

國立交通大學

電子物理研究所

碩士論文

位元式全像資料儲存容量之研究

Investigations on storage capacity of bit-oriented holographic  
data storage

研究生：顏翊安

指導教授：林烜輝 教授

中華民國一百零一年七月

位元式全像資料儲存容量之研究

Investigations on storage capacity of bit-oriented  
holographic data storage

研究生：顏翊安

Student : Yi-An Yen

指導教授：林烜輝

Advisor : Shiuan-Huei Lin

國立交通大學



Submitted to Department of Electrophysics  
College of Science  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master of Science  
in  
Electrophysics  
July 2012  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年七月

# 位元式全像資料儲存容量之研究

學生：顏翊安

指導教授：林烜輝

國立交通大學電子物理所碩士班

## 摘要

本論文主要目的為決定體積全像儲存時，在三維方向的各個微全像間的最小儲存間隔。首先從記錄時分析，記錄時由兩道反向行進的高斯波，故由光追跡法則判斷高斯波在材料內的光腰大小與位置，再分析將材料移動後，兩道高斯波是否仍會重疊在一起。

以波恩近似法得繞射波之分佈，但考量實際情況，假設觀察平面不再與材料在相同介質中，則繞射波會有折射現象，所以需修正繞射波向量的型式。並分析在材料中儲存單一微全像與多層多點微全像時之特性，最後經由比較噪訊比的大小，可決定各個微全像間在三維方向的最小儲存間隔，進而分析其容量之大小。

# Investigations on storage capacity of bit-oriented holographic data storage

Student : Yi-An Yen

Advisor : Shiu-an-Huei Lin

Department of Electrophysics

National Chiao Tung University

## Abstract

In this thesis, the main goal is to estimate the minimum separation between each micro-hologram in three dimensions during holographic data storage. First, we analyze the two counter-propagating Gaussian wave when recording, we use the ray trace rule to determine the Gaussian beam's waist size and location inside the medium, and then to check the two Gaussian waist is overlap or not after move the medium.

We use Born approximation to analyze the diffracted wave. In reality, the observation plane and the material is separate in two different medium that will cause the refraction effect. So modify the form of the diffracted wave vector is important in this thesis. Based on Born approximation, we find the characteristic of unit and multilayer recording. Finally, we determine the noise-to-signal ratio to decide the minimum separation in three dimensions, and further to analyze the storage capacity.

## 致謝

在碩士班的求學生涯裡，最感謝我的指導老師-林烜輝老師，感謝林老師有耐心的給予建議與指導，使我能一步一步慢慢完成學業；另外也需感謝許根玉老師，除了課業與學術上的指導外，也像是心靈老師一樣會對生活態度上有獨特的見解，而能給大家不同的意見。

另外要感謝實驗室裡所有的成員，包括阿龍學長、男哥、人崇學長、柏霖學長、俊華學長、阿倫學長、啟新同學、信甫學弟、功賀學弟、昶慶學弟、怡安學妹與小個學妹，實驗室裡每個人都身懷絕技、學識淵博，尤其是問學長們問題時，總能得到清楚又條理分析的回答，也算是一種應對上的學習，尤其喜歡每次 meeting 完後，與學長、同學和學弟妹之間的意見討論交流，往往能從中發現自己思考的盲點，加上老師與大家的意見往往又是研究上的新發想。課業之餘，實驗室的網球活動也是令人放鬆的好時刻，大家發洩情緒之餘，也更想提升網球的技術，大家的網球也真的進步很多。

最後，感謝我的父母親，能夠讓我無憂無慮、專心地努力自己的學業，是我最好的後盾。

# 目錄

摘要.....	I
Abstract.....	II
致謝.....	III
表目錄.....	V
圖目錄.....	VI
第一章 緒論.....	1
1.1 光儲存技術簡介.....	1
1.1.1 光儲存技術演進.....	1
1.1.2 全像光學儲存系統：起源與發展.....	3
1.1.3 頁面式與位元式儲存方式之比較.....	5
1.2 研究動機.....	6
1.3 論文編排說明.....	7
第二章 位元式全像儲存原理與分析.....	8
2.1 位元式全像儲存系統與原理.....	8
2.2 高斯光波在材料內的特性.....	10
2.2.1 高斯截波(Gaussian Truncation).....	10
2.2.2 光追跡法.....	11
2.2.3 高斯光腰在介質內位置的變化.....	15
2.2.4 高斯光波在材料內的傳播特性.....	18
2.3 多層儲存紀錄架構.....	20
2.3.1 光學系統之設計.....	20
2.3.2 多層儲存分析.....	22
2.4 多點儲存分析.....	28
第三章 繞射波分析與數值模擬.....	32
3.1 波恩近似法.....	32
3.2 移動材料對繞射波之影響.....	34
3.2.1 材料無位移重建.....	34
3.2.2 材料在 x 方向移動對繞射波之影響.....	36
3.2.3 材料在 y 方向移動對繞射波之影響.....	38
3.2.4 材料在 z 方向移動對繞射波之影響.....	38
3.3 改變記錄位置對繞射波的影響.....	40
3.4 不同材料厚度對繞射波之影響.....	47
3.5 改變焦距對繞射波之影響.....	50
3.6 不同記錄光波長對位移選擇性之影響.....	58
第四章 結果與分析.....	64
4.1 多層儲存之繞射波分佈.....	64

4.2 多點儲存之繞射波分佈.....	65
4.3 噪訊比(Noise-to-Signal Ratio)分析.....	65
4.4 儲存容量估計.....	67
第五章 結論.....	68
參考文獻.....	69

## 表目錄

表 1 記錄在材料正中間層後位移重建之光場分佈.....	42
表 2 材料往右 50um 記錄微全像後位移重建之光場分佈.....	43
表 3 材料左移 50um 後記錄微全像後位移重建之光場分佈.....	44
表 4 厚度為 1mm 位移重建之繞射波變化.....	47
表 5 材料厚度為 3mm 位移重建之繞射波變化.....	48
表 6 焦距為 2.9mm 位移重建之光場分佈.....	50
表 7 焦距為 4.5mm 位移重建之光場分佈.....	51
表 8 焦距為 9mm 位移重建之光場分佈.....	52
表 9 透鏡焦距為 2.9mm 位移重建之光場分佈.....	54
表 10 透鏡焦距為 4.5mm 位移重建之光場分佈.....	55
表 11 透鏡焦距為 9mm 位移重建之光場分佈.....	56
表 12 波長為 405 nm，z 方向移動時位移量與繞射波之變化.....	58
表 13 波長為 650 nm，z 方向移動時位移量與繞射波之變化.....	60
表 14 波長為 405 nm，x 方向移動時位移量與繞射波之變化.....	61
表 15 波長為 650 nm，x 方向移動時位移量與繞射波之變化.....	63
表 16 不同焦距下，儲存容量之估計.....	67
表 17 改變波長，儲存容量之估計.....	67

## 圖目錄

圖 1 全像片的記錄與重建-穿透式全像.....	3
圖 2 全像片的記錄與重建-反射式全像.....	3
圖 3 同軸式全像之記錄與讀取.....	4
圖 4 體積全像記錄之示意圖.....	5
圖 5 位元式全像記錄之示意圖.....	5
圖 6 微全像.....	6
圖 7 位元式全像資料儲存架構圖.....	8
圖 8 高斯截波示意圖.....	10
圖 9 高斯波光束直徑示意圖.....	10
圖 10 (a) 參考波之光腰在材料內的大小與位置。(b) 信號波之光腰在材料內的大小與位置。.....	11
圖 11 比較高斯光波在材料內外之差別.....	15
圖 12 移動材料後，對光腰大小與位置之影響.....	18
圖 13 多層記錄架構.....	20
圖 14 由材料正中間開始多層記錄.....	21
圖 15 記錄完正中間層微全像後，再移動材料以記錄下一層.....	22
圖 16 記錄完第二層，再移動材料以記錄第三層.....	24
圖 17 記錄完正中間點，再將材料往下移以記錄第二點.....	28
圖 18 記錄第二點微全像.....	29
圖 19 記錄第二點微全像.....	30
圖 20 重建之示意圖.....	33
圖 21 在正中間層記錄並以原參考波重建.....	34
圖 22 記錄完微全像後，移動材料重建.....	36
圖 23 記錄正中間層微全像後，在 z 方向移動材料後重建.....	38
圖 24 在材料任意位置記錄微全像與位移後重建.....	40
圖 25 在材料正中間記錄後位移重建之光場分佈.....	45
圖 26 材料往右 50um 記錄後位移重建之光場分佈.....	45
圖 27 材料往左 50um 記錄後位移重建之光場分佈.....	45
圖 28 不同位置，繞射波強度降至無位移強度之 13% 時之位移量.....	46
圖 29 1mm 之位移量與繞射強度變化.....	49
圖 30 3mm 之位移量與繞射強度變化.....	49
圖 31 焦距為 2.9mm 時之繞射效率隨材料位移量變化之情形.....	51
圖 32 焦距為 4.5mm 時之繞射效率隨材料位移量變化之情形.....	52
圖 33 焦距為 9mm 時之繞射效率隨材料位移量變化之情形.....	53



圖 34 透鏡焦距為 2.9mm 之繞射效率隨材料位移量變化之情形 .....54  
圖 35 透鏡焦距為 4.5mm 之繞射效率隨材料位移量變化之情形 .....56  
圖 36 透鏡焦距為 9mm 之繞射效率隨材料位移量變化之情形 .....57  
圖 37 為 405 nm，z 方向移動時位移量與繞射波之變化.....59  
圖 38 波長為 650 nm，z 方向移動時位移量與繞射波之變化.....61



# 第一章 緒論

## 1.1 光儲存技術簡介

### 1.1.1 光儲存技術演進

人們追求影音娛樂的需求，也帶動了儲存資訊產業的發展，一開始光碟片的誕生是用在音樂的用途上，因為在光碟片被廣泛利用之前，音樂是存在卡帶內供人們瀏覽聆聽，不過卡帶的缺點也往往被人們所詬病，例如：從第一首歌如果要往後聽其它首歌時，要一直轉到帶子，不過又不一定能剛好轉到要聽的曲子上，而卡帶在長時間順轉與倒轉的過程中會導致某些資料磨損而遺失，所以此時給了光碟片崛起的契機。

在 1980 年時，由 Sony 與 Philip 兩家公司共同推出的 CD-DA 光碟，共同立下了數位光碟製作的標準及規格，並於 1982 年至訂了著名的紅皮書，此為最早的光碟規格書，隨後為了滿足各個領域的需求，生產了不同規格的光碟與其對應的規格書，依照書皮顏色來分共有紅、黃、橘、白、綠、藍等規格書。

隨著時代的進步，人們對物質生活的品質越來越要求，只具有音樂功能的 CD 已不能滿足需求，除了音樂外還需要有視覺效果，VCD(Video CD)正好能滿足此需求，而 VCD 的發明使得出門遊玩時在車上觀看影片有更大的便利性，VCD 播放器體積比傳統錄放影帶播放器還要小，且不需再另備倒帶機，所以 VCD 已漸漸取代掉錄放影帶的功能。

不過隨著電視或液晶顯示器的解析度增高，撥放品質已越來越好，若再搭配上家庭劇院的效果，聽覺與視覺的享受將大幅提升，不過只有 DVD(Digital Video Disk)能提供這種功能，因採取與 VCD 不同的壓縮方式，具有較大的解析度，VCD 的解析度為 352\*240，而 DVD 的解析度則為 720\*480。且 DVD 儲存的影音資料具備多聲道的輸出，並能提供多種字幕與視角的選擇。

以上均是因為不同影音需求而發展出不同規格的光碟片，但是儲存容量的大小也是發展的重點，CD、DVD 的儲存容量依序為 700Mb、4.7GB(單面單層)，由 CD 到 DVD 之間的容量大幅提升是因為透鏡採用較高的數值孔徑並利用短波

長的光源，而能產生較小的聚焦光點，使得儲存密度提升，進而大幅提升儲存密度。不過因為有繞射極限的關係，使得光點不能聚成無限小，而導致儲存容量無法再往上提升，不過有另外的解決辦法：以多層儲存來提升儲存容量，不過在 2008 年由 Pioneer 所提出的 16 層藍光光碟儲存技術中，在讀取時會有其它非讀取層的訊號干擾且本身在讀取時的訊號太過微弱的缺點。而在撥放器的相容上，新推出的播放器，如 DVD 光碟機能讀取其它規格的光碟，但相反的，CD 光碟機並不能讀取 VCD 與 DVD 光碟。

在 1995 年提出發表的 DVD 與 2002 年提出發表的 Blu-ray Disc 均能達到多層儲存的結果，有很大的因素是為了滿足影音需求，現階段的電影與遊戲特效效果越來越驚人，畫質也越來越好，所以每部電影或遊戲的容量也就越來越大，當然也需要相對應的儲存媒介才能容納得下，這也給了我研究上的一些啟發。

