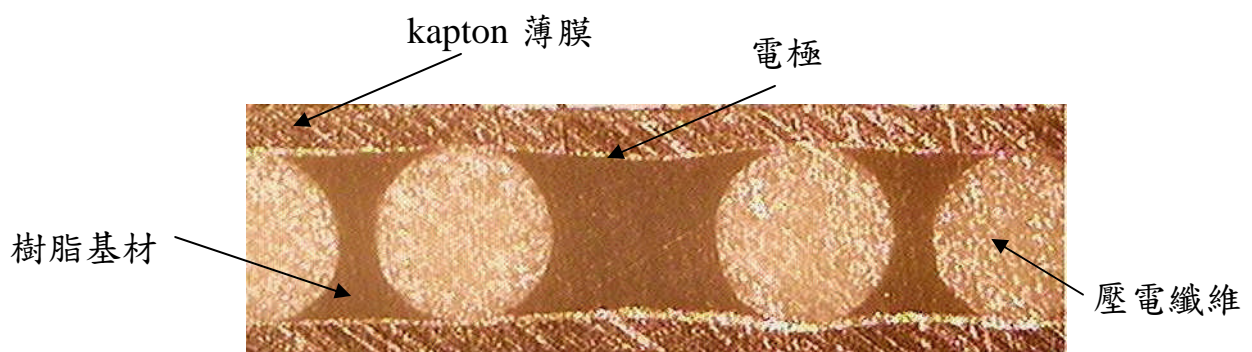


圖 2.6 壓電纖維複合材料的截面照片，壓電纖維排列不均勻

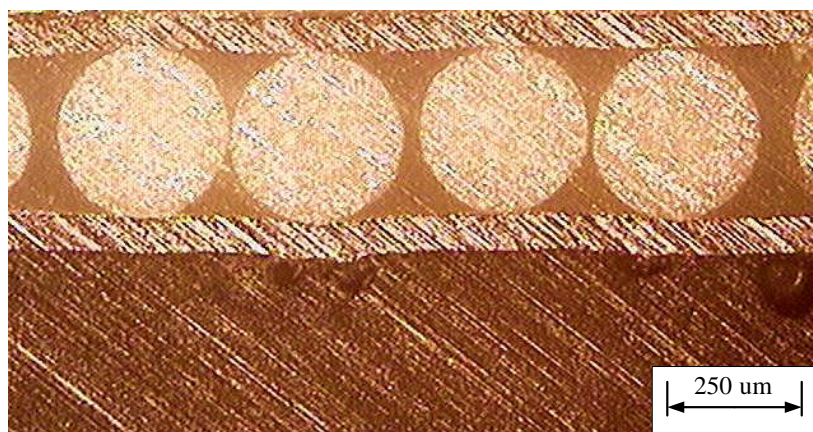


圖 2.7 壓電纖維複合材料截面照片，纖維排列均勻

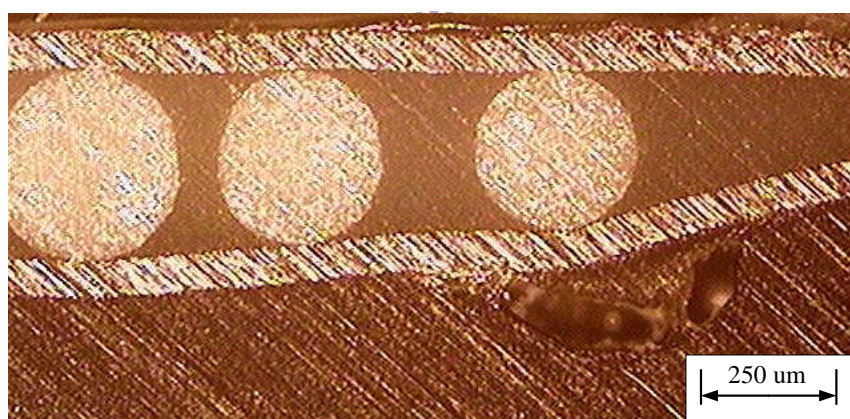


圖 2.8 壓電纖維複合材料截面照片，邊緣呈現緊縮

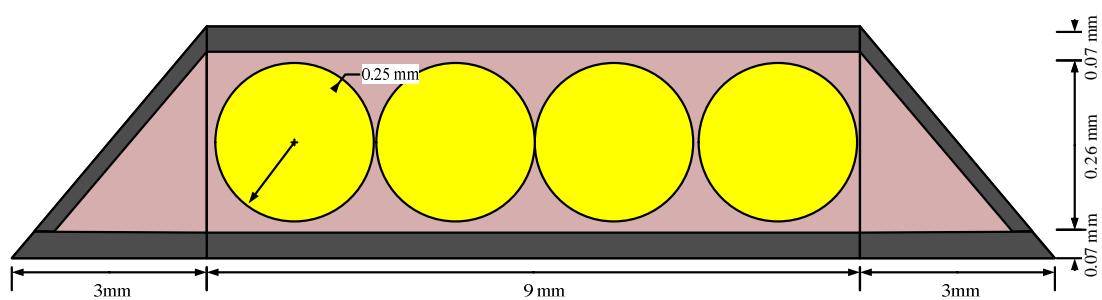


圖 2.9 截面示意圖

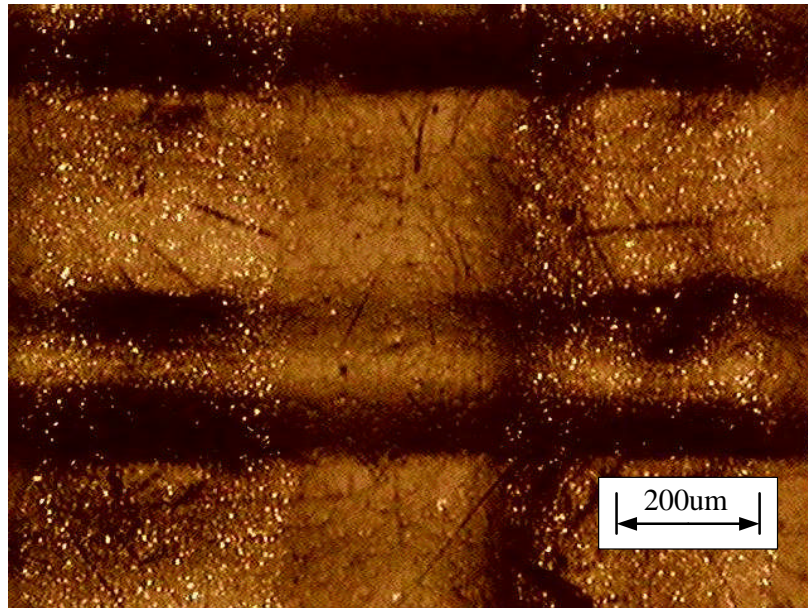


圖 2.10 壓電纖維複合材料之表面指叉電極照片

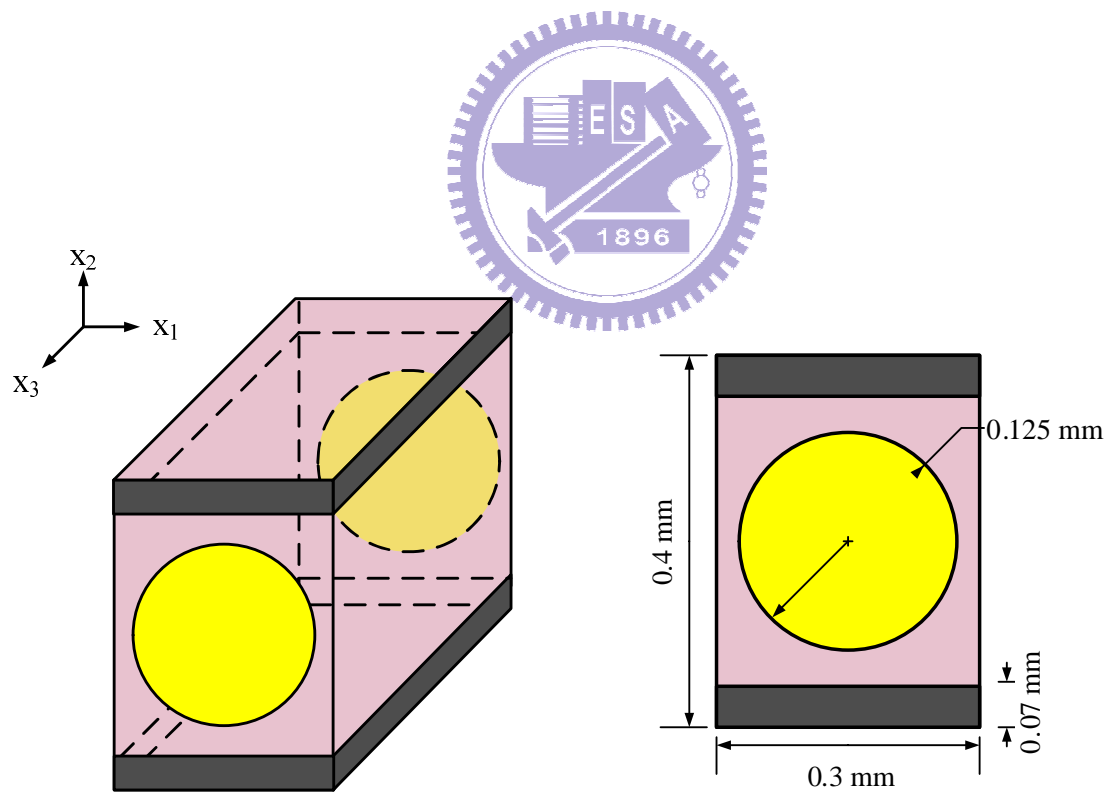


圖 2.11 壓電纖維複材之體積代表元素

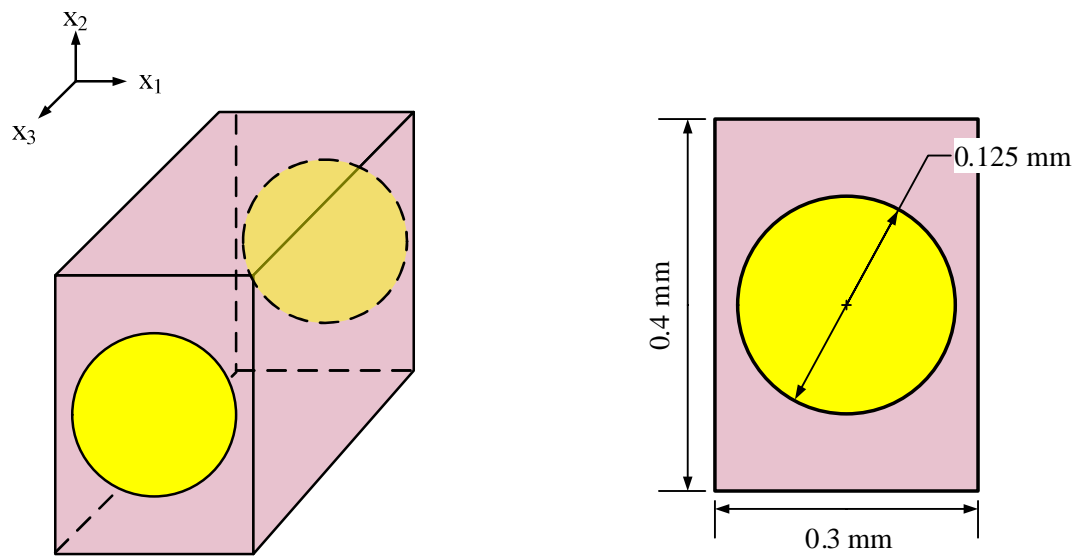


圖 2.12 等效模型之體積代表元素

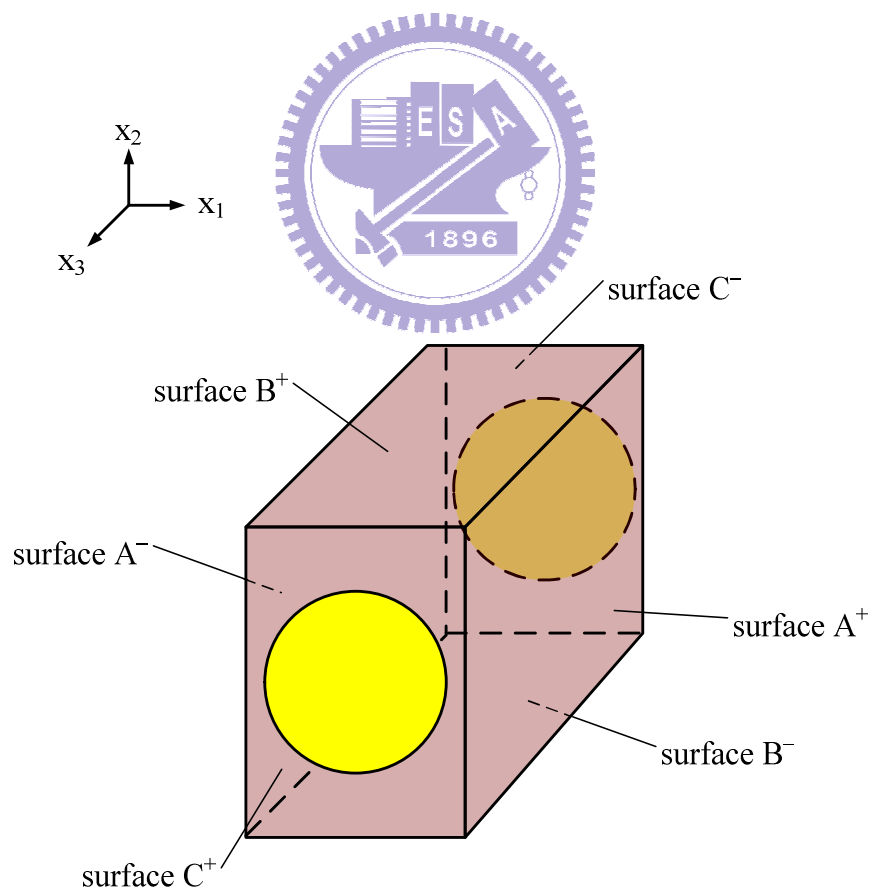


圖 2.13 等效模型之邊界說明圖

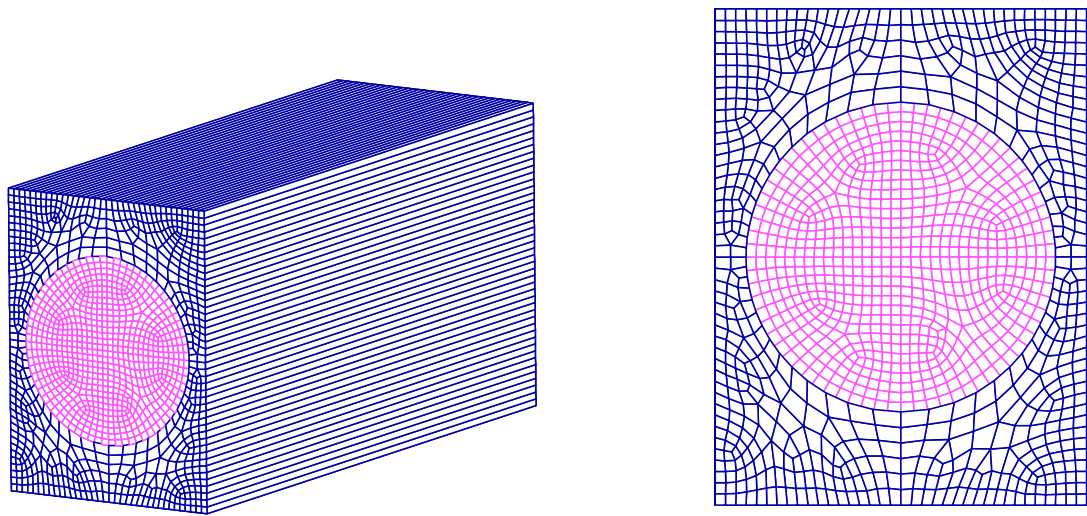


圖 2.14 ANSYS 等效分析模型元素圖

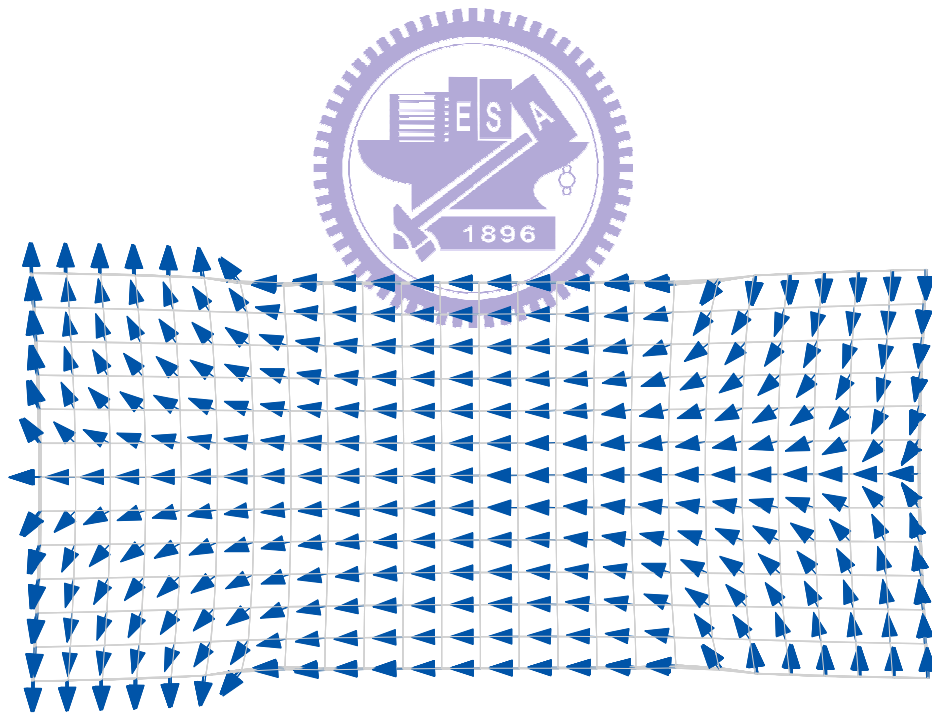


圖 2.15 純壓電塊材單元之電力線側視圖

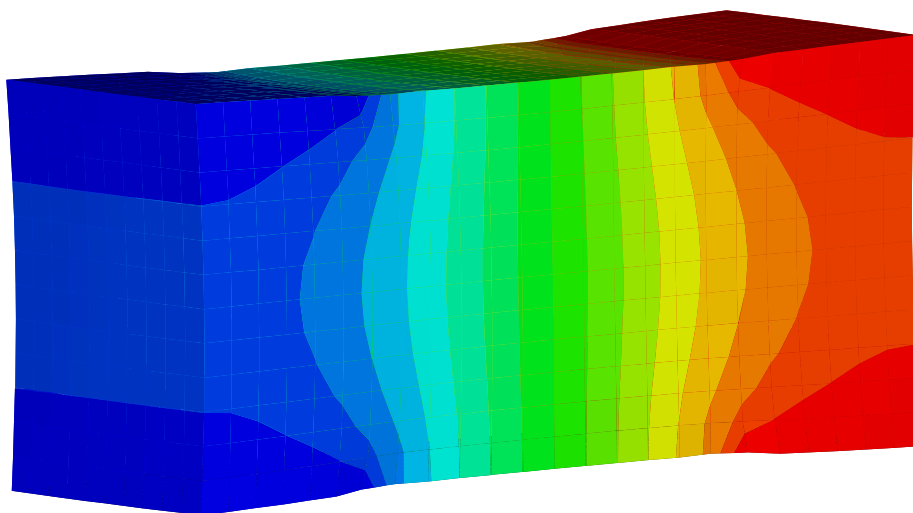


圖 2.16 純壓電塊材單元之電位圖

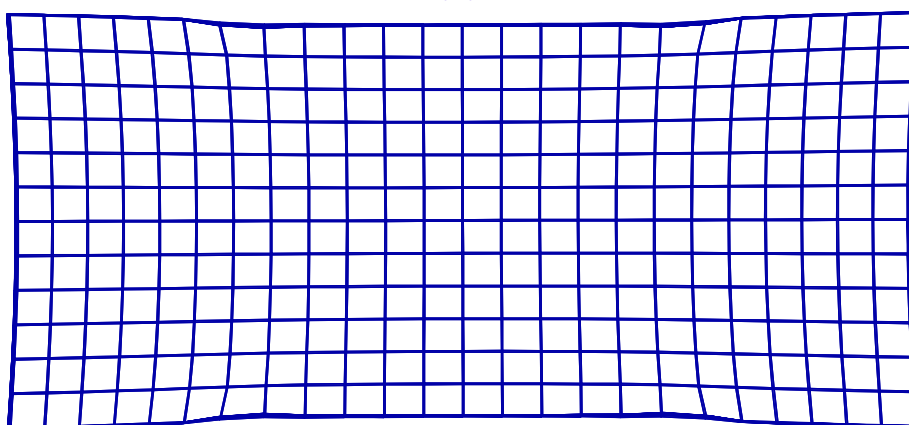
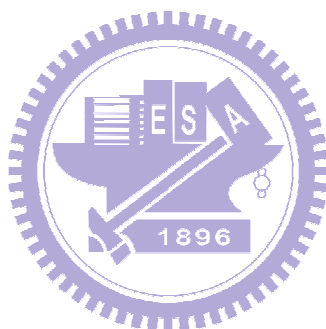


