

# 第一章 導論

由於微碟(microdisk)、微球(microsphere)、光子晶體(photonic crystal)等微奈米共振腔具有低模態體積及高品質因子的特性，受到半導體共振腔研究團隊重視。半導體共振腔被廣泛的運用在微光學元件及量子資訊領域研究。在微光學元件方面，這些共振腔可用來製作低臨界雷射[1]；而在量子資訊研究方面則有單光子源[2]及強耦合系統[3,4,5,6,7]。圓形微碟共振腔的主要模態為耳語廊模態(Whispering gallery modes, WGMs)，因為圓形幾何結構使光可經由內部全反射而繞著微碟的圓周傳播。由於單微碟的發射光不具方向性，無法有效運用在光學元件上，過去曾有研究指出耦合雙微碟可以破壞其幾何對稱性而增加某些方向幅射強度[8,9]。耦合雙微碟模態具有類雙原子特性，其模態分裂就像雙原子能階分裂成束縛態(bonding states)與反束縛態(antibonding states)。能階的振盪行為與微碟之間的距離有關，此特性對於不同幾何形狀的耦合系統皆適用，像耦合雙微球[10,11]與雙方型共振腔[12]等。這類耦合共振腔系統又常被稱為光子分子(photonic molecules, PM)。

本論文是研究雙微盤的模態耦合特性，是先將雙微碟轉移至藍寶石基板，並以探針製作雙微碟分子，再利用顯微光激螢光系統觀察模態耦合。論文架構如下:第二章推導單一微碟的共振模態及雙微碟的耦合模態理論，

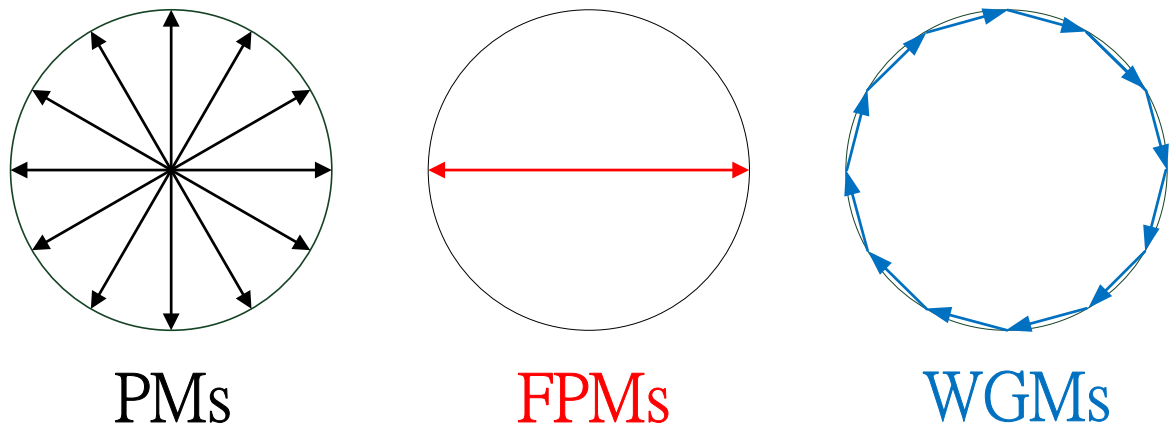
並且利用有限差分時域法模擬雙微碟在不同間距下的模態譜圖變化；第三章介紹樣品結構、微碟製作與實驗量測架構；第四章為實驗結果與討論，首先，證明實驗觀察的共振模態為 TE 方向。利用變激發功率實驗，可觀察模態耦合，並比較相同模態與不同模態的耦合關係。最後利用等效位能屏障解釋實驗結果。第五章為本論文結論。



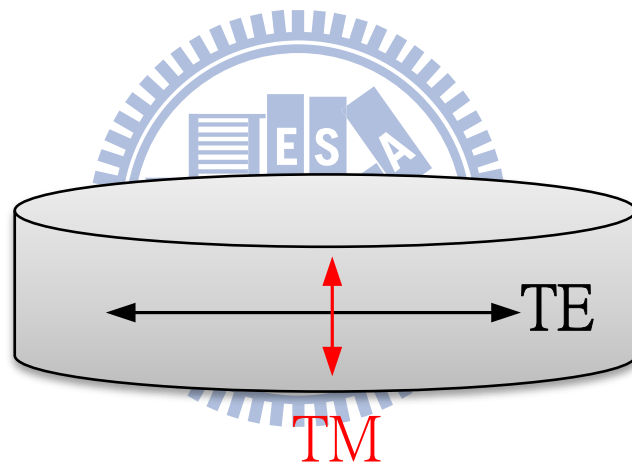
# 第二章 微碟共振腔理論分析

## 2-1 微碟共振腔之共振模態

存在微碟共振腔體內的共振模態分成三種行徑模式[13]，分別為法布里-伯羅模態(Fabry-Perot modes，FPMs)，侷限模態(confined modes，CMs)與耳語廊模態(Whispering-gallery modes，WGMs)，如圖[2-1]所示。WGMs 為圓形微碟共振腔主要行進的模態，所以本論文將主要針對 WGMs 作介紹。WGMs 是藉由微碟與外圍空氣之間的折射率差異產生內部全反射而使光被侷限在共振腔中。由全反射條件可知，光沿著圓形共振腔的圓周環繞，可用三個模態數表示[14]:1.方位角模態數  $m$ (azimuthal mode number)，表示微碟周長為共振波長的倍數；徑向模態數  $\ell$  (radial mode number)，電(磁)場從圓心到半徑有  $\ell$  個極大值；平面模態數  $p$ (planar mode number)，共振模態在微碟平面方向的節點數。微碟共振腔存在的 WGMs 又分成兩種形式共振，如圖[2-2]電場示意圖，分別為橫向電場模態(transverse electric mode，TE mode)與橫向磁場模態(transverse magnetic mode，TM mode)，其中定義 TE 的電場方向平行於微碟盤面，TM 的電場方向垂直於微碟盤面。TE 與 TM 都環繞於微碟共振腔，但因邊界條件不同而有不同的共振波長。本論文中 WGMs 都以  $TE_{m,\ell,p}$ 、 $TM_{m,\ell,p}$  來表示。接下來利用解析近似法求解 WGMs 的共振波長。



圖[2-1] 圓形共振腔內部的三種共振模態示意圖



圖[2-2] TE 模態與 TM 模態的電場定義圖

## 2-2 解析近似法[15]

假設微碟共振腔為線性且非散射介質組成，內部沒有自由電荷與電流存在，

在介質中的馬克斯威爾方程式可寫成：

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \nabla \cdot \bar{E}(r,t) &= 0 & \text{(iii)} \nabla \times \bar{E}(r,t) &= -\frac{\partial \bar{B}(r,t)}{\partial t} \\
 \text{(ii)} \nabla \cdot \bar{B}(r,t) &= 0 & \text{(iv)} \nabla \times \bar{B}(r,t) &= \mu \varepsilon \frac{\partial \bar{E}(r,t)}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

其中  $\varepsilon$ 、 $\mu$  分別為介質的介電質常數(permittivity)與磁導率(permeability)，而

在大部分介質中  $\mu \approx \mu_0$ 。接著對(iii)、(iv)作旋度運算並且結合(i)、(ii)可以

得到三維的波方程式：

$$\nabla^2 \bar{E}(r,t) - \frac{n^2(r)}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}(r,t)}{\partial t^2} = 0 \quad \nabla^2 \bar{B}(r,t) - \frac{n^2(r)}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{B}(r,t)}{\partial t^2} = 0$$

其中  $c$  為光在真空中傳播的速度， $n(r) = \left(\frac{\varepsilon(r)}{\varepsilon_0}\right)^{1/2}$  為介質折射率。以  $\bar{F}(r,t)$

代表電場與磁場，並且假設波函數是隨著時間週期振盪的函數

$\bar{F}(r,t) = \bar{F}(r) \exp(-i\omega t)$ ，因此可改寫成：

$$\nabla^2 \bar{F}(r,t) - n^2(r) \frac{\omega^2}{c^2} \bar{F}(r,t) = 0 \tag{2.2}$$

其中  $\omega$  為共振頻率。利用圓柱座標空間( $\rho, \phi, z$ )，可以寫成時間獨立形式：

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n^2(r) \right] \bar{F}(r) = 0 \tag{2.3}$$

假設  $\bar{F}(r)$  為  $z$  方向的波，並且以分離變數法，令  $F_z(r) = \Psi(\rho)\Omega(\phi)Z(z)$ 、

$k_0 = \frac{\omega}{c}$  帶回式(2.3)可寫成：

$$\frac{1}{\Psi(\rho)} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \Psi(\rho)}{\partial \rho} \right) \right] + \frac{1}{\Omega(\phi)} \left[ \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Omega(\phi)}{\partial \phi^2} \right] + \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(r) = 0 \quad (2.4)$$

將式(2.4)分成三個微分方程式：

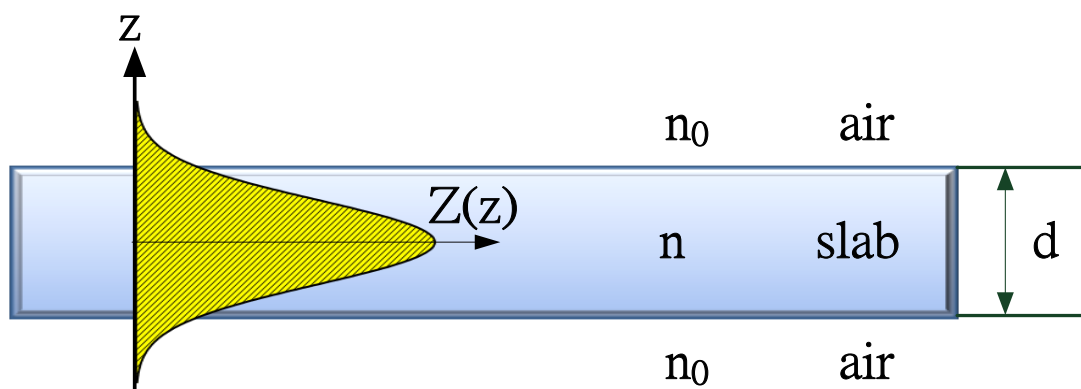
$$\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + k_0^2 (n^2(z) - n_{eff}^2) Z(z) = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega(\phi)}{\partial \phi^2} + m^2 \Omega(\phi) = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi(\rho)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi(\rho)}{\partial \rho} + \left[ k_0^2 n_{eff}^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right] \Psi(\rho) = 0 \quad (2.7)$$

其中  $n_{eff}$  為介質的等效折射率。這裡為了將 z 方向的三層異介質結構(空氣-介質-空氣)想成單一介質，因此引入有效折射率的概念。微碟共振腔的厚度為 d、空氣折射率為  $n_0$ 、介質折射率為 n，如圖 2-3，求式(2.5)的解為：

$$Z(z) = \begin{cases} a_0 \cos(k_z z - p \frac{\pi}{2}) & |z| \leq \frac{d}{2} \\ a_1 \exp(-\alpha z) & z > \frac{d}{2} \\ a_2 \exp(\alpha z) & z > -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (2.8)$$



圖[2-3] 微碟共振腔三層結構與電場分布示意圖

其中  $k_z = k_0(n^2 - n_{eff}^2)^{1/2}$  為  $z$  方向的波數， $\alpha = k_0(n_{eff}^2 - n_0^2)^{1/2}$  為微碟共振腔外部的衰減係數， $p$  為平面模態數， $a_0, a_1, a_2$  為常數，在微碟內外的波函數必須達到邊界連續、一階導數連續的條件，由(2.8)我們可以得到下列方程式：

$$\frac{k_0 d}{2} (n^2 - n_{eff}^2)^{1/2} = \tan^{-1} \left[ \frac{(n_{eff}^2 - n_0^2)^{-1/2}}{(n^2 - n_{eff}^2)} \right] + p \frac{\pi}{2} \quad (2.9)$$

若以之共振波長、微碟共振腔厚度，藉由式(2.9)可以算出介質的等效折射率。由於共振波長與等效折射率互相有關，故不同的共振波長會有不同的等效折射率。

接下來們求解式(2.6)可得 $\Omega(\phi) = c_0 \exp(im\phi)$ ，其中 $C_0$ 為常數、 $m$ 為方位角模態數。式(2.7)的解分為共振腔內外兩部分，假設 $R_0$ 為微碟共振腔的半徑，在微碟共振腔內部( $\rho \leq R_0$ )的解為第一類貝索函數(Bessel function of the first kind)， $\Psi(\rho) \sim J_m(n_{eff}k_0\rho)$ ，在微碟共振腔外部( $\rho > R_0$ )的解為漢克爾函數(Hankel function)，其解近似於單一指數衰減函數，其衰減係數為 $\alpha = k_0(n_{eff}^2 - n_0^2)^{1/2}$ ，經過整理後如下：

$$\Psi(\rho) = \begin{cases} c_1 J_m(n_{eff}k_0\rho) & \rho \leq R_0 \\ c_2 J_m(n_{eff}k_0R_0) \exp[-\alpha(\rho - R_0)] & \rho > R_0 \end{cases} \quad (2.10)$$

由式(2.10)可以知道，當電磁波穿透微碟外部時，會以消散波(evanescent wave)形式向空氣傳播，而共振波長必須滿足在( $\rho = R_0$ )波函數邊界連續、函數一階導數連續的條件，如下：

$$n_{eff}k_0 J_{m+1}(n_{eff}k_0R_0) = \left(\frac{m}{R} + \eta\alpha\right) J_m(n_{eff}k_0R_0) \quad (2.11)$$

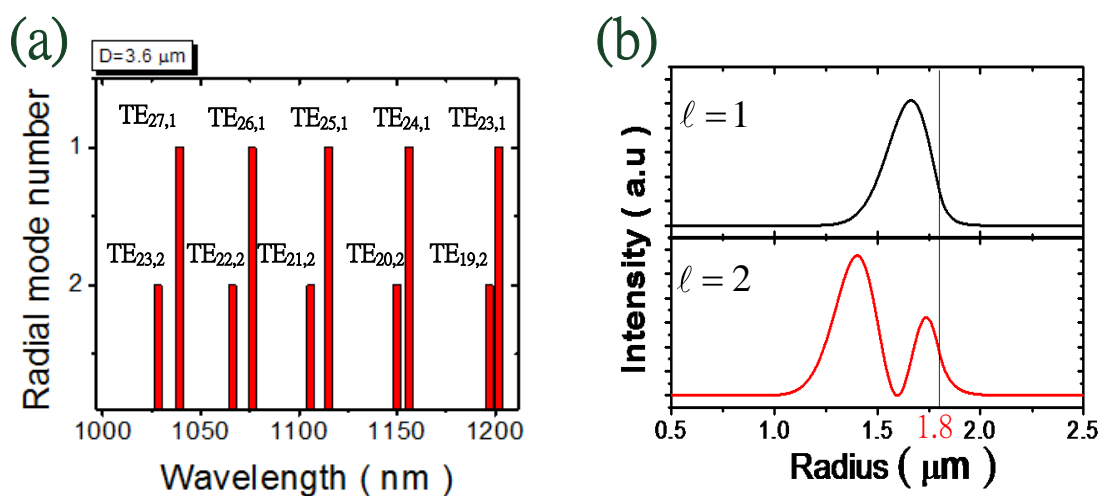
其中對於 TE 模態 $\eta = \frac{n_{eff}^2}{n_0^2}$ ；TM 模態 $\eta = 1$ ，由此可知 TE 模態與 TM 模態