全像儲存技術可分為兩類，一類為頁面式(Page-oriented)[1]儲存技術，另一類為位元式(Bit-oriented)[2]儲存技術，而本論文的重點為位元式全像儲存技術之研究，以位元式的方法將 0 或 1 二進位的資訊儲存在全像光碟內，而全像光碟可能是下一代的光碟產品，希望能發掘一些位元式全像光碟的特性，深入的了解此產品。就如前一段落所言，像是 DVD 與 Blu-ray Disc 這類產品，其儲存容量均非常的大，一般個人電腦使用者較少有機會利用這些產品做資料存取的动作，而是大部分應用於影音產品上。所以位元式全像光碟的發展有極大的可能會朝向影音娛樂這方面發展，可將位元式全像光碟應用於電影院方面，一片全像光碟就可存下好幾部電影，而且現在也有 3D 電影的誕生，故在儲存容量上會有更大的需求；而在遊戲機方面，現在的遊戲特效越來越高級，動作越來越華麗，遊戲使用者對畫面的呈現也越來越苛求，想要有高畫質甚直是 Full HD 的螢幕效果，若是遊戲中又有動畫電影的串場在加上若是遊戲畫面為 3D 的呈現時，此時儲存容量將會是現在遊戲的好幾倍，所以位元式全像光碟就有機會可以派上用場。

## 1.1.2 全像光學儲存系統：起源與發展

全像術又稱為立體照相術，是利用光的干涉原理，將物體光和參考光同時記錄在感光介質(感光介質可為感光底片、感光高分子或光折變晶體)上，使材料產生折射率調變而將干涉條紋記錄下來，而將此拍攝所得的介質上的影像加以重建，能重建原光波的振幅與相位，所以若原參考光讀取材料時時，即可以顯示出與原物一樣的立體像，如圖 1 與圖 2 所示。

一般人眼觀察到的影像均包含影像的能量、相位與波長，能量代表影像的強弱亮暗，相位隱含著與觀察者之間的相位差，也是能觀察到立體影像的因素，波長及位影像內各個物體的色彩；全像術與傳統照相機所拍攝而得的照片最大的不同是，照片只能記錄某一角度的物體影像，且僅為二維平面的圖像；然而全像術因為同時記錄了物體的振幅與相位的資訊，故重建時的影像是 3D 立體的影像，由左而右看全相片時，全相片的影像也會跟著有左而右不同角度的變化。

全像術的原理如下圖所示：

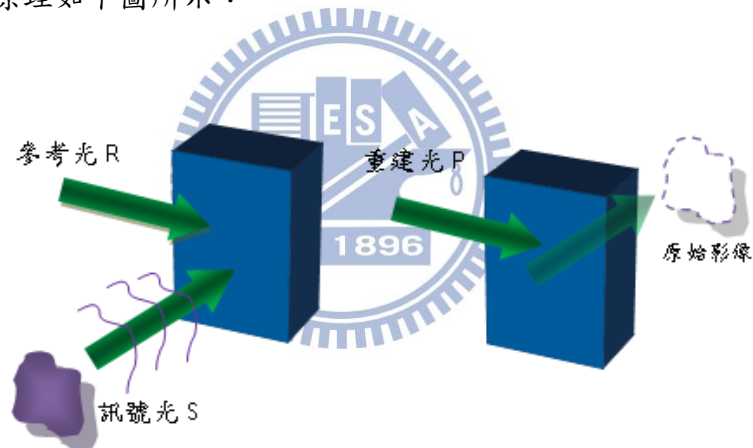


圖 1 全像片的記錄與重建-穿透式全像

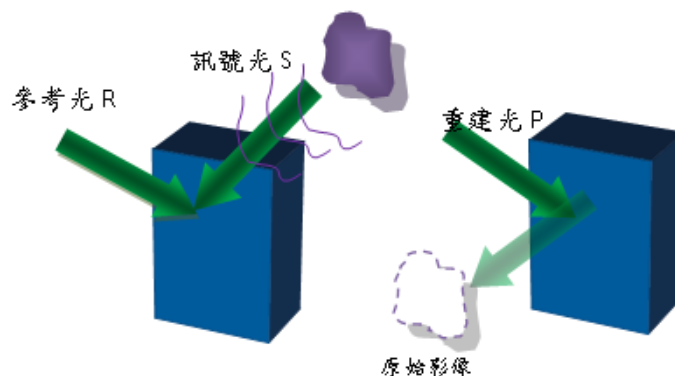


圖 2 全像片的記錄與重建-反射式全像

全像術的起源於 1947 年在英國工作的匈牙利籍工程師－丹尼斯·蓋博 (Dennis Gabor)，他為了解決電子顯微鏡解析度的問題而想出波前重建 (Wave-front reconstruction) 的方法[3]，不過因為當時缺乏高同調性 (Coherence) 的光源，並且因為 Gabor 提出的全像術架構為同軸式，所以重建時會同時觀察到原物體與孿生像會使得影像模糊。直到 1960 年代雷射發明之後，以及 1962 年由 Leith 和 Upatnieks 提出離軸全像術[4]，因為雷射光源具有高度同調性以及能量較集中，再加上使用離軸全像術，實驗所得全像術的影像非常的清晰，使得全像術能被廣泛地發展與利用。

全像術被廣泛地利用之後，許多關於全像術的應用也都遍布在生活中，例如：全像光學元件、全像干涉量測 (可對任何物體的表面進行偵測，如輪胎、橋梁、建築物... 等可做精密量測，及時發現裂痕可防範於未然)、全像藝術 (利用全像術進行藝術創作，或是將博物館內珍貴的典藏品翻拍成全像片，以全像片取代真品展出)、全像辨識 (現已廣泛地應用於鈔票與信用卡上，可用來辨識真偽) 以及全像儲存技術。

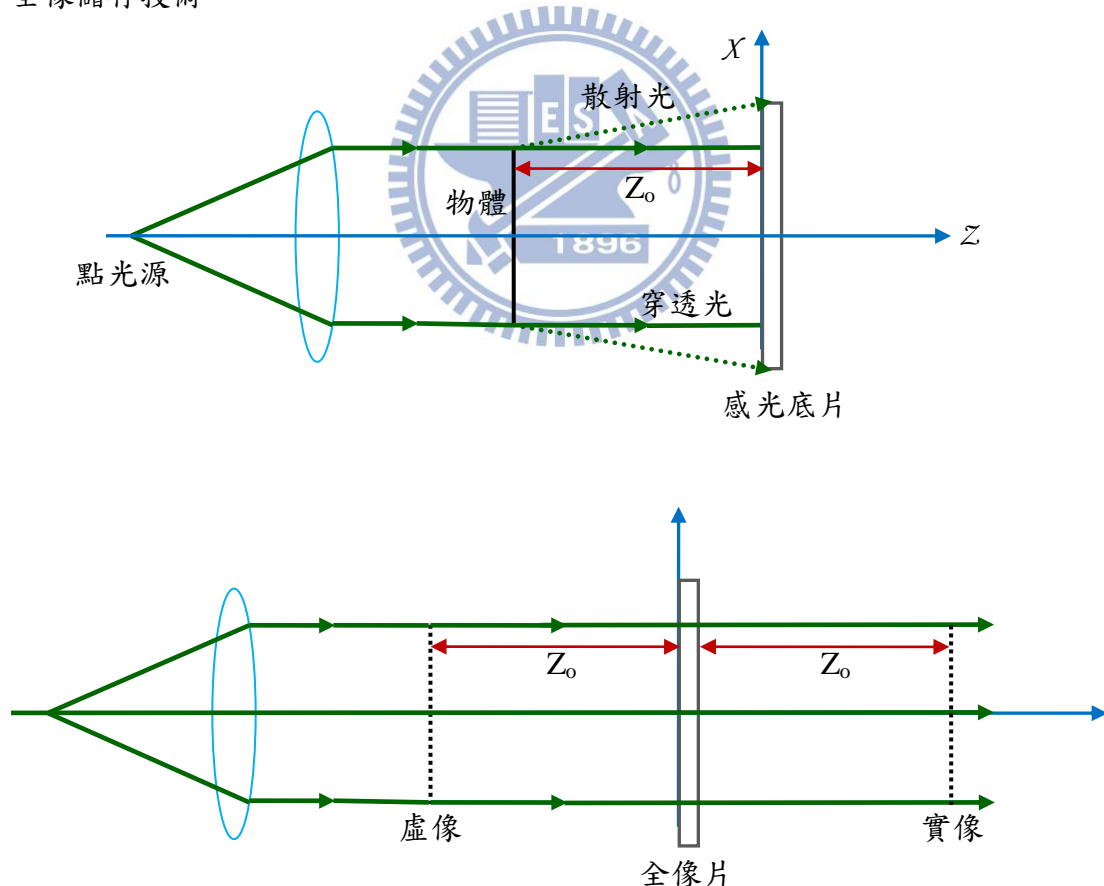


圖 3 同軸式全像之記錄與讀取

### 1.1.3 頁面式與位元式儲存方式之比較

全像資料儲存方式可分為頁面式(Page-oriented)與位元式(Bit-oriented)兩種儲存方法，底下分別討論此兩種儲存方法的系統架構，分析其優缺點，進而選擇出適合本論文的儲存方式。

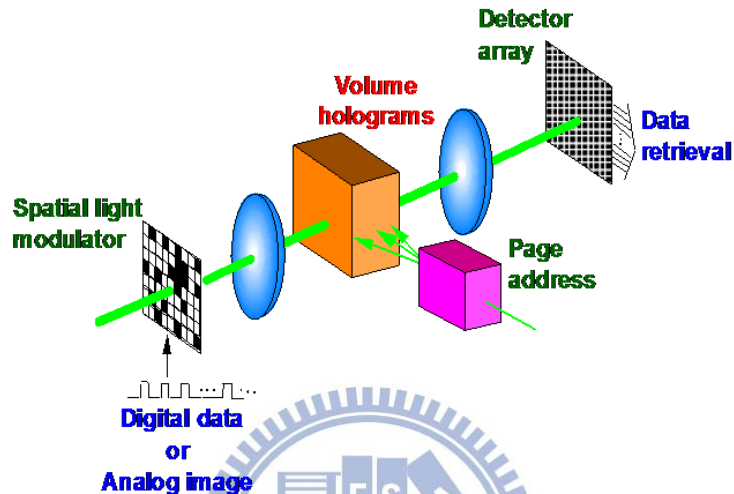


圖 4 體積全像記錄之示意圖

首先介紹頁面式儲存方法，如圖 4 所示，一道雷射光分為兩道光，右側入射至材料稱為參考光，另一道為物體光，因為會通過空間光調製器(Spatial Light Modulator, SLM)，將所要儲存的資料編碼顯示於空間光調製器上，為一個輸入訊號的裝置，空間光調製器上的資訊稱為“資料頁”(Data page)，所以物體光通過時會將帶有物體的資訊與參考光干涉，也因為是將帶有資料頁的物體光進行干涉而達到儲存的目的，一次性的儲存整頁的訊號，所以此方法也稱為頁面式全像資料儲存。

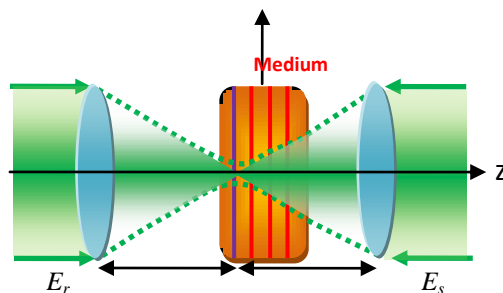


圖 5 位元式全像記錄之示意圖



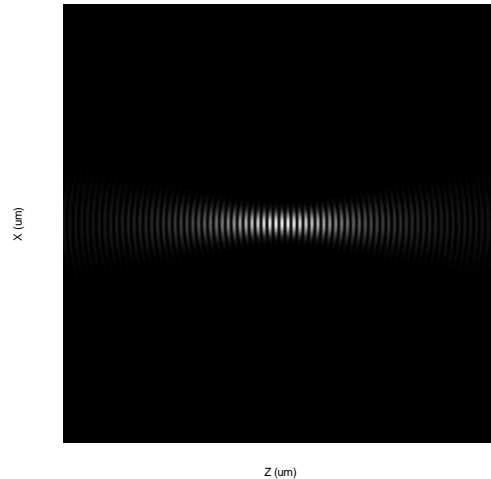


圖 6 微全像

圖 5 為位元式資料儲存的示意圖，為兩道高斯波聚焦在材料內同一位置而產生干涉並記錄。重建時若有干涉條紋的存在，則會得到重建的訊號，並定義為訊號 1；反之，若無干涉條紋存在，則讀取波會穿透材料不會有繞射波產生，而無訊號被偵測到，此時定義為訊號 0，所以便可將干涉條紋的有無視為 0 與 1 的訊號，故被稱作為位元式全像資料儲存，又因為其記錄產生的全像尺寸只有微米 ( $\mu m$ ) 等級，如圖 6 所示，故又稱為微全像。

## 1.2 研究動機

由 1.1.3 的分析可知，頁面式全像資料儲存的系統，若是要產生物體光，則需將雷射光擴束以將光線照射在空間光調製器上，如此將會占據太多體積，而位元式全像資料儲存所需的元件較頁面式全像資料儲存少，可簡化光學架設，且其架構與現今 CD/DVD 十分類似，因此位元式全像資料儲存與 CD/DVD 光碟機有高度的相容性，此種架構對於往後發展較有優勢，因為以此架構所研發出的全像光碟機，可適用市面上所有的光碟機，並希望能以微全像的有無代替光碟上的訊坑結構，故本論文選擇以位元式全像資料儲存作為研究的題目。

本篇論文研究重點為，以全像術理論為基礎，設計多層位元式全像資料儲存的架構；由波恩近似法分析繞射波，並將繞射波向量折射現象的因素考慮進去，修正繞射波之公式，改變不同光學元件參數觀察繞射波的變化，並以數值模擬方式得出繞射波分佈，再計算各種儲存間隔下的噪訊比(Noise-to-Signal ratio)，得出各層間的最小儲存間隔。