圖 2.17 純壓電塊材單元之變形側視圖

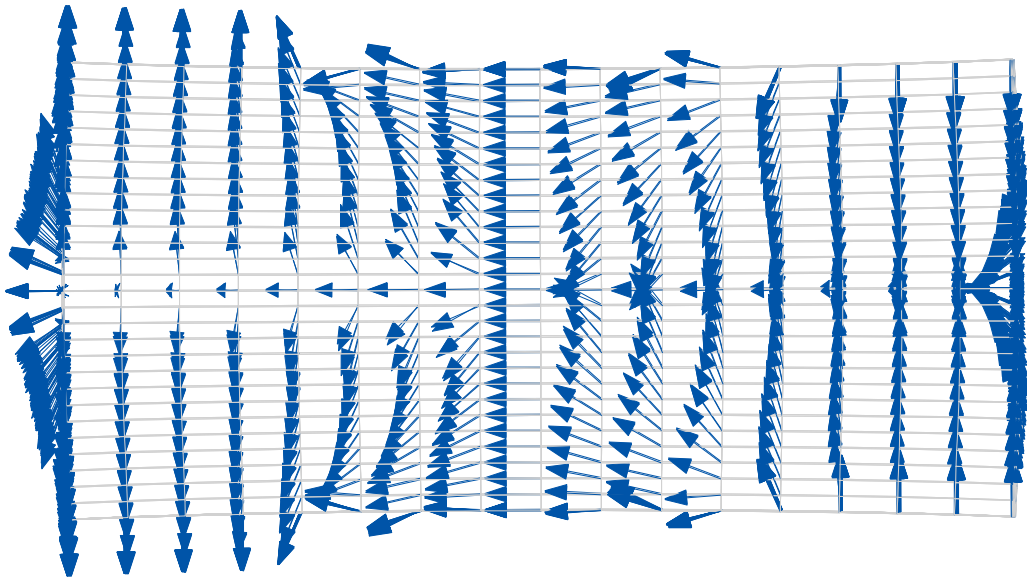


圖 2.18 壓電纖維複材單元之電力線側視圖

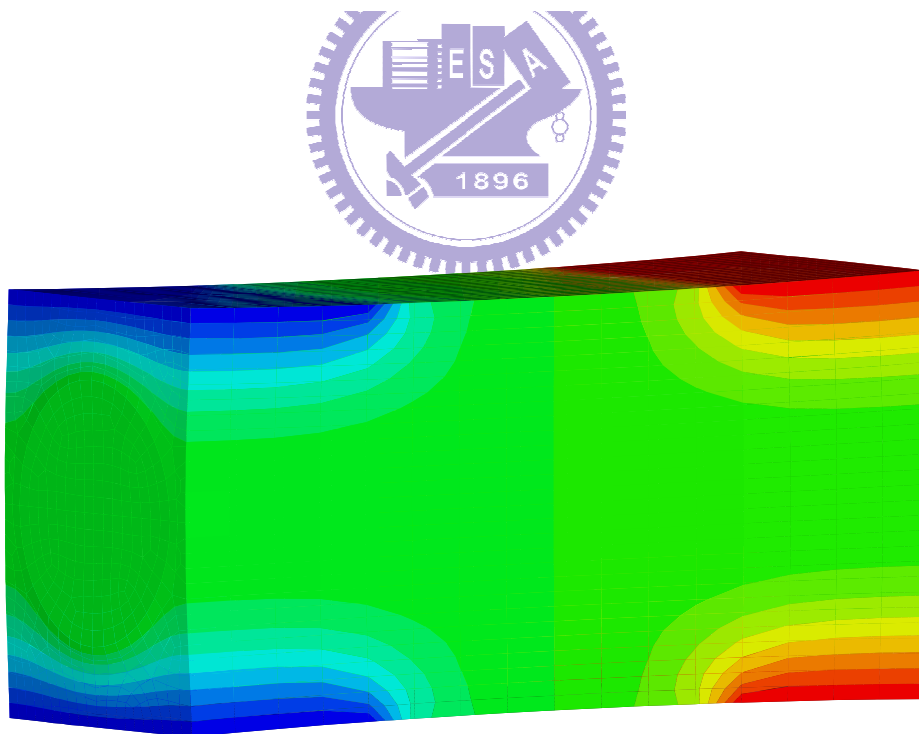


圖 2.19 壓電纖維複材單元之電位圖

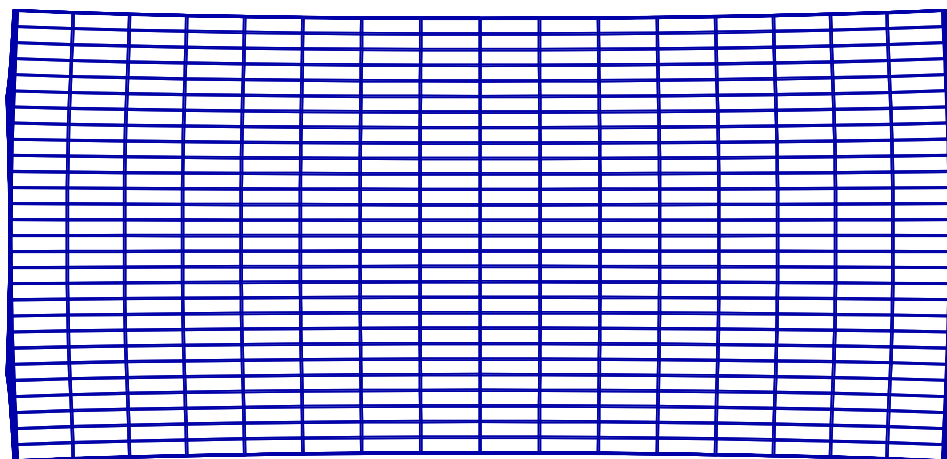


圖 2.20 壓電纖維複材單元之變形側視圖

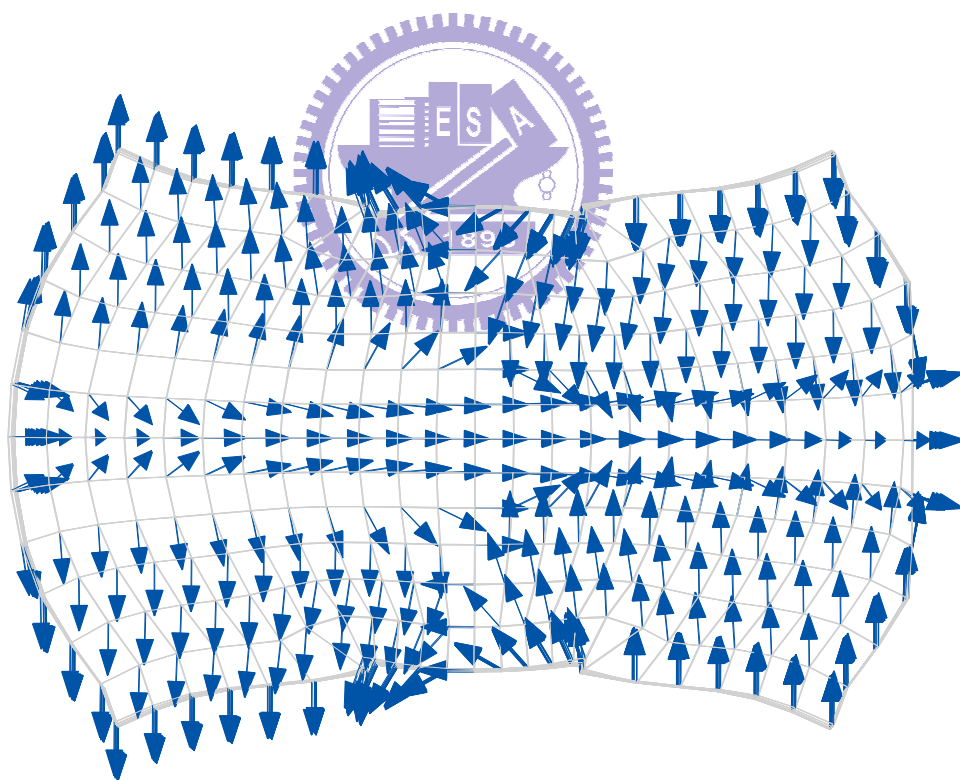


圖 2.21 等效模型單元之電力線側面圖

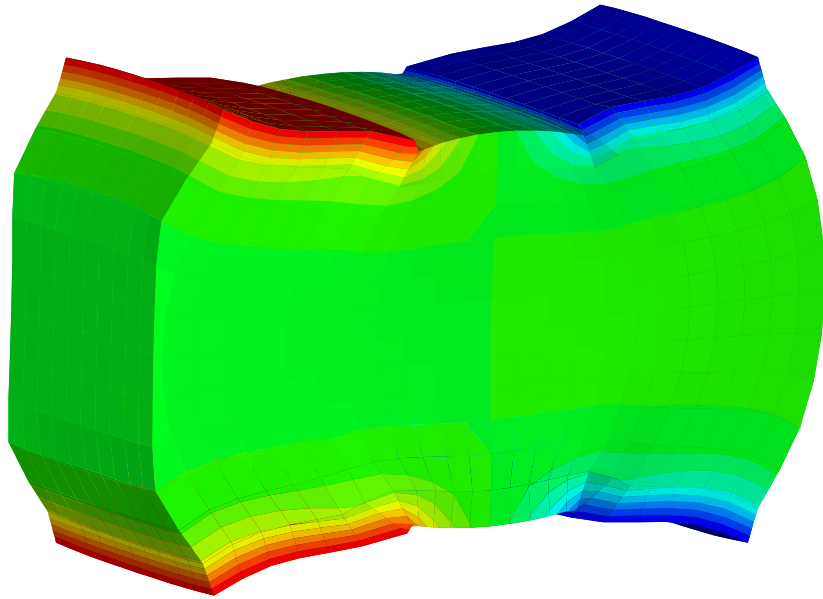


圖 2.22 等效模型單元之電位圖

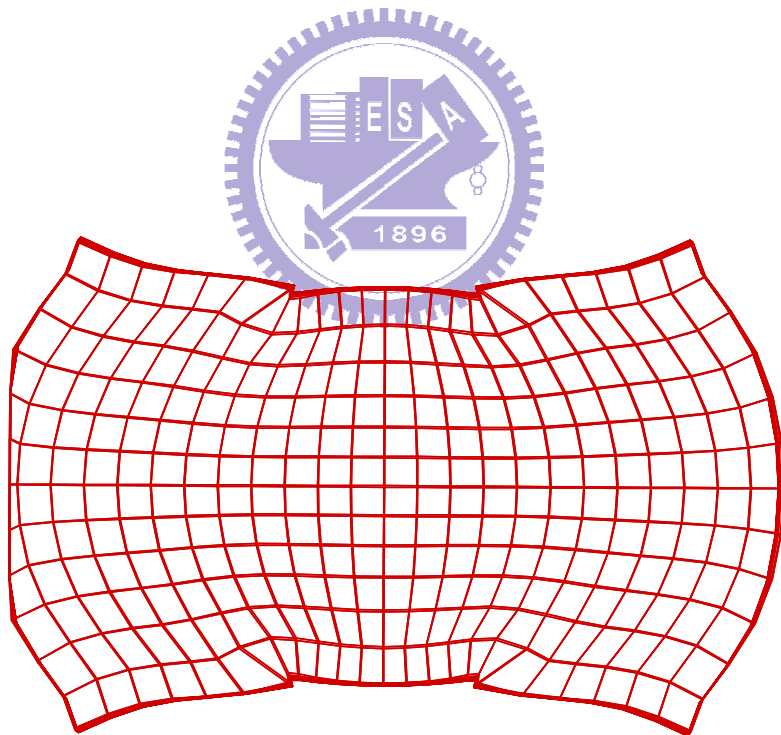


圖 2.23 等效模型單元之變形側面圖

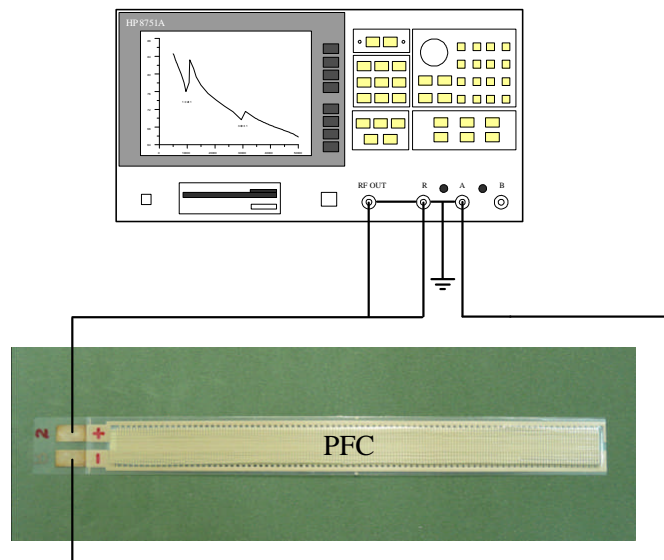


圖 3.1 壓電纖維複材之阻抗量測示意圖

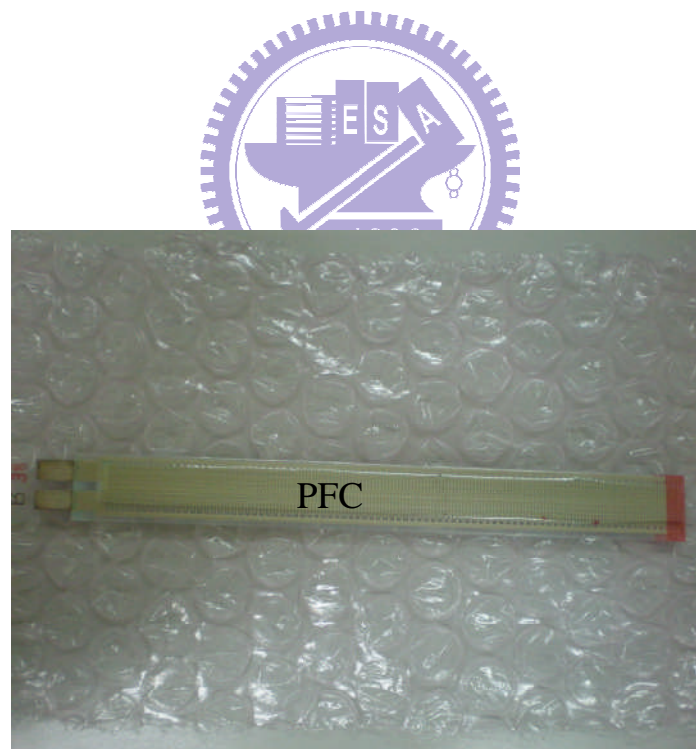


圖 3.2 自由邊界之壓電纖維複材

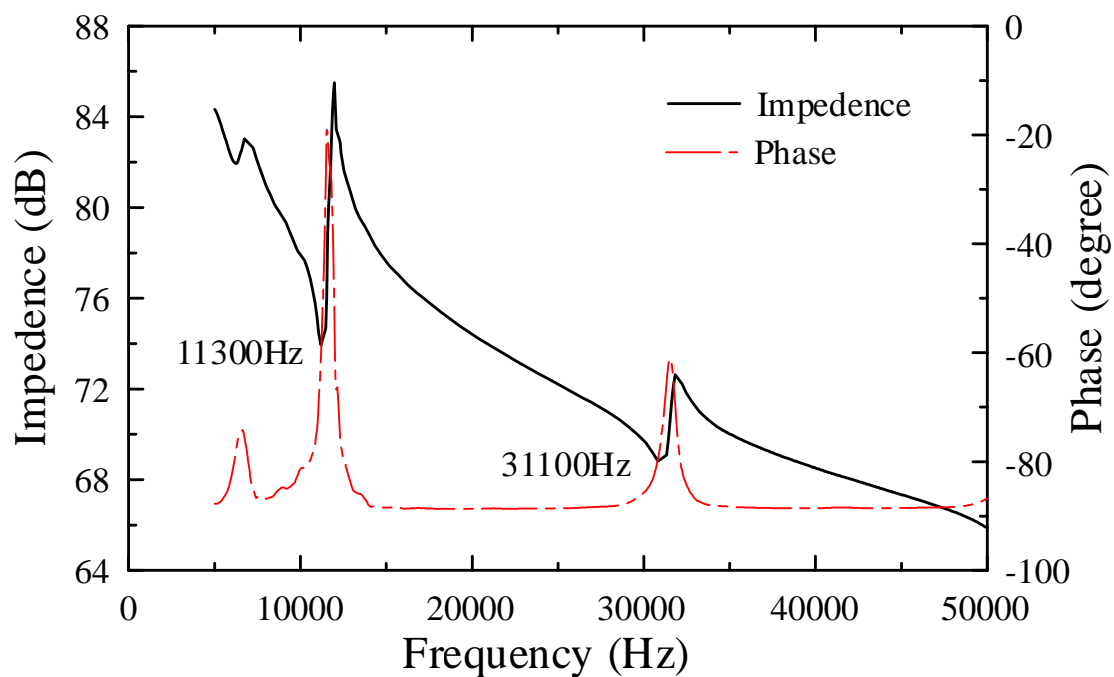


圖 3.3 自由邊界壓電纖維複材之頻率響應圖(0~50kHz)

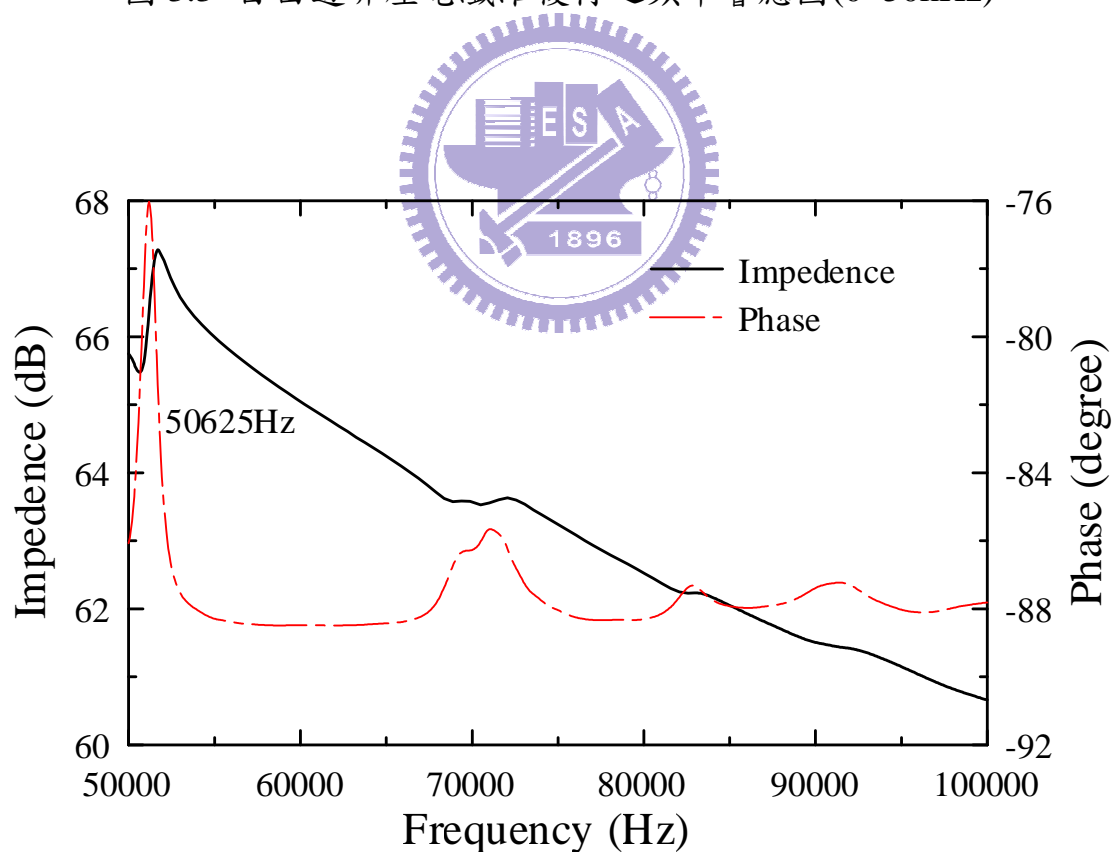


圖 3.4 自由邊界壓電纖維複材之頻率響應圖(50~100kHz)

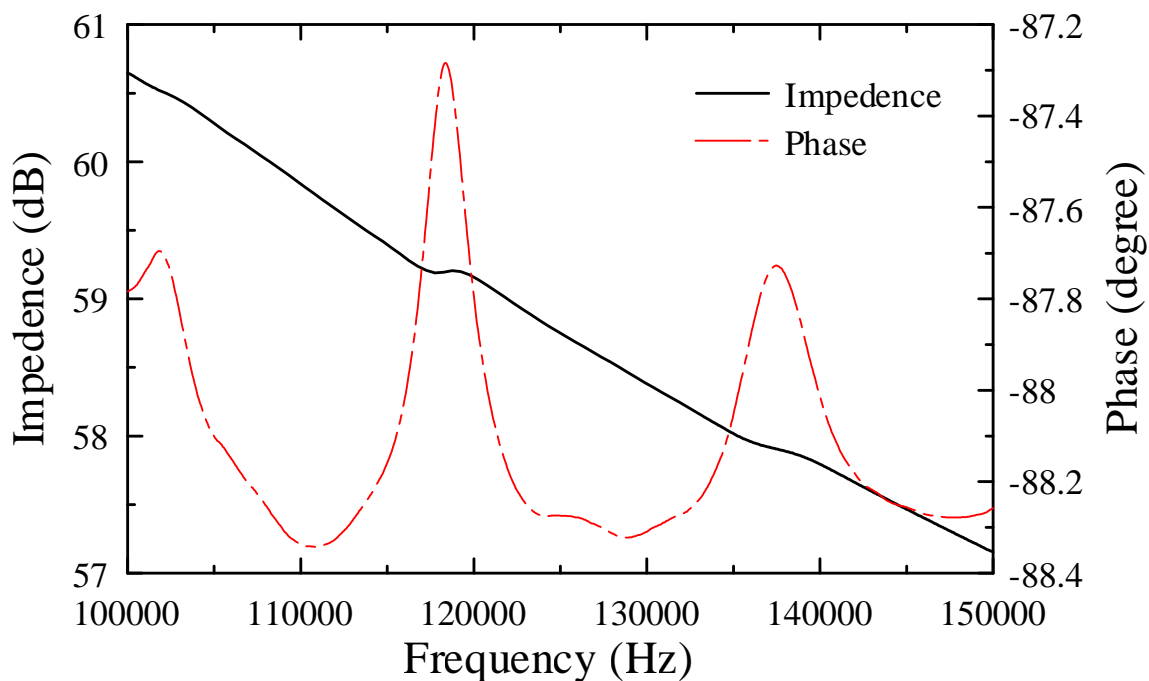


圖 3.5 自由邊界壓電纖維複材之頻率響應圖(100~150kHz)

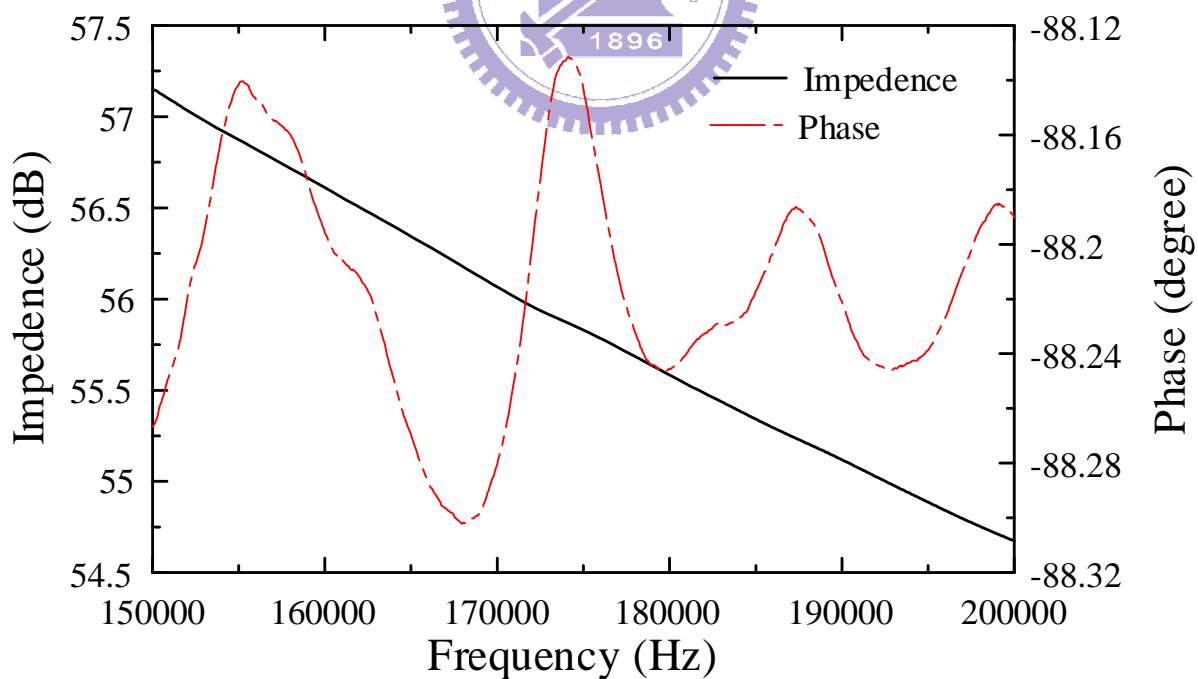


圖 3.6 自由邊界壓電纖維複材之頻率響應圖(150~200kHz)