的共振波長不同。最後我們可以藉由式(2.11)求得微碟共振腔的共振波長。

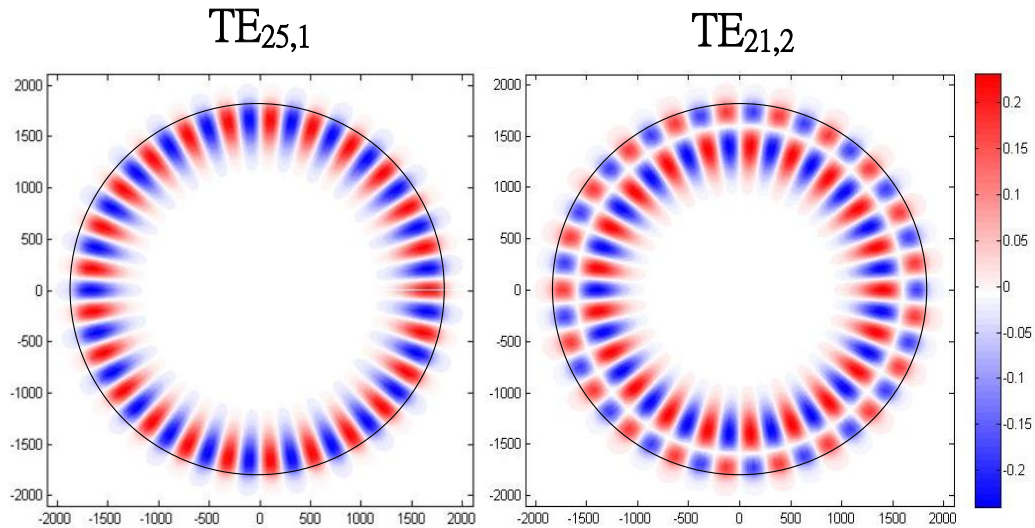


接下來利用解析分析計算實驗樣品的共振波長。首先，從式(2.9)計算等效折射率  $n_{eff}(\lambda)$ 。砷化鎵塊材的折射率為 3.4、空氣折射率為 1，以砷化銾量子點基態的發光波長 1200 nm 為參考波長。當微碟厚度小於  $d = \lambda / 2n = 180 \text{ nm}$  時，平面模態數只存在最低階模態  $p=0$ 。實驗微碟厚度為 200 nm，介於  $p=0$  與  $p=1$  的厚度之間，所以平面模態數主要為  $p=0$ 。由以上材料參數求得等效折射率為 2.92。

圖 2-4 (a) 是利用式(2.11) 計算微碟共振腔半徑為  $1.8 \mu\text{m}$  在 1000 nm 至 1200 nm 之間的共振波長分布圖。其中徑向模態數為 1 的 WGMs 有 5 個，分別在 1039 nm、1076 nm、1115 nm、1156 nm、1202 nm，其方位角模態數  $m$  分別為 23、24、25、26、27；徑向模態數為 2 的 WGMs 也有 5 個，其方位角模態數  $m$  分別為 19、20、21、22、23。圖 2-4 (b) 為 TE 模態不同徑向模態的磁場強度分布圖。圖中我們可以看到徑向模態  $\ell=1, 2$  磁場最大值的數目。



圖[2-4] (a) 共振模態  $\ell=1, 2$  波長分布圖 (b)  $\ell=1, 2$  磁場強度在徑向分布圖



圖[2-5]  $TE_{25,1}$ 、 $TE_{21,2}$  磁場在空間分布圖，實線代表微碟邊界

圖 2-5 是  $TE_{25,1}$ 、 $TE_{21,2}$  在平面空間的磁場分布圖。由圖可清楚觀察 WGMS 是沿著微碟邊緣環繞共振，所以可由駐波關係式  $\pi D = m \left( \frac{\lambda}{n_{eff}} \right)$  來粗略判斷微碟大小。其中  $D$  為微碟直徑， $\frac{\lambda}{n_{eff}}$  為光在介質中的波長。由駐波關係式可以知道微碟的直徑、等效折射率與波長成正比，而方位角模態數則與波長成反比。

### 2-3 雙微碟模態耦合理論[15]

當兩個微碟共振腔之間的距離小於共振波長時，共振模態會經由此間距而傳播到另一個微碟共振腔，使原本兩個獨立的圓形共振腔互相影響。接下來由電場的微擾波方程式來推導模態之間的耦合關係：

$$\nabla^2 \bar{E}(r,t) - \mu(\varepsilon + \delta\varepsilon) \frac{\partial^2 \bar{E}(r,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.12)$$

其中  $\delta\varepsilon$  為外來電場產生的微擾項，當共振腔沒有受到微擾時，模態電場可

以假設隨時間振盪  $\bar{E}_j^0(r,t) = \bar{E}_j^0(r) \exp(-i\omega_j t)$  並代入  $\nabla^2 \bar{E}(r,t) - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}(r,t)}{\partial t^2} = 0$

可得：

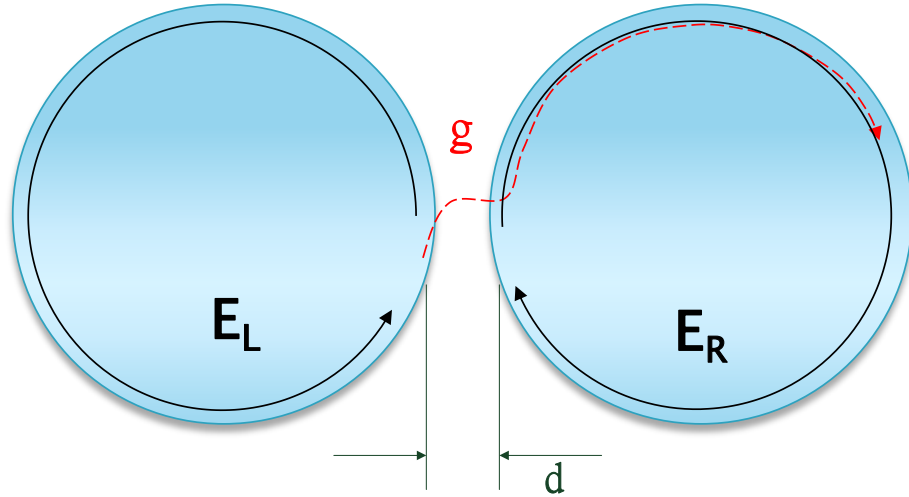
$$\nabla^2 \bar{E}_j^0(r) - \mu\varepsilon\omega_j^2 \bar{E}_j^0(r) = 0 \quad (2.13)$$

其中  $E_j$  表示某個模態電場。接下來令式(2.12)的解為：

$$\bar{E}(r,t) = \exp(-i\omega_0 t) \sum_j a_j(t) \bar{E}_j^0(r) \quad (2.14)$$

分別將式(2.13)、(2.14)代入(2.12)並且取第一微擾項可得：

$$\sum_j [2i\omega_0 \varepsilon \frac{da_j(t)}{dt} + \delta\varepsilon\omega_0^2 a_j(t) - \varepsilon(\omega_j^2 - \omega_0^2) a_j(t)] \bar{E}_j^0(r) = 0 \quad (2.15)$$



圖[2-6] 雙微碟共振腔示意圖

對式(2.15)乘共軛電場  $(\bar{E}_j(r))^*$  並且對整個空間積分可得到:

$$\frac{da_k(t)}{dt} + i\Delta\omega_k a_k(t) = i \sum_j g_{jk} a_j \quad (2.16)$$

$$g_{jk} = \frac{\omega_0}{2} \frac{\int \delta\varepsilon \bar{E}_k(r) (\bar{E}_j(r))^* dr}{\int \varepsilon |\bar{E}_k(r)|^2 dr} \quad (2.17)$$

其中  $\Delta\omega_k = (\omega_k - \omega_0)$ ， $g_{jk}$  為模態之間的耦合強度(coupling strength)。由式(2.17)可以知道耦合強度雙微碟之間的距離和模態電場的重疊度有關。由圖2-6 示意圖，假設在系統中只存在兩個模態，一個來自於左邊微碟共振腔，稱為 L 模態，另一個來自於右邊微碟共振腔，稱為 R 模態。由於模態不會與自己產生耦合，所以耦合強度  $g_{LL} = 0, g_{RR} = 0$  且  $g_{LR} = g_{RL} = g$ 。將參數代入式(2.16)可得雙微碟耦合聯立方程式:

$$\begin{cases} \frac{da_L(t)}{dt} = -i\Delta\omega_L a_L(t) + ig_{LR} a_R \\ \frac{da_R(t)}{dt} = -i\Delta\omega_R a_R(t) + ig_{RL} a_L \end{cases} \quad (2.18)$$

微碟共振腔具有不可避免的損耗  $\gamma_{L,R} \equiv \frac{\omega_{L,R}}{Q}$  (Q 為品質因子 quality factor) ,

將此項加入式(2.18)可改寫成:

$$\begin{cases} \frac{da_L(t)}{dt} = -\left[\frac{\gamma_L}{2} + i\Delta\omega_L\right] a_L(t) + ig a_R \\ \frac{da_R(t)}{dt} = -\left[\frac{\gamma_R}{2} + i\Delta\omega_R\right] a_R(t) + ig a_L \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{da_L(t)}{dt} \\ \frac{da_R(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\gamma_L}{2} - i\Delta\omega_L & ig \\ ig & -\frac{\gamma_R}{2} - i\Delta\omega_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_L(t) \\ a_R(t) \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

令聯立式(2.19)的解為  $a_{L,R}(t) \sim \exp(-i\omega't)$  , 並且求解  $\omega'$ :

$$\omega' = \frac{\Delta\omega_L + \Delta\omega_R}{2} - i\frac{\gamma_L + \gamma_R}{4} \pm \sqrt{g^2 - \frac{[\gamma_L - \gamma_R - 2i(\Delta\omega_R - \Delta\omega_L)]^2}{16}} \quad (2.20)$$

將  $a_j(t)$  代入式(2.14) , 得到耦合雙微碟存在的耦合頻率  $\omega_{coupling}$  為:

$$\omega_{coupling} = \frac{\omega_L + \omega_R}{2} - i\frac{\gamma_L + \gamma_R}{4} \pm \sqrt{g^2 - \frac{[\gamma_L - \gamma_R - 2i(\omega_R - \omega_L)]^2}{16}} \quad (2.21)$$

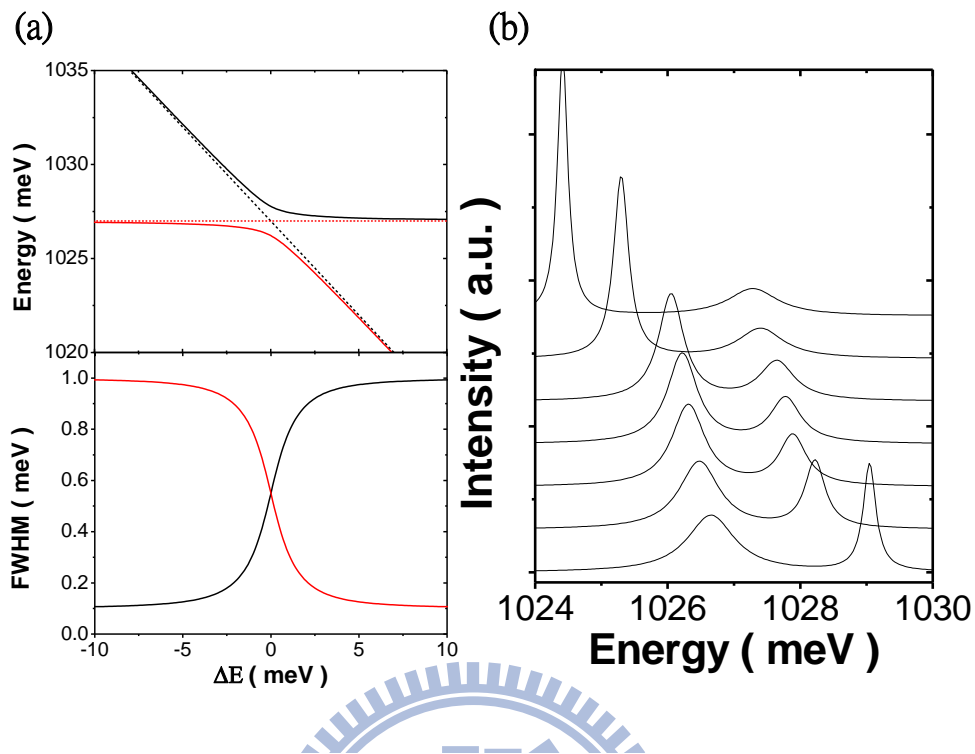
公式求得的耦合頻率可分為實部項與虛部項。實部項代表耦合頻率；虛部項代表模態頻率的半高半寬。從公式可知道影響耦合模態的差異來自於根號項。當 L 與 R 模態頻率相等時，耦合強度與模態半寬差決定雙模態發生

強耦合或弱耦合。接下來根據公式分別模擬兩種耦合機制，並且將頻率換成能量來表示。我們固定 L、R 模態的半寬，藉由改變 L 模態與 R 模態之間的能量差得知耦合模態的能量與半寬的變化。

$$1. \text{ 強耦合 } (g^2 > \frac{(\gamma_L - \gamma_R)^2}{16})$$

由圖 2-7(a)是耦合模態隨著能量差的變化圖，虛線為共振模態的能量曲線，實線是以公式計算的耦合模態曲線。固定低能量模態，改變高能量的模態往低能量移動，並且與固定模態產生交點。因為模態之間互相耦合，從實線可以看到模態互相靠近但不交叉的現象，稱為反交叉現象(anti-crossing)。當兩模態半寬差異不變，耦合強度越大，模態分裂越大。同時比對模態能量與半寬變化可以看到，兩模態耦合時，半寬有交換的現象，且在  $\Delta E = 0$  時，兩模態的半寬相等。圖 2-7(b)為光譜模擬圖，在理想的雙微碟共振腔系統，我們所預測的螢光光譜變化圖。