### 1.3 論文編排說明

第一章：簡述光儲存技術的發展，先介紹碟片式之儲存特性而後著重於全像儲存技術，並比較位元式與頁面式全像儲存之差異並說明為何使用位元式全像資料儲存之技術。

第二章：完整的介紹位元式全像光儲存技術，先介紹系統的光學設計圖，並以高斯光學分析高斯光波經由光路傳播在材料內的光腰位置與大小，並設計多層儲存時的模型與分析。

第三章：以波恩近似法分析重建時所得的繞射光場分佈，並分析其繞射效率，考慮不同參數條件下對繞射波之影響，分別改變儲存位置、材料厚度、光波長與透鏡焦距。

第四章：第三章的波長與焦距之模擬只考慮記錄單一層在材料之正中心處，第四章則考慮多層與多點儲存之情形，並分析讀取時其他層之雜訊對正中間層信號的影響，即為噪訊比，並從中求取各個微全像間之最小儲存間隔。

第五章：模擬結果之討論與探討。





## 第二章 位元式全像儲存原理與分析

本章將依序介紹位元式全像資料儲存的原理，先由系統架構說明何謂位元式全像資料儲存，而記錄點與點、層與層的多層微全像，由此並延伸當移動材料儲存時，光波在材料裡的聚焦位置與大小變化，。重建時，由波恩近似法則分析繞射波在輸出平面上的分佈，最大的差異為著重在介質與觀察平面分別為不同介質時，因而需將繞射波向量修正，即考慮介面間折射現象的繞射波向量。

### 2.1 位元式全像儲存系統與原理

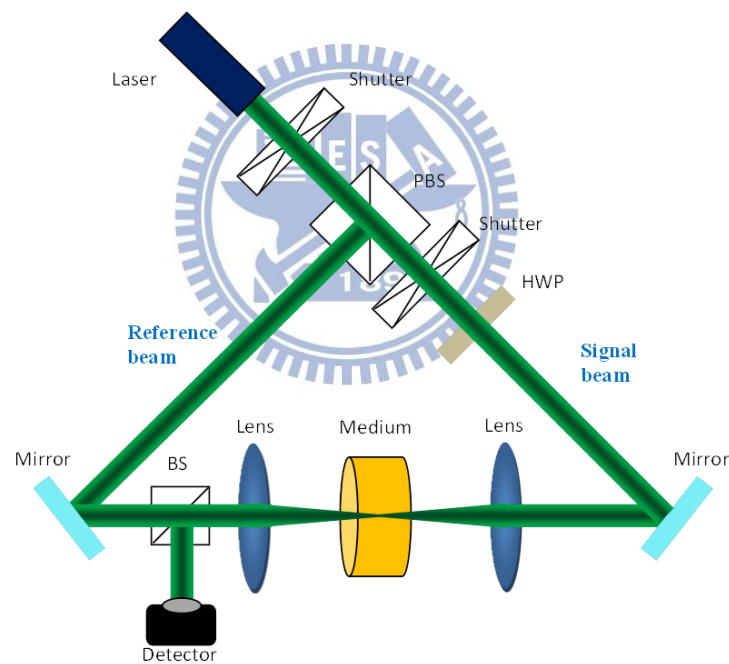


圖 7 位元式全像資料儲存架構圖

圖 7 為位元式全像資料儲存的架構圖，雷射輸出後，經過偏極化分光器分成兩道光，其中信號波經過半波板後，與參考波具有相同的偏振態，而參考波與信號波各自再經過透鏡聚焦在材料內，可知在此光學系統架構下，需設計出具有同調性質並能在材料內聚在同一位置的兩道高斯波，使兩道光能重疊而產生干涉條文，且需適當的選擇透鏡大小使得雷射經過透鏡後仍是完整的高斯光束。

記錄時，位元式全像資料儲存是由兩道反向行進的高斯波聚焦在感光高分子材料內干涉，使材料產生折射率調變而將干涉條紋記錄下來，藉由高斯波的方式能將微全像的分佈範圍有限的局限在材料某部分範圍內，這是與平面波干涉最大的差異，能使得個微全像間的距離縮至最小。

讀取時，若在某一位置上記錄上一個干涉條紋，而用原參考波重建時可得到重建訊號(訊號 1)；反之若讀取光所照射的位置無干涉條紋存在，則不會有任何重建訊號(訊號 0)。故利用在某位置是否儲存微全像，而得重建的繞射訊號，用來判斷是訊號 1 或是訊號 0，是為位元式的資料儲存方法。

由所設計的系統可得，不管是記錄與讀取均為高斯光波的形式，而要產生微全像時又必須讓參考波與信號波重合在同一位置，所以需經過分析得知兩道光波的光腰大小與在材料內部的位置，以及移動材料後對記錄光波的影響。



## 2.2 高斯光波在材料內的特性

### 2.2.1 高斯截波(Gaussian Truncation)

在模擬的過程中，為假設兩道反向行進的高斯光波在材料內干涉產生微全像，所以必須確保雷射輸出的高斯光波在經過光學元件後，仍為完美的高斯光束，而在此光學系統中對光束影響最大的即為物鏡，若物鏡的孔徑太小，則會對入射的高斯光波產生截波，使得通過物鏡後的光波不再是高斯波，而可利用參數  $T$  來判斷高斯波通過物鏡後光波型式的準則， $T = d_o/D$  [5]，為截波比例，其中， $d_o$  為當高斯波強度之  $e^{-2}$  時的光束直徑，如圖 9 所示， $D$  為物鏡的孔徑大小，若是物鏡之孔徑大小為高斯光束的兩倍大時( $T=0.5$ )，則僅僅只有 0.03% 比例的光會被截掉，故截波效應可被忽略掉，使得入射的高斯波通過物鏡後仍為高斯光束。

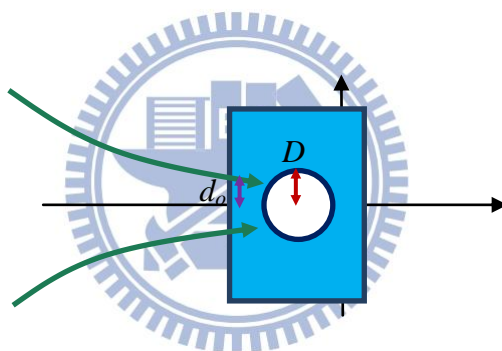


圖 8 高斯截波示意圖

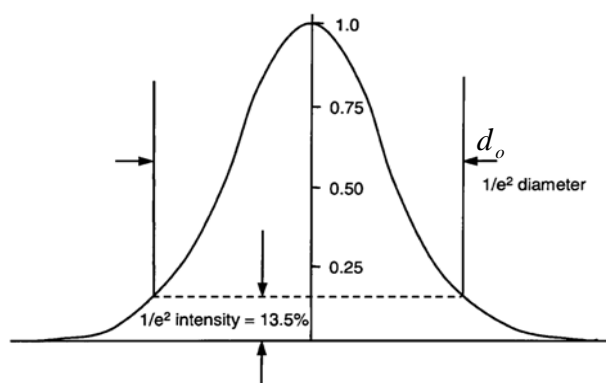


圖 9 高斯波光束直徑示意圖

選擇適當的物鏡之孔徑大小可以使入射的高斯光波通過物鏡後仍為高斯光波，決定高斯波分布最重要的參數為光腰大小與光腰位置，所以接下來的幾節內容為描述通過物鏡後的高斯光波在材料裡的光腰大小與位置，之後再分析材料移動後對光腰大小與位置變化的影響。

## 2.2.2 光追蹤法

由於微全像資訊儲存是利用兩反向行進高斯波互相干涉產生而記錄於材料中，故須分別探討參考波與信號波經過光學系統後，高斯光腰在材料內的光腰大小與位置，有此分析後，才能將參考波與信號波的光腰精準的重疊在材料內的同一位置，故以下利用光追蹤法則[6]討論 2.1 之光學系統在材料內高斯光腰的大小與位置。

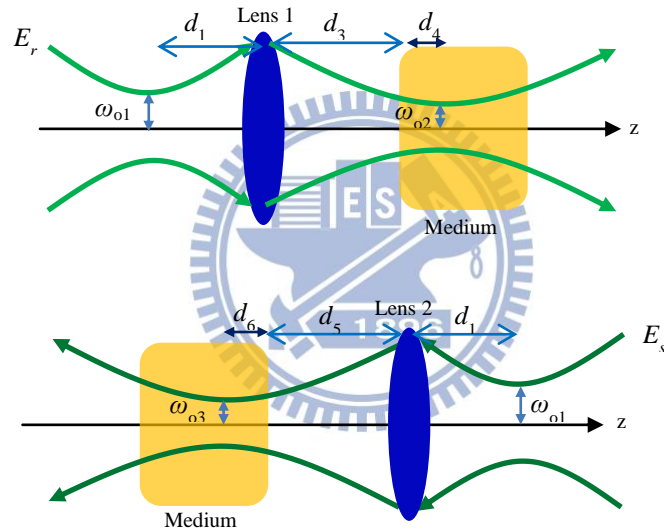


圖 10 (a) 參考波之光腰在材料內的大小與位置。(b) 信號波之光腰在材料內的大小與位置。

$d_1$  為入射光腰與 Lens 1 或 Lens 2 間的距離， $d_3$  為參考波的透鏡與材料間距， $d_4$  為參考波光腰在材料內的位置，其大小為  $\omega_{o2}$ ；由反方向來看， $d_5$  為信號波的透鏡與材料間距， $d_6$  為信號波光腰在材料內的位置，其大小為  $\omega_{o3}$ 。

$$M1 = \begin{bmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \quad M3 = \begin{bmatrix} 1 & d_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \quad M5 = \begin{bmatrix} 1 & d_4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

先分析參考波的高斯光腰在材料內的大小與位置，此矩陣在說明光束經過一

連串光學元件後，入射光束與出射光束間的高度與角度變化關係，各個元件均有其對應的 ABCD 值，M1 為入射光腰與透鏡間的傳播矩陣，M2 為透鏡的成像矩陣，M3 為透鏡與材料間的傳播矩陣，M4 為經過不同介面時的折射矩陣，M5 為材料與高斯光腰間的傳播矩陣，n 為介質的折射率。

在這個系統中，

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = M_T \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = M_5 M_4 M_3 M_2 M_1 \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \frac{1}{n} \quad (3)$$

由光追跡(ray tracing)法則中，可得到高斯光束與光學系統的關係，

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (4)$$

其中，

$$q_1 = \frac{\pi\omega_{o1}^2}{\lambda} = iz_1, \quad q_2 = \frac{n\pi\omega_{o2}^2}{\lambda} = iz_2 \quad (5)$$

光學系統如圖一所示，此高斯光束在透鏡前方 d1 處出射，經過透鏡後 d3 處有一介質，可分析光腰在材料內的位置，即 d4。

$$\begin{aligned} M_T &= M_5 M_4 M_3 M_2 M_1 \\ &= \begin{bmatrix} 1 - (d_3 + d_4/n)f & d_3 + d_4/n - d_1 \cdot [(d_3 + d_4/n)f - 1] \\ -1/nf & 1/n - d_1/nf \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

為整個系統的所對應的 ABCD 參數，將參數 ABCD 代入第(2)式，並化簡可得

$$\begin{aligned} iz_2 &= \frac{iAz_1 + B}{iCz_1 + D} = \frac{(iAz_1 + B)(-iCz_1 + D)}{C^2z_1^2 + D^2} = \frac{BD + ACz_1^2 + iADz_1 - iBCz_1}{C^2z_1^2 + D^2} \\ &= \frac{BD + ACz_1^2 + iz_1/n}{C^2z_1^2 + D^2} \end{aligned}$$

對照等號兩邊複數的實部與虛部，可得關係式如下

$$z_2 = \frac{1}{n} \frac{z_1}{C^2z_1^2 + D^2} \quad (7)$$

$$0 = BD + ACz_1^2 \quad (8)$$

將第(8)式代入第(7)式可得，

$$\begin{aligned}
z_2 &= \frac{1}{n - C^2 \frac{BD}{AC} + D^2} z_1 \\
&= \frac{1}{n - C \frac{BD}{A} + D^2} z_1
\end{aligned} \tag{9}$$

再將第(3)式代入第(9)式，可得

$$\begin{aligned}
z_2 &= \frac{1}{n - \frac{D(AD - 1/n)}{A} + D^2} z_1 \\
&= \frac{A}{D} z_1
\end{aligned} \tag{10}$$

由第(8)式中可得

$$z_1^2 = -\frac{BD}{AC} \tag{11}$$

再將矩陣 ABCD 的值代入

$$\begin{aligned}
z_1^2 &= \frac{(d_1 - f)(d_4 f - d_1 d_4 - n d_1 d_3 + n f d_1 + n f d_3)}{(d_4 + n d_3 - n f)} \\
\Rightarrow d_4 [z_1^2 + (d_1 - f)^2] &= -d_3 [n z_1^2 + n (d_1 - f)^2] + n f z_1^2 + n d_1 f (d_1 - f) \\
\therefore d_4 &= \frac{n}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} \{ -d_3 [z_1^2 + (d_1 - f)^2] + f z_1^2 + d_1 f (d_1 - f) \}
\end{aligned}$$

在各項元件間的距離均已知，可求高斯光腰在材料內的位置  $d_4$

$$d_4 [z_1^2 + (d_1 - f)^2] = -d_3 [n z_1^2 + n (d_1 - f)^2] + n f z_1^2 + n d_1 f (d_1 - f) \tag{12}$$