圖 3.7 壓電纖維複材之脫層實驗阻抗量測

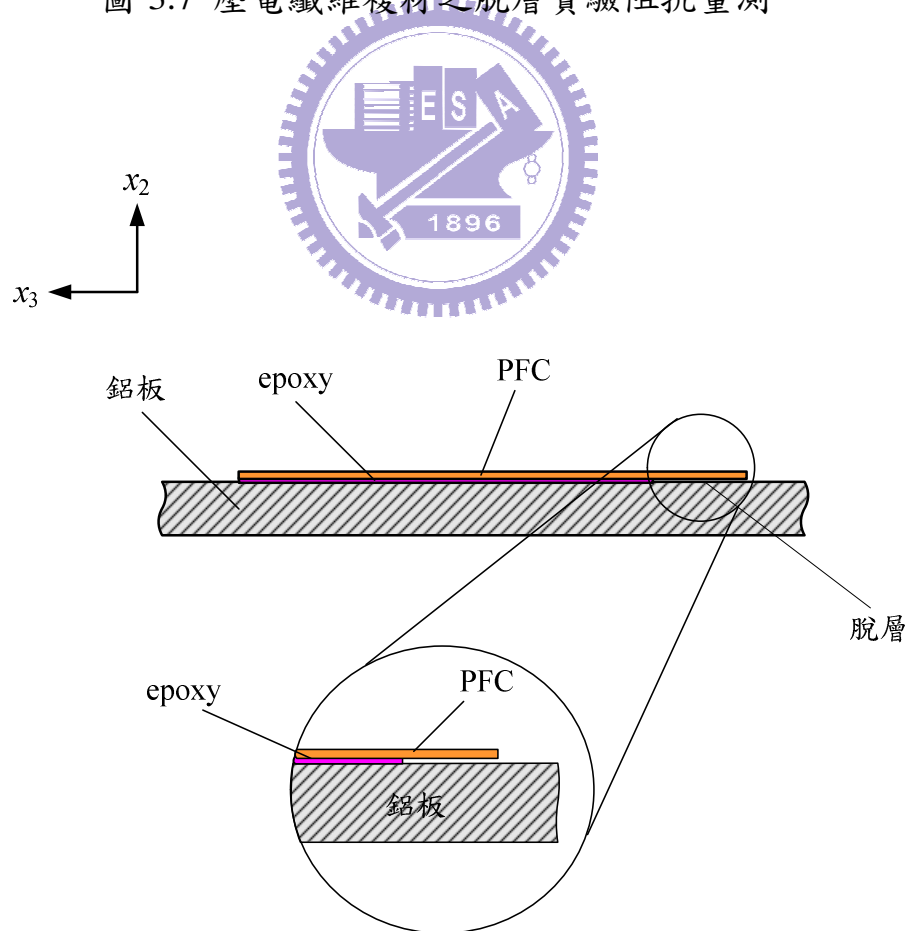


圖 3.8 脫層示意圖

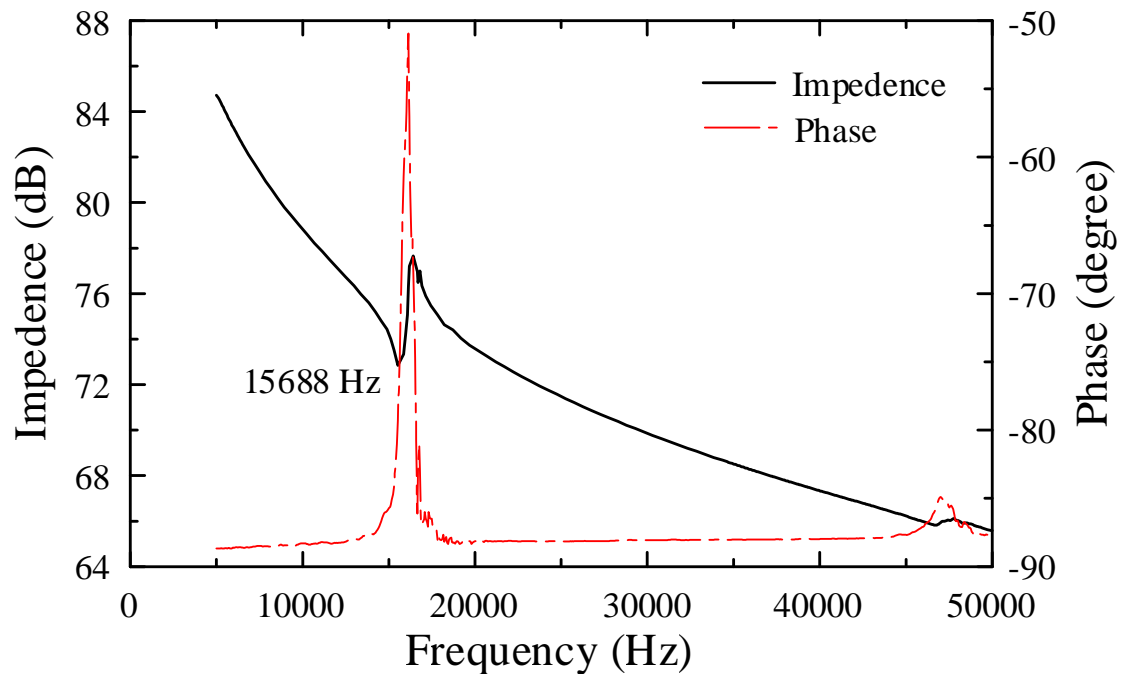


圖 3.9 30% 脫層實驗之頻率響應

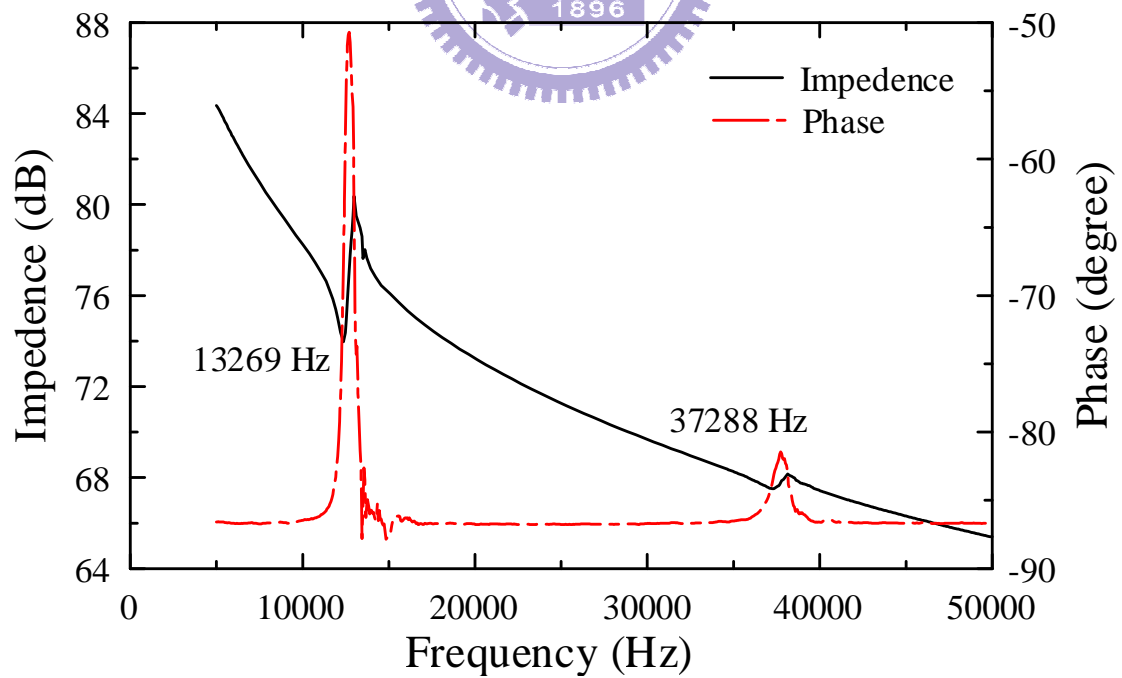


圖 3.10 40% 脫層實驗之頻率響應

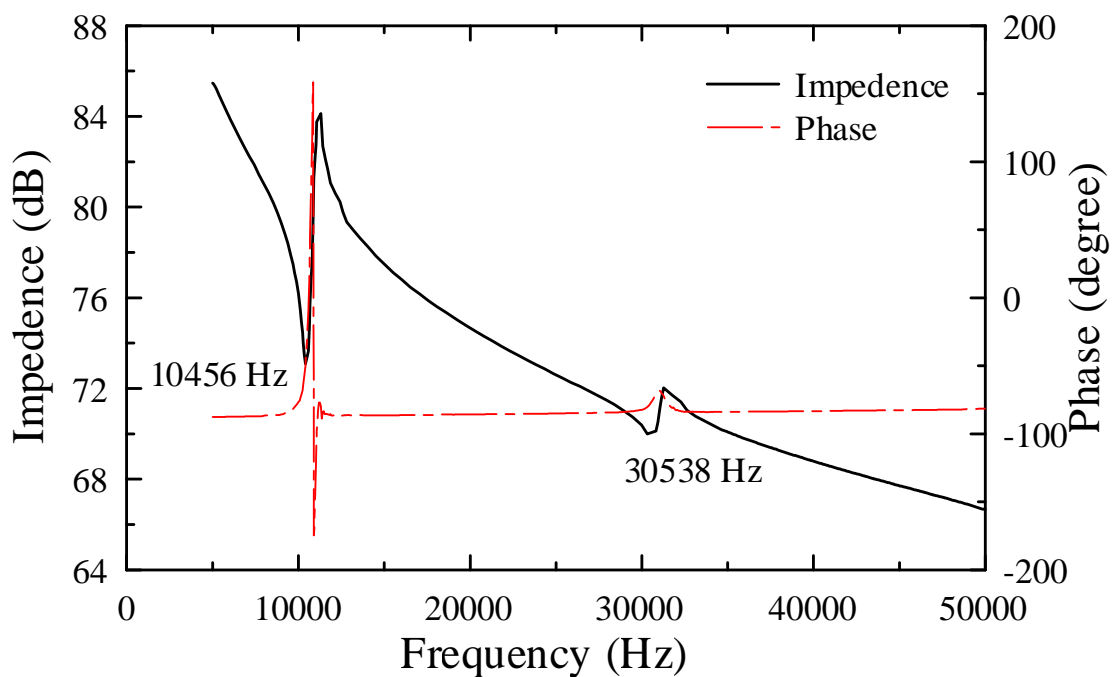


圖 3.11 50% 脫層實驗之頻率響應

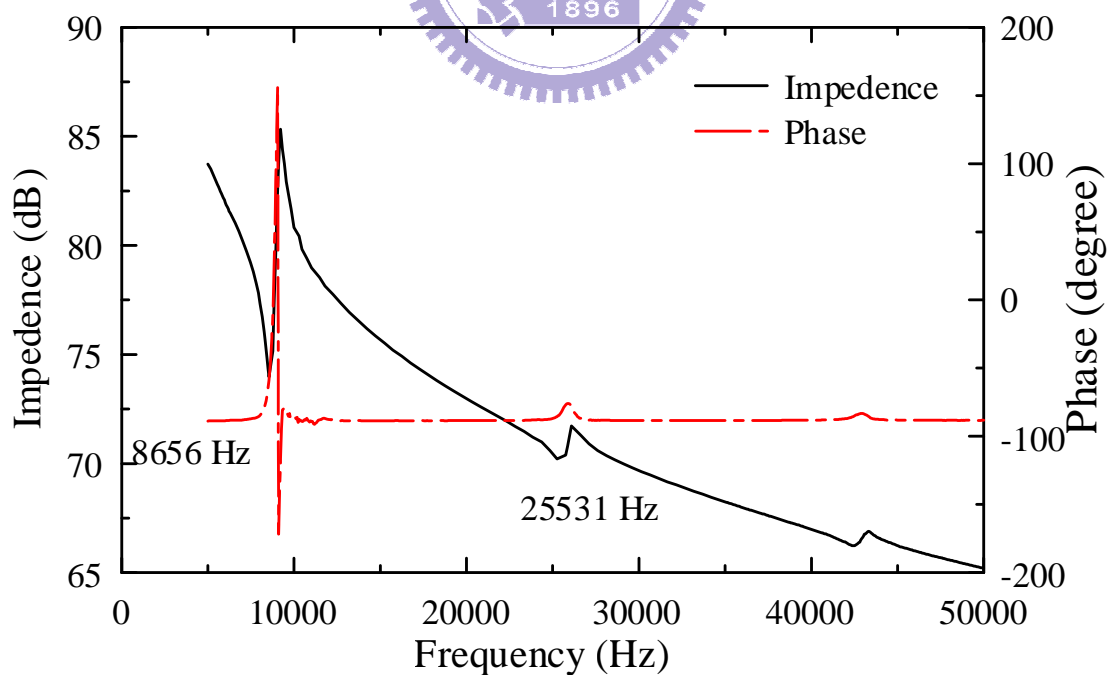


圖 3.12 60% 脫層實驗之頻率響應

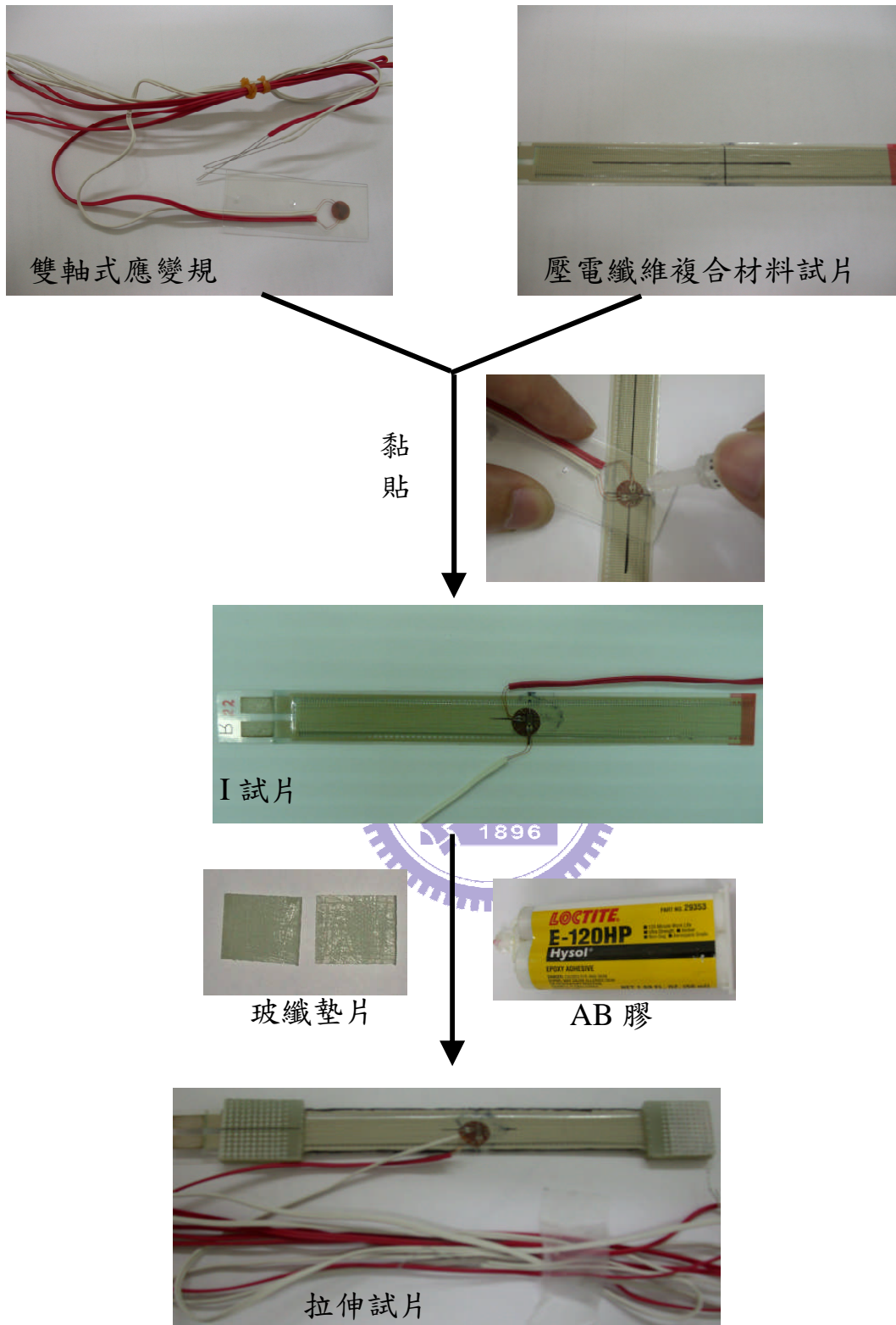


圖 3.13 實驗試片製作流程

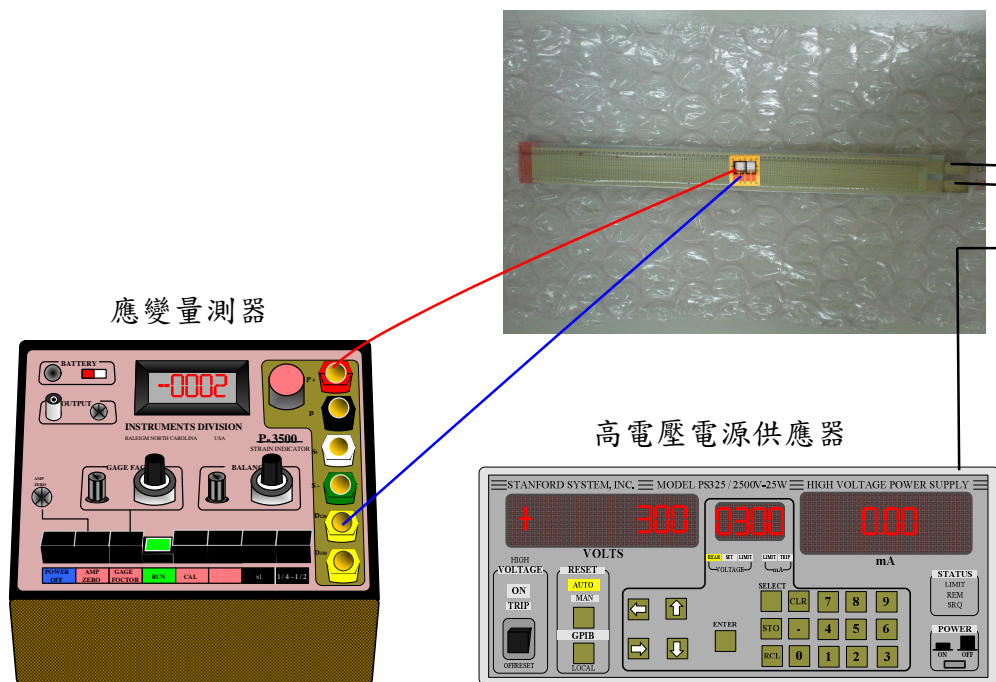


圖 3.14 量測壓電係數 d_{31} 、 d_{33} 裝置圖

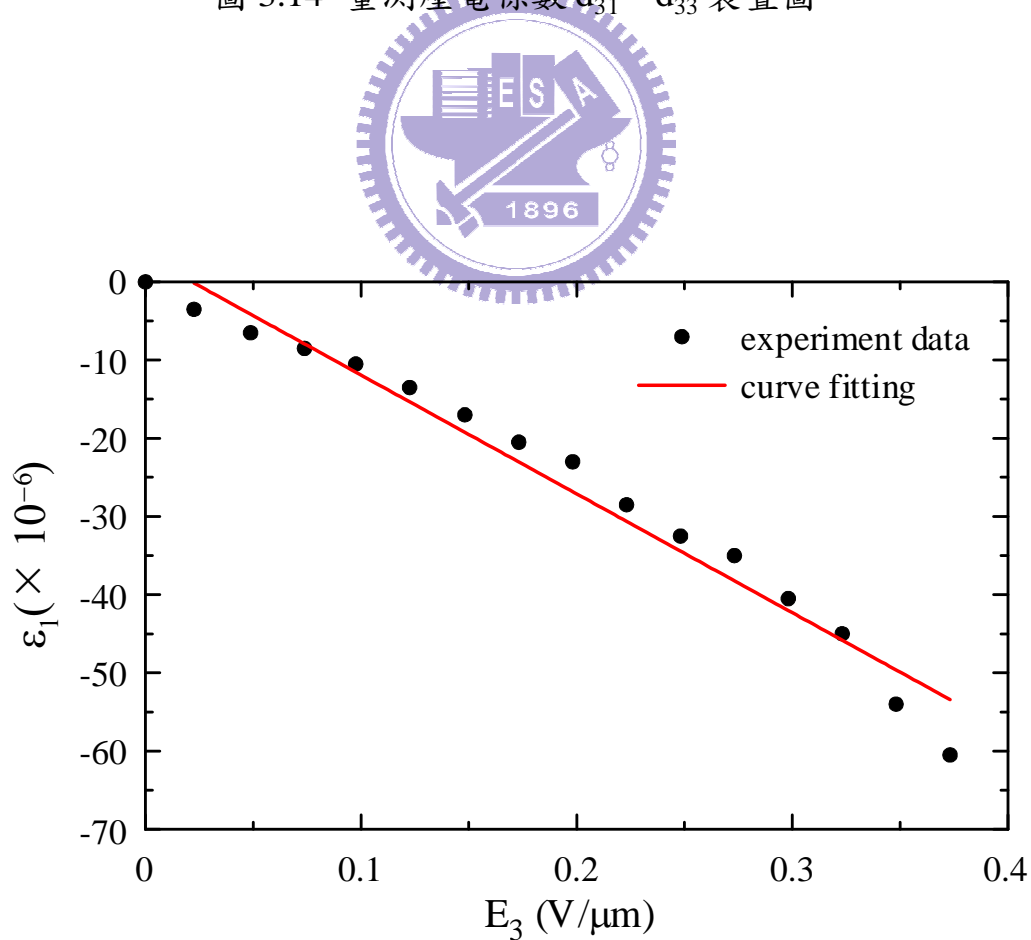


圖 3.15 d_{31} 實驗曲線圖 1

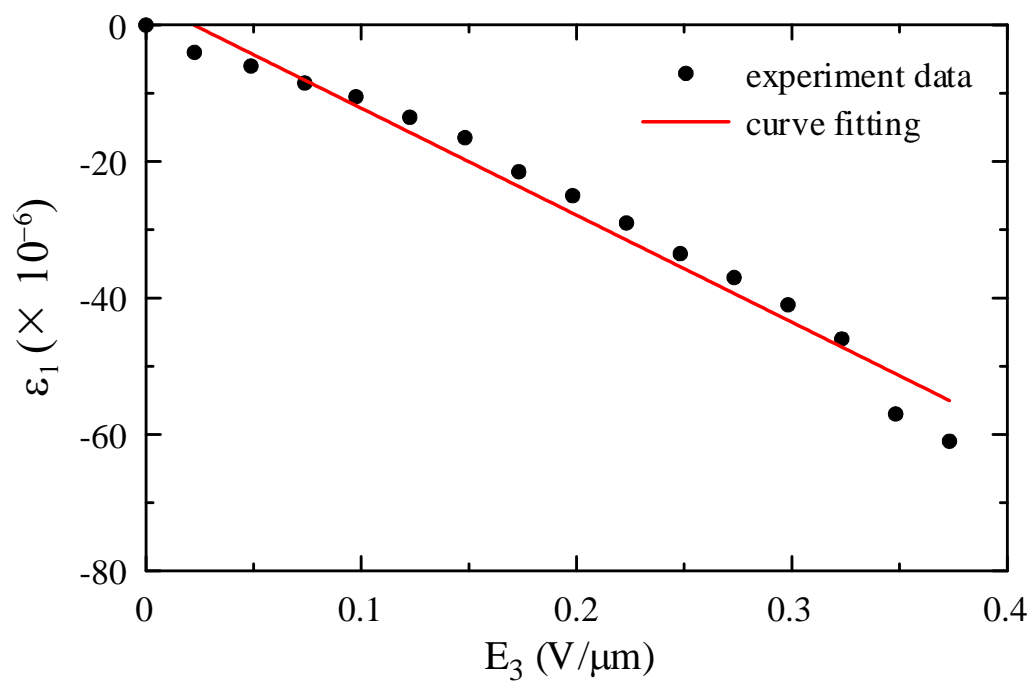


圖 3.16 d_{31} 實驗曲線圖 2

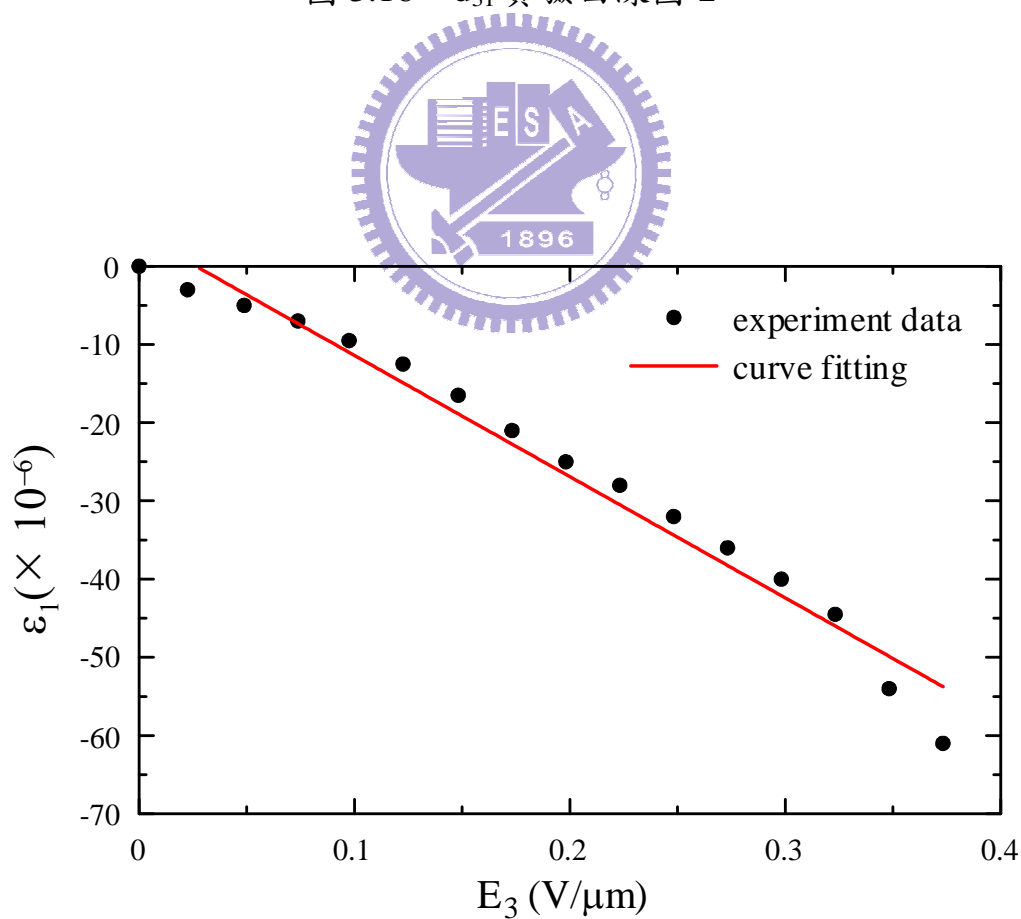


圖 3.17 d_{31} 實驗曲線圖 3

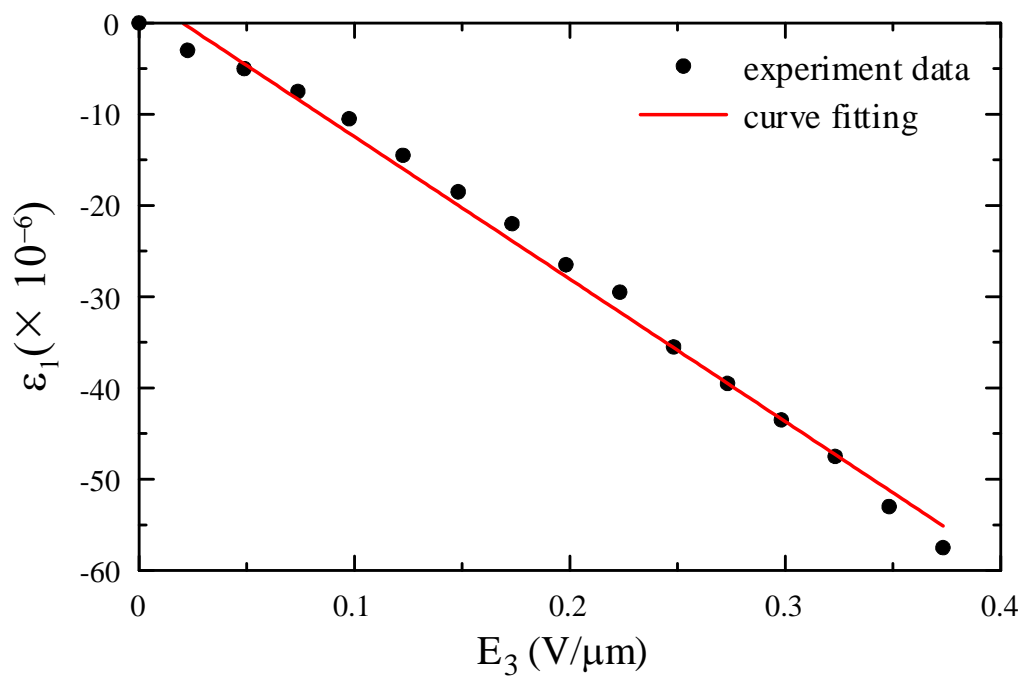


圖 3.18 d_{31} 實驗曲線圖 4

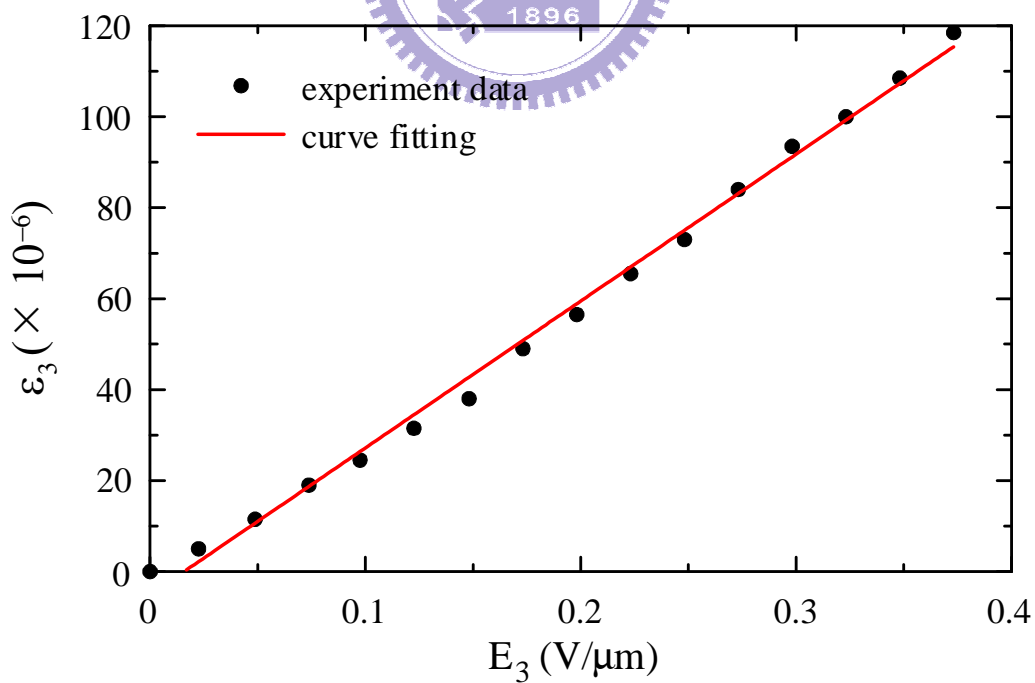