當  $\Delta E = 0$  時，原具有相同能量的模態，因耦合而產生能量分裂，其中低能量模態為束縛模態(bonding mode)；而高能量模態則為反束縛模態(anti-bonding mode)。當  $\gamma_L = \gamma_R$  時，由式(2.21)可知，其模態能量差異為  $2g$ ；當  $\gamma_L \neq \gamma_R$  時模態能量差異為  $2\sqrt{g^2 - \frac{(\gamma_L - \gamma_R)^2}{16}}$ 。這種分裂現象類似雙原子(如  $H_2^+$ )的電子能階，因為原子內部的交互作用使原本簡併能階分裂成束縛態與反束縛態。原子內的交互作用為庫倫力，而光子分子則是與共振腔的幾何結構有關。[12]



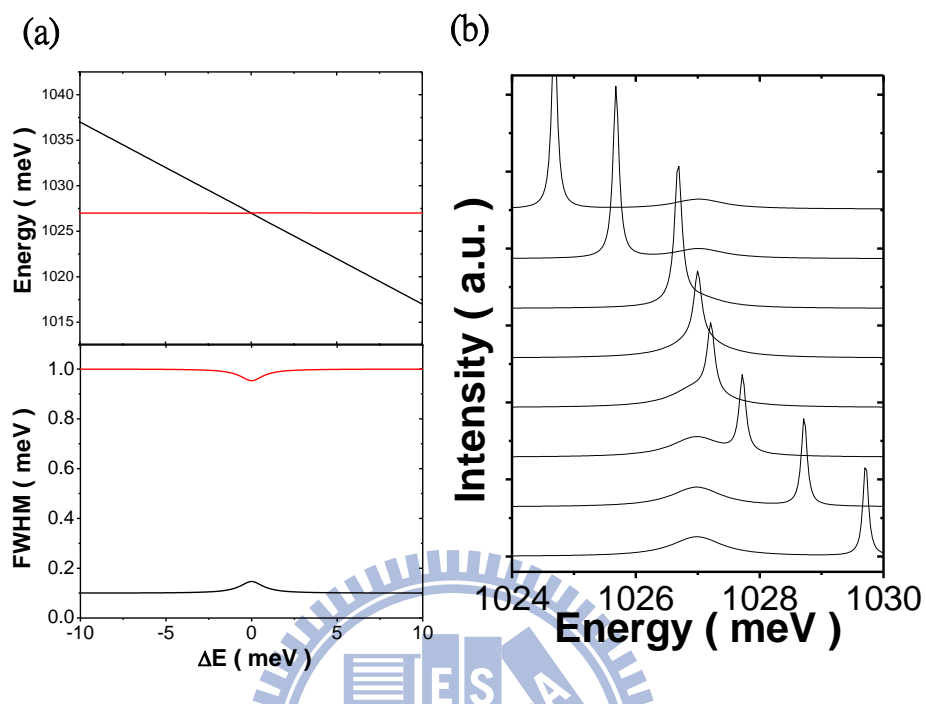
圖[2-7] (a)強耦合模態的能量與半高全寬隨著能量差變化圖，虛線為共振模態的能量曲線，實線為公式計算的耦合模態曲線

### (b)模擬強耦合模態光譜圖

$$2. \text{ 弱耦合 } (g^2 < \frac{(\gamma_L - \gamma_R)^2}{16})$$

接下來探討在弱耦合的情況，由圖 2-8 (a)可知耦合模態互相靠近，並且互相交叉，此現象稱為交叉現象。由模態半寬的變化圖可發現，在  $\Delta E \approx 0$  半寬發生些微改變，由此可知弱耦合條件下，兩模態之間還是存在耦合機制，其影響力無法產生模態分裂。當模態半寬差異大於耦合強度時，模態在雙微碟交換共振時，因為微碟的損耗使模態無法長久在雙微碟共振，所以無法產生模態分裂。圖 2-8(b)則是模擬耦合模態的能量光譜圖，從圖中可以很

明顯預測弱耦合的交叉現象。

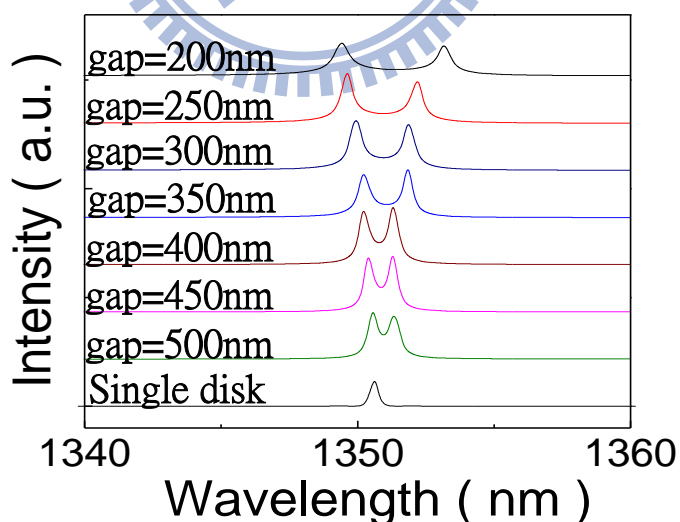


圖[2-8] (a)弱耦合模態的能量與半高全寬隨著能量差變化圖，  
虛線為共振模態的能量曲線，實線為公式計算的耦合模態曲線  
(b)模擬弱耦合模態光譜圖



## 2-4 FDTD 模擬雙微碟耦合

有限時域差分法(Finite-Difference-Time-Domain, FDTD)是將時間每一個分割空間的電場變化推算相對應空間中的磁場，再利用此空間的磁場變化推算下一個分割單位時間點的電場，藉由空間與時間相互計算，可算出電磁波在雙微碟共振腔內的行為。我們利用 FDTD 模擬耦合雙微碟的模態分裂與距離關係。模擬參數為直徑皆為  $3.6 \mu\text{m}$  的雙微碟共振腔，等效折射率 ( $n_{\text{eff}}$ ) 為 2.9，空間格點切割為 10 nm，而時間格點切割為  $c\Delta t=5 \text{ nm}$ ，改變雙微碟之間距並觀察模態的變化。圖 2-9 為不同間距的模擬譜圖，其中可觀察微碟間距縮小，模態分裂變大。由於微碟模態的半寬為理想狀態，所以發現當雙微碟越靠近，電場重疊度就越大，耦合強度則變強。

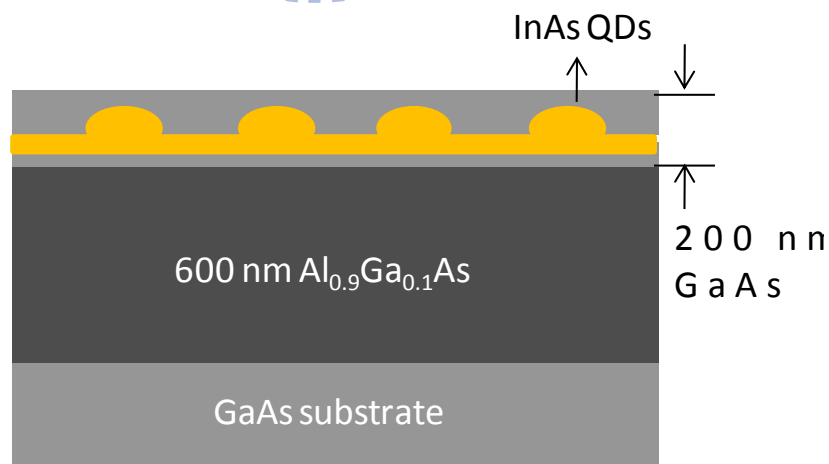


圖[2-9] 利用 FDTD 模擬不同間距的雙微碟譜圖

# 第三章 微碟共振腔製作與實驗架構

## 3-1 量子點主動層結構

本論文製作微碟共振腔的樣品由國立交通大學電子系林聖迪教授實驗室所成長，量子點是以分子束磊晶法( molecule beam epitaxy, MBE )，其樣品結構如圖 3-1 所示。首先，在砷化鎵基板( GaAs substrate )上成長 600 nm 厚的砷化鋁鎵( $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$ )，接著再成長 100 nm 厚的砷化鎵(GaAs)，接著在砷化鎵上以 S.K.模式(Stranski-Krastanow)成長砷化銦(InAs)量子點，其密度約為  $3 \times 10^9/\text{cm}^2$ ，最後再披覆一層 100 nm 厚的砷化鎵覆蓋層( capping layer )。由於微碟共振腔周圍需為低折射率介質以達到內部全反射，我們以砷化鋁鎵當作微碟的支撐柱，將微碟共振腔懸立於空氣介質之中。



圖[3-1] 砷化銦量子點結構

## 3-2 微碟共振腔的製作

微碟製作方法我們分成三個步驟，製作方法如下面步驟，圖 3-2 為製程示意圖。

### a. 曝光&顯影( Exposure & Development )

將 3-1 節所提到的樣品先經過丙酮、酒精、去離子水(de-ion, DI water) 清理樣品表面的雜質，接著再利用光阻塗佈機(spin coater)在樣品上方均勻塗佈負光阻，並且利用軟烤(soft bake)將光阻層的溶劑驅除，使液態變成固態薄膜，增加光阻層對樣品表面的附著，最後利用電子束微影術(E-beam lithography)在光阻上曝光直徑介於 2~4  $\mu\text{m}$  圓形圖案，利用負光阻當作往下蝕刻的遮罩(mask)。

在顯影步驟則是利用氫氧化四甲基銨 (tetramethylammonium hydroxide, TMAH) 當顯影液，將未曝光的光阻清除，留下圓形光阻遮罩，再利用 DI water 當作定影液，以防殘餘的顯影液侵蝕曝光光阻。

### b. 濕式蝕刻 (wet etching)

利用濕式蝕刻法使圓形光阻遮罩轉移至下層的砷化鎵主動層，以氫溴酸為基底的蝕刻溶液，蝕刻未受光阻保護的砷化鎵主動層，達到光阻遮罩轉移至主動層，最後再以丙酮去除光阻遮罩與 DI water 清潔樣品。

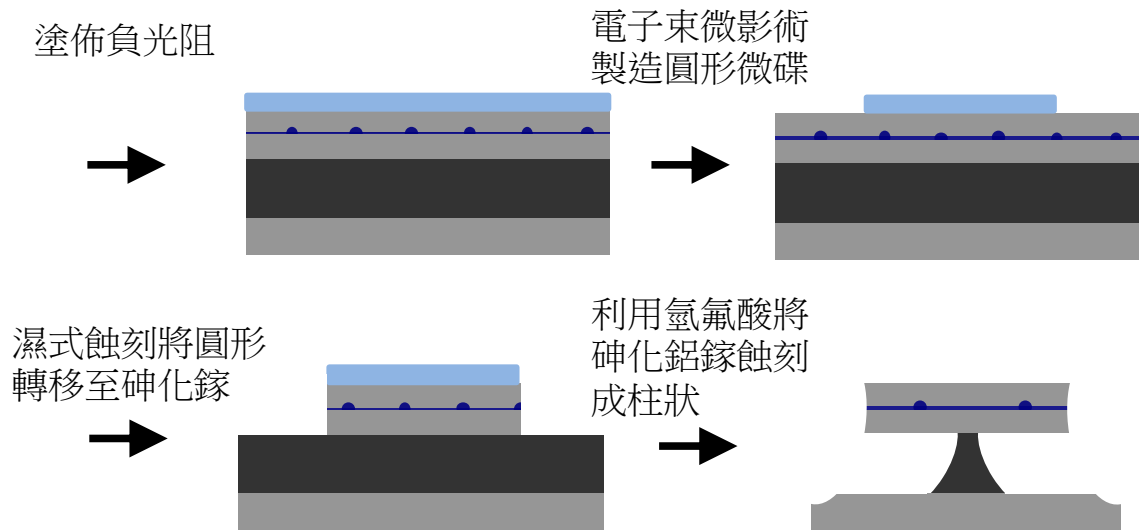
### c. 選擇性蝕刻(Selective etching)

接下來將圓盤懸立在空氣之中，必須以砷化鋁鎵當作支撐柱，我們利用氫氟酸(HF)蝕刻砷化鋁鎵，利用氫氟酸不會侵蝕砷化鎵的特性，將砷化鋁鎵蝕刻成柱狀，最後再用去離子水潔淨。

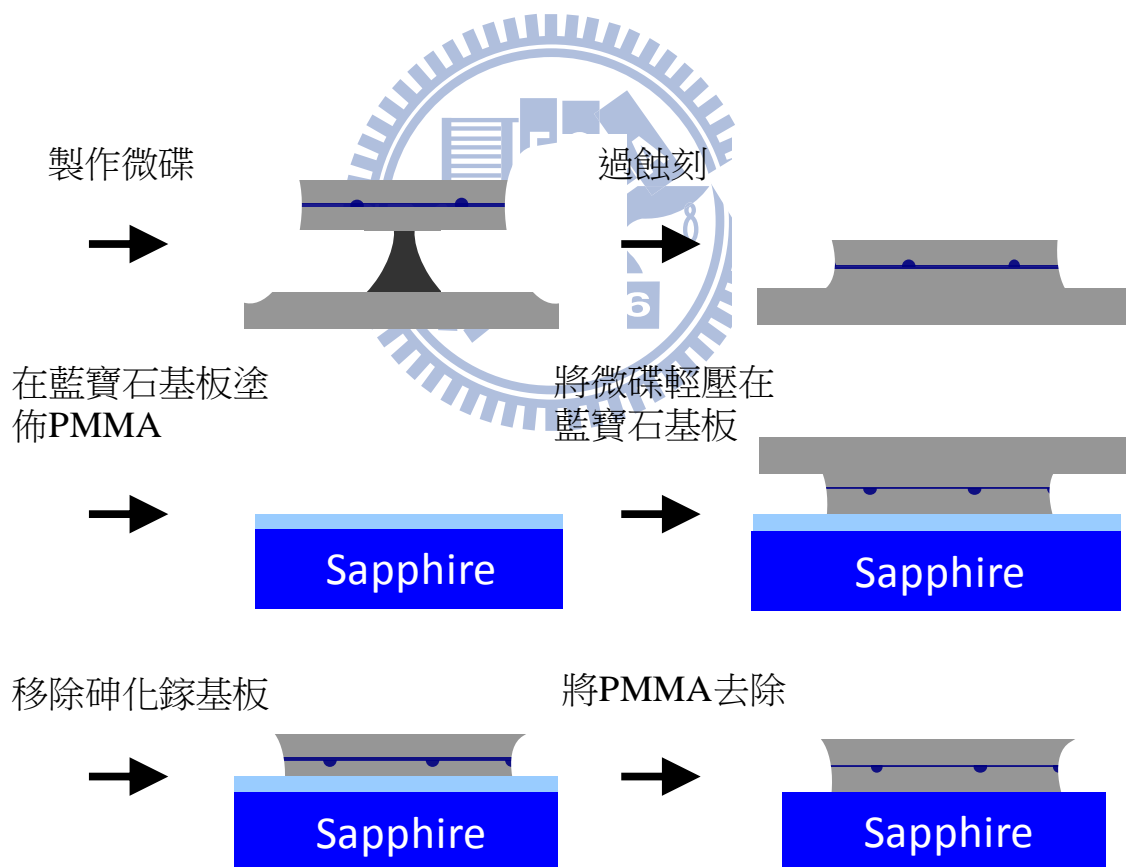
- 以上的製程方式是製造微碟共振腔常用的步驟，由於本研究主要是將微碟共振腔轉移至藍寶石基板(Sapphire substrate)，讓微碟有更自由的移動空間，所以多了以下步驟，圖 3-3 為示意圖。