再化簡後可得

$$d_4 = \frac{n}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} \{ -d_3 [z_1^2 + (d_1 - f)^2] + f z_1^2 + d_1 f (d_1 - f) \} \tag{13}$$

由第(13)式可得知參考波的高斯光束經過此光學系統後在材料內的光腰位置，同理可得信號波之光腰位置

$$d_6 = \frac{n}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} \{ -d_3 [z_1^2 + (d_1 - f)^2] + f z_1^2 + d_1 f (d_1 - f) \} \tag{14}$$

將  $z_1$ 、 $z_2$ 、A 與 D 代入後可得第(10)式後，可得高斯光腰在材料內的大小

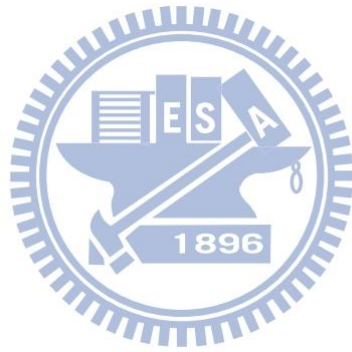
$$\frac{n \pi \omega_{o2}^2}{\lambda} = \frac{1 - (d_3 + d_4/n) f}{1/n - d_1/nf} \frac{\pi \omega_{o1}^2}{\lambda} \tag{15}$$

再次化簡後可得，

$$\omega_{o2}^2 = \frac{1}{n} \frac{nf - nd_3 - d_4}{f - d_1} \omega_{o1}^2 \quad (16)$$

再將第(13)式代入第(16)式，可得在材料中的光腰大小為

$$\omega_{o2}^2 = \frac{f^2}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} \omega_{o1}^2 \quad (17)$$



### 2.2.3 高斯光腰在介質內位置的變化

由上一節的推導可得知，高斯波入射至介質後，可藉由光追跡法則推算出高斯光腰在材料內的位置與光腰大小，接下來比較空間中有無介質存在時，高斯波光腰位置與光腰大小的差異。

- 光腰位置比較

圖 3 為描述高斯波是否有經過介質的示意圖， $d_3$  為透鏡與介質之間的距離， $(d_3 + d_4)$  即為光腰在真空中的光腰位置，其光腰大小為  $\omega_2$ ； $d_{4n}$  為高斯波在材料內的光腰位置，其光腰大小為  $\omega_{2n}$ 。

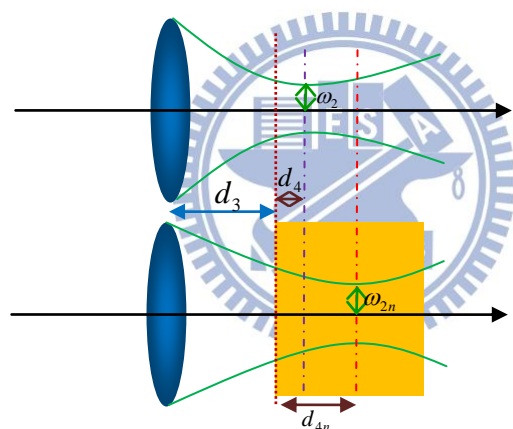


圖 11 比較高斯光波在材料內外之差別

由第(10)式可知，高斯光腰在材料內的位置為

$$d_{4n} = \frac{n}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} \left\{ -d_3 [z_1^2 + (d_1 - f)^2] + fz_1^2 + d_1 f (d_1 - f) \right\} \quad (18)$$

高斯光腰在真空中的位置為

$$d_4 = \frac{1}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} \left\{ -d_3 [z_1^2 + (d_1 - f)^2] + fz_1^2 + d_1 f (d_1 - f) \right\} \quad (19)$$

由第(18)式與第(19)式，可得



$$d_{4n} = nd_4 \quad (20)$$

故可知光腰位置在介質與在真空時的差異

$$d_{4n} = d_4 + (n-1)d_4 \quad (21)$$

由第(21)式的結果可知高斯光束在空氣中與在材料中光腰位置的差異，而此變化量稱之為光腰偏移(waist shift)。

● 光腰大小比較

將第(6)式進一步改寫，在介質內的 ABCD 矩陣為

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{medium} = \begin{bmatrix} 1 - (d_3 + d_{4n}/n)/f & d_3 + d_{4n}/n - d_1 \cdot [(d_3 + d_{4n}/n)/f - 1] \\ -1/nf & 1/n - d_1/nf \end{bmatrix} \quad (22)$$

與在真空中的 ABCD 矩陣為

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{vacume} = \begin{bmatrix} 1 - (d_3 + d_4)/f & d_3 + d_4 - d_1 \cdot [(d_3 + d_4)/f - 1] \\ -1/f & 1 - d_1/f \end{bmatrix} \quad (23)$$

再由第(10)式可知， $z_2 = \frac{A}{D} z_1$ ，由此式可推得進入光學系統前後的光腰大小關係。

I. 在材料內

$$z_2 = \frac{nf - (nd_3 + d_{4n})}{f - d_1} z_1$$

代入第(17)式可得

$$z_2 = \frac{nf - (nd_3 + nd_4)}{f - d_1} z_1$$

再化簡後可得

$$\omega_{2n}^2 = \frac{f - (d_3 + d_4)}{f - d_1} \omega_1^2 \quad (24)$$

II. 在真空中

同理，可得

$$z_2 = \frac{f - (d_3 + d_4)}{f - d_1} z_1$$

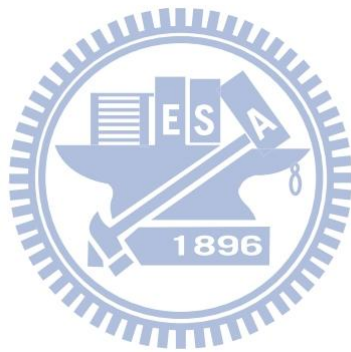
化簡後可得

$$\omega_2^2 = \frac{f - (d_3 + d_4)}{f - d_1} \omega_1^2 \quad (25)$$

由第(24)式與第(25)式，可得關係為

$$\omega_2 = \omega_{2n} \quad (26)$$

因為實驗需在材料內部進行，所以要能精準得知高斯光腰在材料內的大小與位置，由第(18)式與第(19)式的結果可知，高斯光束在真空中與材料內的光腰位置均不相同，即因折射因素使得光束有光腰偏移現象，但光腰大小不管在材料或真空中均保持不變，此結論與[7]相同。



## 2.2.4 高斯光波在材料內的傳播特性

前兩節說明了高斯波在材料內的光腰位置與大小，並說明有無介質時其光腰位置與大小之差異。而現在考慮到全像為記錄在材料內的各個位置，所以接下來討論移動材料的位置，觀察高斯波在材料內光腰大小與位置的變化。

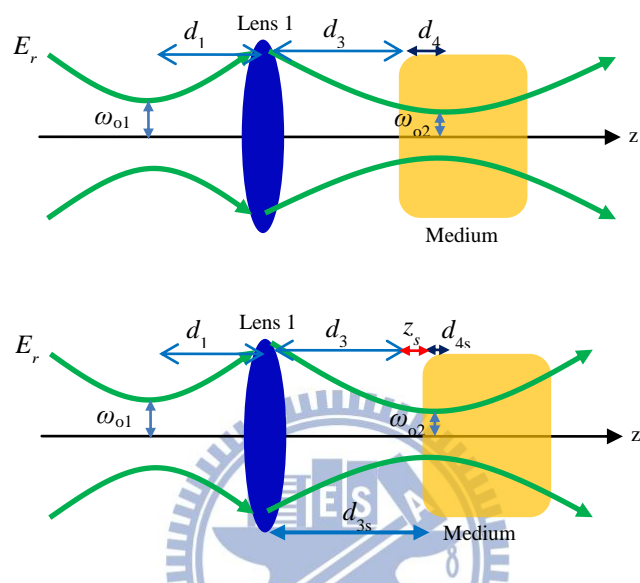


圖 12 移動材料後，對光腰大小與位置之影響

若移動介質，使與透鏡間的距離改變  $z_s$ ，使得介質與透鏡間的距離變為  $d_3'$ ，

$$d_3' = d_3 + z_s \quad (27)$$

需要求得的變數為介質內高斯光束的光腰位置  $d_4'$ ，

由第(12)式可得

$$d_4' = \frac{n}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} \left\{ -d_3' [z_1^2 + (d_1 - f)^2] + fz_1^2 + d_1 f (d_1 - f) \right\} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} d_4' - d_4 &= \frac{n}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} \left\{ -d_3' [z_1^2 + (d_1 - f)^2] + d_3 [z_1^2 + (d_1 - f)^2] \right\} \\ &= \frac{n [z_1^2 + (d_1 - f)^2]}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} (d_3 - d_3') \\ &= -n(d_3' - d_3) \\ &= -nz_s \end{aligned} \quad (29)$$

化簡後可得

$$d_4' = d_4 - nz_s \quad (30)$$

第(30)式為為材料移動距離  $z_s$  與高斯光腰位置變化的關係，可發現當材料與透鏡間的距離變化  $z_s$ ，光腰在材料內的位置變化量為  $nz_s$ 。

接下來再討論移動材料後，光腰大小是否會有變化，由第(16)式可得材料位

$$\omega_{o2}^2 = \frac{1}{n} \frac{nf - nd_3 - d_4}{f - d_1} \omega_{o1}^2 \quad (31)$$

若是材料移動  $z_s$  後，其光腰大小為

$$\begin{aligned} \omega_{o2}^2 &= \frac{1}{n} \frac{nf - n(d_3 + z_s) - (d_4 - nz_s)}{f - d_1} \omega_{o1}^2 \\ &= \frac{1}{n} \frac{nf - nd_3 - d_4}{f - d_1} \omega_{o1}^2 \end{aligned} \quad (32)$$

由第(31)式與第(32)式的結果可知，材料移動前後，其光腰大小保持不變。

## 2.3 多層儲存紀錄架構

### 2.3.1 光學系統之設計

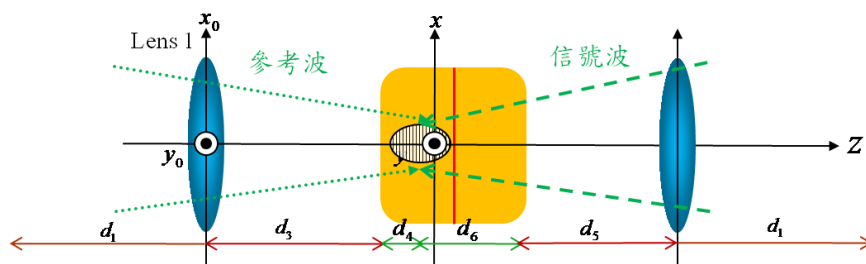


圖 13 多層記錄架構

位元式全像資料儲存是將參考波與信號波聚在材料同一位置，也就是參考波和信號波的光腰是在材料內的同一位置，為確保兩反向行進的高斯波會重合在同一位置干涉而使材料記下干涉條紋，必須檢視移動材料後，參考波與信號波的光腰位置是否重合。首先，如圖 13 所示，先將參考光入射置材料內任意位置，再將信號波入射進材料，使其與參考波之光腰重合， $d_3$  為 Lens 1( $L_1$ )與材料左邊界間的距離， $d_4$  為參考波光腰與材料左邊界間的距離； $d_5$  為 Lens 2( $L_2$ )與材料右邊界間的距離， $d_6$  為信號波光腰與材料右邊界間的距離， $T$  為材料厚度。

因參考波與信號波之光腰重合在同一位置，故  $d_6 = T - d_4$ ，若材料往左移動

$s_p$ ，則  $L_1$  與材料的距離變為

$$d_3' = d_3 - s_p \quad (33)$$

$L_2$  與材料的距離變為

$$d_5' = d_5 + s_p \quad (34)$$

由第(30)式可知，由左入射至材料的參考波光腰位置變為

$$d_4' = d_4 + ns_p \quad (35)$$

而由右入射至材料的信號波光腰位置變為

$$d_6' = d_6 - ns_p \quad (36)$$

由第(34)式與第(36)式可得

$$d_4' + d_6' = d_4 + nz_s + d_6 - nz_s = d_4 + d_6 = T \quad (37)$$

所以可由第(37)式可證明不管材料如何得向左或向右移動，兩反向行進的高斯光腰都會再聚在同一位置，而可儲存微全像，為了之後模擬假設的條件需求，均假設微全像由材料的正中間層開始記錄，如圖 14 所示。

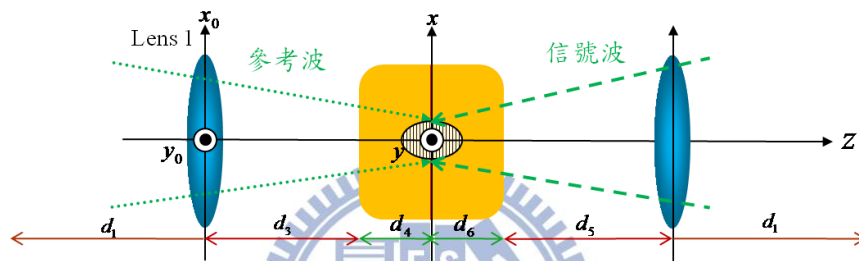


圖 14 由材料正中間開始多層記錄

### 2.3.2 多層儲存分析

由 2.3.1 的推導可知材料移動後，參考波與信號波的光腰大小與位置，已知光腰與原點間的距離後，即可描述參考波與信號波的光波型式。

如圖 14 所示，記錄時先從材料的正中心位置開始記錄，也將座標原點訂於材料正中心處，以此座標系描述各層的光波型式，若想儲存下一層微全像時，需求得之移動後光腰的位置，且原先已儲存的微全像的折射率分佈也會跟著位移。故在光波描述上有兩個重點，一為決定光腰與原點間的距離，可描述參考波與信號波之電場型式；二為當材料移動後，折射率分佈需加上位移項。