圖 3.19 d_{33} 實驗曲線圖 1

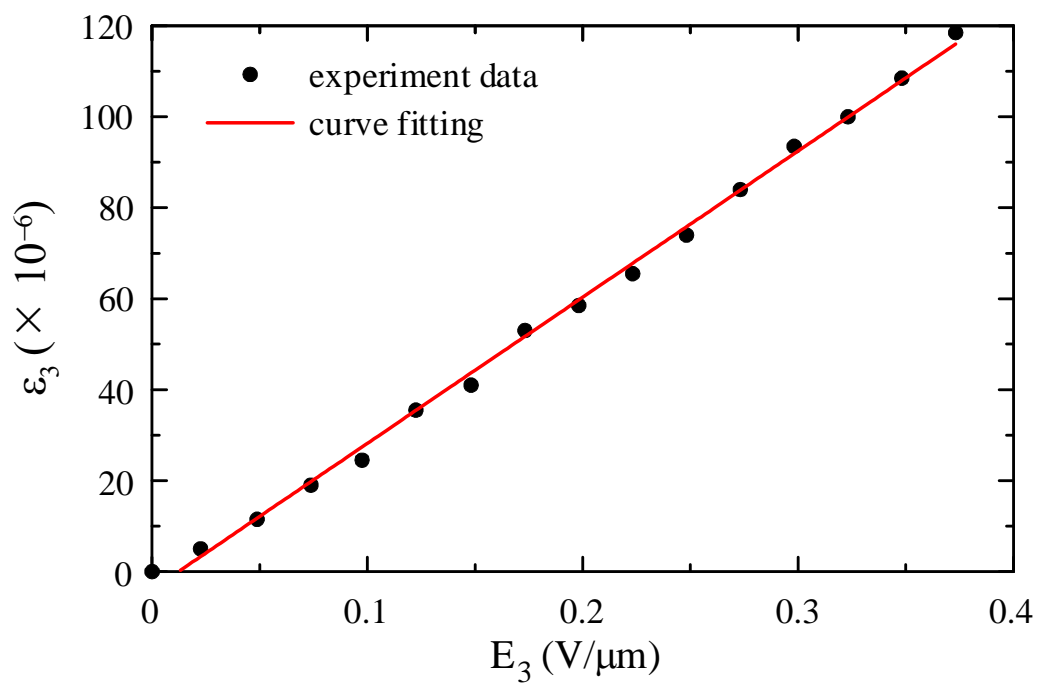


圖 3.20 d_{33} 實驗曲線圖 2

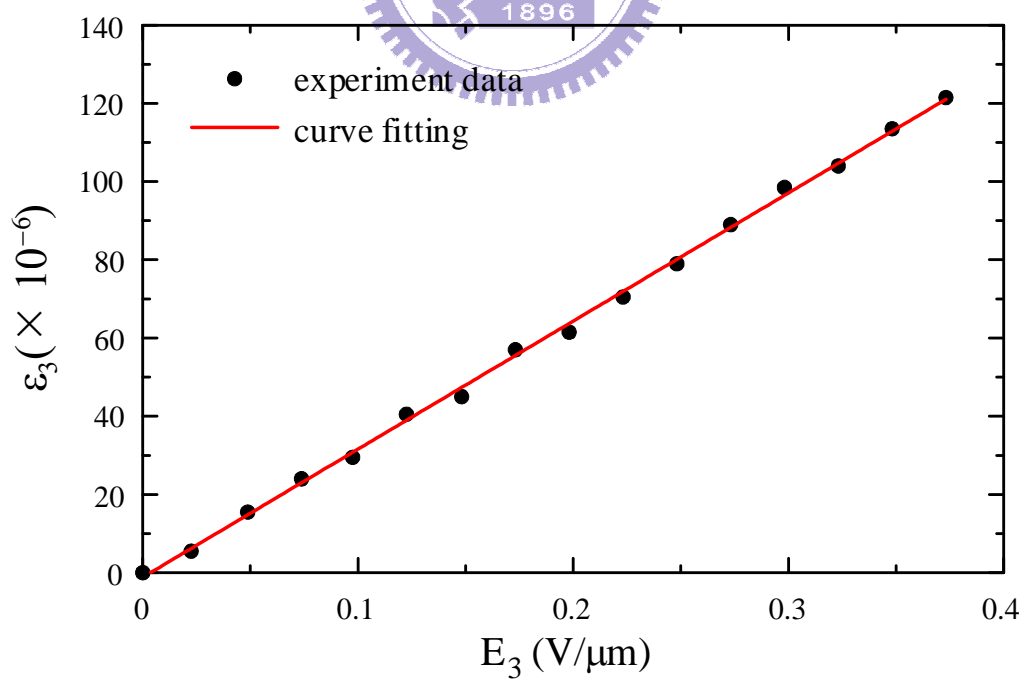


圖 3.21 d_{33} 實驗曲線圖 3

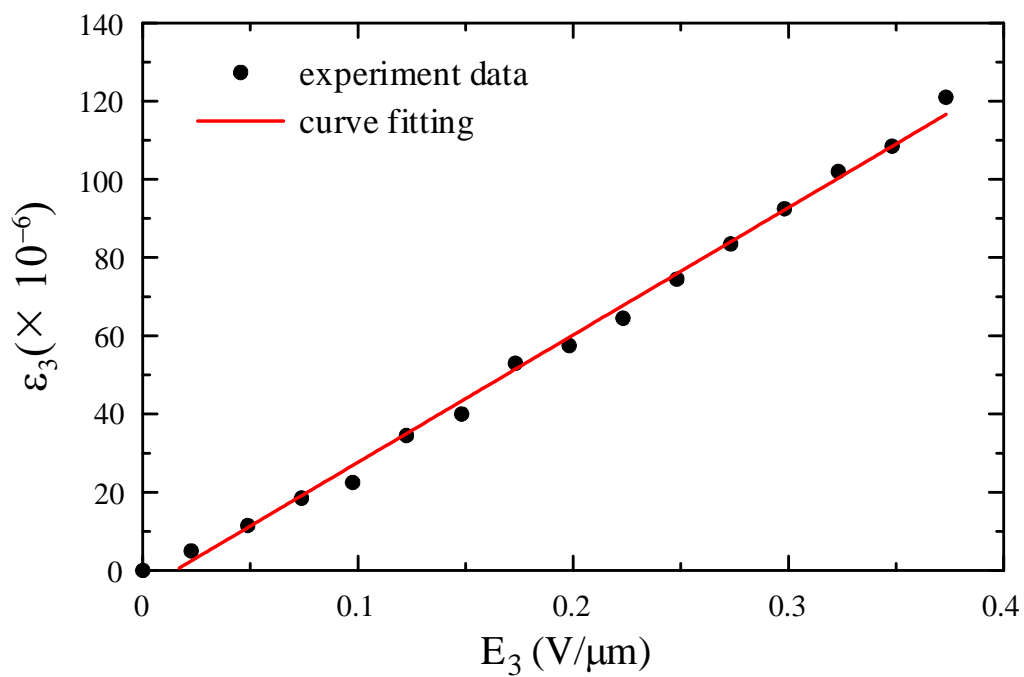


圖 3.22 d_{33} 實驗曲線圖 4

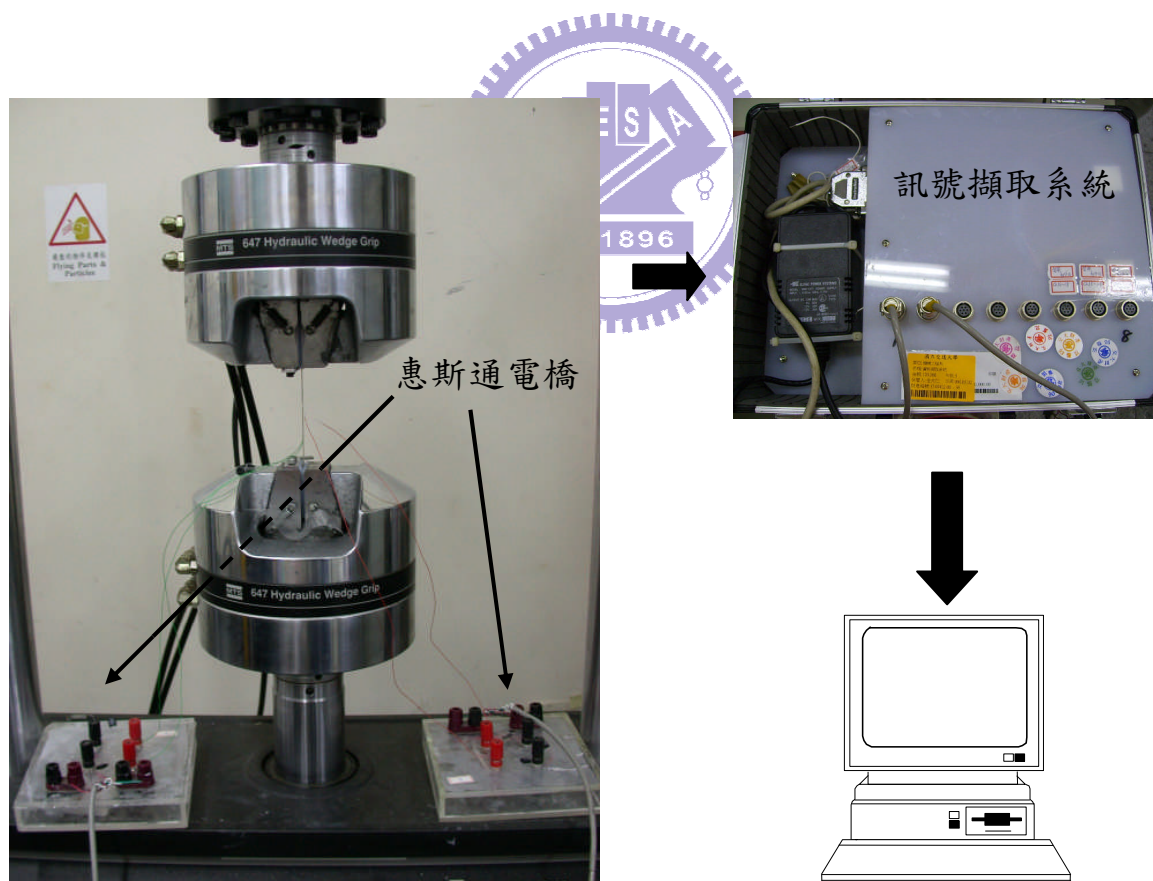


圖 3.23 萬能試驗機 (MTS) 拉伸裝置圖

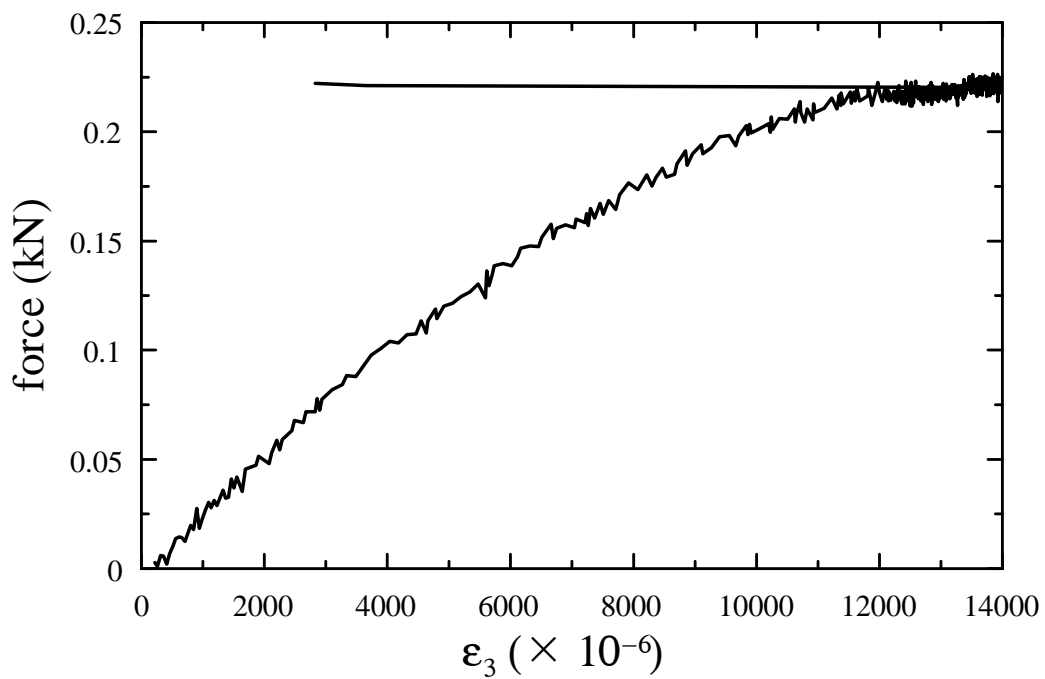


圖 3.24 試片斷裂之力對應變曲線圖

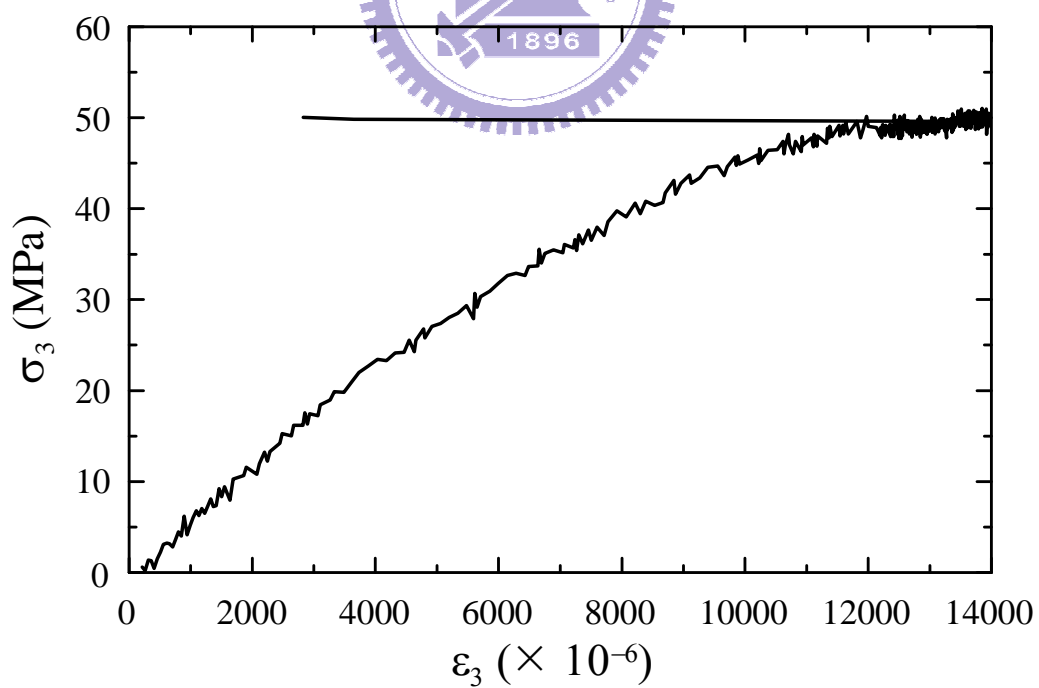


圖 3.25 試片斷裂之應力對應變曲線圖

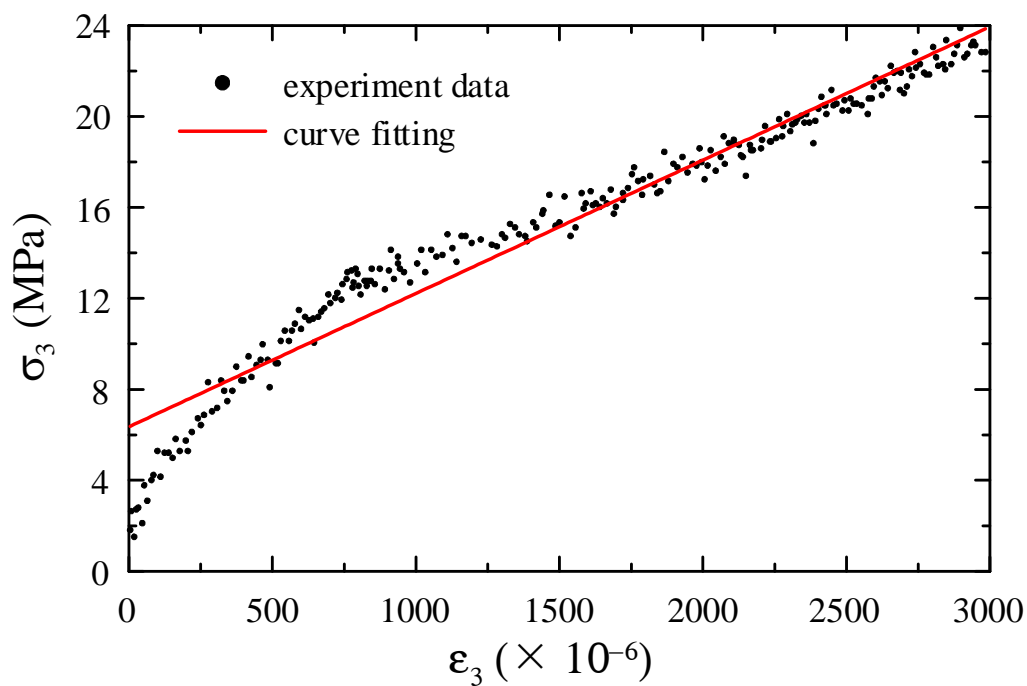


圖 3.26 萬能拉伸試驗機(MTS)之軸向應力對軸向應變曲線圖 1

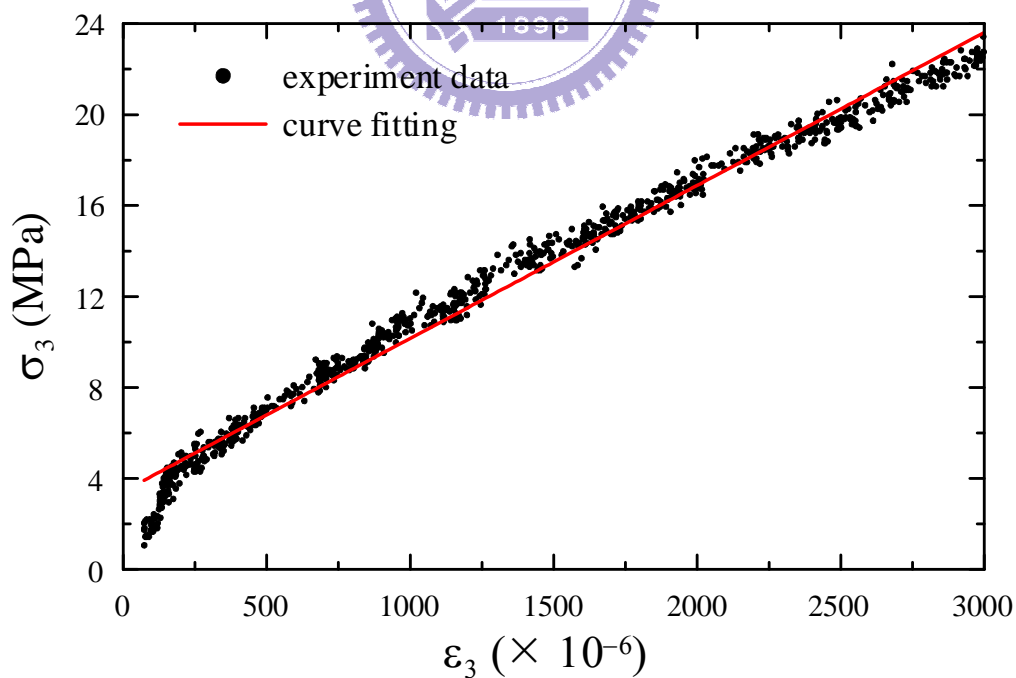


圖 3.27 萬能拉伸試驗機(MTS)之軸向應力對軸向應變曲線圖 2

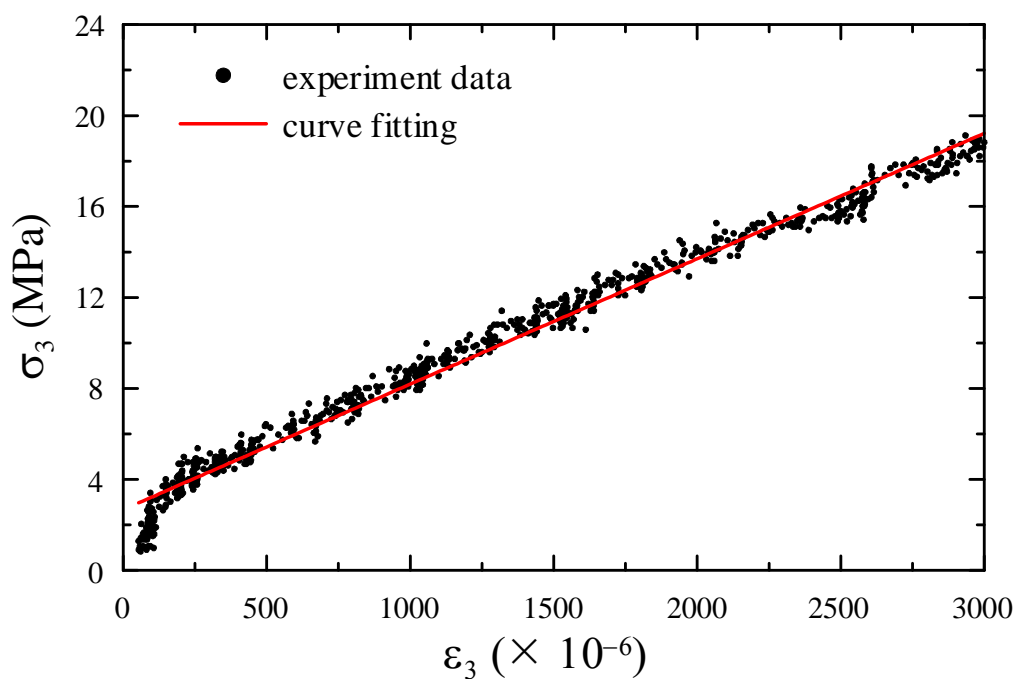


圖 3.28 萬能拉伸試驗機(MTS)之軸向應力對軸向應變曲線圖 3

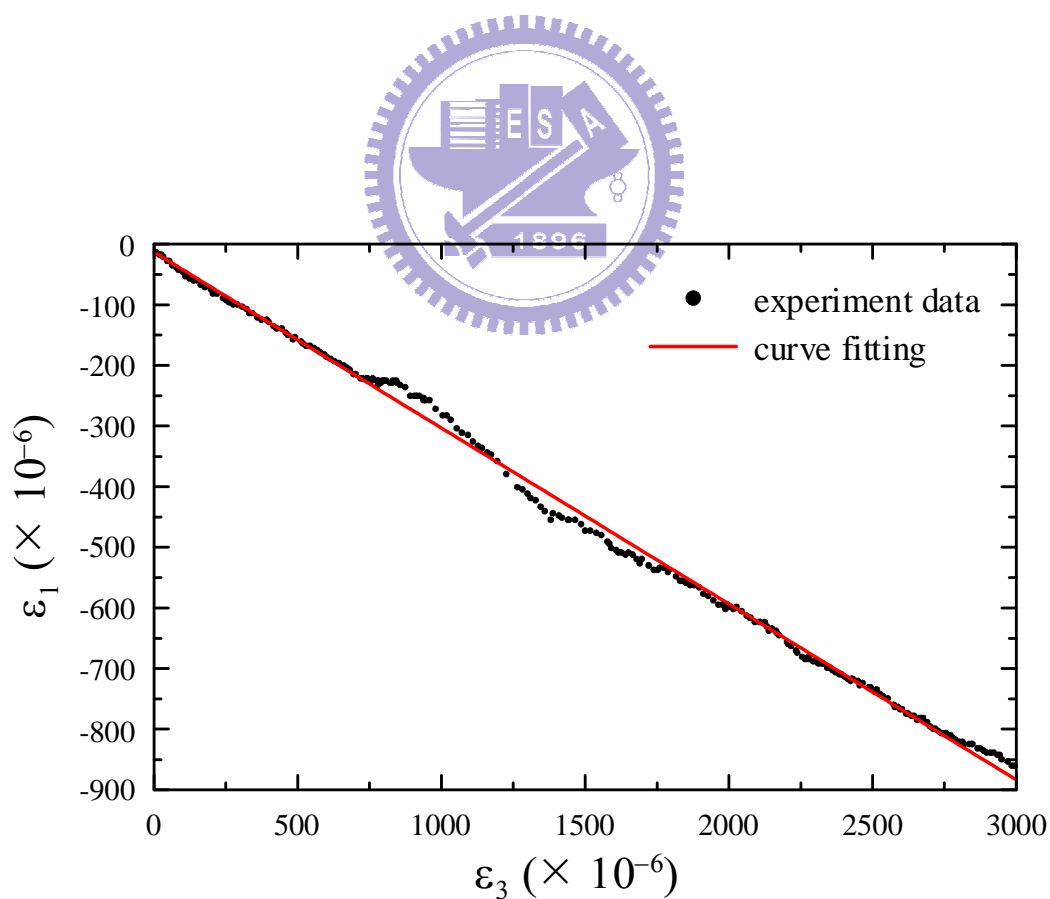


圖 3.29 萬能拉伸試驗機(MTS)之側向應變對軸向應變曲線圖 1