### d. 轉移至藍寶石基板

首先將微碟共振腔利用氫氟酸將砷化鋁鎵完全去除，使微碟落在砷化鎵基板，接著將微碟共振腔覆蓋於塗佈 PMMA 的藍寶石基板，並且烘烤使微碟共振腔固定在 PMMA 上，最後再用丙酮將 PMMA 去除使微碟共振腔轉置於藍寶石基板上。



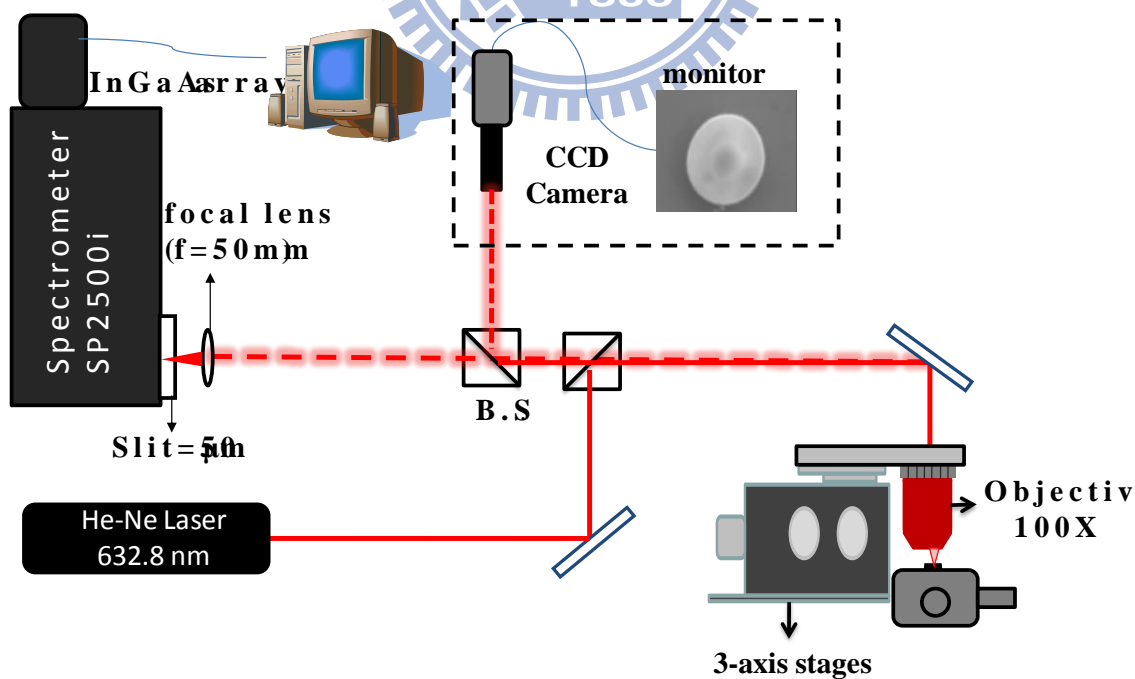
圖[3-2] 製作微碟共振腔示意圖



圖[3-3] 微碟共振腔轉移至藍寶石基板示意圖

### 3-3 顯微光激螢光實驗架構

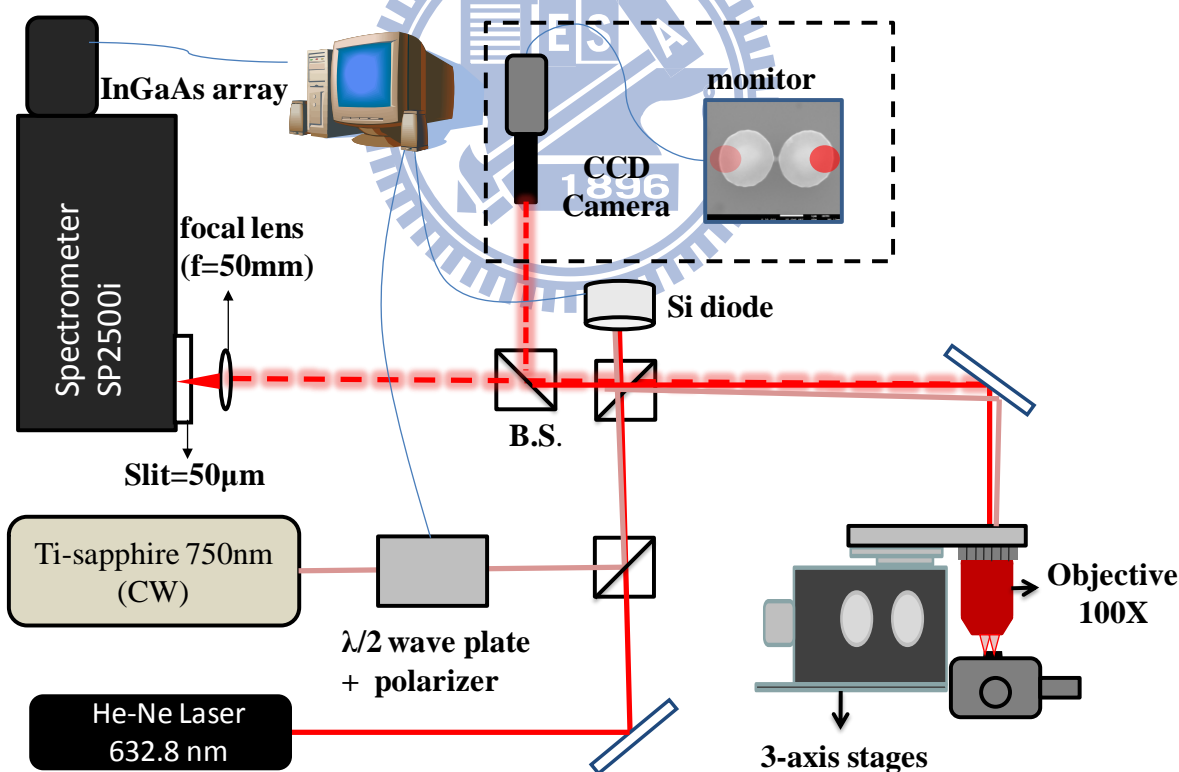
由於微碟共振腔的直徑約  $3.6\ \mu\text{m}$ ，為了準確量測微碟共振腔的共振模式，利用顯微光激螢光技術(micro-photoluminescence)來精準激發及量測微碟共振腔光譜，實驗架構如圖 3-4，以氦氖雷射當作激發光源，其波長為  $632.8\text{nm}$ 。雷射光利用 100 倍物鏡聚焦至微碟共振腔，其焦點直徑大小約為  $2\ \mu\text{m}$ 。在接收訊號方面，以相同的物鏡接收微碟共振腔發出的訊號。接著再將共振腔訊號聚焦至光譜儀。經由光譜儀內部的反射式光柵分光後，再由砷化銦鎵二極體陣列(InGaAs-diode array)偵測。最後再將接收到的電訊號傳至電腦，經過處理後得到螢光譜圖。圖中黑色虛線部分為即時監控系統，其目的為準確激發與量測收光區域。



圖[3-4] 顯微光激螢光實驗架構圖

### 3-4 變功率顯微光激螢光實驗架構

為了觀察耦合雙微碟的反交叉現象，我們利用鈦-藍寶石雷射來加熱短波長的微碟。為了使雙微碟的訊號能夠平衡，同時以氦氖雷射激發長波長微碟，實驗架構如圖 3-5。當雷射以不同角度入射 100X 顯微鏡時，會有不同的聚焦點，使雷射能同時激發雙微碟共振腔的邊緣。接下來以相同的顯微鏡接收雙微碟發出的訊號，再將訊號聚焦進入光譜儀，經由電腦處理後可以得到光激螢光光譜。為了使實驗過程能夠穩定的加熱微碟共振腔，本實驗以電腦自動化改變激發功率與電腦自動化量測光激螢光光譜。



圖[3-5] 變激發功率顯微光激螢光實驗架構圖

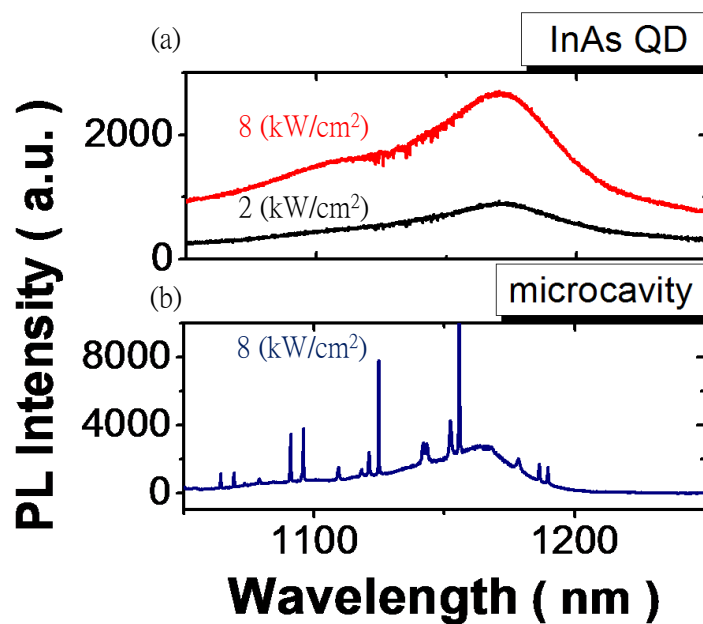
# 第四章 實驗結果與討論

## 4-1 單微碟共振腔的譜線特徵

### 4-1.1 單微盤共振腔之光譜

圖 4-1(a)為室溫下量測砷化銦量子點(InAs QDs)的螢光光譜。量子點基態(ground state, G.S.)發光波長位於 1200 nm，而隨著激發雷射功率增加，約在 1100 nm 開始出現激發態(excited state)。此現象為量子點的填態效應。在高激發功率時，基態被填滿後載子因為填態效應而開始填往激發態，所以較易觀察到量子點的激發態。自組成量子點因大小分布不均勻，造成非均勻性寬化(inhomogeneous broadening)，使得在基態與激發態光譜上產生約 40-50 nm 的譜寬。也因此微碟共振腔的模態可藉此寬頻光源產生共振來觀察。圖 4-1(b)為有柱微碟共振腔的螢光光譜。譜圖中有許多很窄的譜線，半寬約在 0.2-0.7 nm 不等，即為 WGMs。部分模態的訊號強度比未經製程砷化銦量子點的強度強 10 倍，造成此現象的原因有二:1.光在共振腔內產生內部全反射，使光在共振腔內產生共振；2.波塞爾效應(Purcell effect):因為 WGMs 在腔體內部繞行，當行經量子點時，光模會提供自己的態密度給量子點，進而提高量子點的自發性輻射速率。基於上述兩種原因，WGMs 的訊號強度會強於砷化銦量子點。





圖[4-1] 塊材與微碟共振腔的光譜比較圖

一般的微碟共振腔，由於微碟被固定在柱子上，所以無法任意選擇微碟共振腔使之互相靠近。本論文參考 O.G. Schmidt 團隊[16]的方法，利用過蝕刻的技術，將微碟共振腔轉移至藍寶石基板上(sapphire substrate)，藉此提高操控微碟共振腔的自由度。由於藍寶石基板折射率為 1.7 而砷化鎵折射率 3.4，此折射率的差異仍可使光被侷限在微碟內部而產生共振。為了瞭解 WGMs 的偏振方向，我們利用光纖探針將微碟豎立於藍寶石基板上(如圖 4-2 示意圖)。藉由量測側邊發出的共振模態的偏振方向，將可分辨微碟中各 WGMs 為橫向電場模態或橫向磁場模態。圖 4-3 為在室溫下量測立起微碟與平躺微碟的螢光光譜 (Curve 1 平躺，Curve 2 立起)。譜線仍然可以觀察到許多很細的 WGMs 譜線，由此可確定微碟轉移到藍寶石基板後其模態仍然存在。比較立起與平躺微碟的譜線，我們發現立起微碟的共振模態往短

波長位移。當微碟平躺時，微碟底部所接觸藍寶石折射率為 1.7；當微碟立起時，底部的折射率變成 1，因此整體等效折射率變小。從駐波關係式

$\pi D = m \left( \frac{\lambda}{n_{eff}} \right)$  可以得知，微碟直徑  $D$  與方位角模數  $m$  不變時，波長  $\lambda$  與等

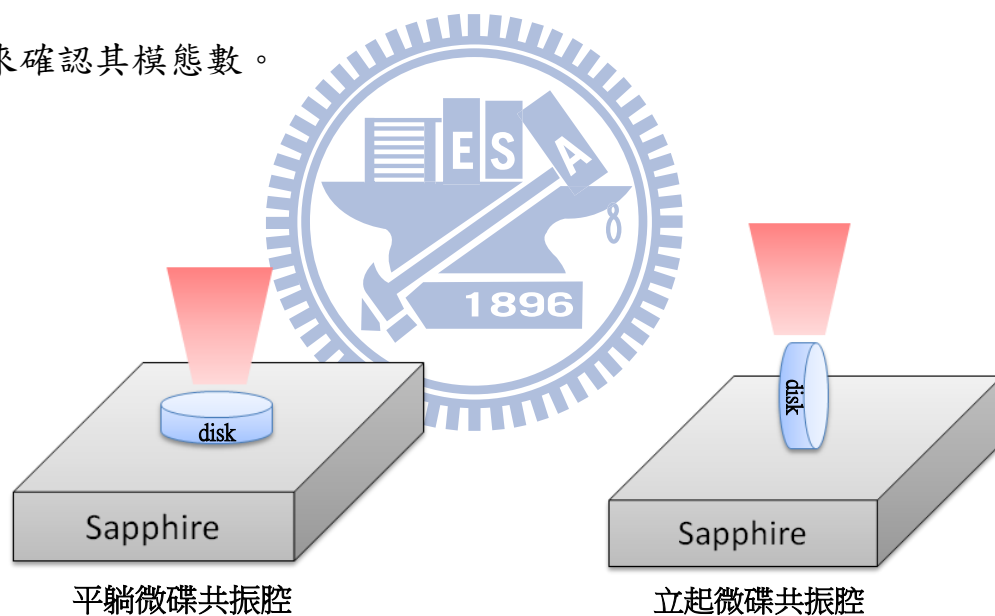
效折射率  $n_{eff}$  成正比。所以當等效折射率變小時，WGMs 往短波長移動。另