多層儲存的系統架構先從第零層的微全像記錄開始分析，分別討論將材料左移與右移記錄時的光腰位置變化，得出參考波與信號波後，即可描述折射率變化項，最後再將材料移回原位置，重建正中間層的微全像。

先探討材料向左移的情形，

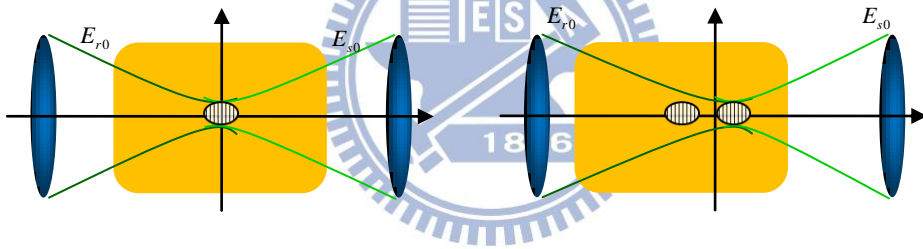


圖 15 記錄完正中間層微全像後，再移動材料以記錄下一層

當記錄第零層時，參考波與信號波的高斯光腰均落在材料的正中間處，且位在座標原點上，故光腰與原點無相對位移，其參考波與信號波的光波分布如下：

參考波

$$E_{r,0} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{-inkz - ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}} + i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (38)$$

信號波

$$E_{s,0} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{inkz + ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}} - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (39)$$

故可得折射率分佈

$$\Delta \varepsilon_{0(x,y,z)} \propto E_{r0}^* E_{s0} = E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \quad (40)$$

已記錄完第零層後，將材料左移，故第零層的折射率分佈會變動為

$$\Delta \varepsilon_{0(x,y,z)} \Rightarrow \Delta \varepsilon_{0(x,y,z+sp)} = E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z+sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z+sp)}^2}} e^{i2nk(z+sp)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z+sp)}}-i2\tan^{-1}\frac{z+sp}{z_r}} \quad (41)$$

材料左移後，則材料與透鏡間的距離減少，若以參考波的角度來看，光腰會往材料內部移動，所以此時記錄的位置會是在第零層的右側，且光腰不再會位於原點上，故在描述移動後的參考波與信號波時，要先能求出光腰與原點間的相對位置，而因為是記錄在第零層的右側，故下一層定義為第一層之微全像。

由於座標原點位於材料沒移動前的正中心，即與 Lens1 的距離為  $O = d_3 + d_4$ ，

則材料向左移動  $sp$  後所得的新參數  $(d_3', d_4')$  的總和與  $O$  的差值，即為移動後光腰與原點的相對距離，可得第一層微全像之光腰與原點之距離為

$$w1 = (d_{31} + d_{41}) - (d_3 + d_4) = (d_3 - sp + d_4 + nsp) - (d_3 + d_4) = (n-1)sp \quad (42)$$

而參考波與信號波分佈如下

參考波

$$E_{r1} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-w1)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w1)}^2}} e^{-ink(z-w1)-ink\frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-w1)}}+i\tan^{-1}\frac{z-w1}{z_r}} \quad (43)$$

信號波

$$E_{s1} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-w1)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w1)}^2}} e^{ink(z-w1)+ink\frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-w1)}}-i\tan^{-1}\frac{z-w1}{z_r}} \quad (44)$$

折射率分佈

$$\Delta \varepsilon_{1(x,y,z-w1)} \propto E_r^* E_s \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w1)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w1)}^2}} e^{i2nk(z-w1)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w1)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-w1}{z_r}} \quad (45)$$

故此時，材料內總共存了兩組微全像，其光場為

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z+sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z+sp)}^2}} e^{i2nk(z+sp)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z+sp)}}-i2\tan^{-1}\frac{z+sp}{z_r}} \\ & + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w1)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w1)}^2}} e^{i2nk(z-w1)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w1)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-w1}{z_r}} \end{aligned} \quad (46)$$



同理，再將材料往左移動  $sp$ ，折射率分佈會隨之位移

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z+2sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z+2sp)}^2}} e^{i2nk(z+2sp)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z+2sp)}}-i2\tan^{-1}\frac{z+2sp}{z_r}} \\ & + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w1+sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w1+sp)}^2}} e^{i2nk(z-w1+sp)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w1+sp)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-w1+sp}{z_r}} \end{aligned} \quad (47)$$

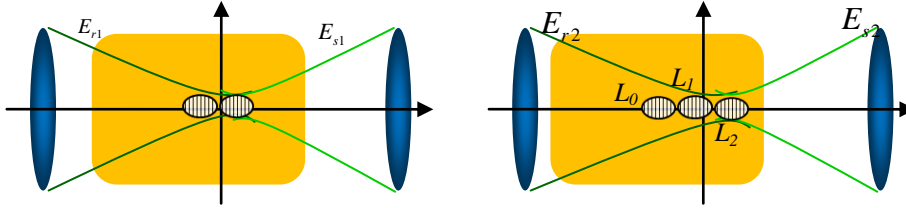


圖 16 記錄完第二層，再移動材料以記錄第三層

再求出第二層之光腰與原點間的距離，記錄第二層微全像

$$w2 = (d_{32} + d_{42}) - (d_3 + d_4) = (d_3 - 2sp + d_4 + 2nsp) - (d_3 + d_4) = 2(n-1)sp \quad (48)$$

求出光腰與原點間的距離後，即可得之參考波與信號波之光場為

參考波

$$E_{r2} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-w2)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w2)}^2}} e^{-ink(z-w2)-ink\frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-w2)}}+i\tan^{-1}\frac{z-w2}{z_r}} \quad (49)$$

信號波

$$E_{s2} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-w2)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w2)}^2}} e^{ink(z-w2)+ink\frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-w2)}}-i\tan^{-1}\frac{z-w2}{z_r}} \quad (50)$$

其折射率分佈為

$$\Delta \varepsilon_{2(x,y,z-w2)} \propto E_r^* E_s \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w2)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w2)}^2}} e^{i2nk(z-w2)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w2)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-w2}{z_r}} \quad (51)$$

記錄完了第二層微全像後，材料內總共存了三層微全像

$$\begin{aligned}
\Delta \varepsilon_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z+2sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z+2sp)}^2}} e^{i2nk(z+2sp)+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z+2sp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z+2sp}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w1+sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w1+sp)}^2}} e^{i2nk(z-w1+sp)+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w1+sp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-w1+sp}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w2)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w2)}^2}} e^{i2nk(z-w2)+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w2)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-w2}{z_r}}
\end{aligned} \tag{52}$$

若是想要移動材料使材料正中心對準座標原點，即讀取正間層時，共需將材料向左移動  $2sp$ ，總折射率分佈變為

$$\begin{aligned}
\Delta \varepsilon_{total} = \Delta \varepsilon_{total(z-2sp)} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w1-sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w1-sp)}^2}} e^{i2nk(z-w1-sp)+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w1-sp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-w1-sp}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w2-2sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w2-2sp)}^2}} e^{i2nk(z-w2-2sp)+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w2-2sp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-w2-2sp}{z_r}}
\end{aligned} \tag{53}$$

將  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  代入可得

$$\begin{aligned}
\Delta \varepsilon_{total} = \Delta \varepsilon_{total(z-2sp)} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-nsp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-nsp)}^2}} e^{i2nk(z-nsp)+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-nsp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-nsp}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-2nsp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-2nsp)}^2}} e^{i2nk(z-2nsp)+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-2nsp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-2nsp}{z_r}}
\end{aligned} \tag{54}$$

接下來討論材料內一開始記錄了第零層的微全像，再將材料向右移依序記錄的情形，因為材料移動了，所以第零層的折射率分佈跟著位移

$$\Delta \varepsilon_{0(x,y,z)} \Rightarrow \Delta \varepsilon_{0(x,y,z-sp)} = E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-sp)}^2}} e^{i2nk(z-sp)+ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-sp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-sp}{z_r}} \tag{55}$$

第-1層微全像之光腰與原點相對距離為

$$w_{-1} = (d_{-31} + d_{-41}) - (d_3 + d_4) = (d_3 + sp + d_4 - nsp) - (d_3 + d_4) = -(n-1)sp \tag{56}$$

可得參考波分佈為

$$E_{-r1} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-w_1)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_1)}^2}} e^{-ink(z-w_1) - ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-w_1)}} + i \tan^{-1} \frac{z-w_1}{z_r}} \quad (57)$$

信號波

$$E_{-s1} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-w_1)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_1)}^2}} e^{ink(z-w_1) + ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-w_1)}} - i \tan^{-1} \frac{z-w_1}{z_r}} \quad (58)$$

第-1 曾為全像之折射率分佈為

$$\Delta \varepsilon_{-1(x,y,z-w_1)} \propto E_r^* E_s \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w_1)}} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_1)}^2}} e^{i2nk(z-w_1) + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w_1)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-w_1}{z_r}} \quad (59)$$

故此時，材料內總共存了第零層與第-1 層兩組微全像

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-sp)}} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-sp)}^2}} e^{i2nk(z-sp) + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-sp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-sp}{z_r}} \\ & + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w_1)}} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_1)}^2}} e^{i2nk(z-w_1) + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w_1)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-w_1}{z_r}} \end{aligned} \quad (60)$$

再將材料右移  $sp$ ，存下第-2 層微全像，折射率分佈會隨之位移

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-2sp)}} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-2sp)}^2}} e^{i2nk(z-2sp) + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-2sp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-2sp}{z_r}} \\ & + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w_1-sp)}} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_1-sp)}^2}} e^{i2nk(z-w_1-sp) + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w_1-sp)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-w_1-sp}{z_r}} \end{aligned} \quad (61)$$

第-2 層之光腰與原點的相對距離為

$$w_{-2} = (d_{-32} + d_{-42}) - (d_3 + d_4) = (d_3 + 2sp + d_4 - 2nsp) - (d_3 + d_4) = -2(n-1)sp \quad (62)$$

可求得參考波與信號波為

參考波

$$E_{-r2} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-w_2)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_2)}^2}} e^{-ink(z-w_2) - ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-w_2)}} + i \tan^{-1} \frac{z-w_2}{z_r}} \quad (63)$$

信號波

$$E_{-s2} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-w_2)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_2)}^2}} e^{ink(z-w_2) + ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-w_2)}} - i \tan^{-1} \frac{z-w_2}{z_r}} \quad (64)$$

總折射率分佈為

$$\begin{aligned}
\Delta\mathcal{E}_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-2sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-2sp)}^2}} e^{i2nk(z-2sp)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-2sp)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-2sp}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w_1-sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_1-sp)}^2}} e^{i2nk(z-w_1-sp)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w_1-sp)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-w_1-sp}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w_2)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_2)}^2}} e^{i2nk(z-w_2)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w_2)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-w_2}{z_r}}
\end{aligned} \tag{65}$$

記錄完畢後，移動材料使材料正中心對準座標原點，讀取第零層的微全像時，需將材料向左移  $2sp$ ，故折射率分佈變為

$$\begin{aligned}
\Delta\mathcal{E}_{total} \rightarrow \Delta\mathcal{E}_{total(z+2sp)} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w_1+sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_1+sp)}^2}} e^{i2nk(z-w_1+sp)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w_1+sp)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-w_1+sp}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-w_2+2sp)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-w_2+2sp)}^2}} e^{i2nk(z-w_2+2sp)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-w_2+2sp)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-w_2+2sp}{z_r}}
\end{aligned} \tag{66}$$

將  $\omega_{-1}$ 、 $\omega_{-2}$  代入可得

$$\begin{aligned}
\Delta\mathcal{E}_{total} \rightarrow \Delta\mathcal{E}_{total(z+2sp)} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z+ns)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z+ns)}^2}} e^{i2nk(z+ns)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z+ns)}}-i2\tan^{-1}\frac{z+ns}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z+2ns)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z+2ns)}^2}} e^{i2nk(z+2ns)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z+2ns)}}-i2\tan^{-1}\frac{z+2ns}{z_r}}
\end{aligned} \tag{67}$$

綜合以上兩種結果，若是每次不管將材料向左或向右移動固定的距離，而在材料內記錄微全像，最後將材料移回正中心想重建第零層的微全像時，可得折射率變化之通式

$$\Delta\mathcal{E}_{total} \propto \sum_{-m}^m \frac{1}{\omega_{(z-mns)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-mns)}^2}} e^{i2nk(z-mns)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-mns)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-mns}{z_r}} \tag{68}$$

$m$  為所記錄的層數， $n$  為材料折射率，此則為共存了  $2m+1$  微全像後，移回正中間的位置讀取第零層時的折射率分佈。

## 2.4 多點儲存分析

前一節為討論  $z$  方向多層儲存時之折射率分佈，此節則分析將材料在  $x$  與  $y$  方向移動而多點儲存微全像時，並得其折射率分佈，因為是在高斯波的鉛直方向移動材料，所以移動材料後不會改變高斯波在材料內的光腰位置，分析時一樣先從材料正中間開始記錄，再分別上下左右移動材料固定距離記錄其他位置點的微全像，其折射率分佈之分析如下：