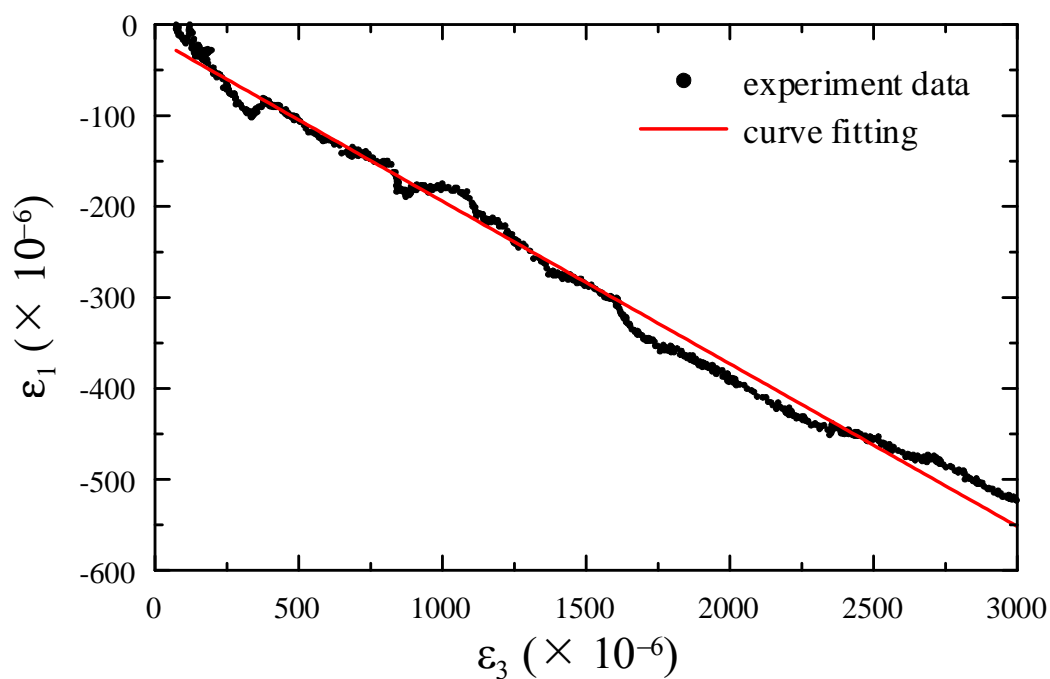


圖 3.30 萬能拉伸試驗機(MTS)之側向應變對軸向應變曲線圖 2

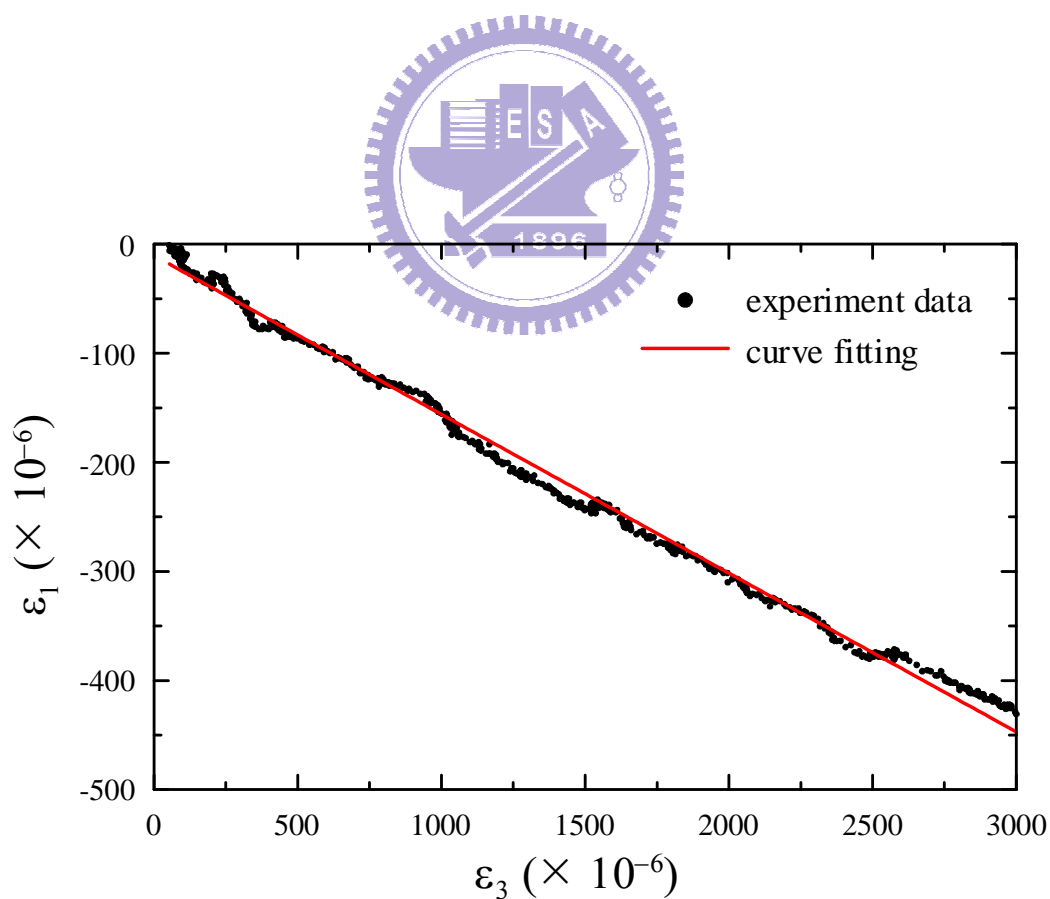


圖 3.31 萬能拉伸試驗機(MTS)之側向應變對軸向應變曲線圖 3

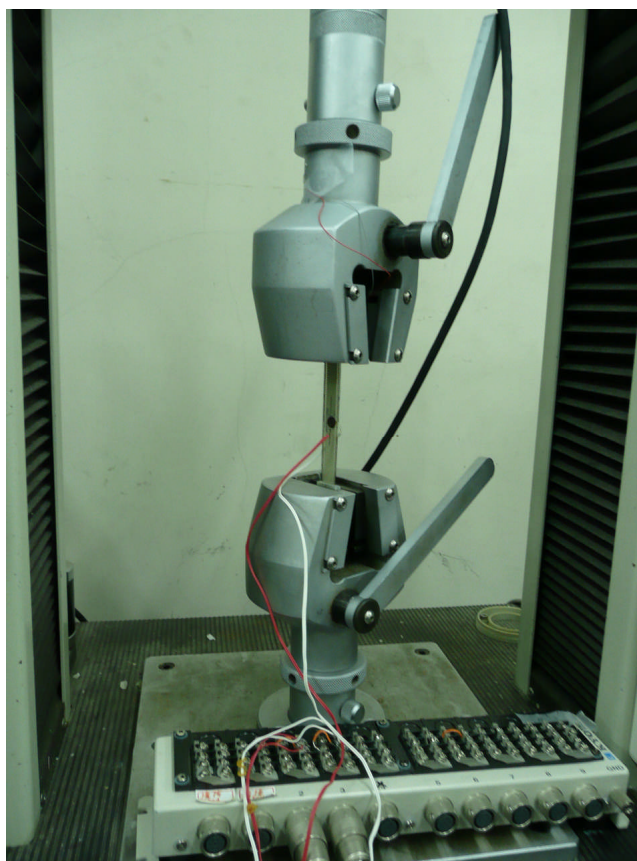


圖 3.32 電腦伺服控制材料試驗機(HT-2102)拉伸照

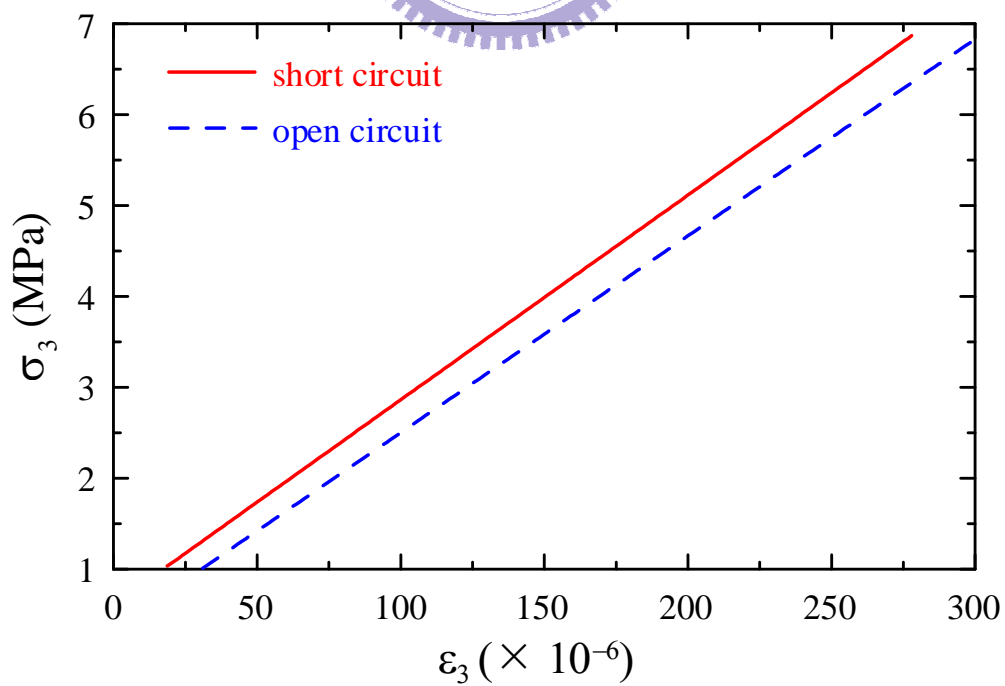


圖 3.33 電腦伺服控制材料試驗機之軸向應力對軸向應變曲線圖 1

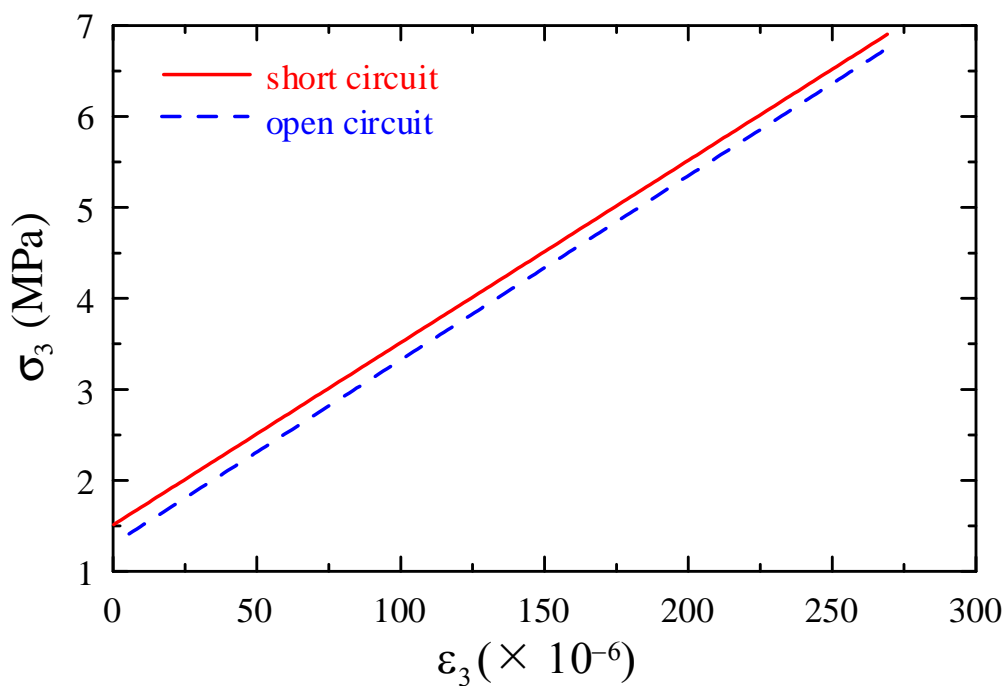


圖 3.34 電腦伺服控制材料試驗機之軸向應力對軸向應變曲線圖 2

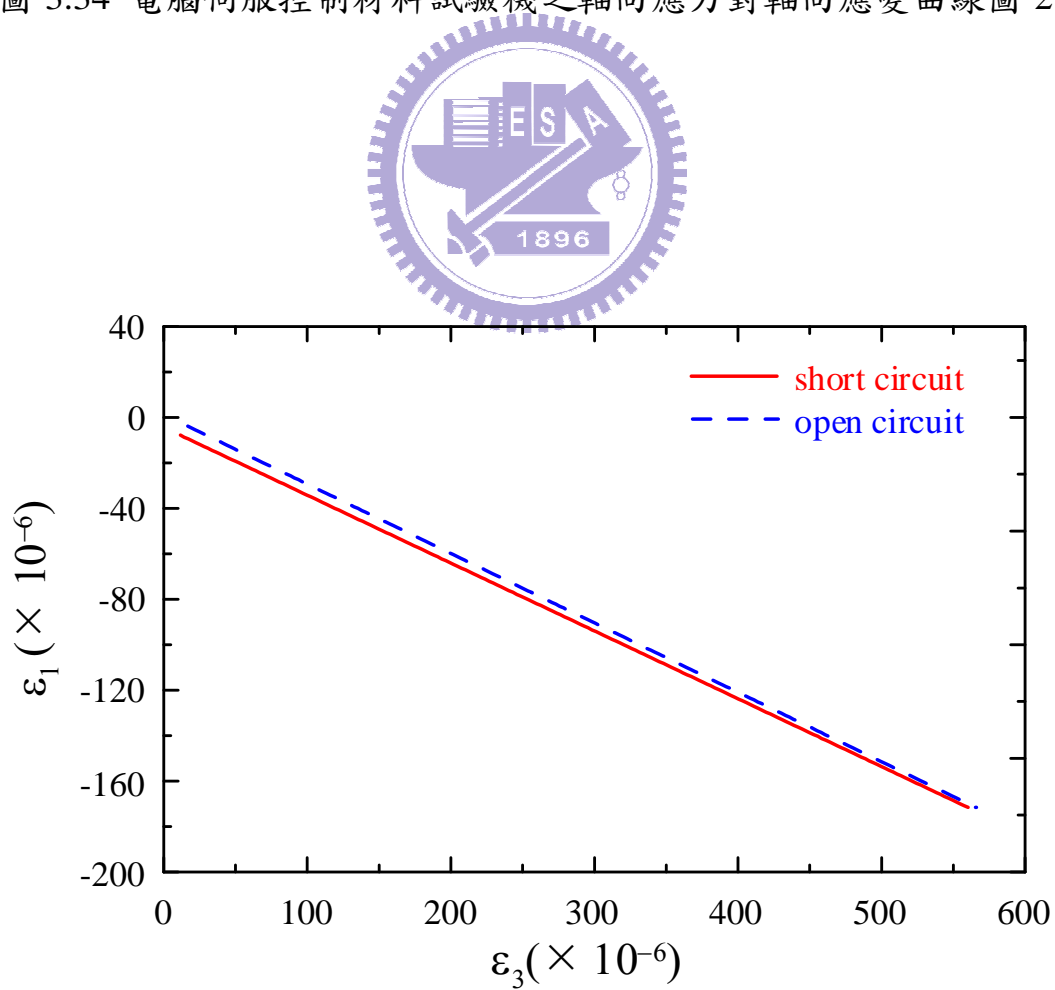


圖 3.35 電腦伺服控制材料試驗機之側向應變對軸向應變曲線圖 1

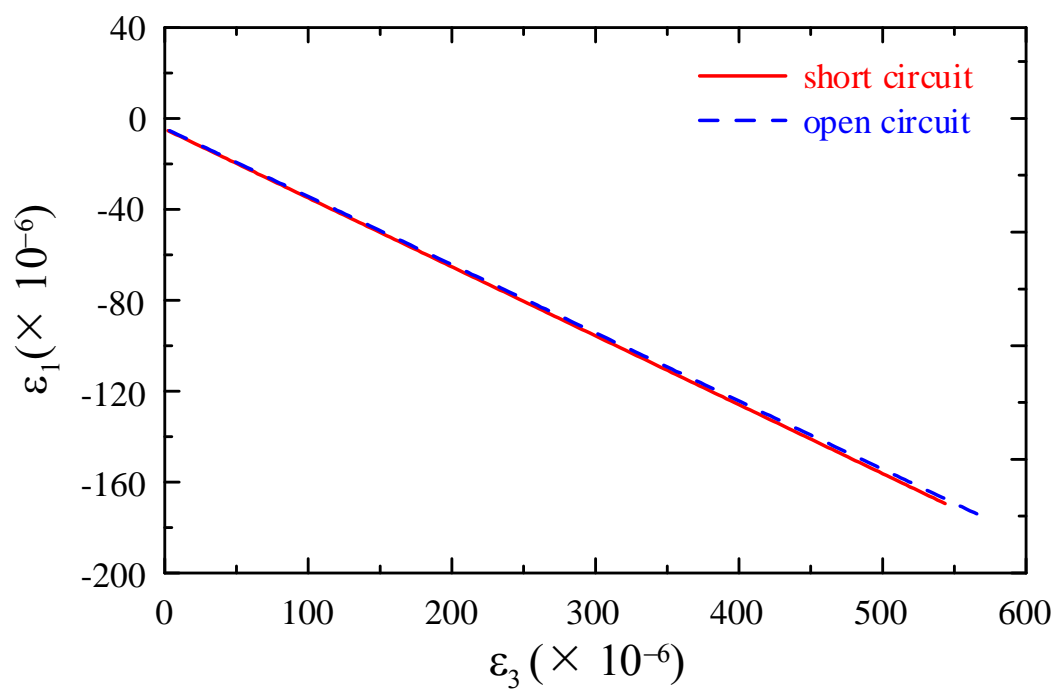
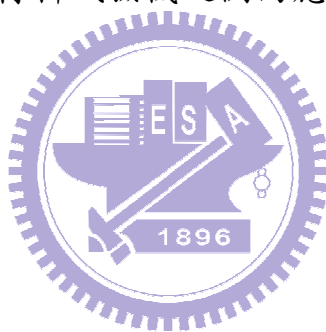


圖 3.36 電腦伺服控制材料試驗機之側向應變對軸向應變曲線圖 2



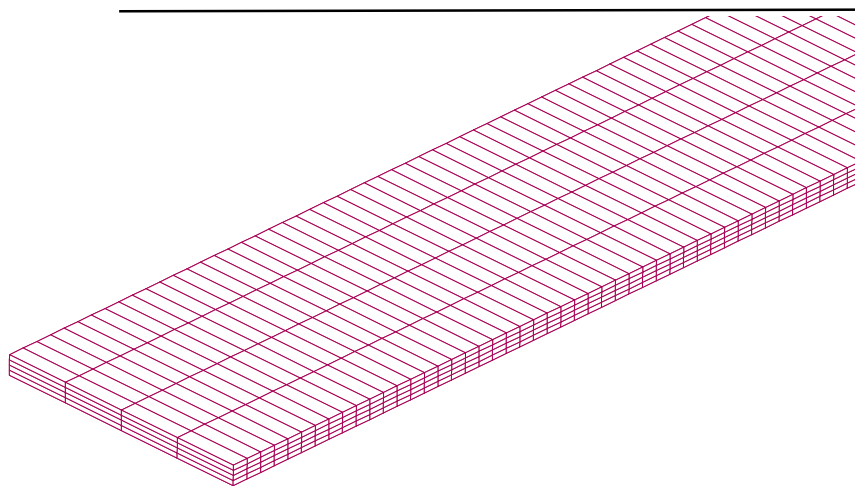


圖 4.1 反算分析模型局部元素圖

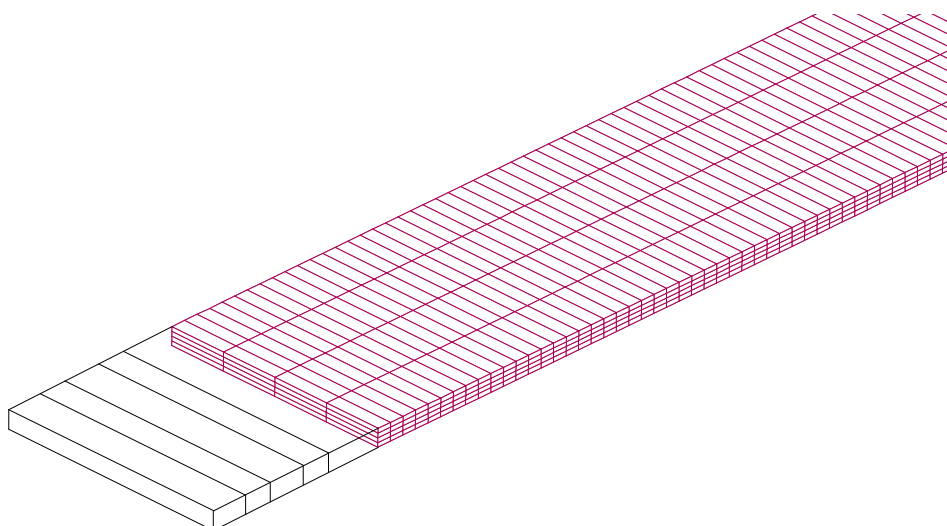
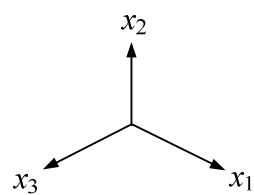
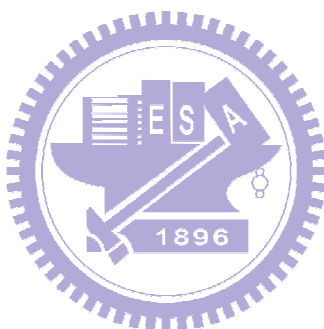