外，我們觀察到 curve 2 的模態強度比 curve 1 的模態強度強 1~5 倍。其原因

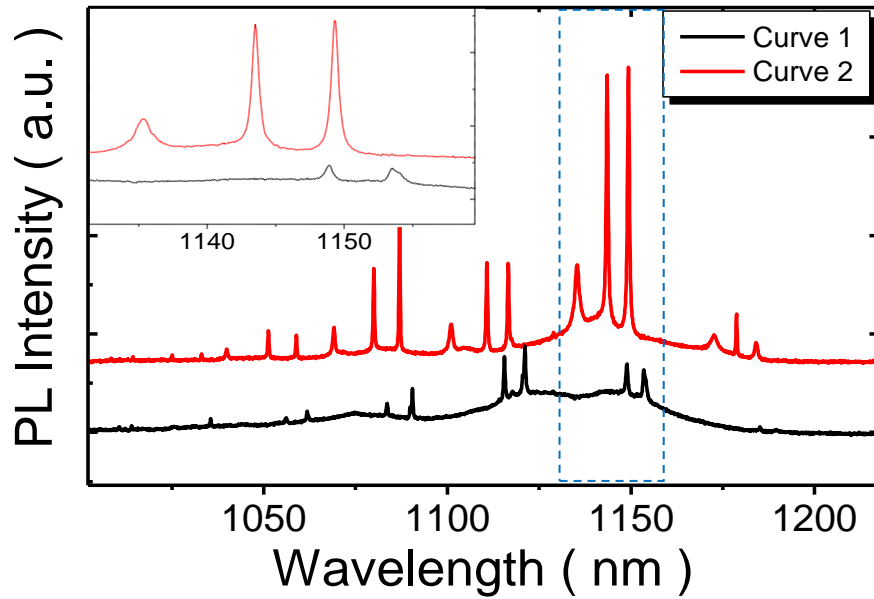
由於 WGMs 是沿著微碟周圍環繞，其模態主要從微碟側邊發出。所以若

收集微碟側邊的 WGMs，其強度較強，這些 WGMs 在後面會利用 3D-FDTD

模擬來確認其模態數。

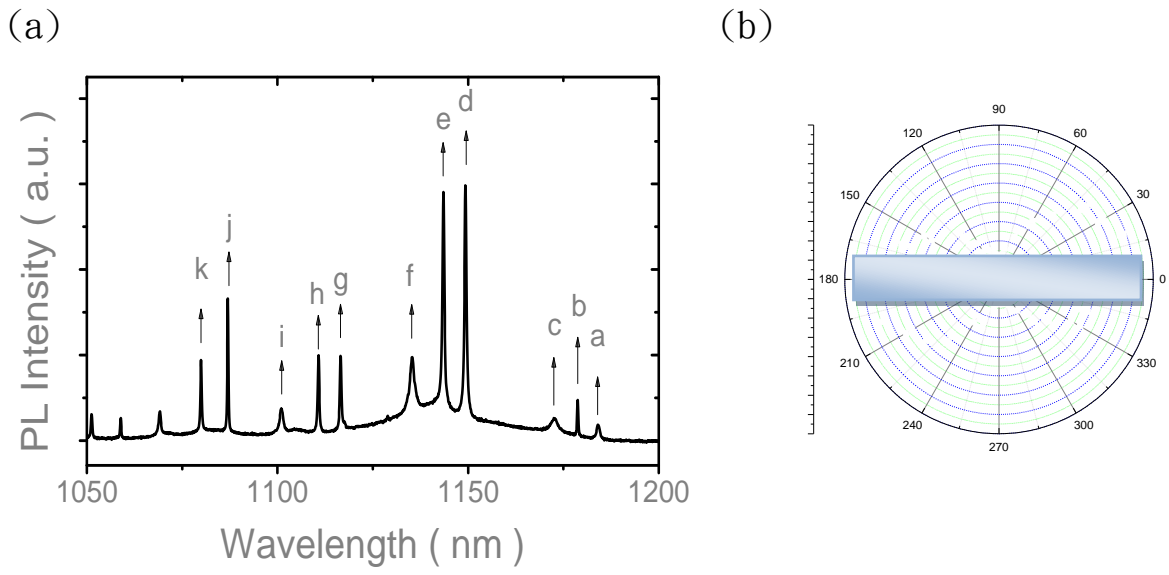


圖[4-2] 平躺、立起微碟共振腔示意圖

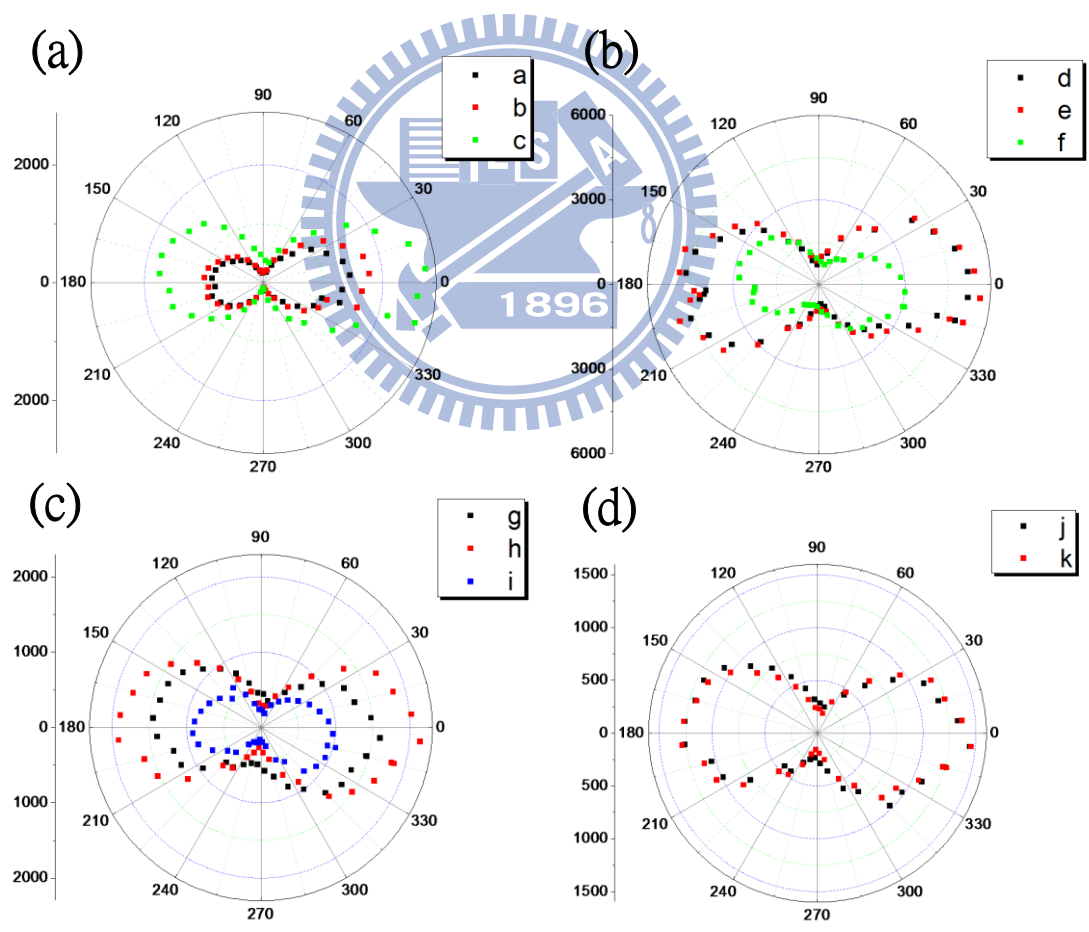


圖[4-3] 平躺、立起微碟共振腔的螢光光譜

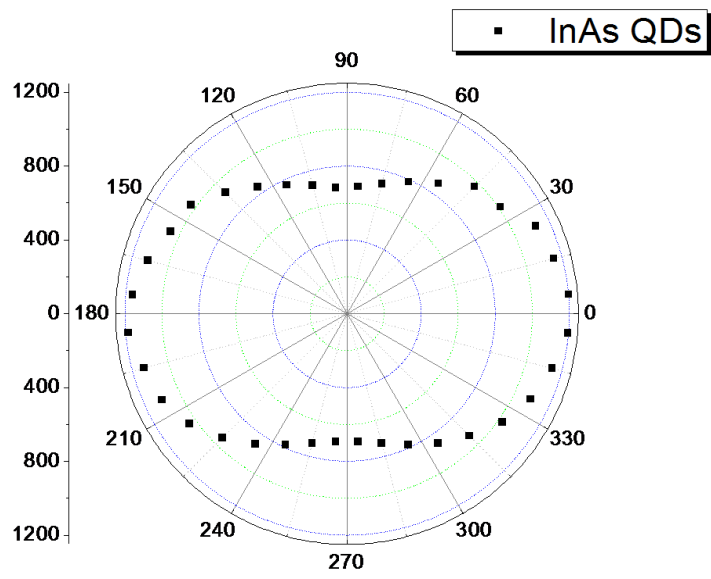
微碟共振腔內的 WGMs 區分 TE 與 TM 模態，其差異在於共振波長與電場偏振不同。圖 4-4(a) 為室溫下測量立起微碟的螢光光譜。為了方便後續的分析討論，我們將譜線中的 WGMs 編號。而圖 4-4(b) 為量測偏振時，微碟共振腔在極座標的擺置方向，其中  $0^\circ$  表示 TE 模態的偏振方向； $90^\circ$  為 TM 模態的偏振方向。圖 4-5(a)~(d) 是我們針對立起微碟量測 WGMs 的電場偏振方向。我們測量偏振角度的範圍從 0 度至 360 度，每十度測量一組，之後再針對每一個 WGM 做勞倫茲曲線分析，將強度大小對偏振角度以極座標作圖。從結果可以發現大多數的 WGMs 電場強度在平行微碟方向較強，說明這些 WGMs 主要為 TE 模態。從圖 4-6 亦可得知量子點的偏振方向亦為 TE 方向。由於 WGMs 的光源來自於量子點本身的自發性輻射，TM 模態無法被量子點輻射激發，所以量測得到的 WGMs 主要是 TE 模態。



圖[4-4] (a)立起微碟螢光光譜 (b)微碟在極座標擺置



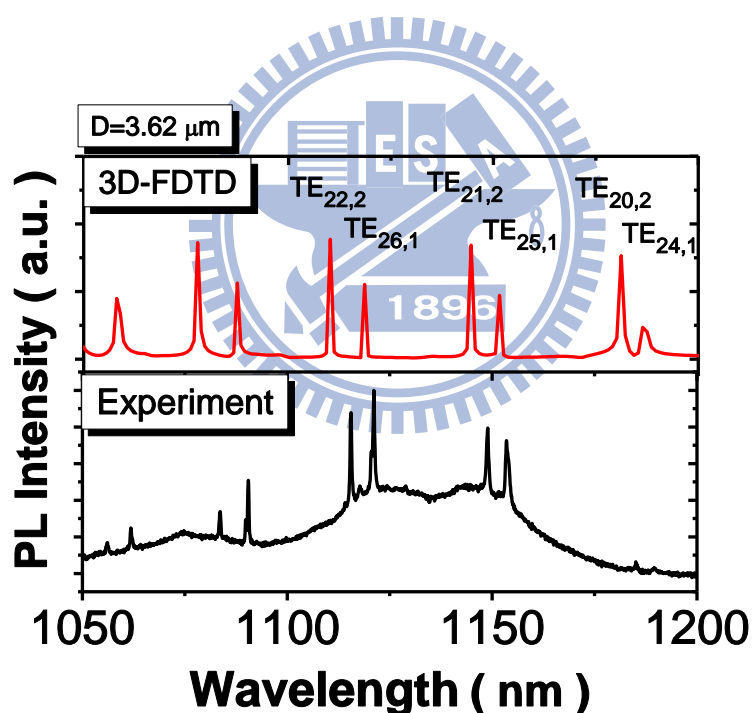
圖[4.5] (a)(b)(c)(d)為不同 WGMs 的電場偏振圖



圖[4.6] 砷化鎵量子點基態電場偏振圖



接下來我們利用 3D-FDTD 的模擬比照實驗，以確認實驗量測的 WGMs 模態數。圖 4-7 為直徑  $3.62 \mu\text{m}$  的微碟譜圖與 3D-FDTD 模擬比較。在砷化銦量子點發光波段  $1050\text{-}1200 \text{ nm}$  中，存在徑向模數為 1 到 3 的 WGMs，波長為  $1116\text{、}1149\text{、}1184 \text{ nm}$  所對應的 WGMs 模態分別是  $\text{TE}_{24,1}\text{、}\text{TE}_{25,1}\text{、}\text{TE}_{26,1}$ ；而  $1110\text{、}1143\text{、}1178 \text{ nm}$  所對應的 WGMs 模態為  $\text{TE}_{20,2}\text{、}\text{TE}_{21,2}\text{、}\text{TE}_{22,2}$ 。因為我們製備的微碟直徑分布在  $2\text{-}4 \mu\text{m}$  之間，徑向模數大於 2 的模態不易出現。所以高徑向模式 ( $\ell \geq 3$ ) 在此我們不進行討論。