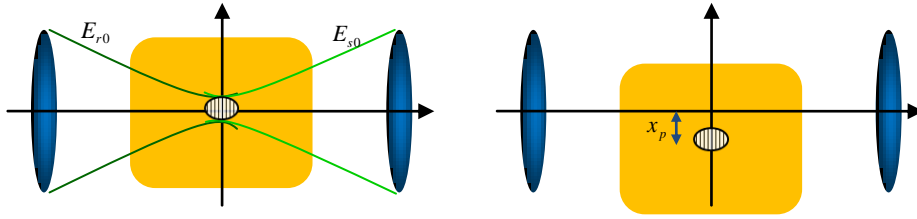


圖 17 記錄完正中間點，再將材料往下移以記錄第二點

正中間第零點的參考波分佈為

$$E_{r0} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{-inkz - ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}} + i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (69)$$

信號波分佈為

$$E_{s0} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{inkz + ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}} - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (70)$$

故可得折射率分佈

$$\Delta \varepsilon_0 = E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nk(z) + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (71)$$

記錄完後，將材料下移  $x_p$  後，再繼續記錄

所以原折射率分佈因位移後而變為

$$\Delta \varepsilon_0 = E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x+x_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz + ink \frac{[(x+x_p)^2+y^2]}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (72)$$

在移動  $x_p$  後的位置上記錄下一點的微全像

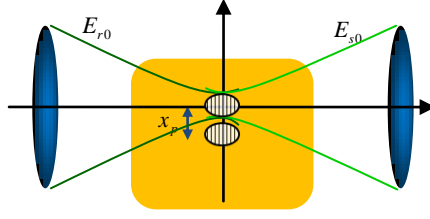


圖 18 記錄第二點微全像

第一點微全像的參考波分佈為

$$E_{r1} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{-inkz - ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}} + i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (73)$$

信號波分佈為

$$E_{s1} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{inkz + ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}} - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (74)$$

由以上公式中，第一點的參考波與信號波的分佈完全一樣，因為可從上圖中與高斯波特性和可發現，在 x 方向移動材料後，光腰位置沒有任何變動，仍位於座標原點上，故在記錄任何一點微全像時其參考波與信號波分佈均相同，主要是位移後折射率分佈會有變化。

而第一點的折射率分佈為

$$\Delta \varepsilon = E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nk(z) + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (75)$$

此時，材料內共記了兩點微全像，其分佈為

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nk(z) + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \\ & + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x+x_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz + ink \frac{[(x+x_p)^2+y^2]}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \end{aligned} \quad (76)$$

同理，再將材料下移  $x_p$  距離，原有的兩點微全像折射率分佈也跟著位移，

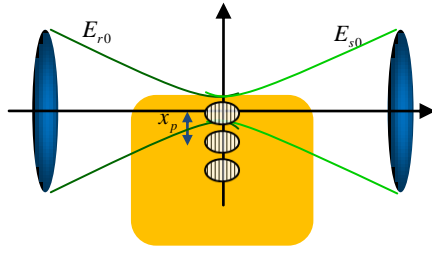


圖 19 記錄第二點微全像

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x+x_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{[(x+x_p)^2+y^2]}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \\ & + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x+2x_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{[(x+2x_p)^2+y^2]}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \end{aligned} \quad (77)$$

並記錄第二點的微全像，其參考波為

$$E_{r2} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{-inkz-ink\frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}}+i\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \quad (78)$$

信號波分佈為

$$E_{s2} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{inkz+ink\frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}}-i\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \quad (79)$$

故可得折射率分佈

$$\Delta \varepsilon_0 = E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nk(z)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \quad (80)$$

故可得三點微全像的總折射率分佈

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nk(z)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \\ & + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x+x_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{[(x+x_p)^2+y^2]}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \\ & + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x+2x_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{[(x+2x_p)^2+y^2]}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \end{aligned} \quad (81)$$

假設存了三點微全像後，再移動材料以便讓第零點的微全像位在座標原點，重建第零點的微全像，則此時需將材料向上移動  $2sp$ ，其折射率分佈變為

$$\begin{aligned}
\Delta \mathcal{E}_{total} = & E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x-2x_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{[(x-2x_p)^2+y^2]}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x-x_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{[(x-x_p)^2+y^2]}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \\
& + E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nk(z)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}}
\end{aligned} \tag{82}$$

由以上推導儲存三點微全像的，可由以上推導得出 x 方向記錄多點且重建正中間點時折射率分佈之通式如下

$$\Delta \mathcal{E}_{total} = \sum_{-u}^u E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x-ux_p)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{[(x-ux_p)^2+y^2]}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \tag{83}$$

同理，可得 y 方向記錄多點且重建正中間點時折射率分佈之通式

$$\Delta \mathcal{E}_{total} = \sum_{-v}^v E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[x^2+(y-vy_p)^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{[x^2+(y-vy_p)^2]}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \tag{84}$$





## 第三章 繞射波分析與數值模擬

第二章為闡述記錄時，高斯光波的各项特性，此章節則是描述重建後繞射波的分析，分析方法以波恩近似法計算繞射波公式，並以數值模擬求得繞射波在輸出平面的分佈，並分析材料在三維方向移動後與改變各項參數時對繞射波強度的影響。

### 3.1 波恩近似法

在全像資料儲存理論中，分析繞射光有許多種方法，在此論文中將以波恩所提出的純量繞射近似理論[8]（即波恩近似法）觀察重建後繞射波的分佈，可用來分析一重建光入射至不均勻介質時的散射現象。

在此全像材料內，體積全像是因材料受光而使材料產生折射率調變而將信號波與參考波的干涉條紋記錄下來，此近似法的假設前提是材料為弱耦合效應，即不考慮繞射光波的二次繞射，故散射光波為將散射介質中的每一點視為球面波的繞射，在散射介質外的某個平面觀察到的散射光即為所有球面波散射至此平面的疊加。

其中，在套用波恩近似法之前，需要考慮兩種情形：第一，微全像的記錄位置並不在透鏡的後焦平面[9]；第二，波恩近似法只考慮空間中不均勻介質的散射現象，但實際的狀況為記錄材料與觀察平面間為不同介質，所以需考慮在這之間的介面折射效應。可得修正後之繞射波公式，

$$E_d \propto \int_V \Delta \varepsilon E_p e^{-i\vec{k}_d \cdot \vec{r}} \exp\left\{in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} dx dy dz \quad (85)$$

圖 20 為描述重建時光學系統的簡圖，設計在透鏡的後焦平面觀察繞射波之分佈， $z_d$  為微全像記錄位置與透鏡間的距離，而  $\exp\left\{in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\}$  則是因微全像不是記錄在透鏡的後焦平面時需作的相位修正項， $E_d$  為讀取波照射在介質後所得的繞射波， $E_p$  為讀取波， $\Delta \varepsilon = E_r^* E_s$  為介質內部的折射率隨空間分佈的情形。

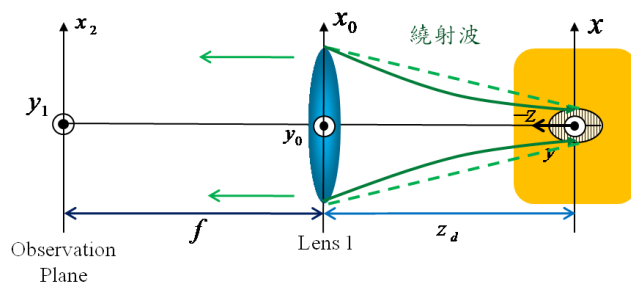
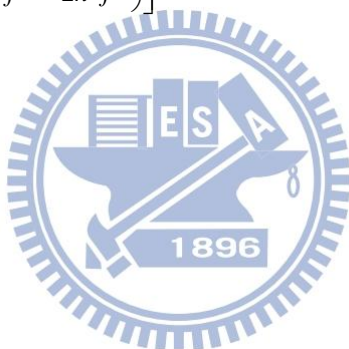


圖 20 重建之示意圖

$\bar{k}_d$  為繞射波的傳波方向，其為平面波的波向量，算式中的積分即是將在輸出平面上所有方向的繞射波的分佈作疊加，即可得總光場分佈，但現在假設觀察平面與材料為不同介質，所以會導致繞射波有折射現象，再由光波的邊界條件連續，可以得出若是考慮介面的折射因素，可得到修正後的繞射波向量。

$$\bar{k}_d = \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_2}{f} + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_2}{f} + \frac{2\pi}{\lambda} \left( 1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2} \right) \right] \quad (86)$$



## 3.2 移動材料對繞射波之影響

### 3.2.1 材料無位移重建

由全像理論可知，當記錄完一個全像時，用原來的參考光重建可得清楚的影像，換句話說，可使繞射波為最大值，這一節用相同的原理，描述當記錄完單層微全像時，漸漸地在三維方向移動材料，觀察移動材料後對繞射波強度變化的影響，其目的為初步估計當記錄完第一層微全像後，需間隔多遠才能記錄下一層的微全像，讀取時才不會使彼此間的訊號受到干擾。接下來就討論記錄完第零層微全像後，材料分別在  $x$ 、 $y$  與  $z$  方向移動時繞射波公式之推導。

在考慮材料位移對繞射波的影響之前，先假設材料沒移動而用原參考波重建微全像時的繞射波分佈，而都假設記錄在第零層時的狀況，可得：

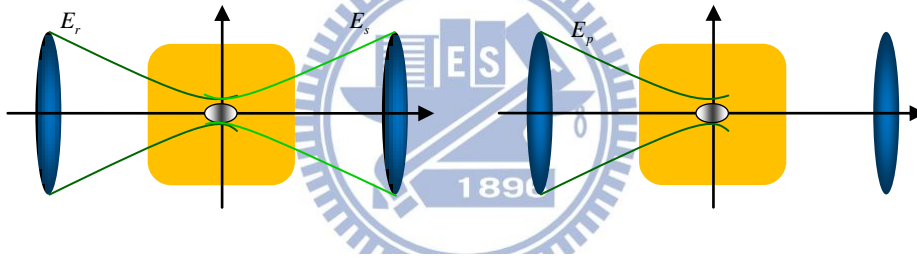


圖 21 在正中間層記錄並以原參考波重建

第零層的參考波與信號波分別為  
參考波

$$E_r = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{r^2}{\omega_{(z)}}} e^{-inkz - ink \frac{r^2}{2R_{(z)}} + i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (87)$$

信號波

$$E_s = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{r^2}{\omega_{(z)}}} e^{inkz + ink \frac{r^2}{2R_{(z)}} - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (88)$$

第零層折射率分佈

$$\Delta \varepsilon \propto E_r^* E_s \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz+ink\frac{r^2}{R_{(z)}}-i2\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \quad (89)$$

因為始使用原參考光重建微全像，故讀取波為

$$E_p = E_r = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{r^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{-inkz-ink\frac{r^2}{2R_{(z)}}+i\tan^{-1}\frac{z}{z_r}} \quad (90)$$

將第(24)~(27)式代入第(1)式推導的繞射波公式可得

$$\begin{aligned} E_d &= \int_V \Delta \varepsilon E_p \exp\left\{in(z_d - f)\frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} e^{-i\left[\frac{2\pi x_2}{\lambda f}x + \frac{2\pi y_2}{\lambda f}y + \frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}\right)z\right]} dx dy dz \\ &= \exp\left\{in(z_d - f)\frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} \int e^{\frac{inkz-i\tan^{-1}\frac{z}{z_r}}{\omega_{(z)}^3}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}\right)z} dz \int e^{-\frac{3y^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{ink y^2}{2R_{(z)}}} e^{-i\frac{2\pi y_2}{\lambda f}y} dy \int e^{-\frac{3x^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{ink x^2}{2R_{(z)}}} e^{-i\frac{2\pi x_2}{\lambda f}x} dx \end{aligned} \quad (91)$$

由於假設微全像的尺寸與材料相比小很多，故 x 與 y 積分範圍可視為無窮大，而可將 x 與 y 的積分作傅利葉轉換

$$\begin{aligned} \text{由 } F\left\{e^{-\kappa^2 x^2}\right\} &= \frac{1}{|\kappa|} e^{-\pi^2 \frac{f_x^2}{\kappa^2}} \\ \int e^{-\frac{3x^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{ink x^2}{2R_{(z)}}} e^{-i\frac{2\pi x_2}{\lambda f}x} dx &= \int e^{-x^2 \left[\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}\right] - i\frac{2\pi x_2}{\lambda f}x} dx \end{aligned}$$

故可得繞射波為

$$E_d = xp \left\{in(z_d - f)\frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} \int e^{\frac{inkz-i\tan^{-1}\frac{z}{z_r}}{\omega_{(z)}^3}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}\right)z} \times \frac{1}{\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}} \exp\left\{-\pi^2 \frac{(x_2^2 + y_2^2)}{\lambda^2 f^2 \left[\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}\right]}\right\} dz \quad (92)$$

### 3.2.2 材料在 x 方向移動對繞射波之影響

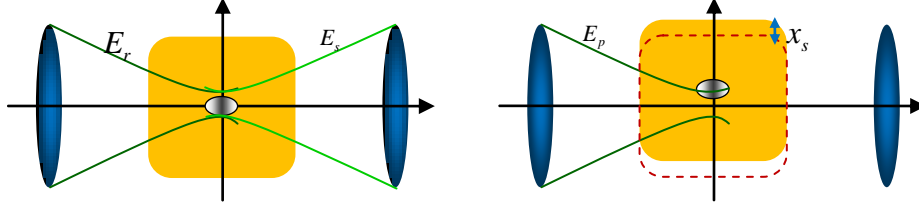


圖 22 記錄完微全像後，移動材料重建

第零層為全時的參考波與信號波分別為  
參考波

$$E_r = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{r^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{-inkz - ink \frac{r^2}{2R_{(z)}} + i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (93)$$