圖 4.2 模擬 40% 脫層之結構振動

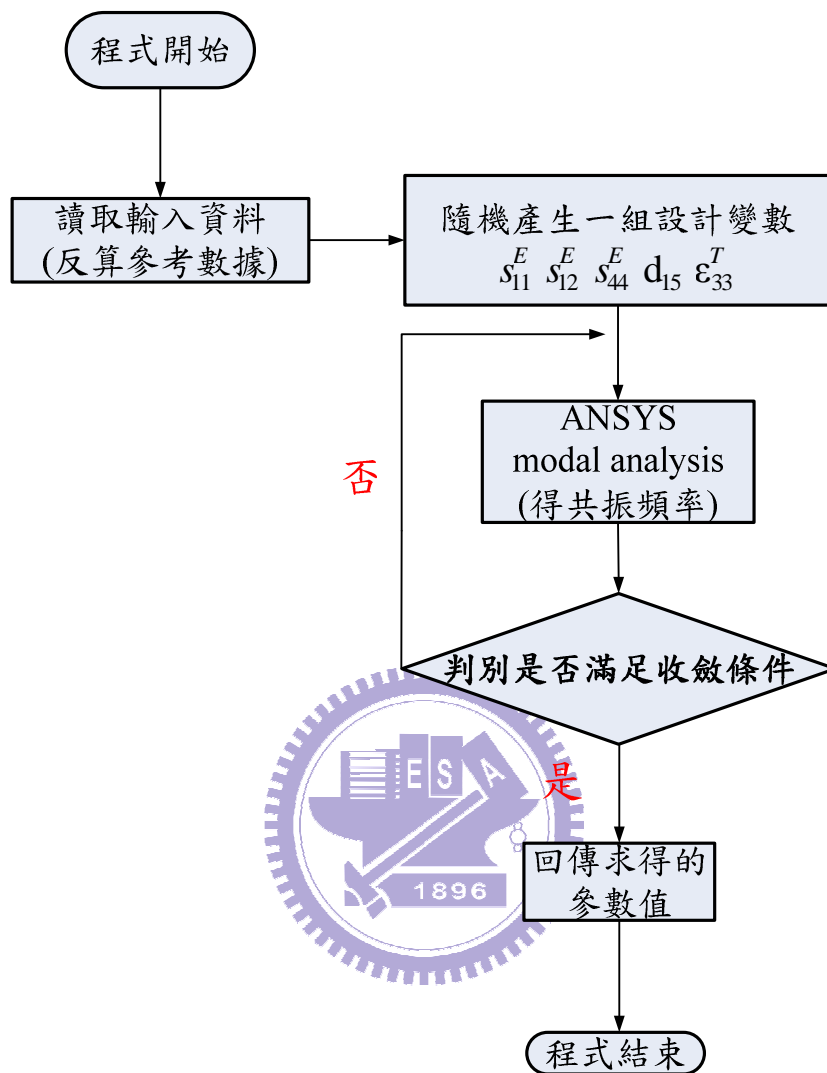


圖 4.3 反算流程圖

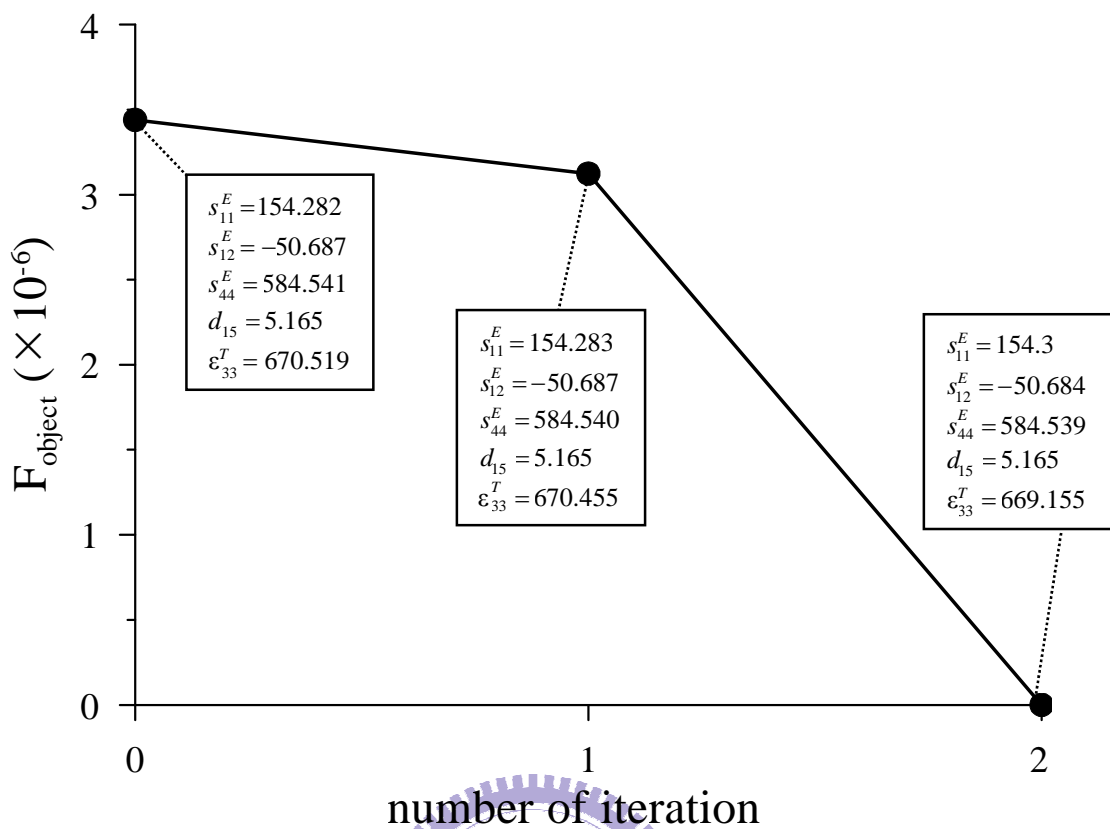


圖 4.4 最佳化迭代圖

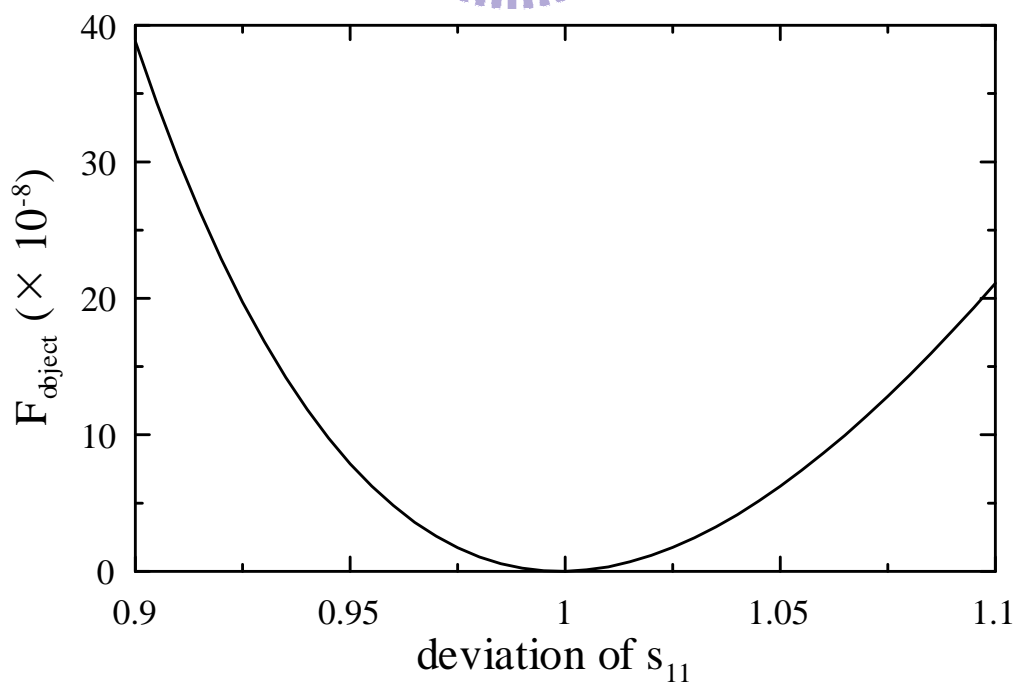


圖 4.5 單變數 s_{11}^E 對應的目標函數

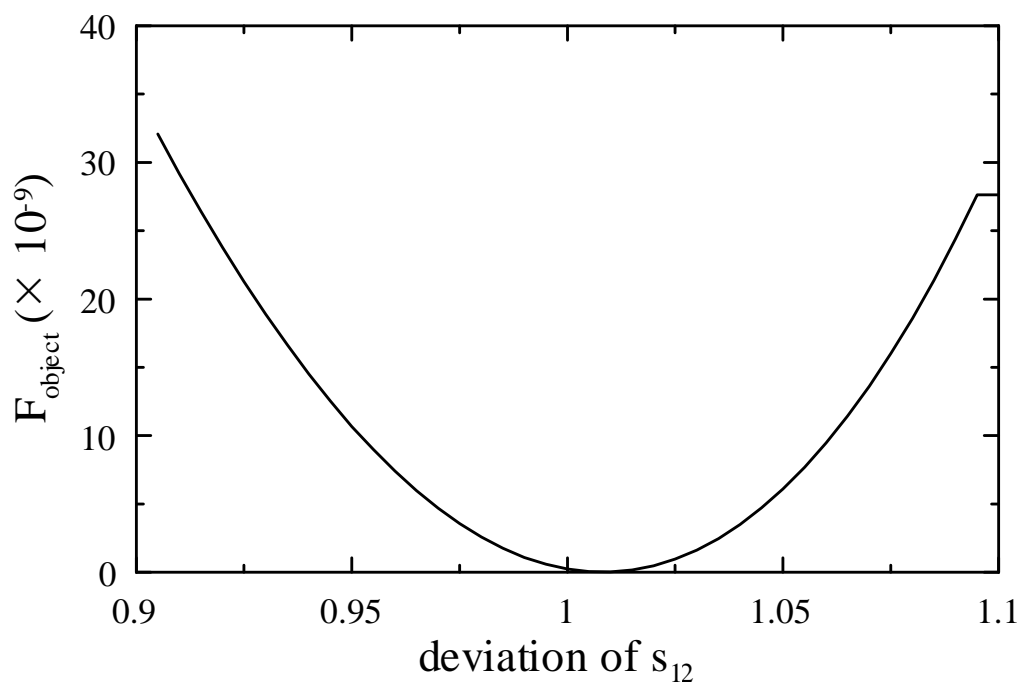


圖 4.6 單變數 s_{12}^E 對應的目標函數

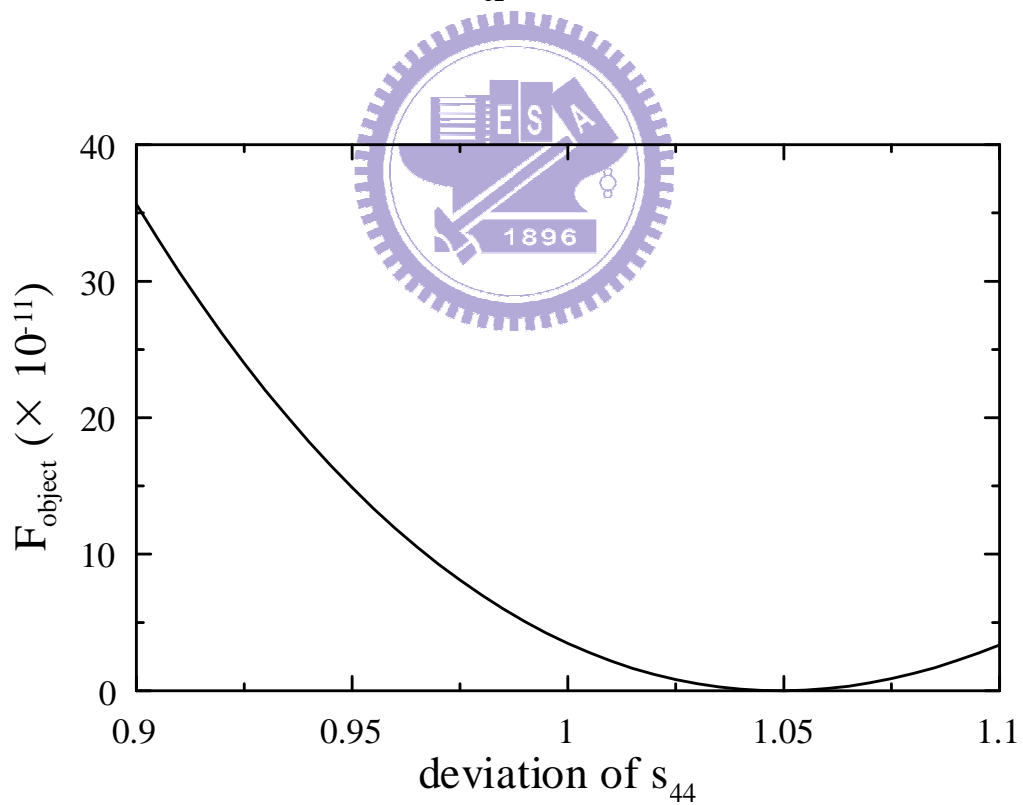


圖 4.7 單變數 s_{44}^E 對應的目標函數

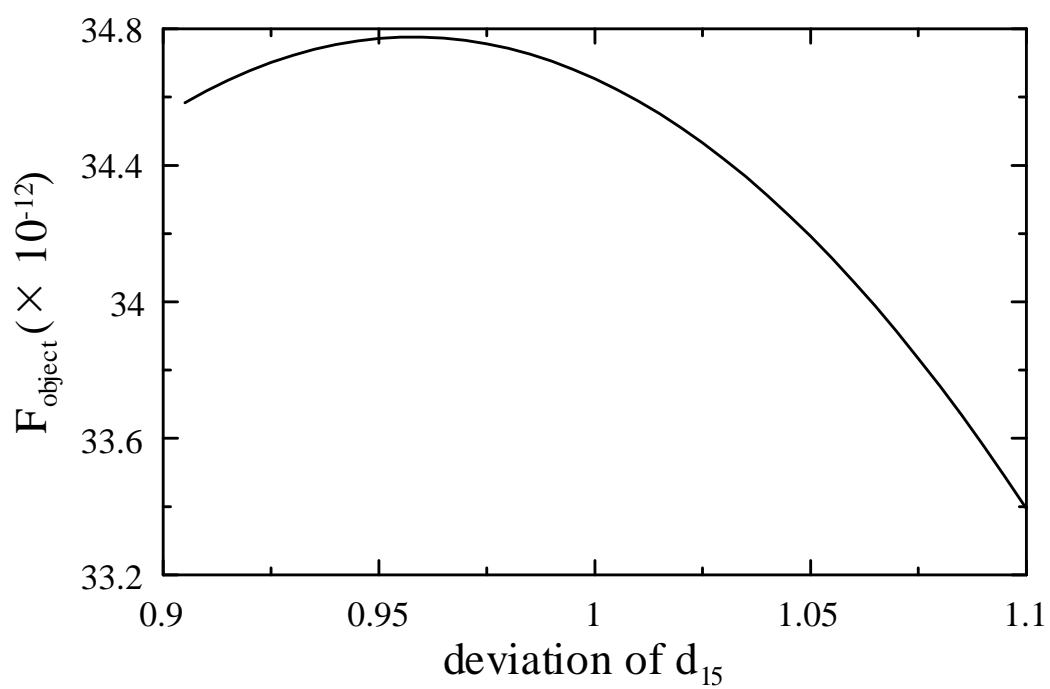


圖 4.8 單變數 d_{15} 對應的目標函數

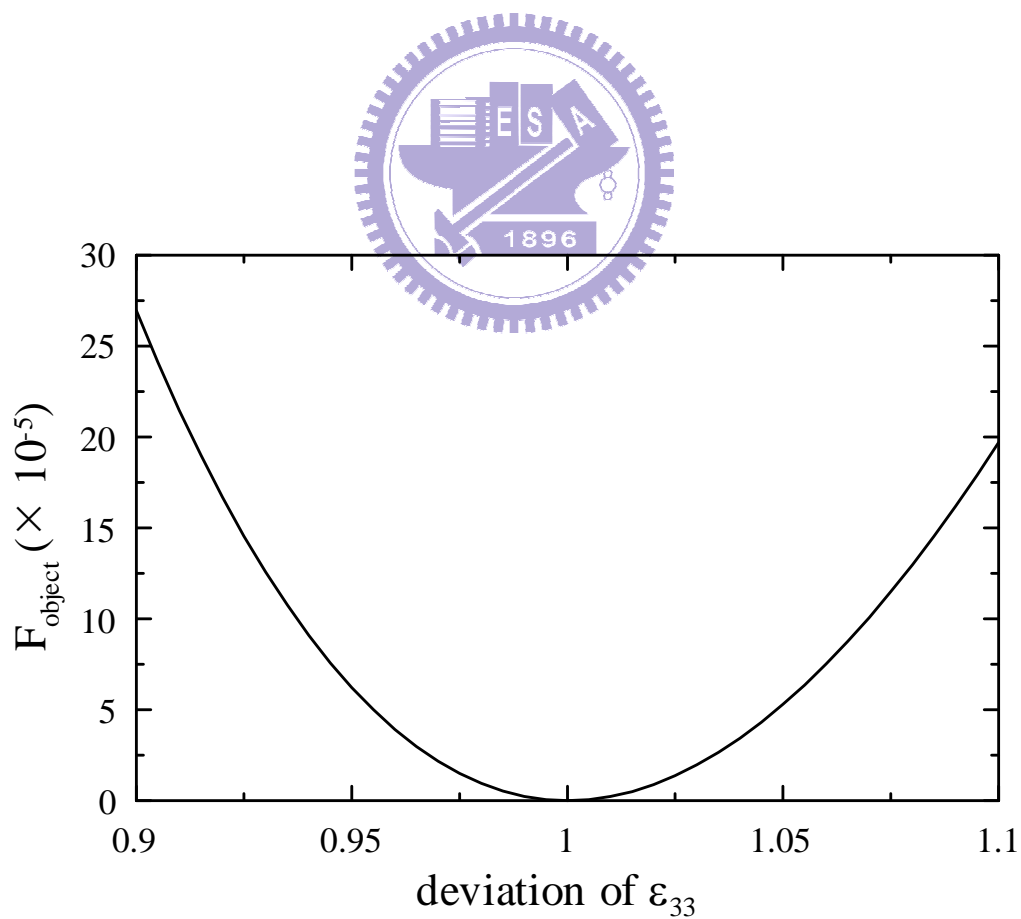
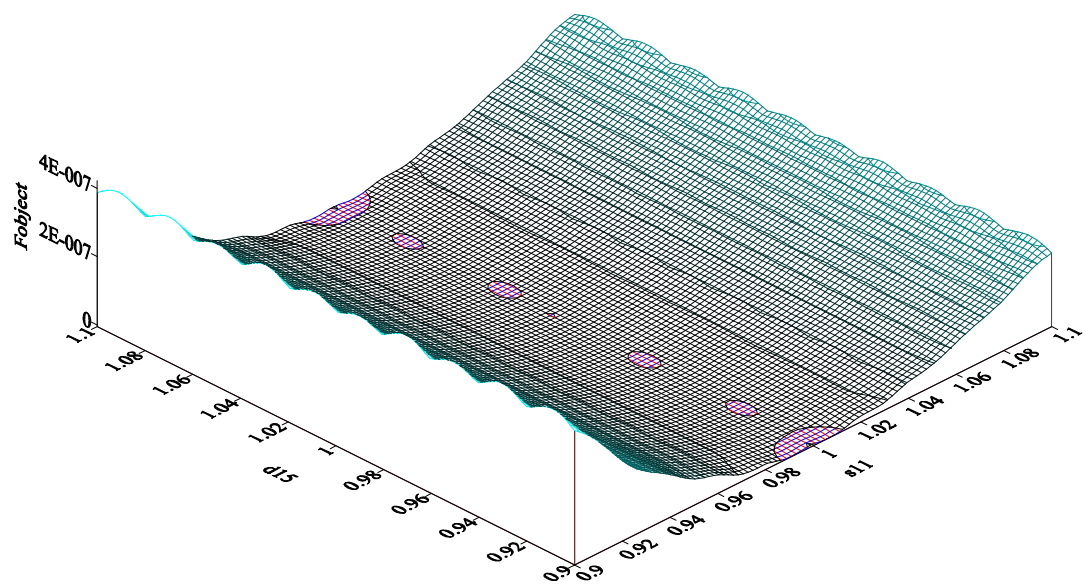


圖 4.9 單變數 ϵ_{33}^T 對應的目標函數

(a)



(b)

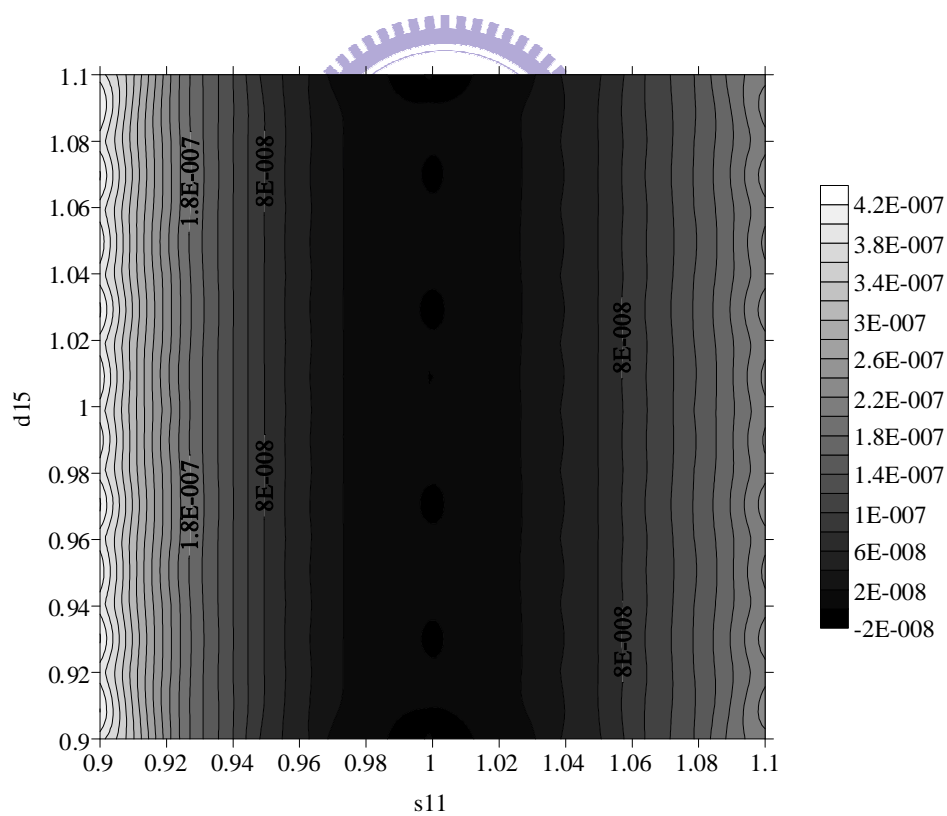


圖 4.10 雙變數 s_{11}^E , d_{15} 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