圖[4-7] 實驗與 3D-FDTD 的模擬譜圖，直徑  $3.62 \mu\text{m}$  的微碟共振腔，

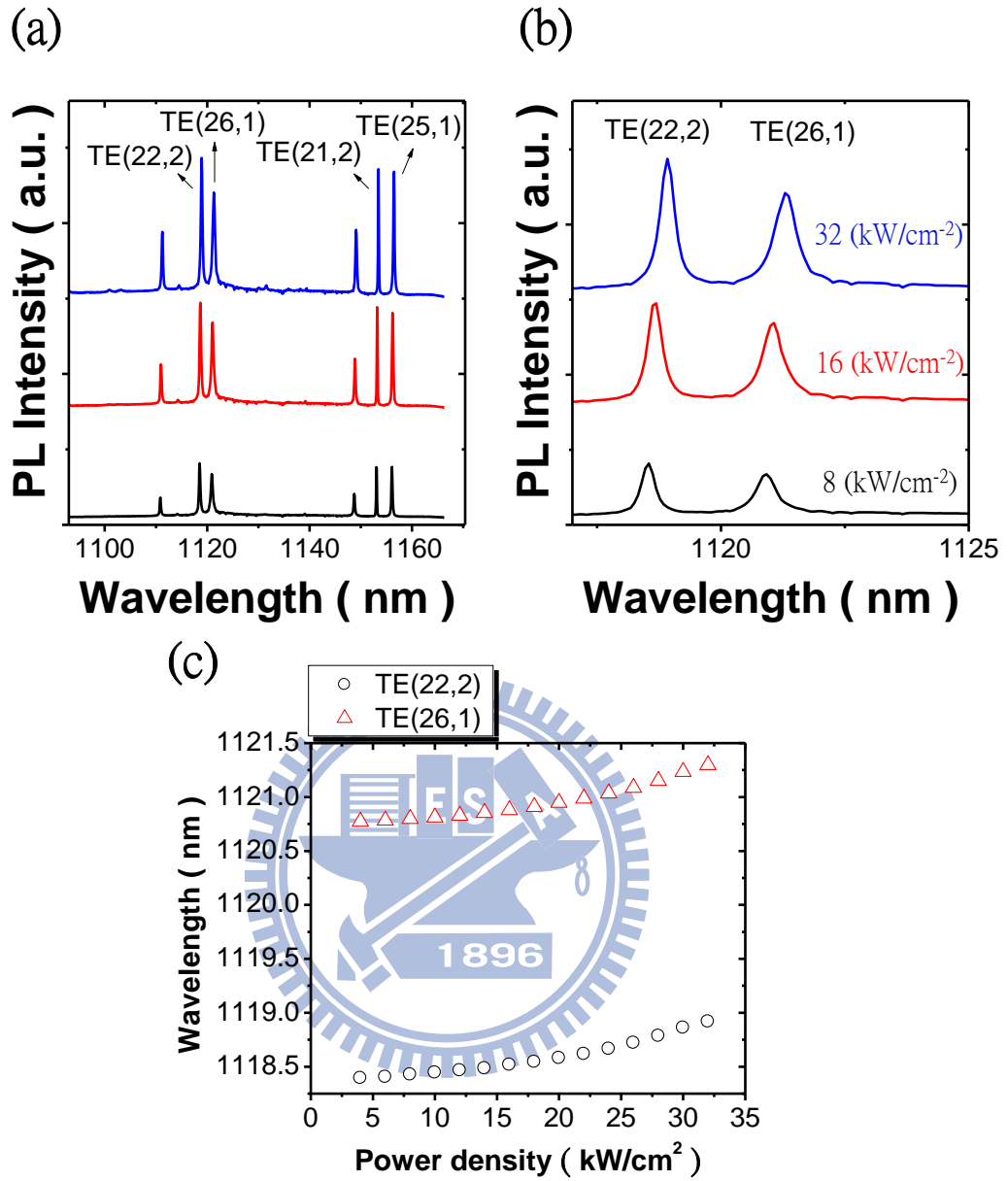
#### 4-1.2 單微盤共振腔之改變激發光源實驗

本節將探討改變激發功率對 WGMs 的影響。圖 4-8(a)是以氦氖雷射激發直徑約  $3.6 \mu\text{m}$  的微碟，在不同激發功率下量測的光激螢光光譜。當激發功率增強，WGMs 的強度也隨之增強。圖 4-8 (b)是  $\text{TE}_{22,1}$  與  $\text{TE}_{26,1}$  的放大譜圖。當激發光源增強，WGMs 往長波長位移。此現象是因為雷射會對共振腔產生局部加熱，導致微碟共振腔溫度上升。溫度上升會造成折射率上升與微碟的熱膨脹效應，這兩種因素都會使得 WGMs 波長紅移。利用前面所

提到的駐波關係式  $\pi D = m \left( \frac{\lambda}{n_{\text{eff}}} \right)$  來理解。當微碟受熱膨脹時，微碟共振腔的直徑  $D$  會變大。又  $D$  與  $\lambda$  成正比，所以 WGMs 波長會有紅移現象。當等效折射率變大時，由駐波關係式也可知道 WGMs 的波長會產生紅移。砷化鎵的熱膨脹係數為  $\gamma = 5.8 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ ；折射率隨著溫度改變的關係式為

$\frac{1}{n} \frac{\Delta n}{\Delta T} = 7.5 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$  由駐波公式可算出膨脹係數所影響的波長紅移量隨著溫度變化為  $\Delta \lambda \sim 0.008 \text{ (nm/K)}$ ；折射率影響的紅移量為  $\Delta \lambda \sim 0.1 \text{ (nm/K)}$ 。因此，WGMs 的紅移主要由折射率變大所造成。圖 4-8(c)為  $\text{TE}_{26,1}$ 、 $\text{TE}_{22,2}$  波長對激發功率的關係圖。由圖中可看見模態波長平穩的往紅移，其平均移動

量約為  $0.016 \text{ nm} \cdot (\text{cm}^{-2} / \text{kW})$ ，相當於溫度改變  $0.16 \text{ K} \cdot (\text{cm}^{-2} / \text{kW})$



圖[4-8] (a)、(b)在室溫下，不同激發功率的螢光光譜圖

(c) TE<sub>26,1</sub>、TE<sub>22,2</sub> 波長對激發功率的關係圖

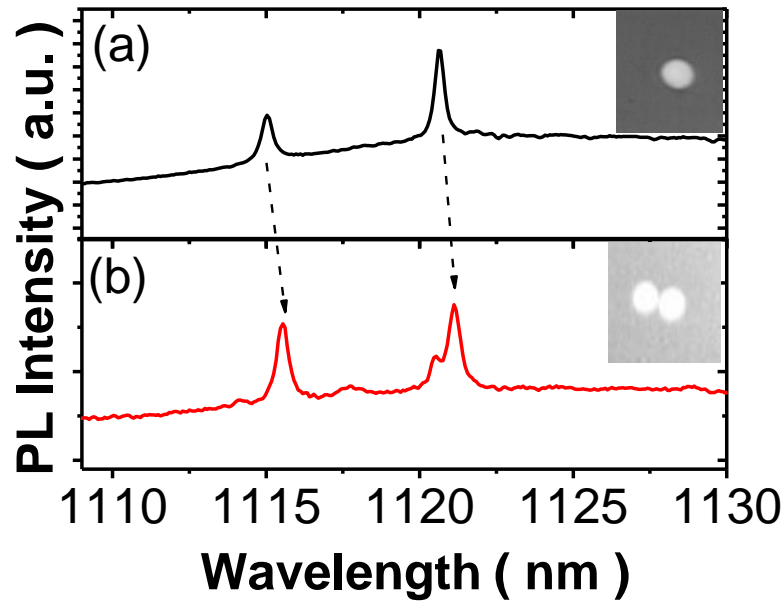


## 4-2 雙微碟共振腔之光學特性

本節將探討把尺寸幾乎相等的微碟共振腔放置的非常靠近後，模態能量發生變化，由此可知雙微碟共振腔發生耦合，並且對耦合雙微碟共振腔作變功率實驗，藉由加熱效應使模態能量下降，並且觀察模態的耦合效應。

### 4-2.1 雙微碟共振腔之螢光光譜

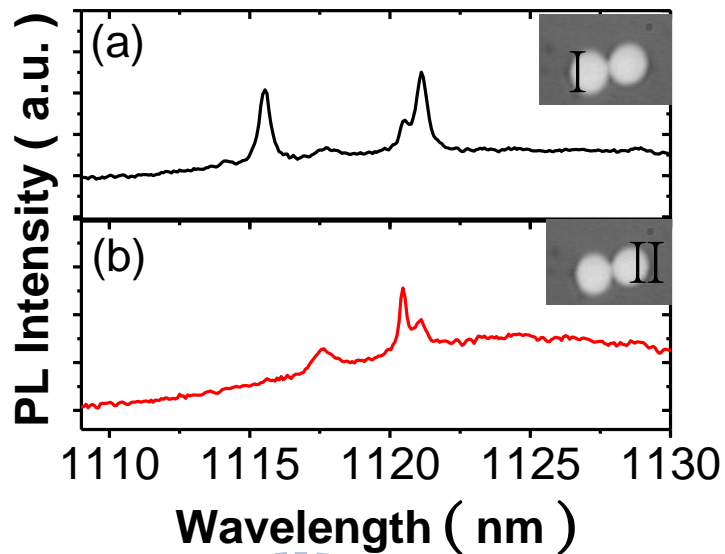
圖 4-9(a)、(b)內的插圖是利用光學顯微鏡所拍攝的微碟影像。為了提高兩個微碟的模態耦合機率，我們先量測許多單一微碟共振腔的  $\mu$ -PL 光譜。接著以光纖探針操控兩個模態發光位置相近的微碟使其極度靠近，以利微碟之間的耦合。圖 4-9(a)、(b)為一雙微碟共振腔為移動前與移動至鄰接後的  $\mu$ -PL 光譜，在微碟被移動至鄰接後 WGMs 仍然存在於雙微碟共振腔之中。圖 4-9(b)中，由於兩個微碟極度靠近，在激發單一微碟時也部分激發另一微碟共振腔，所以光譜出現額外的共振模態。由(a)、(b)可以觀察到當共振腔靠近時，其模態發生位移，由此證明此雙微碟系統的模態發生耦合。



圖[4-9] (a) 單一微碟共振腔的光激螢光光譜圖

(b) 測量雙微碟共振腔之一的光激螢光光譜圖

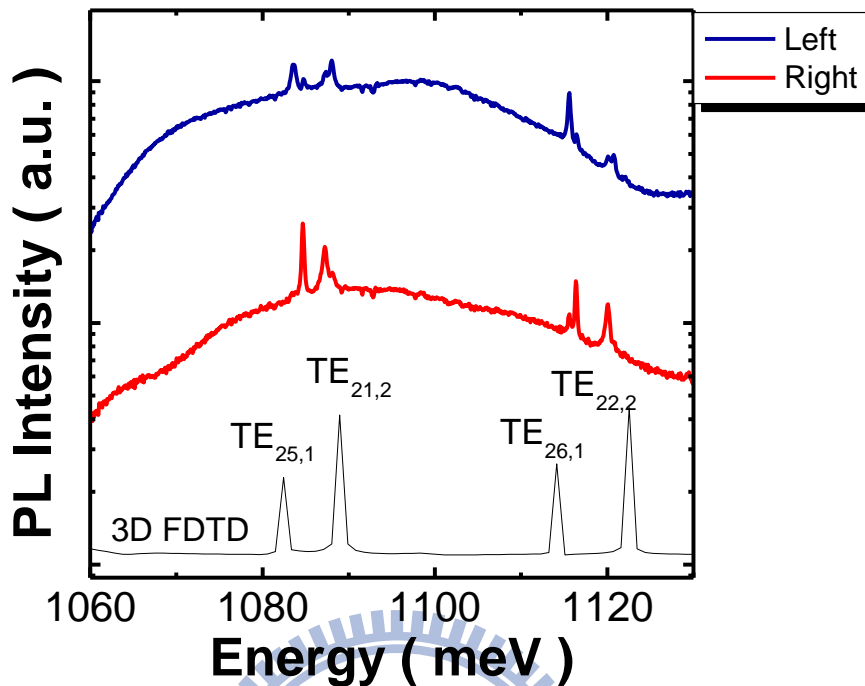
圖 4-10(a)、(b)是利用功率 100  $\mu$ W 的氬氬雷射其在室溫下分別激發雙微碟共振腔不同位置的  $\mu$ -PL，其激發位置標示於譜圖的右上角。針對  $TE_{22,2}$  與  $TE_{26,1}$  兩個共振模態討論。從譜圖中我們可以觀察到有四個共振模態，分別來自於左右兩個微碟所提供的  $TE_{22,2}$  與  $TE_{26,1}$ 。由於激發單一微碟共振腔發出的 WGMs 會比部分激發的 WGMs 來的強，所以我們可以由 WGMs 的強度來判斷模態來自於哪個微碟共振腔。而微碟的大小也可以藉由譜線做粗略的判斷，左右微碟的  $TE_{22,2}$  模態相差 2.5 nm，由駐波關係式可以推知左邊微碟共振腔的直徑比右邊微碟共振腔的直徑小 6 nm。



圖[4-10] (a)(b)分別量測左右微碟共振腔的  $\mu$ -PL 譜線，黑色曲線代表激發雙微碟共振腔左側(I)，紅色曲線是激發微碟共振腔右側(II)

#### 4-2.2 雙微碟共振腔之強耦合效應

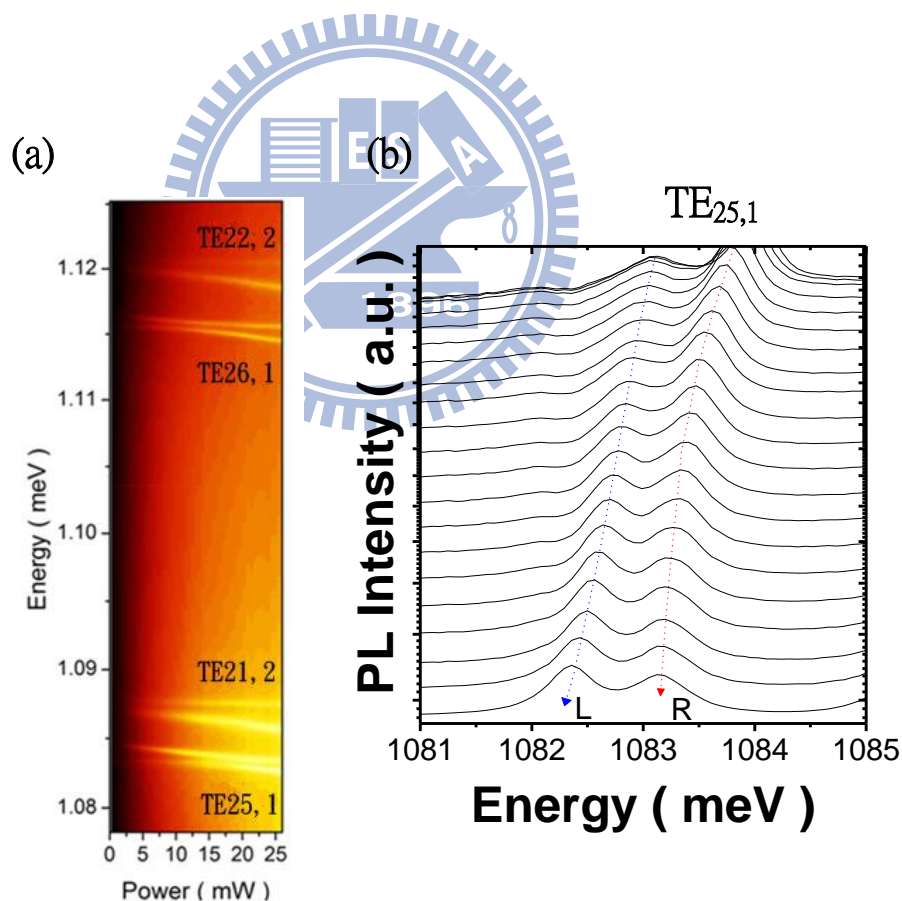
本節將討論雙微碟共振腔改變功率的螢光光譜量測。增加雷射激發功率造成微碟折射率變大的方式，進而將其中一個微碟的 WGMs 波長平緩往另一微碟的 WGMs 接近，達到雙微碟模態之間的耦合。圖 4-11 是在雙微碟共振腔不同位置量測的  $\mu$ -PL 光譜，比對 3D-FDTD 的模擬結果，指出模態數分別為  $TE_{25,1}$ 、 $TE_{26,1}$ 、 $TE_{21,2}$ 、 $TE_{22,2}$ 。接下來我們先針對  $TE_{25,1}$  來觀察其模態的耦合效應。