信號波

$$E_s = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{r^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{inkz + ink \frac{r^2}{2R_{(z)}} - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (94)$$

折射率分佈

$$\Delta \varepsilon \propto E_r^* E_s \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz + ink \frac{r^2}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (95)$$

因為記錄完後，慢慢的在 x 方向移動材料，觀察不同位移量的繞射波分佈，故折射率分佈變化為

$$\Delta \varepsilon(x - x_s, y, z) \propto E_r^* E_s \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[(x-x_s)^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz + ink \frac{(x-x_s)^2+y^2}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \quad (96)$$

代入第(1)式，可得

$$E_d \propto \int_V \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z)}^2} e^{-\frac{2[x^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{i2nkz + ink \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \frac{\omega_o}{\omega_{(z)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z)}^2}} e^{-inkz - ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}} + i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} \left[ k \frac{x_s}{f} x + k \frac{y_s}{f} y + k \left( 1 - \frac{x_s^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_s^2}{2n^2 f^2} \right) z \right] \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x^2 + y^2}{\lambda f^2} \right\} dx dy dz \quad (97)$$

化簡後可得

$$E_d \propto \int_V \frac{\omega_o^3}{\omega_{(z)}^3} e^{-\frac{3[x^2+y^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{-\frac{2[-2xx_s+x_s^2]}{\omega_{(z)}^2}} e^{inkz + ink \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z)}} + ink \frac{[-2xx_s+x_s^2]}{R_{(z)}} - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} e^{-\left[ k \frac{x_s}{f} x + k \frac{y_s}{f} y + k \left( 1 - \frac{x_s^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_s^2}{2n^2 f^2} \right) z \right]} \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x^2 + y^2}{\lambda f^2} \right\} dx dy dz$$

再對 x 積分

$$E_{dx} \propto \int e^{\frac{-3x^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{4x\Delta x}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{inkx^2}{2R_{(z)}} + ik\frac{-2x\Delta x}{R_{(z)}}} e^{-ik\frac{x_2}{f}x} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}}} \exp \left\{ -\pi^2 \frac{\left( \frac{x_2}{\lambda f} + \frac{2nx_s}{\lambda R_{(z)}} - \frac{2x_s}{i\pi\omega_{(z)}^2} \right)^2}{\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}} \right\}$$

對 y 積分

$$E_{dy} \propto \int e^{\frac{-3y^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{inky^2}{2R_{(z)}}} e^{-ik\frac{x_2}{f}y} dy$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}}} \exp \left\{ -\pi^2 \frac{y_2^2}{\lambda^2 f^2 \left( \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right)} \right\}$$

代回可得在 x 方向位移後，其繞射波為

$$E_d = e^{\frac{-2x_s^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{+ik\frac{x_s^2}{R_{(z)}}} \int \frac{\omega_0^3}{\omega_{(z)}^3} \frac{1}{\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}} \exp \left\{ -\pi^2 \frac{\left( \frac{x_2}{\lambda f} + \frac{2nx_s}{\lambda R_{(z)}} - \frac{2x_s}{i\pi\omega_{(z)}^2} \right)^2}{\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}} \right\}$$

$$\times \exp \left\{ -\pi^2 \frac{y_2^2}{\lambda^2 f^2 \left( \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right)} \right\} e^{ikz - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} e^{-ik \left( 1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2} \right) z} \exp \left\{ i(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} dz \quad (98)$$

### 3.2.3 材料在 y 方向移動對繞射波之影響

與材料在 x 方向移動的計算同理，故可得在 y 方向位移後，其繞射波為

$$E_d = e^{\frac{-2x^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{+ik\frac{x_s^2}{R_{(z)}}} \int \frac{\omega_o^3}{\omega_{(z)}^3} \frac{1}{\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}} \exp\left\{-\pi^2 \frac{x_2^2}{\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}}\right\} \\ \times \exp\left\{-\pi^2 \frac{\left(\frac{y_2}{\lambda f} + \frac{2ny_s}{\lambda R_{(z)}} - \frac{2y_s}{i\pi\omega_{(z)}^2}\right)^2}{\lambda^2 f^2 \left(\frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}}\right)}\right\} e^{inkz - i\pi \tan^{-1} \frac{z}{z_r}} e^{-ik\left(1 - \frac{x_s^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_s^2}{2n^2 f^2}\right)z} \exp\left\{i\left(z_d - f\right) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} dz \quad (99)$$

### 3.2.4 材料在 z 方向移動對繞射波之影響

若是考慮材料在 z 方向移動的情況，需考慮較多因素，在 z 方向移動材料，除了折射率分佈會跟著位移之外，讀取波的分布此時也會跟著變，因為材料在 z 方向移動，會改變讀取波的光腰在材料內的位置，也就改變光腰與座標原點間的相對距離。

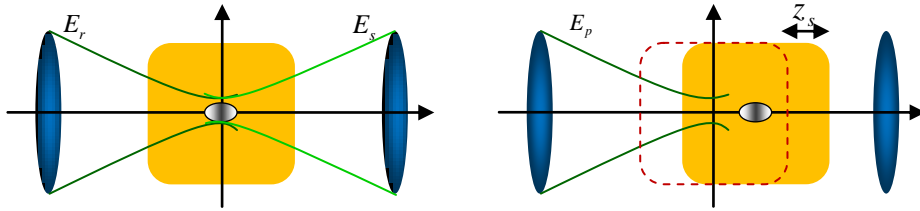


圖 23 記錄正中間層微全像後，在 z 方向移動材料後重建

已記錄的微全像在 z 方向位移

$$\Delta \varepsilon(x, y, z - z_s) \propto E_r^* E_s \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-z_s)}} e^{\frac{-2(x^2 + y^2)}{\omega_{(z-z_s)}^2}} e^{i2nk(z-z_s) + ink\frac{(x^2 + y^2)}{R_{(z-z_s)}} - i2 \tan^{-1} \frac{(z-z_s)}{z_r}} \quad (100)$$

利用移動後光腰與原點間的位置，

$$\omega n = (1-n)z_s \quad (101)$$

可得讀取波為

$$E_{p(x,y,z-\omega n)} = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-\omega n)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-\omega n)}^2}} e^{-ik(z-\omega n) - ik \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-\omega n)}} + i \tan^{-1} \frac{(z-\omega n)}{z_r}} \quad (102)$$

$$\begin{aligned} E_d \propto \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} & \int \frac{\omega_o^3}{\omega_{(z-z_s)}^2 \omega_{(z-\omega n)}} e^{i2nk(z-z_s) - i2 \tan^{-1} \frac{(z-z_s)}{z_r} - ink(z-\omega n) + i \tan^{-1} \frac{(z-\omega n)}{z_r} - ik \left( 1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2} \right) z} dz \\ & \times \int e^{-x^2 \left[ \frac{2}{\omega_{(z-z_s)}^2} + \frac{1}{\omega_{(z-\omega n)}^2} - \frac{ink}{R_{(z-z_s)}} + \frac{ink}{2R_{(z-\omega n)}} \right]} e^{-i2\pi \frac{x_2}{\lambda f} x} dx \\ & \times \int e^{-y^2 \left[ \frac{2}{\omega_{(z-z_s)}^2} + \frac{1}{\omega_{(z-\omega n)}^2} - \frac{ink}{R_{(z-z_s)}} + \frac{ink}{2R_{(z-\omega n)}} \right]} e^{-i2\pi \frac{y_2}{\lambda f} y} dy \end{aligned} \quad (103)$$

可得在 z 方向位移後，其繞射波為

$$E_d \propto \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} \int \frac{\omega_o^3}{\omega_{(z-z_s)}^2 \omega_{(z-\omega n)}} e^{-\pi^2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda^2 f^2} \left( \frac{2}{\omega_{(z-z_s)}^2} + \frac{1}{\omega_{(z-\omega n)}^2} - \frac{ink}{R_{(z-z_s)}} + \frac{ink}{2R_{(z-\omega n)}} \right)^{-1} \left( \frac{2}{\omega_{(z-z_s)}^2} + \frac{1}{\omega_{(z-\omega n)}^2} - \frac{ink}{R_{(z-z_s)}} + \frac{ink}{2R_{(z-\omega n)}} \right)^{-1}} e^{i2nk(z-z_s) - i2 \tan^{-1} \frac{(z-z_s)}{z_r} - ink(z-\omega n) + i \tan^{-1} \frac{(z-\omega n)}{z_r} - ik \left( 1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2} \right) z} dz \quad (104)$$

前三節分別推導為全像記錄在第零層時，在 x、y 與 z 方向移動材料對繞射波的變化，若是微全像與讀取波之間無相對位移，則會使繞射效率為最大值，若是材料若移動距離越大，則微全像與讀取波之間的相對位移越大，也會造成繞射效率變低，而所提到的位移選擇性是指繞射效率降至  $\exp\{-2\}$  時，所對應的材料位移距離。而這都只是記錄單一層時的情形，實際狀況為多層記錄，需再計算各種儲存間隔下的信噪比值，才能得出各個方向間的最小儲存間隔。



### 3.3 改變記錄位置對繞射波的影響

因為前三節的公式推導都是假設將微全像記錄在材料正中心，也就是第零層的位置，而現在探討記錄在材料內任意位置時，將微全像記錄完後而移動材料重建，觀察各個不同位置其材料移動與繞射波強度變化之關係，其推導公式如下。

若一開始將材料正中心對準座標原點，而後移動材料  $s_p$  的距離，就會使光腰不再位於材料正中心處，而會在材料其它任意位置記錄微全像，使  $d_3' = d_3 + s_p$ ，其光腰位置與原點距離為

$$\Delta n = (d_3' + d_4') - (d_3 + d_4) = (d_3 + s_p + d_4 - ns_p) - (d_3 + d_4) = (1-n)s_p \quad (105)$$

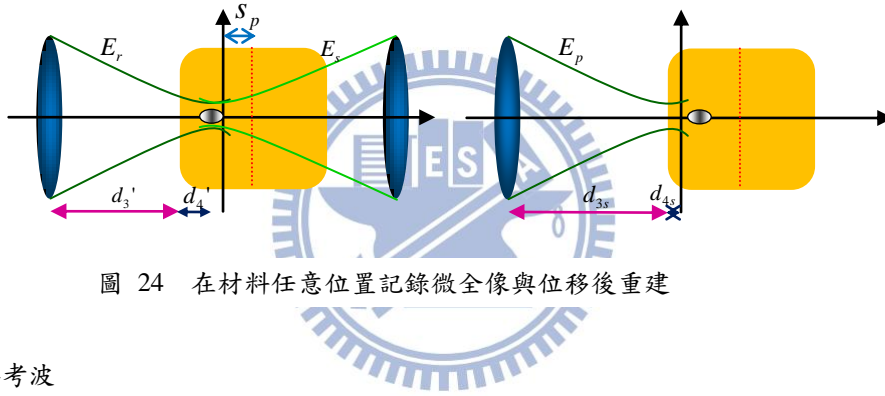


圖 24 在材料任意位置記錄微全像與位移後重建

可得，參考波

$$E_r = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-\Delta n)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-\Delta n)}^2}} e^{-ik(z-\Delta n) - ik \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-\Delta n)}} + i \tan^{-1} \frac{z-\Delta n}{z_r}} \quad (106)$$

信號波

$$E_s = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-\Delta n)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-\Delta n)}^2}} e^{ik(z-\Delta n) + ik \frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-\Delta n)}} - i \tan^{-1} \frac{z-\Delta n}{z_r}} \quad (107)$$

其折射率分佈為

$$\Delta \varepsilon \propto E_r^* E_s \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-\Delta n)}^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-\Delta n)}^2}} e^{i2nk(z-\Delta n) + ik \frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-\Delta n)}} - i2 \tan^{-1} \frac{z-\Delta n}{z_r}} \quad (108)$$

將材料移動  $z_s$

$$\Delta\mathcal{E}(z-z_s) \propto E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}}} e^{i2nk(z-\omega n-z_s)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-\omega n-z_s)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-\omega n-z_s}{z_r}} \quad (109)$$

此時，若以原參考波當作讀取波，會因材料移動而使得光腰在材料的位置也跟著移動，即  $d_{3s} = d_3' + z_s, d_{4s} = d_4' - nz_s$ ，故其移動後光腰與原點：

$\omega s = (d_{3s} + d_{4s}) - (d_3 + d_4) = (1-n)a + (1-n)z_s$ ，故可得重建波為

$$E_p = E_o \frac{\omega_o}{\omega_{(z-\omega s)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-\omega s)}}} e^{-ink(z-\omega s)-ink\frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-\omega s)}}+i\tan^{-1}\frac{z-\omega s}{z_r}} \quad (110)$$