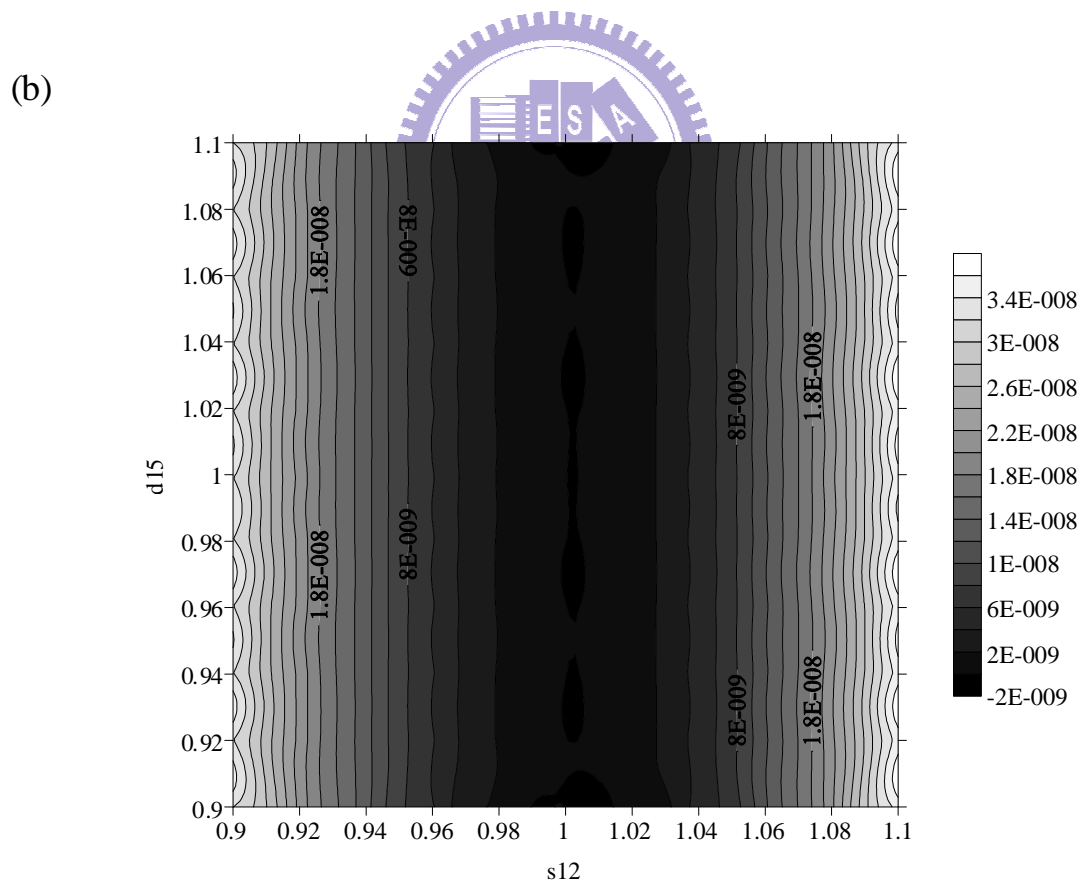
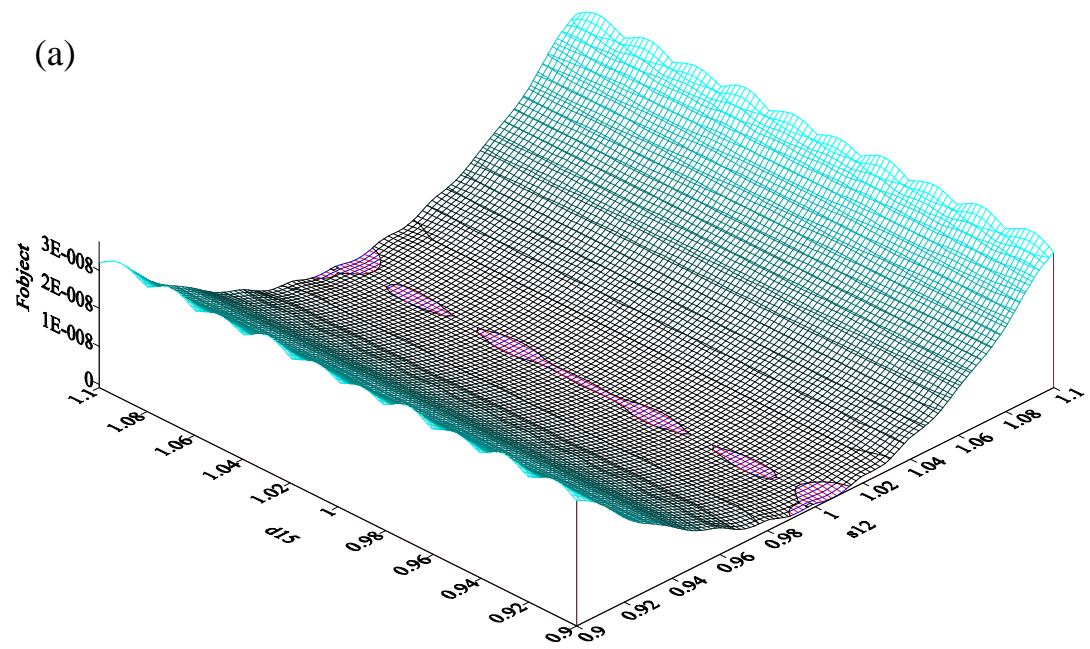
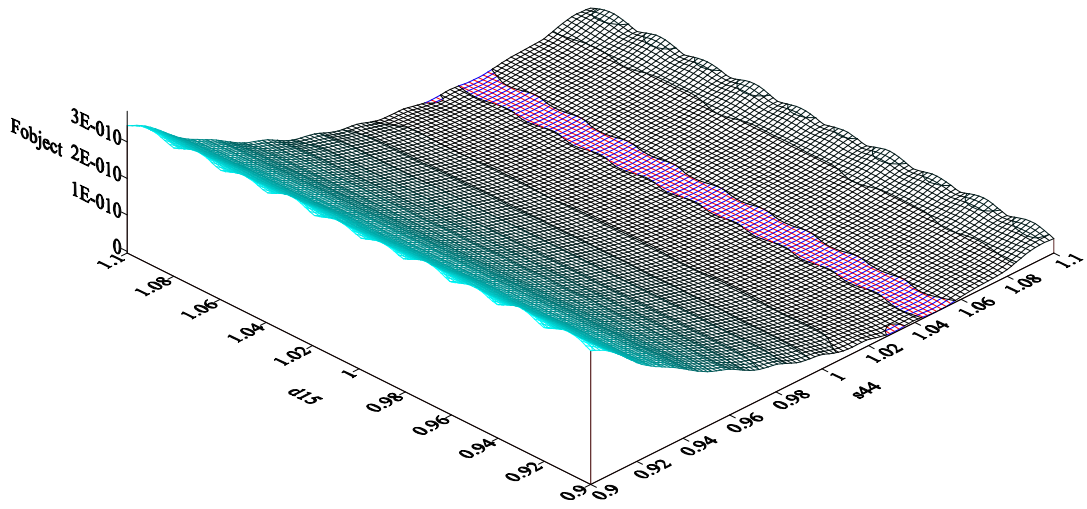


圖 4.11 雙變數 s_{12}^E , d_{15} 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

(a)



(b)

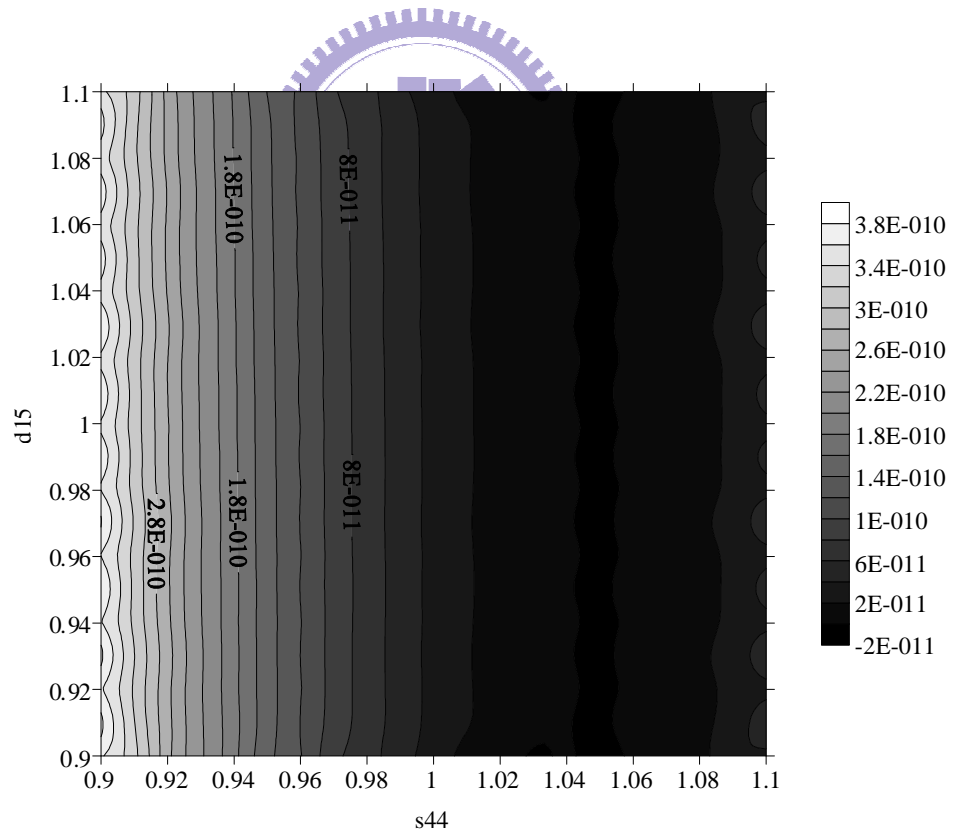


圖 4.12 雙變數 s_{44}^E, d_{15} 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

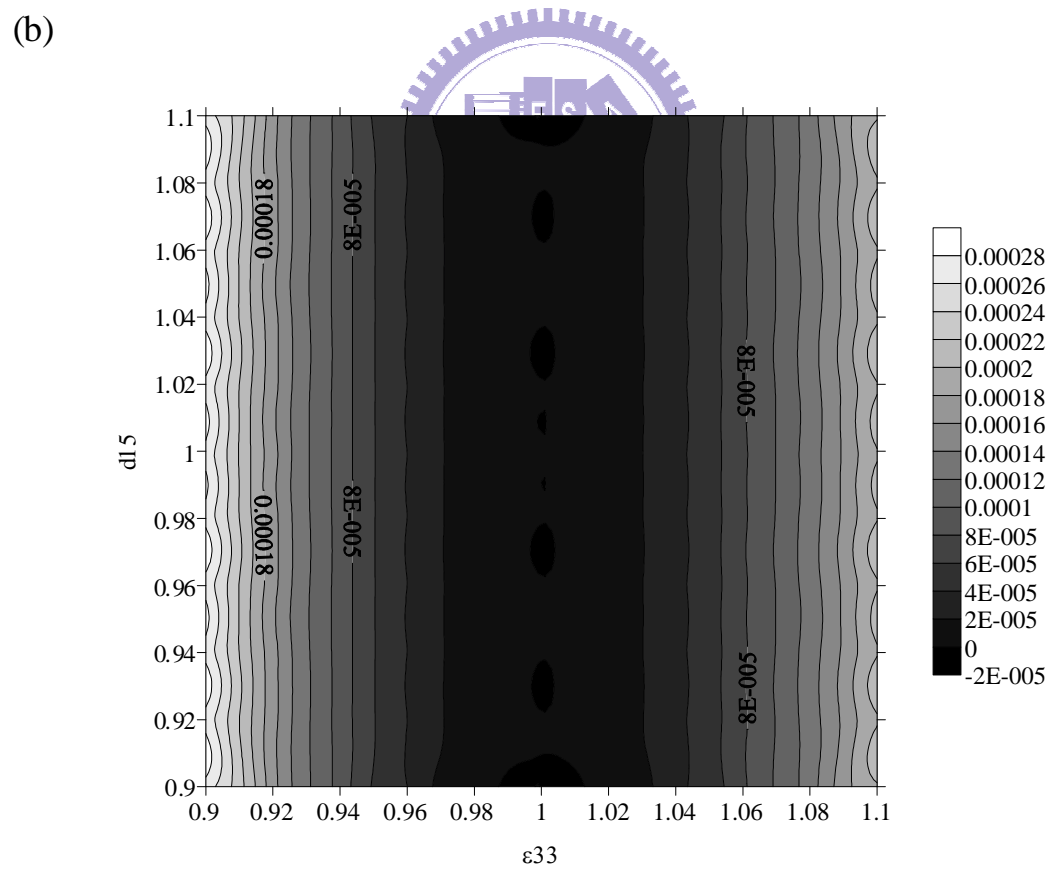
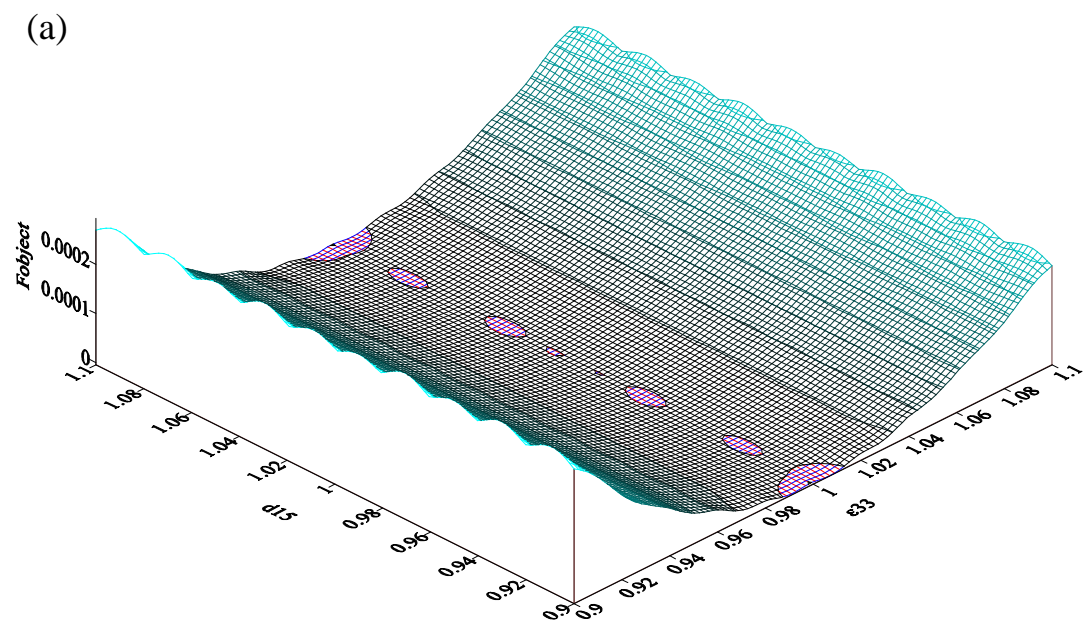
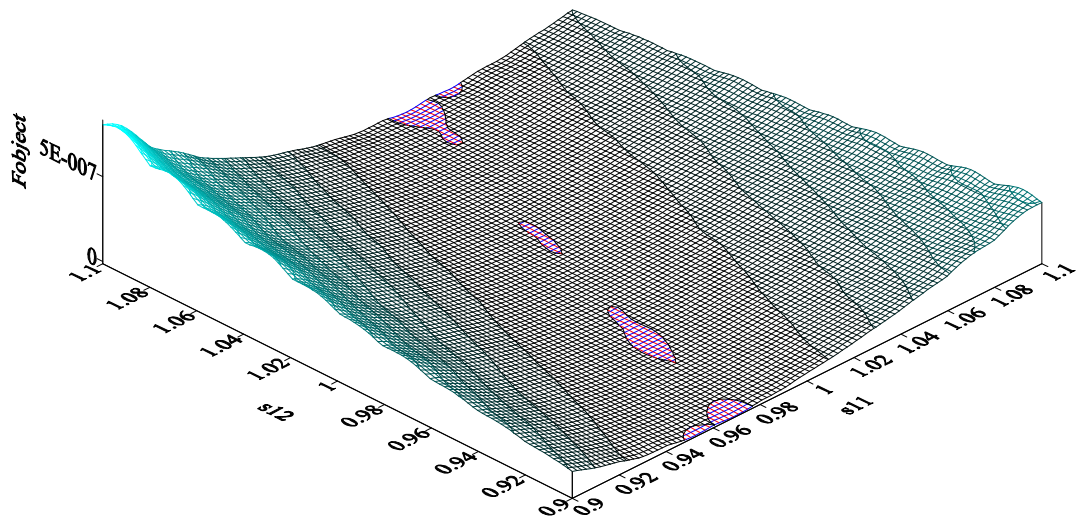


圖 4.13 雙變數 ϵ_{33}^T , d_{15} 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

(a)



(b)

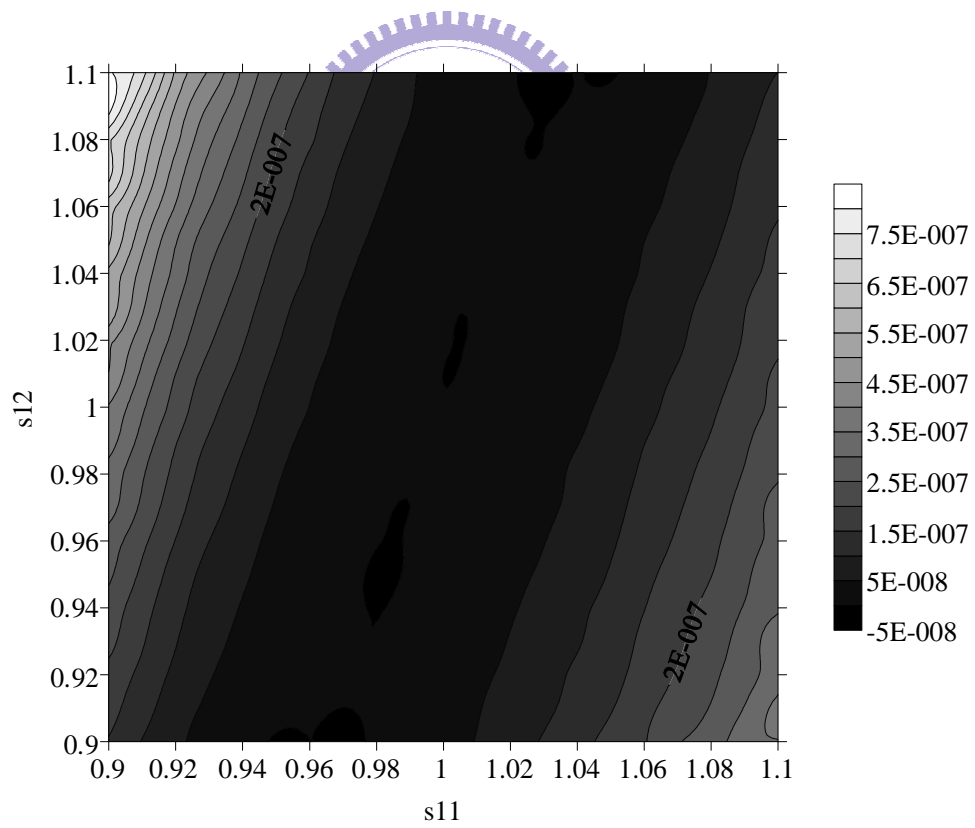


圖 4.14 雙變數 s_{11}^E, s_{12}^E 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

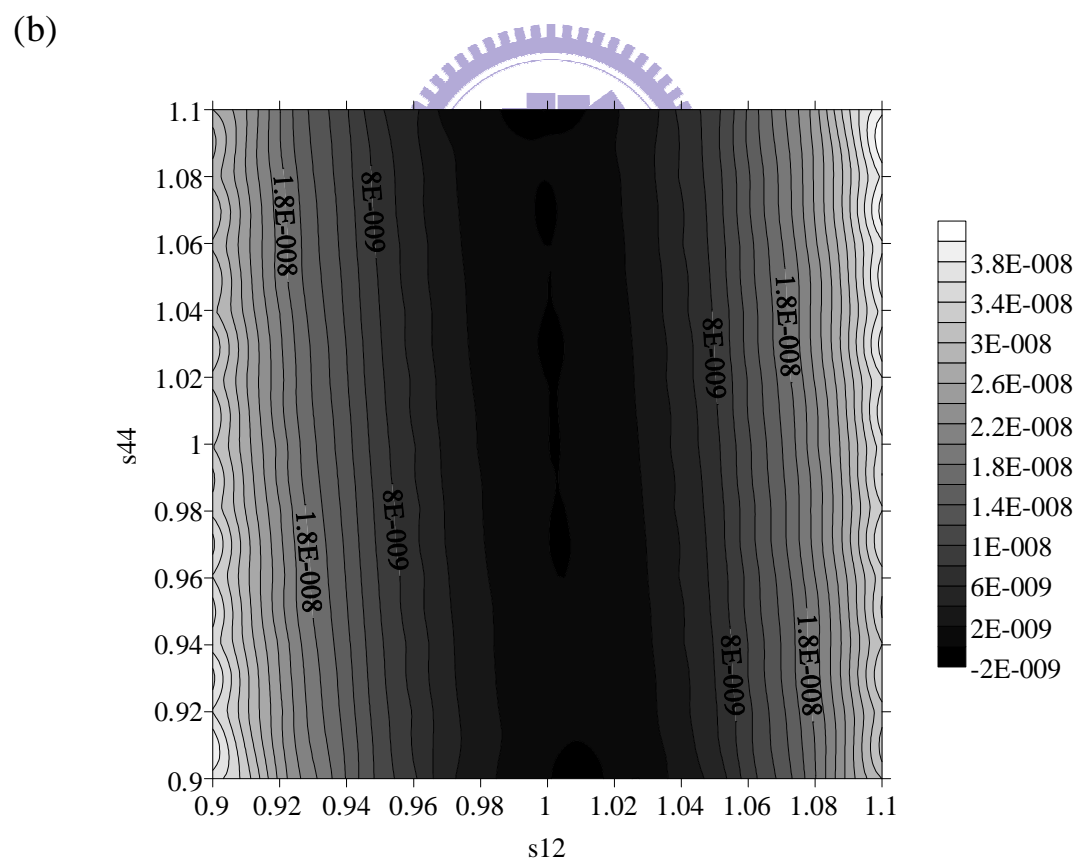
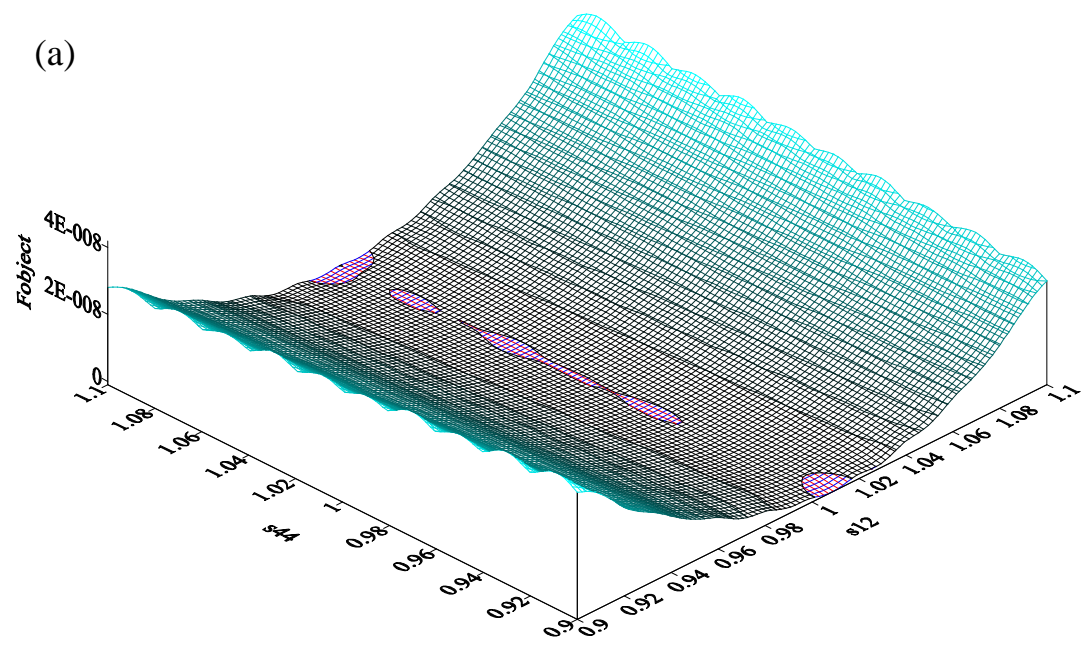
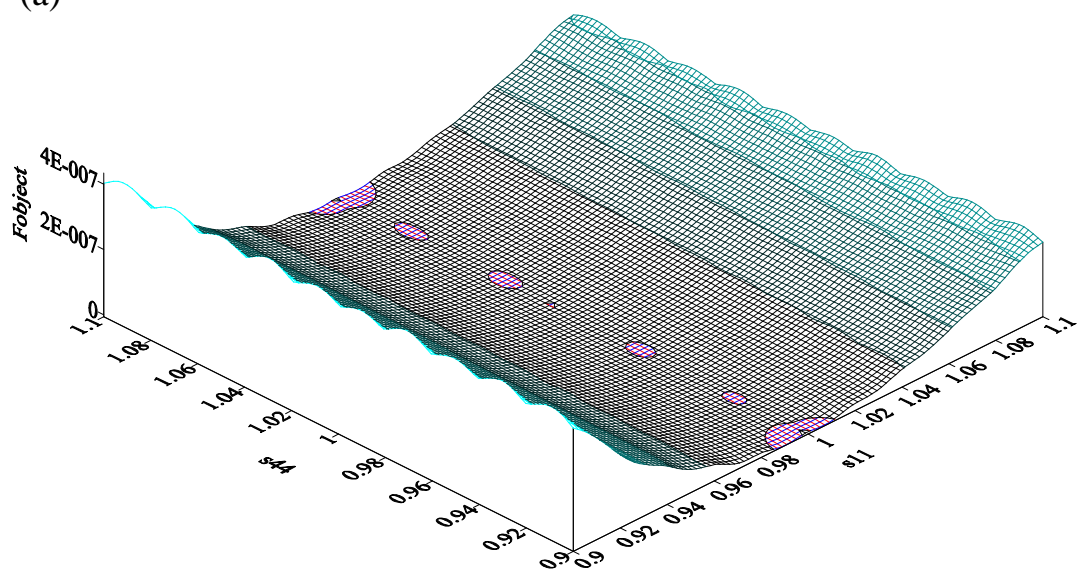


圖 4.15 雙變數 s_{11}^E, s_{44}^E 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

(a)



(b)