圖[4-11] 耦合雙微碟共振腔的光譜圖，黑色曲線為左邊微碟共振腔的譜圖，紅色為右邊微碟共振腔的譜圖

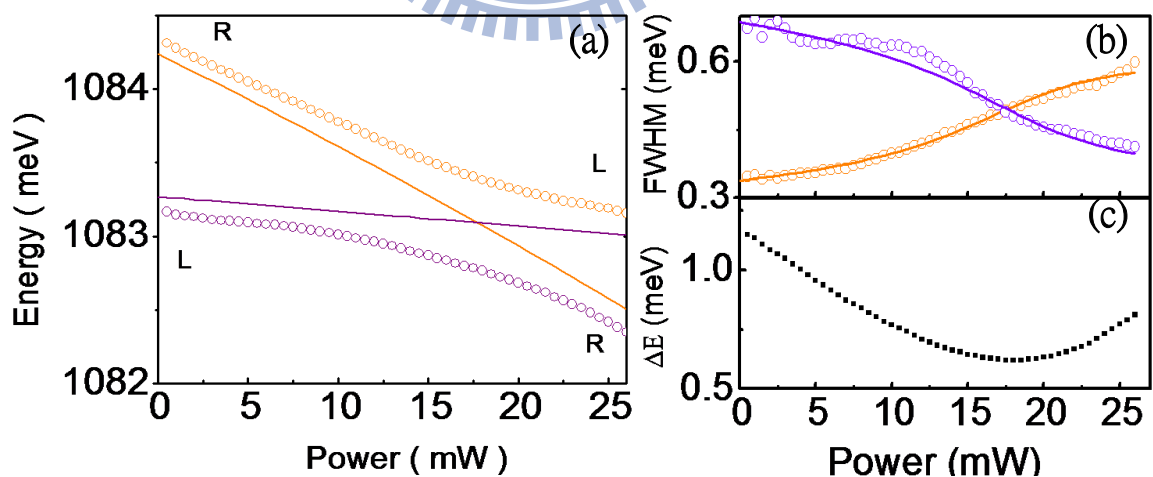
變功率激發雙微碟共振腔的  $\mu$ -PL 實驗架構如圖 3-5 描述。利用兩道雷射激發左右兩個微碟共振腔。其中以鈦-藍寶石雷射波長為 750 nm 的連續波作為局部加熱的光源，聚焦在直徑較小的微碟共振腔；另一道波長 633nm 氬氖雷射固定功率用來持續激發直徑較大的微碟。圖 4-12 (a)為變功率的等高線圖。圖 4-12 (b)為模態  $TE_{25,1}$  的放大圖，從上至下分別為雷射功率由 1 mW 至 26 mW 的譜圖。每間隔 0.5 mW 量測一次螢光光譜，L 和 R 分別代表低能量和高能量的  $TE_{25,1}$ 。能量上，R 模態較 L 模態高了 1.2 meV。我們改變激發 R 模態的雷射功率，利用雷射局部加熱效應使得兩模態靠近。隨

著激發功率增強，R 模態從高能量往低能量平緩的移動。而用固定雷射功率來激發的 L 模態則在低功率區幾乎沒有變化。當 R 模態逐漸靠近 L 模態時，兩模態發生耦合，使得 L 模態的強度漸漸增強，並且往低能量移動。此現象與 2-3 章節利用強耦合效應模擬模態的電場互相干擾而產生反交叉現象一致。當激發功率達到 26 mW 時，模態總位移為 2 nm，由 4-1.2 章節可知溫度與模態紅移量關係為  $\Delta\lambda \sim 0.1 (nm/K)$ ，所以微碟共振腔的溫度改變為 20 K。



圖[4-12] 改變激發光功率之譜圖

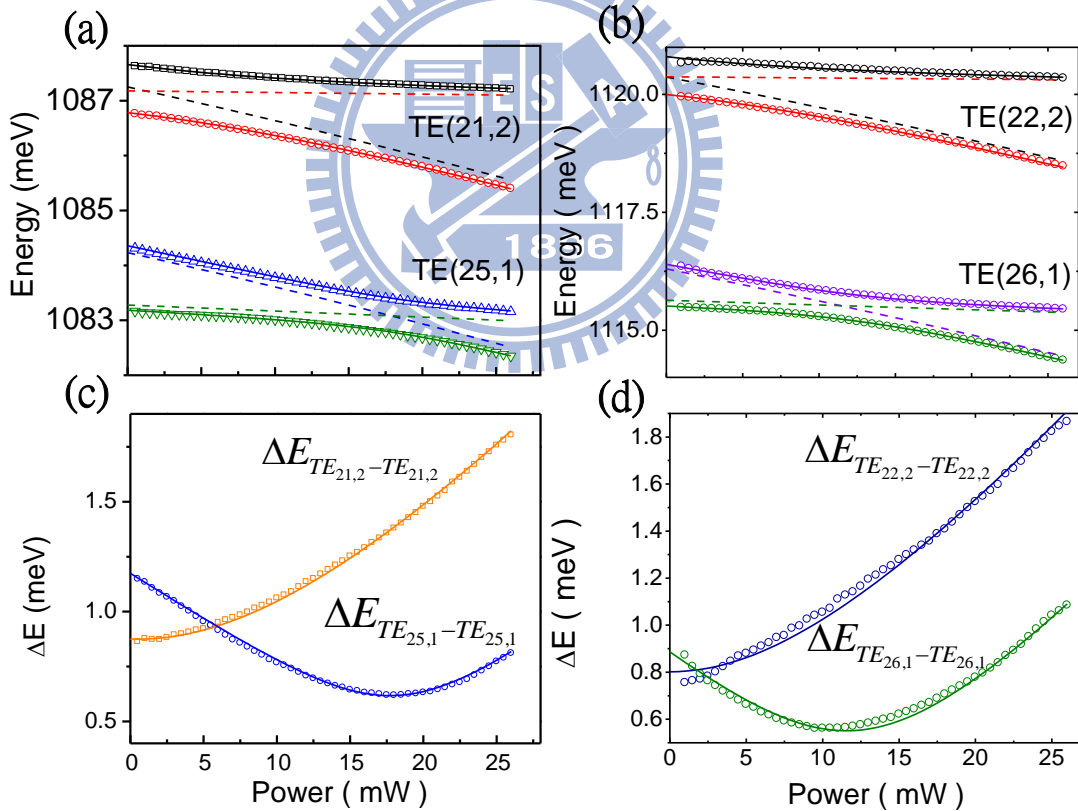
接下來針對  $TE_{25,1}$  利用勞倫茲曲線擬合的方式進行詳細的分析。圖 4-13 (a) 是 WGMs 模態能量對雷射激發功率的關係圖，實線是以公式模擬未耦合的變化曲線。當兩模態接近時，兩模態靠近至某一極小值後便開始遠離的現象。此現象是由兩模態發生強耦合所造成。在能量差最小處，能量相同的兩模態發生強耦合而產生束縛態與反束縛態。圖 4-13(b)、(c) 為模態半寬與模態能量差異對不同雷射功率作圖。由圖 4-13 (c) 可知道兩模態能量差異有一個極小值，其值為  $0.62 \text{ meV}$ 。另外由半寬的變化可以看到隨功率增加兩模態的半寬漸趨相同，直到模態開始遠離時，半寬互相交換。此現象符合模態耦合理論所模擬的結果。圖 4-13(b) 中的實線是以模態耦合理論去擬合實驗結果。我們可以經由擬合實驗結果得知模態之間的耦合強度  $g$ ，在這裡兩個  $TE_{25,1}$  之間的耦合強度為  $0.35 \text{ meV}$ 。



圖[4-13] (a)模態能量與能隨著光激發功率的變化圖 (b)半寬變化圖  
(c)模態能量變化圖

上述我們先針對  $TE_{25,1}$  模態來探討，接下來我們以相同的分析  $TE_{26,1}$ 、 $TE_{21,2}$ 、 $TE_{22,2}$  並且配合理論模擬計算模態的耦合強度。圖 4-14 (a)、(b) 為模態能量與激發功率的關係圖，其中包含實驗數據與理論模擬(實線)。

首先， $TE_{25,1}$ 、 $TE_{26,1}$  有反交叉現象， $TE_{21,2}$ 、 $TE_{22,2}$  則是逐漸遠離。配合圖 4-14 (c)、(d) 得知  $TE_{25,1}$ 、 $TE_{26,1}$ 、 $TE_{21,2}$ 、 $TE_{22,2}$  模態分離分別為 0.62 meV、0.56 meV、0.86 meV、0.72 meV，以模態耦合理論擬合的耦合強度分別為 0.35 meV、0.29 meV、0.48 meV、0.38 meV。我們發現模態  $TE_{m,\ell}$  的方位角模數  $m$  越大，耦合強度就越小。



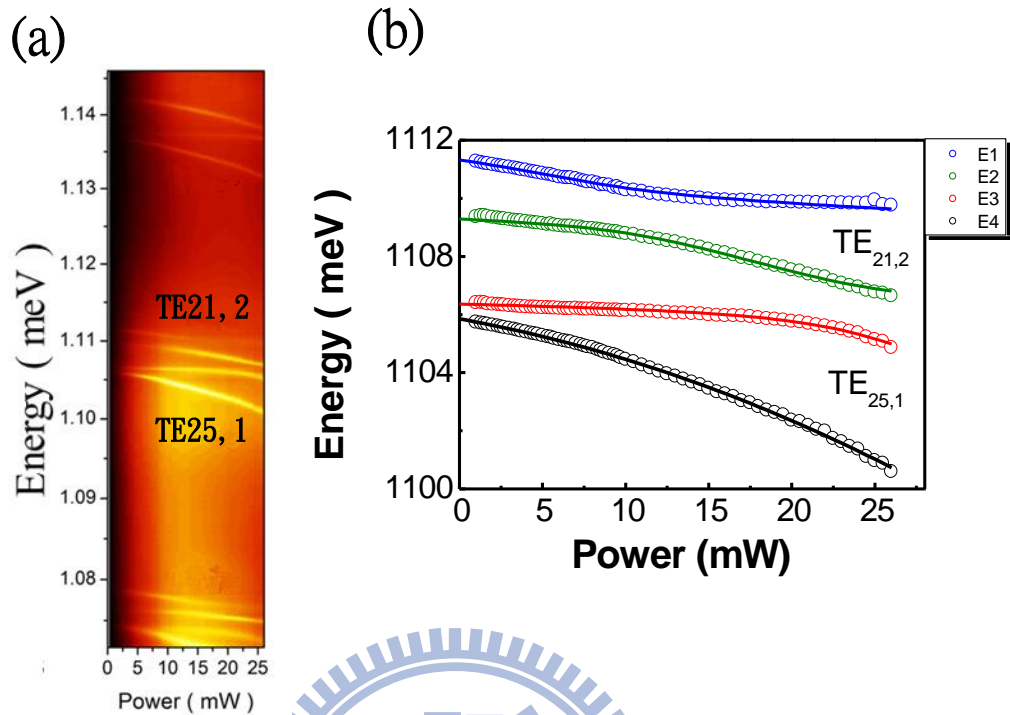
圖[4-14] (a)、(c) 為  $TE_{21,2}$  與  $TE_{25,1}$  的模態能量與能量差異變化圖

(b)、(d) 為  $TE_{22,2}$  與  $TE_{26,1}$  的模態能量與能量差異變化圖



接下來將觀察不同模態之間的耦合現象。我們針對另一隻微碟共振腔進行變功率的  $\mu$ -PL 量測。圖 4-15 (a) 為變功率的等高線圖。圖 4-15 (b) 為模態峰值能量與激發功率的關係圖。圖中存在四個模態，為了便於描述，我們由低能量到高能量的模態分別命名為  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ 、 $E_4$ 。首先，我們由  $E_1$  和  $E_2$  開始討論。在激發功率為 10 mW 處，有一個明顯的反交叉現象出現。隨著功率繼續增加，兩模態則逐漸相反遠離。到了高激發功率的區域， $E_2$  逐漸靠近  $E_3$  時， $E_3$  受到  $E_2$  的影響開始往低能量移動。此處發生了另一個反交叉現象。經過 3D-FDTD 模擬我們可以知道  $E_1$  及  $E_2$  分屬兩個微碟的  $TE_{21,2}$ ，而  $E_3$  及  $E_4$  為  $TE_{25,1}$ 。我們在  $E_1$  與  $E_2$  之間觀察到的耦合現象為同模態之間的耦合，而  $E_2$  與  $E_3$  之間的耦合則是不同模態的耦合。這種不同模態之間的耦合賦予雙微碟系統更多的運用性。在理論擬合時，由於  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  三個模態的能量非常相近，故雙模態耦合方程已經不適用，我們重新改寫耦合方程式為三個模態互相耦合。擬合實驗結果後，得到  $g_{12}=1.15$  meV、 $g_{23}=0.86$  meV。我們仍然觀察到方位角模態越小，其耦合強度越強的結果，接下來我們將利用等效位能的概念探討方位角模態對耦合強度的影響。





圖[4-15] 模態波長隨著激發功率的變化圖

### 4-3 結果討論

由 2D-FDTD 模擬得知，當雙微碟的間距越小，雙微碟之間的電場重疊越多，耦合強度就越強。在實驗上，雙微碟間距固定，在間距處的電場重疊多寡，會決定耦合強度的大小。首先，由徑向波方程式來推導：

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} R(r) \right) + \left( k_m^2 n_{eff}^2(r) - \frac{m^2}{r^2} \right) R(r) = 0 \quad (4.1)$$

解(4.1)式可得微碟徑向解。其解在微碟內部為第一類貝索函數(Bessel function)；在微碟外部則為第二類貝索函數，整理如下：

$$R(r) = \begin{cases} C_1 J_m(n_{eff}(r)k_m r) & r \leq R_0 \\ C_2 Y_m(n_{eff}(r)k_m r) & r > R_0 \end{cases} \quad (4.2)$$

其中  $C_1, C_2$  為常數， $R_0$  為微碟半徑， $k_m = \frac{2\pi}{\lambda_m}$  為 WGMs 的波數， $\lambda_m$  為不同

方位角模數的波長。假設微碟半徑大小為  $1.8 \mu\text{m}$ ，微碟內部等效折射率為

2.92，外部為等效折射率為 1，針對  $\text{TE}_{25,1}$  與  $\text{TE}_{21,2}$  討論。由邊界條件

$$(R_{in}(R_0) = R_{out}(R_0), \frac{dR_{in}(R_0)}{d\rho} = \frac{dR_{out}(R_0)}{d\rho}) \text{ 可求得模態波數為 } 5.56、5.6 \text{ (m}^{-1}\text{)}。$$

接下來將式(4-1)左右兩邊各加  $k_0^2 R(r)$  項改寫成類薛丁格方程式形式，如

下：

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} [r \frac{d}{dr} R(r)] + V_{eff}(r) R(r) = E R(r) \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} V_{eff}(r) = k_m^2 [1 - n_{eff}^2(r)] + \frac{m^2}{r^2} \\ E = k_m^2 \end{cases} \quad (4-4)$$

其中  $V_{eff}(r)$  可視為等效位能(effective potential)， $E$  為模態能量。將模態波

數代入式(4-2)與式(4-4)模擬電場強度與等效折射率在徑向的分布。圖

4-16(a)、(b)分別為  $\text{TE}_{21,2}$  與  $\text{TE}_{25,1}$  的電場強度、等效位能對微碟徑向的分

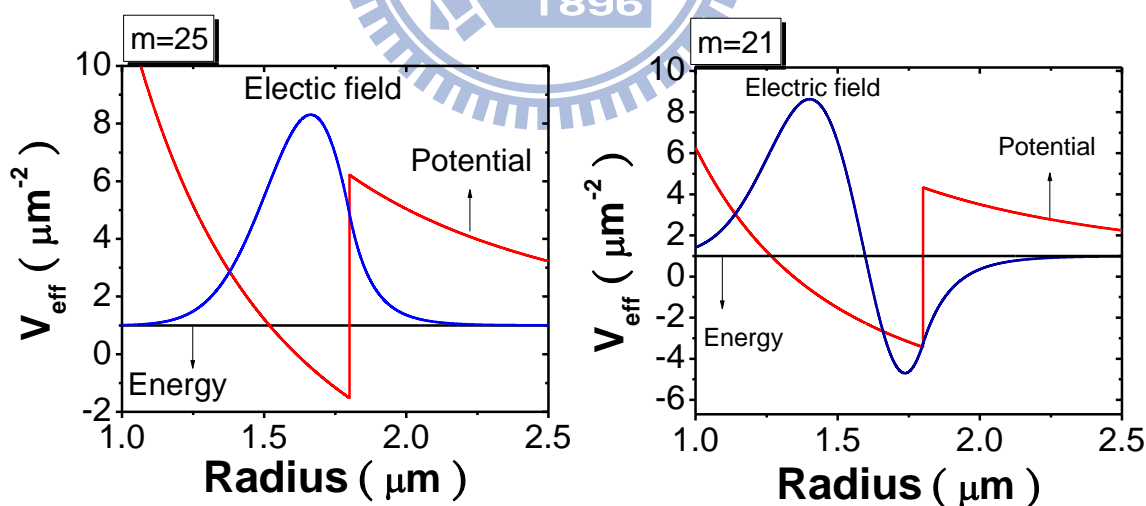
布關係圖。等效位能在微碟邊緣急遽的變化，是因為等效折射率在微碟邊

緣不連續所造成。由於模態能量小於邊界的等效位能，當電場穿隧到微碟

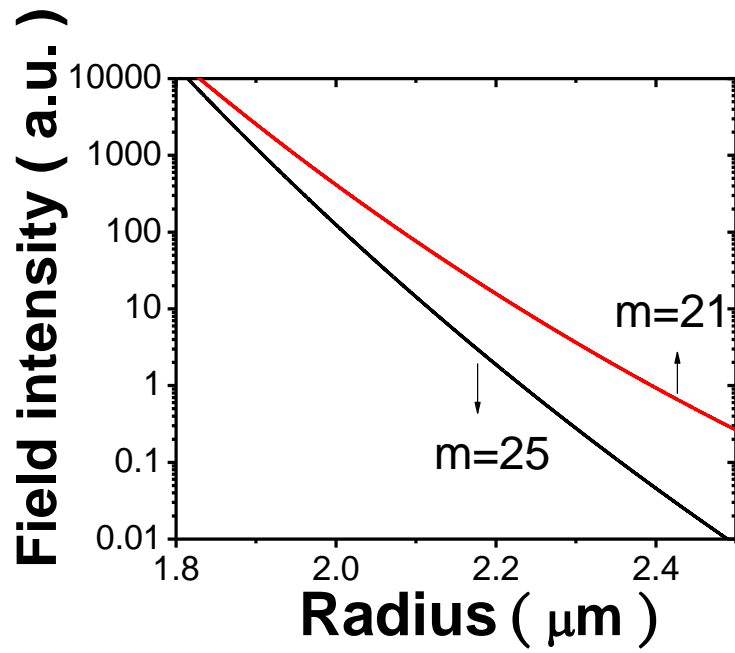
外時，就像遇到屏障而無法往外傳播，電場強度會漸漸衰減至零。為了清

楚觀察微碟外部的衰減情形，將微碟外部的電場強度以指數形式作圖，如

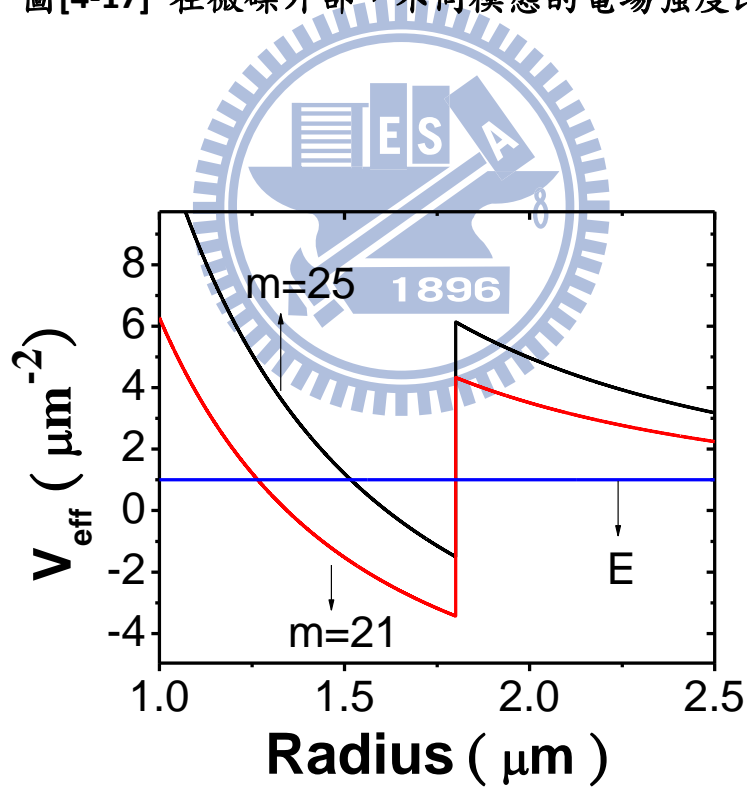
圖 4-17 所示， $TE_{21,2}$  的衰減速度較  $TE_{25,1}$  的衰減速度小。意即  $TE_{21,2}$  的電磁波在微碟外部能傳遞較遠的距離。造成衰減係數不同的原因主要為微碟外部的等效位能高度。圖 4-18 為  $TE_{25,1}$  與  $TE_{21,2}$  的模態能量及等效位能隨徑向距離的比較圖。兩模態的共振能量差異不大，故圖中可看到  $TE_{25,1}$  的等效位能屏障較高。當電磁波往微碟外部傳播時，受到的位能屏障較高，電場強度衰減較快。因此在相同能量下，方位角模態數越低，微碟外部的消散波可傳遞的距離越遠。對於固定間距的雙微碟共振腔，電磁波傳播的距離越遠，兩模態電場重碟機率越大，耦合強度越強。如果不考慮模態半寬差異，耦合強度越強時，其能量分裂越大。由等效位能的計算，知道  $TE_{21,2}$  的耦合強度大於  $TE_{25,1}$ ，其結論符合我們實驗觀察結果。



圖[4-16] 位能與電場在半徑方向的分布圖



圖[4-17] 在微碟外部，不同模態的電場強度比較圖



圖[4-18]  $TE_{25,1}$  與  $TE_{21,2}$  的等效位能比較圖

## 第五章 結論

本研究利用顯微光激螢光系統研究雙微碟共振腔的模態耦合。由模態共振理論可知道耦合機制分為強耦合與弱耦合，主要受到耦合強度與模態半寬的影響。經由有限時域差分法模擬得知雙微碟間距越小模態的能量分裂越大，同時代表耦合強度越大。為了提高雙微碟耦合的機率，本研究將微碟轉移至藍寶石基板，並且以微碟側邊發出的訊號做電場偏振實驗，得知微碟的模態主要為 TE 模態。利用光纖探針將兩譜線相近的微碟移動在一起，比對未靠近時的譜線，得知雙微碟已達到耦合。接著利用雷射局部加熱使兩模態能量靠近，並藉由改激發變功率實驗可以看到模態反交叉與半寬交換的現象，說明耦合雙微碟為強耦合機制。由變功率實驗可觀察到相同模態之間的耦合，也可觀察到不同模態之間的耦合。配合耦合模態理論可估計微碟的耦合強度，得知兩個  $TE_{21,2}$  的耦合比  $TE_{21,2}$  與  $TE_{25,1}$  的耦合強。由於耦合強度與微碟外部電場的重疊有關，引入等效位能屏障觀念。在相同能量下，微碟外部的位能屏障越大，電磁波的穿隧深度越小，所以耦合強度越弱，與我們在實驗中觀察到的情形一致。

## 參考文獻

- [1] Kartik Srinivasan, Matthew Borselli, Thomas J. Johnson, Paul E. Barclay, Oskar Painter, Andreas Stintz, and Sanjay Krishna, “Optical loss and lasing characteristics of high-quality-factor AlGaAs microdisk resonators with embedded quantum dots” *Appl.Phys.Lett.* **86**, 151106 (2005)
- [2] P. Michler, A. Kiraz, C. Becher, W. V. Schoenfeld, P. M. Petroff, Lidong Zhang, E. Hu, A. Imamoğlu, “A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device” *Science* **290**, 2282 (2000)
- [3] H. J. Carmichael, R. J. Brecha, M. G. Raizen, and H. J. Kimble, “Subnatural linewidth averaging for coupled atomic and cavity-mode oscillators” *Phys. Rev. A* **40**, 5516 (1989)
- [4] David Press, Stephan Götzinger, Stephan Reitzenstein, Carolin Hofmann, Andreas Löffler, Martin Kamp, Alfred Forchel, and Yoshihisa Yamamoto, “Photon Antibunching from a Single Quantum-Dot-Microcavity System in the Strong Coupling Regime” *Phys. Rev. Lett.* **98**, 117402 (2007)
- [5] A. Kiraz, P. Michler, C. Becher, B. Gayral, A. Imamoğlu, Lidong Zhang, E. Hu, W. V. Schoenfeld, and P. M. Petroff, “Cavity-quantum electrodynamics using a single InAs quantum dot in a microdisk structure” *Appl. Phys. Lett.* **78**, 3932 (2001)
- [6] E. Peter, P. Senellart, D. Martrou, A. Lemaître, J. Hours, J. M. Gérard, and J. Bloch, “Exciton-Photon Strong-Coupling Regime for a Single Quantum Dot Embedded in a Microcavity” *Phys. Rev. Lett.* **95**, 067401 (2005)
- [7] T. Yoshie, A. Scherer, J. Hendrickson, G. Khitrova, H. M. Gibbs, G. Rupper, C. Ell, O. B. Shchekin and D. G. Deppe, “Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity” *Nature* **432** 200 (2004)
- [8] Jung-Wan Ryu, Soo-Young Lee, and Sang Wook Kim, “Coupled nonidentical microdisks: Avoided crossing of energy levels and unidirectional far-field emission” *Phys. Rev. A* **79**, 053858 (2009)

- [9] Jung-Wan Ryu, Soo-Young Lee, Chil-Min Kim, and Young-Jai Park, “Directional interacting whispering-gallery modes in coupled dielectric microdisks” *Phys. Rev. A* **74**, 013804 (2006)
- [10] J. Ng, Z. F. Lin, C. T. Chan, and P. Sheng, “Photonic clusters formed by dielectric microspheres: Numerical simulations” *Phys. Rev. B* **72**,085130 (2005)
- [11] T. Mukaiyama, K. Takeda, H. Miyazaki, Y. Jimba, and M. Kuwata-Gonokami, “Tight-Binding Photonic Molecule Modes of Resonant Bispheres” *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4623 (1999)
- [12] M. Bayer, T. Gutbrod, J. P. Reithmaier, and A. Forchel, “Optical Modes in Photonic Molecules” *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2582 (1998)
- [13] A. M. Mintairov, Y. Chu, Y. He, S. Blokhin, A. Nadtochy, M. Maximov, V. Tokranov, S. Oktyabrsky, and J. L. Merz, “High-spatial-resolution near-field photoluminescence and imaging of whispering-gallery modes in semiconductor microdisks with embedded quantum dots” *Phys. Rev. B* **77**, 195322 (2008)
- [14] Mee Koy Chin, Daniel Y. Chu, and Seng-Tiong Ho, “ Estimation of the spontaneous emission factor for microdisk lasers via the approximation of whispering gallery modes” *Appl. Phys.* **75**, 3302 (1994)
- [15] Matthew Borselli, Thomas Johnson, and Oskar Painter, “Beyond the Rayleigh scattering limit in high-Q silicon microdisks: theory and experiment” *Optics Express* **13**, 1515 (2005)
- [16] M. Benyoucef and S. Kiravittaya, “Strongly coupled semiconductor microcavities: A route to couple artificial atoms over micrometric distances” *Phys. Rev. B* **77**, 035108 (2008)