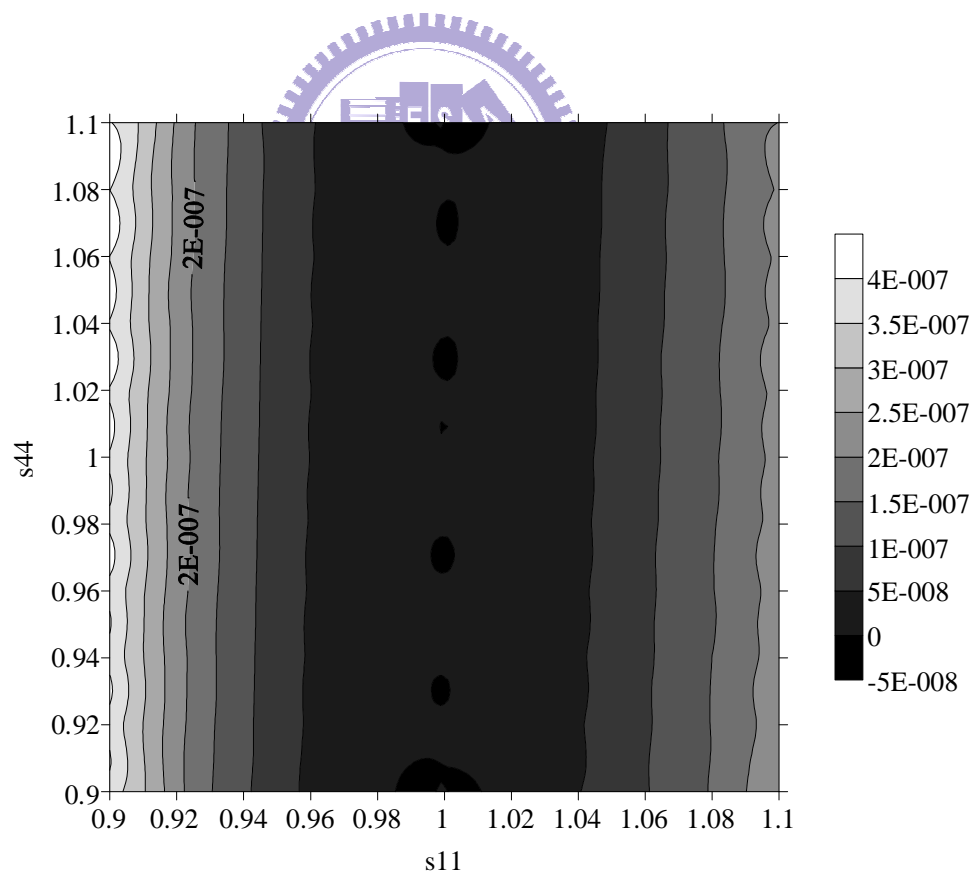


圖 4.16 雙變數 s_{11}^E , s_{44}^E 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

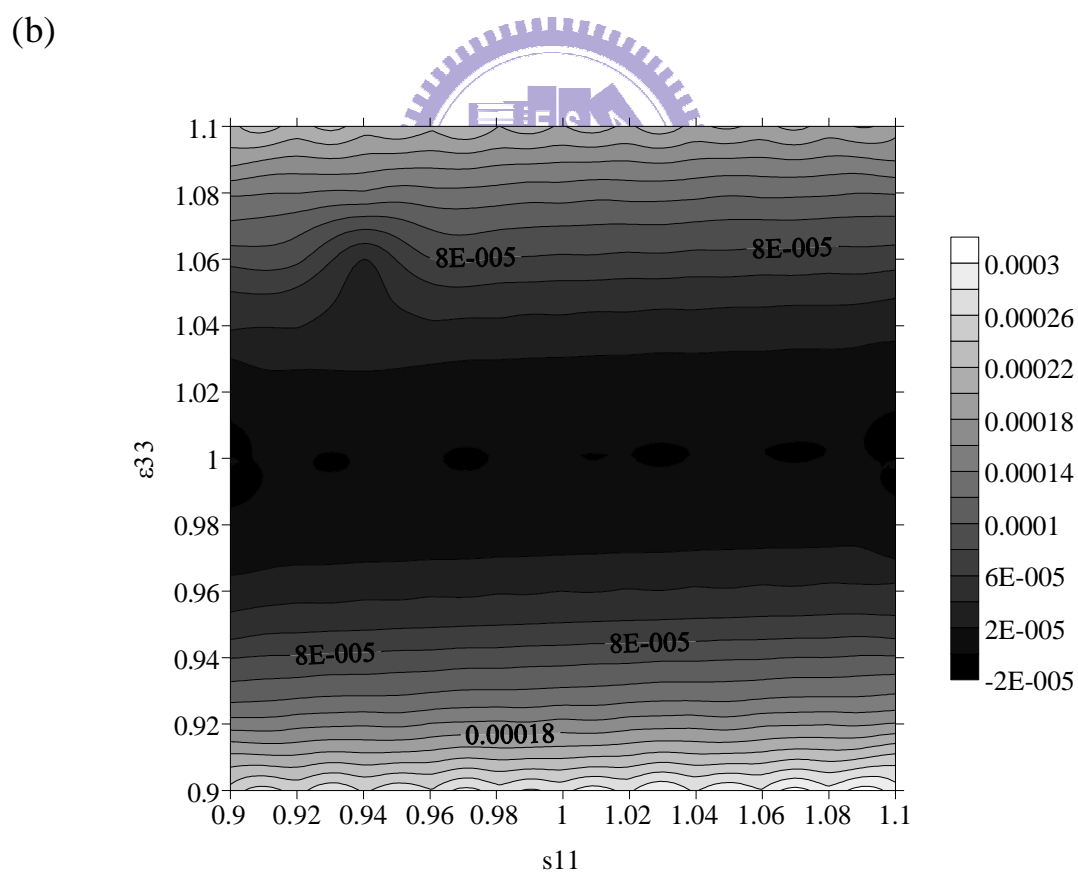
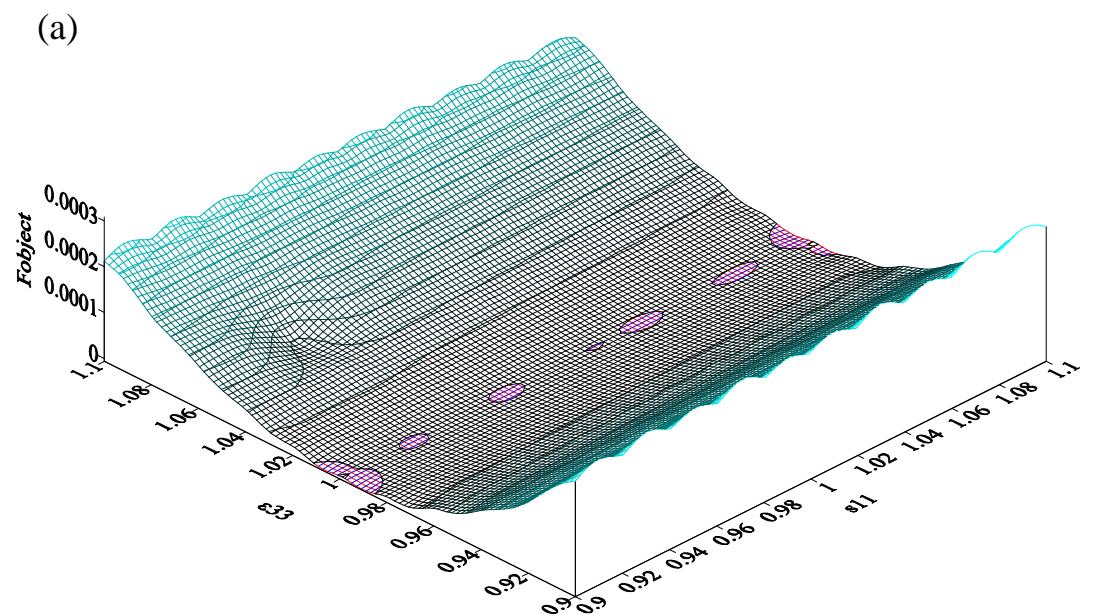


圖 4.17 雙變數 $s_{11}^E, \varepsilon_{33}^T$ 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

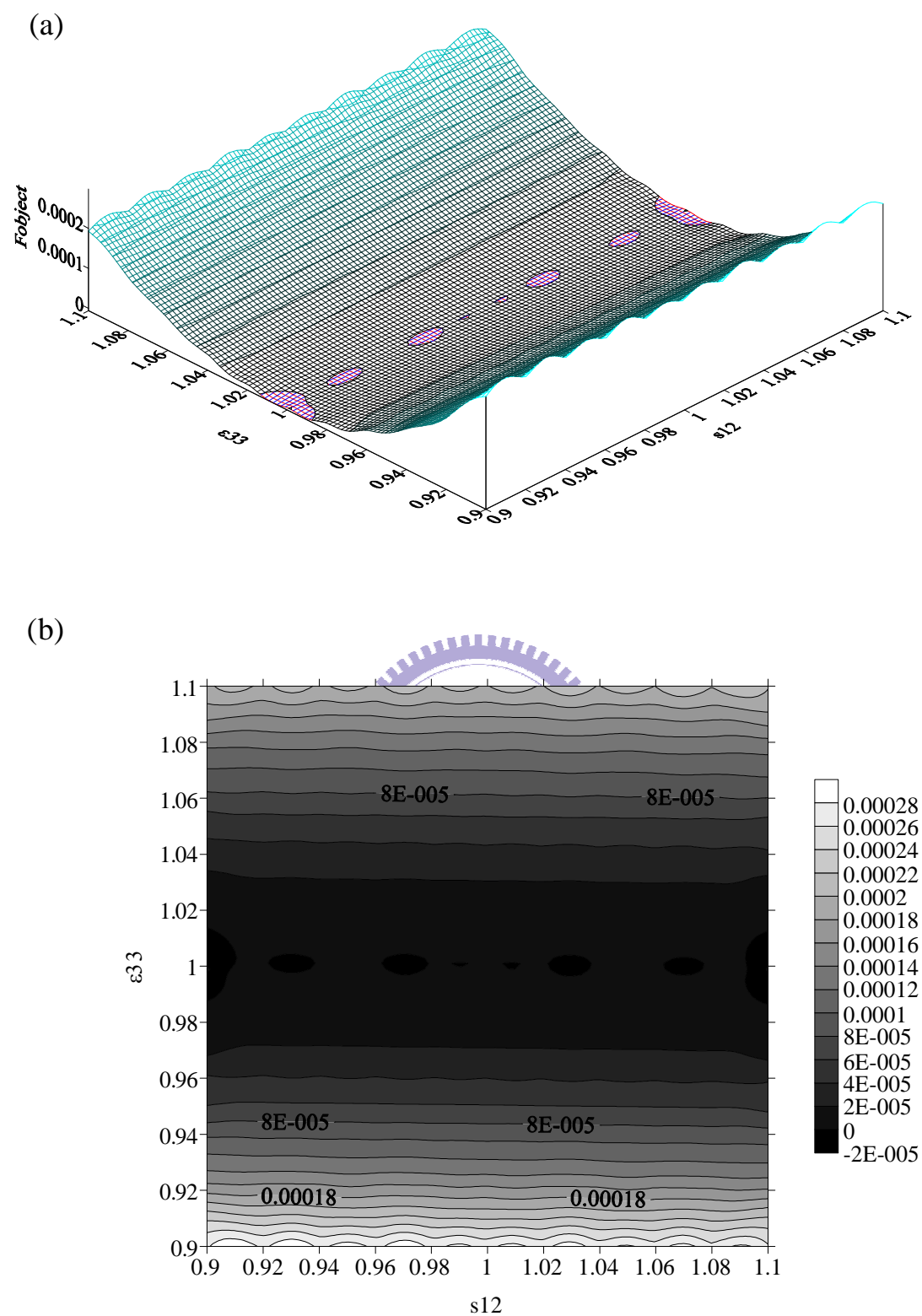


圖 4.18 雙變數 $s_{12}^E, \epsilon_{33}^T$ 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

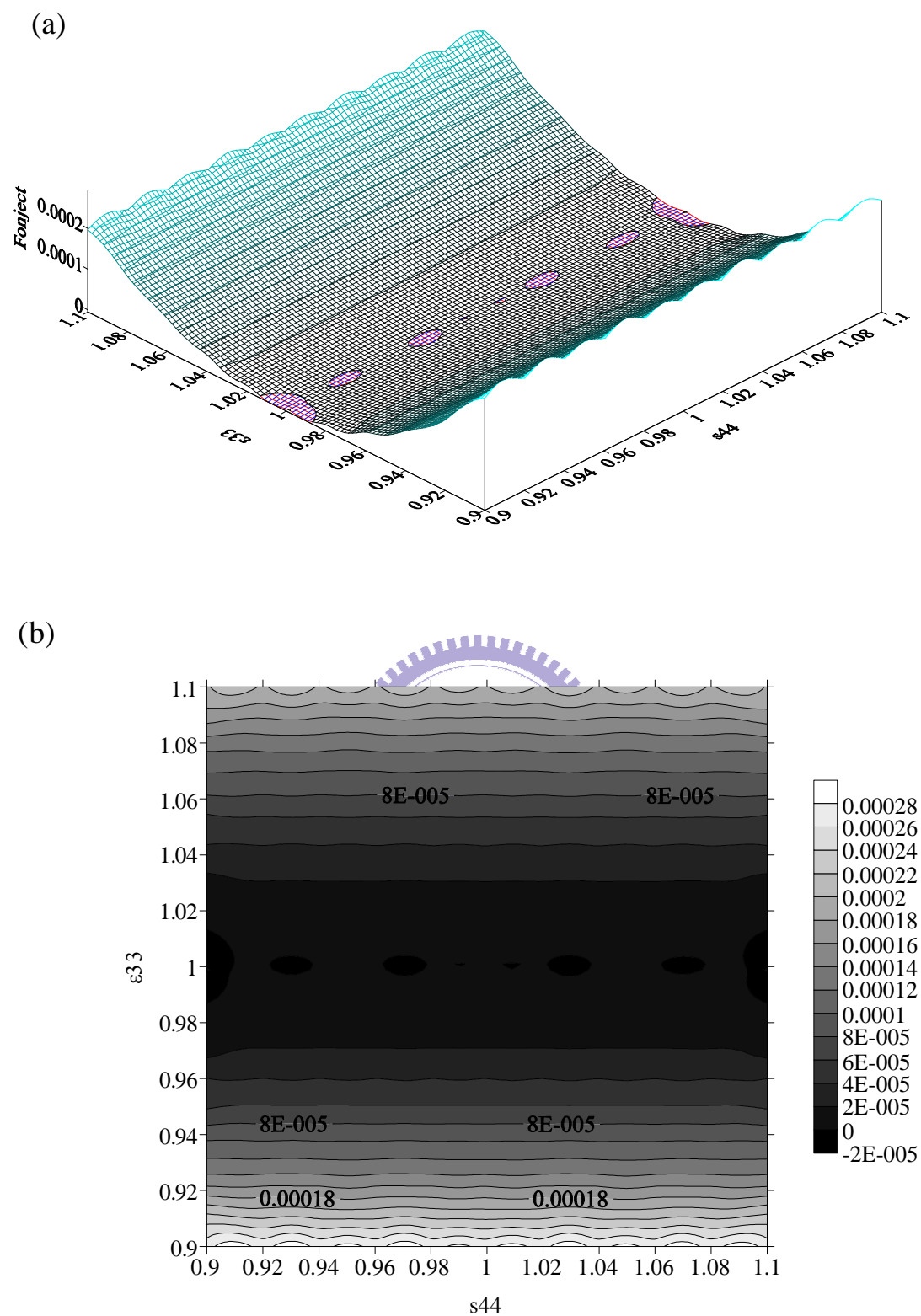


圖 4.19 雙變數 $s_{44}^E, \epsilon_{33}^T$ 對應的目標函數(a)透視圖及(b)等高線圖

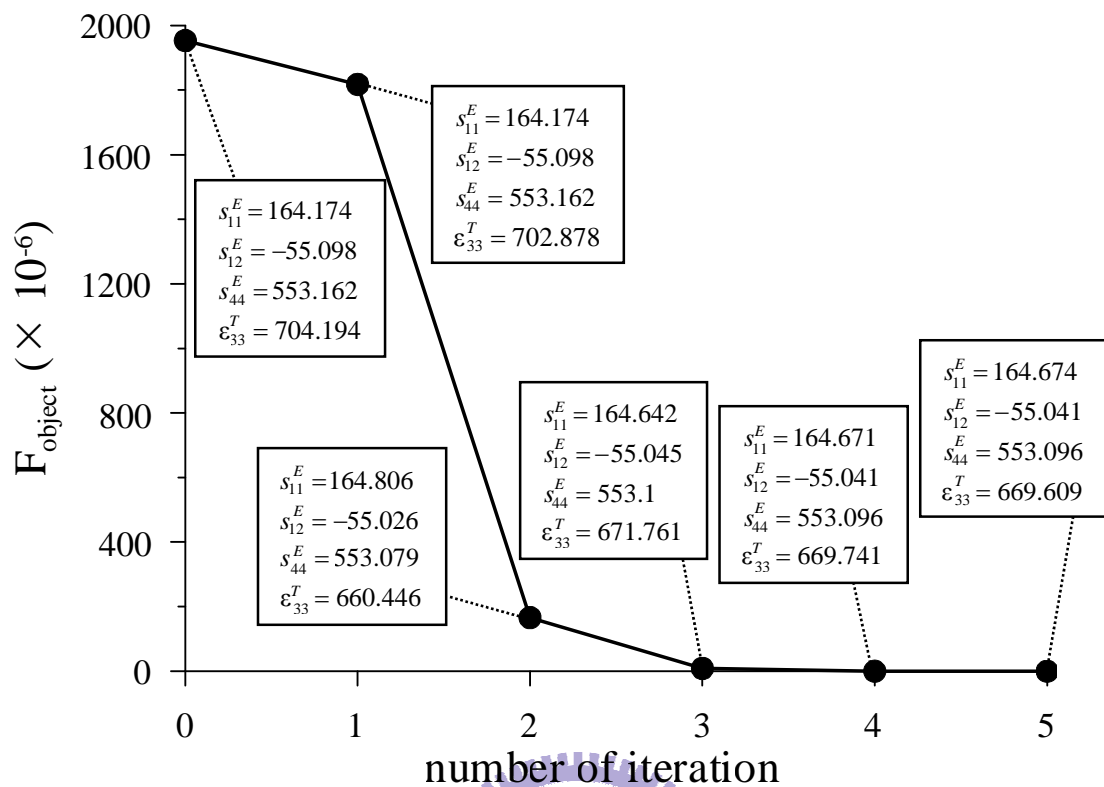


圖 4.20 不考慮壓電係數 d_{15} 的最佳化迭代圖

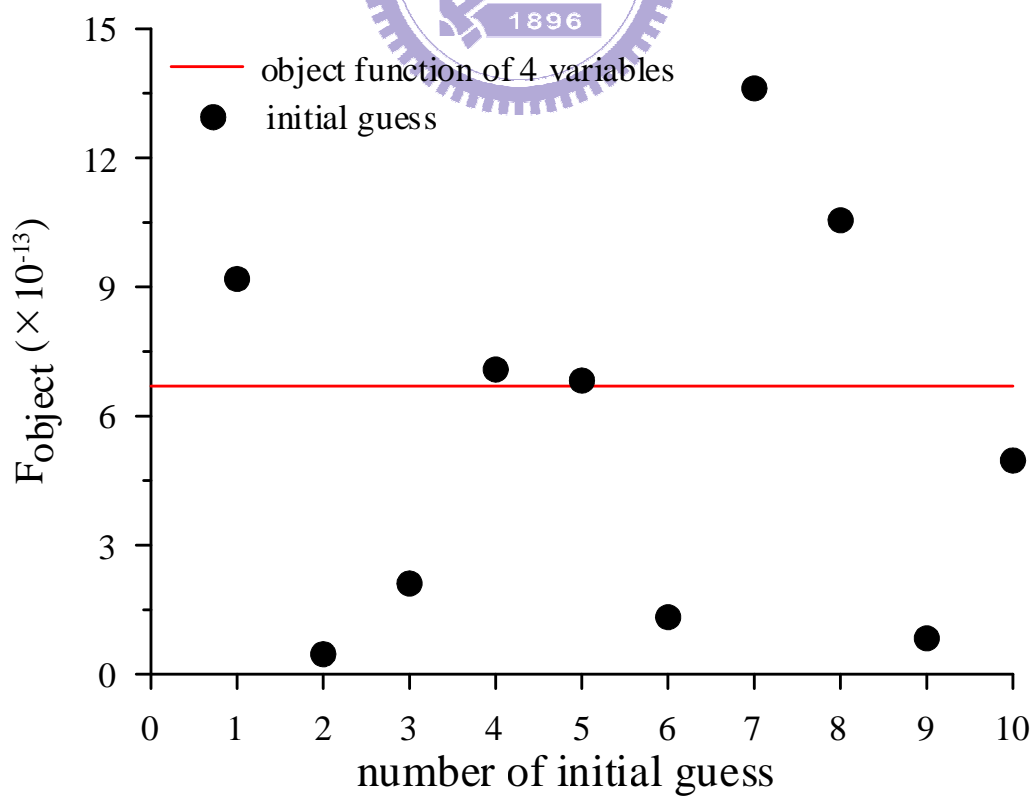


圖 4.21 多起始點測試

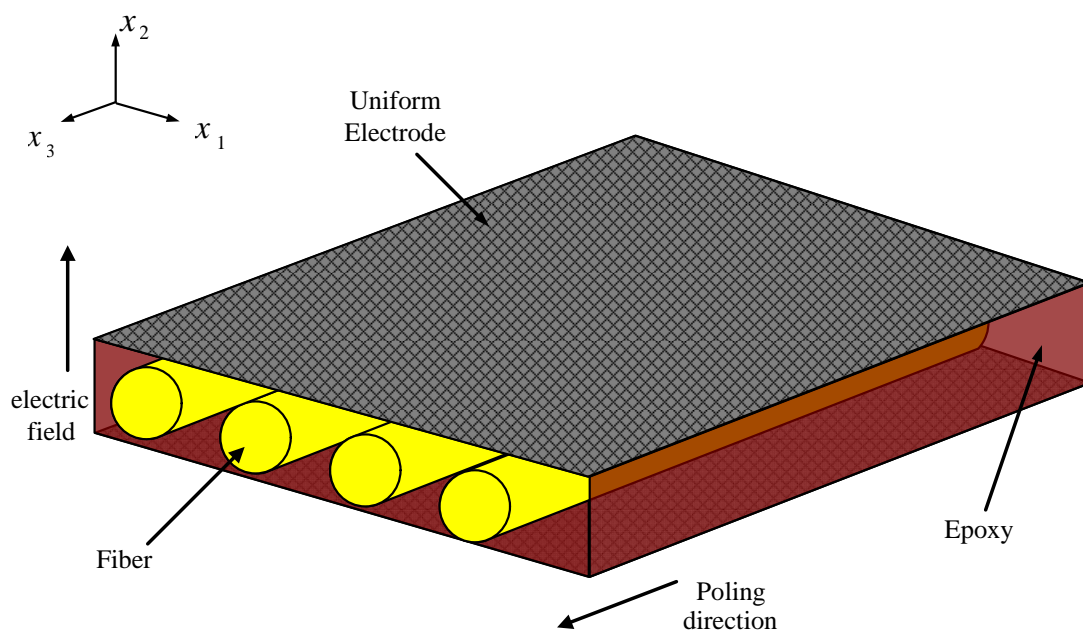
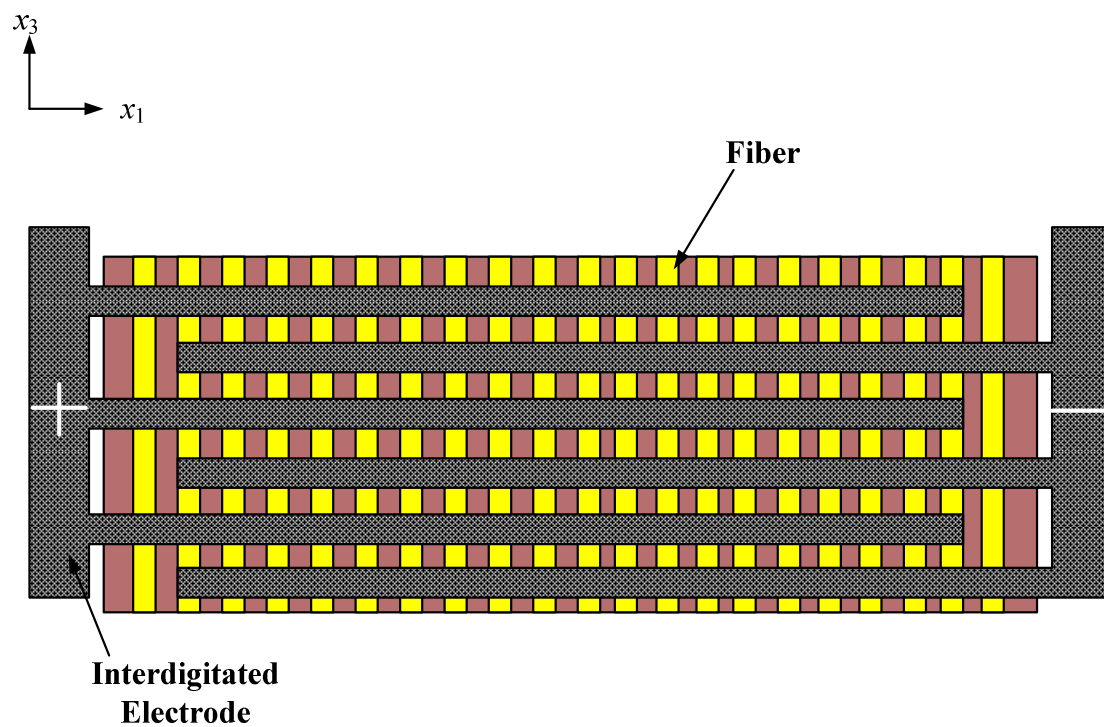


圖 5.2 電場與極化方向垂直的壓電纖維複材試片