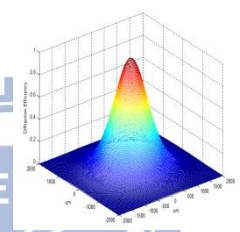
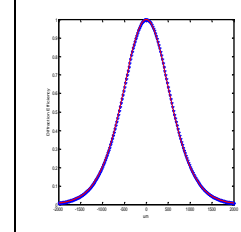
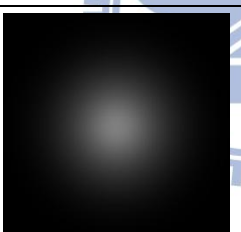
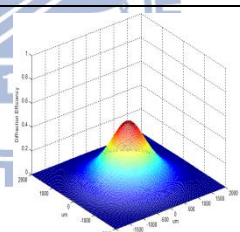
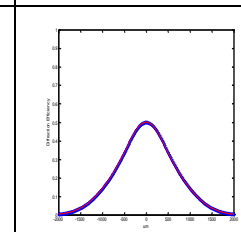
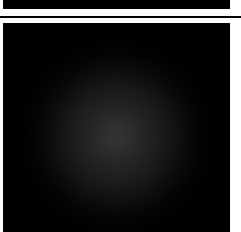
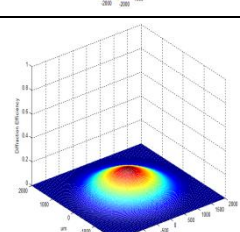
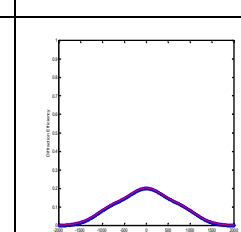

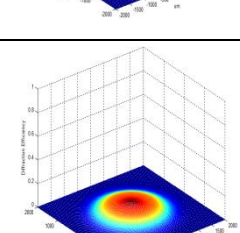
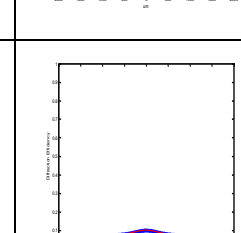
則繞射波為

$$\begin{aligned} E_d &\propto \int_V \Delta\mathcal{E} E_p e^{-ik_d \cdot \vec{r}} \exp\left\{in(z_d - f)\frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} dx dy dz \\ &\propto \int_V E_o^2 \frac{\omega_o^2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}}} e^{i2nk(z-\omega n-z_s)+ink\frac{(x^2+y^2)}{R_{(z-\omega n-z_s)}}-i2\tan^{-1}\frac{z-\omega n-z_s}{z_r}} \frac{\omega_o}{\omega_{(z-\omega s)}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_{(z-\omega s)}}} e^{-ink(z-\omega s)-ink\frac{(x^2+y^2)}{2R_{(z-\omega s)}}+i\tan^{-1}\frac{z-\omega s}{z_r}} \\ &\quad e^{-i\left[\frac{2\pi x_2}{\lambda}x + \frac{2\pi y_2}{\lambda}y + \frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}\right)z\right]} \exp\left\{in(z_d - f)\frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} dx dy dz \\ &\propto \exp\left\{in(z_d - f)\frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} \iint e^{-\frac{2x^2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}}} e^{-\frac{2y^2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}}} e^{-\frac{inkx^2}{R_{(z-\omega n-z_s)}}} e^{-\frac{2\pi x_2 x}{\lambda f}} dx \int e^{-\frac{2y^2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}}} e^{-\frac{inky^2}{R_{(z-\omega n-z_s)}}} e^{-\frac{2\pi y_2 y}{\lambda f}} dy \\ &\quad \frac{\omega_o^3}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}^2 \omega_{(z-\omega s)}} e^{i2nk(z-\omega n-z_s)-i2\tan^{-1}\frac{z-\omega n-z_s}{z_r}} e^{-ink(z-\omega s)+i\tan^{-1}\frac{z-\omega s}{z_r}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}\right)z} dz \\ E_d &\propto \exp\left\{in(z_d - f)\frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} \iint e^{-x^2\left[\frac{2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}} - \frac{ink}{R_{(z-\omega n-z_s)}} + \frac{1}{\omega_{(z-\omega s)}} + \frac{ink}{2R_{(z-\omega s)}}\right]} e^{-i\frac{2\pi x_2 x}{\lambda f}} dx \int e^{-y^2\left[\frac{2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}} - \frac{ink}{R_{(z-\omega n-z_s)}} + \frac{1}{\omega_{(z-\omega s)}} + \frac{ink}{2R_{(z-\omega s)}}\right]} e^{-i\frac{2\pi y_2 y}{\lambda f}} dy \\ &\quad \frac{\omega_o^3}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}^2 \omega_{(z-\omega s)}} e^{i2nk(z-\omega n-z_s)-i2\tan^{-1}\frac{z-\omega n-z_s}{z_r}} e^{-ink(z-\omega s)+i\tan^{-1}\frac{z-\omega s}{z_r}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}\right)z} dz \\ &\propto \exp\left\{in(z_d - f)\frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2}\right\} \int \left[\frac{2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}} - \frac{ink}{R_{(z-\omega n-z_s)}} + \frac{1}{\omega_{(z-\omega s)}} + \frac{ink}{2R_{(z-\omega s)}}\right]^{-1} e^{-\pi^2\frac{(x_2^2+y_2^2)}{\lambda^2 f^2} \left[\frac{2}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}} - \frac{ink}{R_{(z-\omega n-z_s)}} + \frac{1}{\omega_{(z-\omega s)}} + \frac{ink}{2R_{(z-\omega s)}}\right]} \\ &\quad \frac{\omega_o^3}{\omega_{(z-\omega n-z_s)}^2 \omega_{(z-\omega s)}} e^{i2nk(z-\omega n-z_s)-i2\tan^{-1}\frac{z-\omega n-z_s}{z_r}} e^{-ink(z-\omega s)+i\tan^{-1}\frac{z-\omega s}{z_r}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}\right)z} dz \end{aligned} \quad (111)$$

為了觀察在不同位置儲存時，其所得的繞射波特性和否會不同，分別將微全像記錄在材料內不同位置，並位移後重建觀察繞射波變化是否一致，若位移後繞射波強度的變化均差異不大，則可知不管在材料內任意位置記錄，繞射波均會有相同特性。

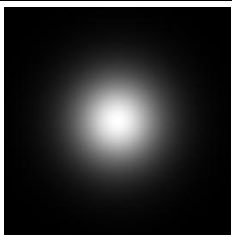
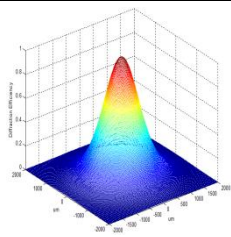
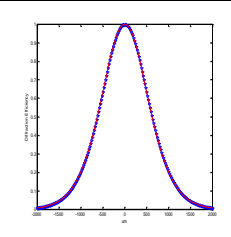
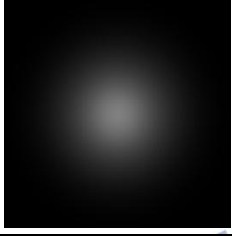
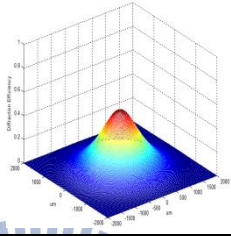
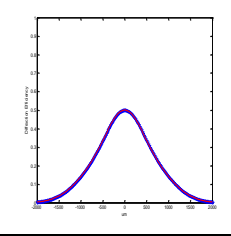
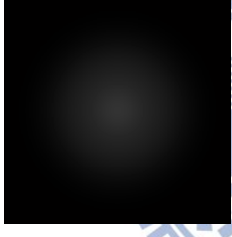
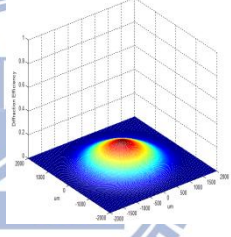
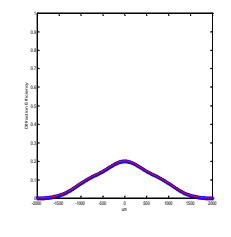

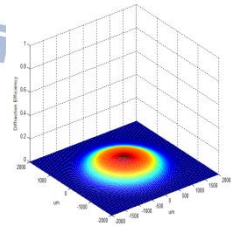
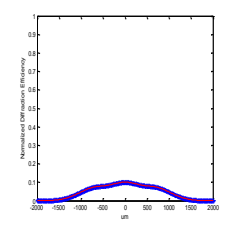
首先，由第(104)式可得，微全像記錄在正中間層後，當材料厚度為 2mm，則在 z 方向移動材料後繞射波之變化如下，下圖為在輸出平面為 2mm\*2mm 時所觀察到的繞射波，而各分佈圖為對材料無位移之峰值作歸一化，其中，二維分佈圖與三維分佈圖均為在輸出平面上之分佈，而中心分佈圖為在輸出平面在 x 與 y 軸上之剖面圖。

表 1 記錄在材料正中間層後位移重建之光場分佈

移動距離 ( $\mu\text{m}$ )	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
0			
5			
10			
15			

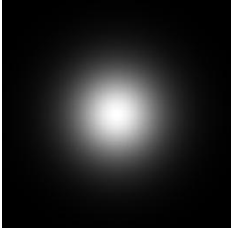
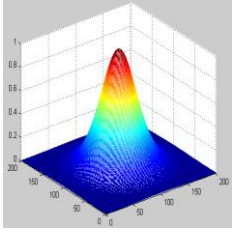
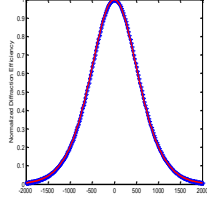
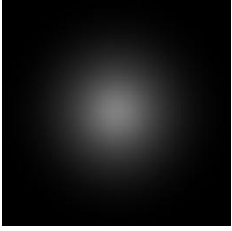
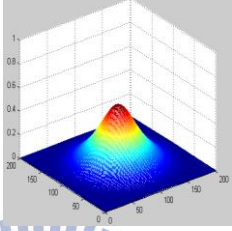
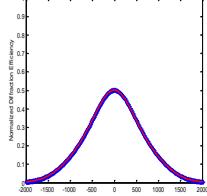
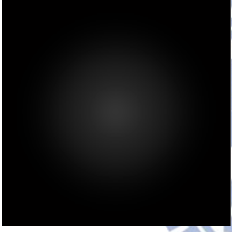
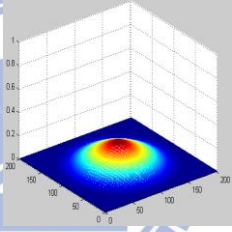
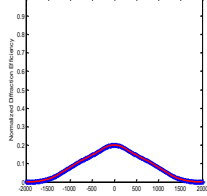
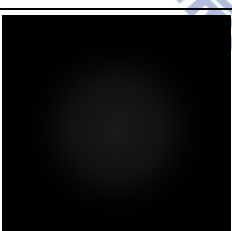
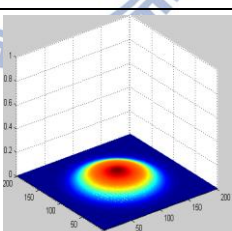
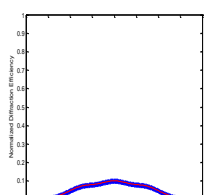
接下來將材料往右移動  $50\mu\text{m}$  後記錄微全像，並觀察重建時移動材料與繞射波強度之變化

表 2 材料往右  $50\mu\text{m}$  記錄微全像後位移重建之光場分佈

移動距離 ( $\mu\text{m}$ )	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
0			
5			
10			
15			

同理，接下來再將材料由正中間往左移動 50 $\mu\text{m}$  後記錄微全像，並觀察重建時移動材料與繞射波強度之變化

表 3 材料左移 50 $\mu\text{m}$  後記錄微全像後位移重建之光場分佈

移動距離 ( $\mu\text{m}$ )	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
0			
5			
10			
15			

以上的結果為分別在材料正中間與將材料向左與向右移 50 $\mu\text{m}$  後，記錄微全像，再位移重建的結果，比較在材料內不同位置記錄時，位移量與繞射波強度分佈之變化是否一致，且由上述三種分佈圖中可發現，不管在材料內哪個位置記錄微全像，每個位置移動材料後繞射波衰減的幅度幾乎相同，再分別將各個位置的位移量與繞射波強度的變化之關係畫出，可得下圖

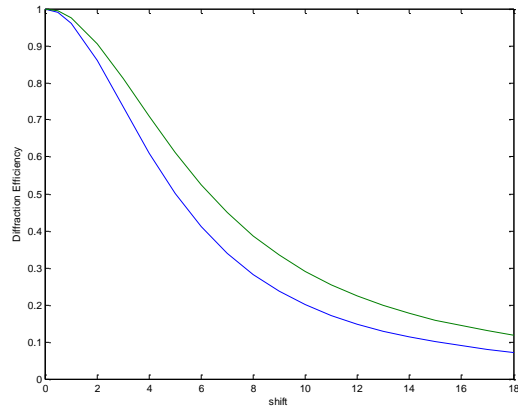


圖 25 在材料正中間記錄後位移重建之光場分佈

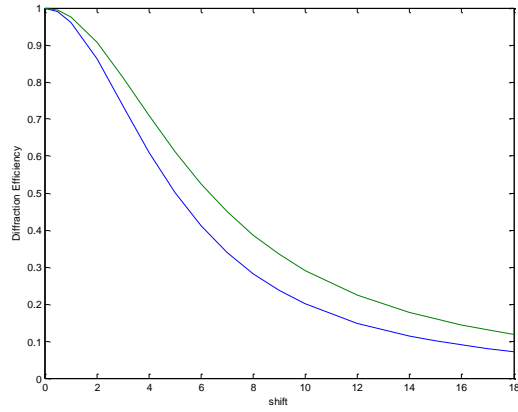


圖 26 材料往右 50um 記錄後位移重建之光場分佈

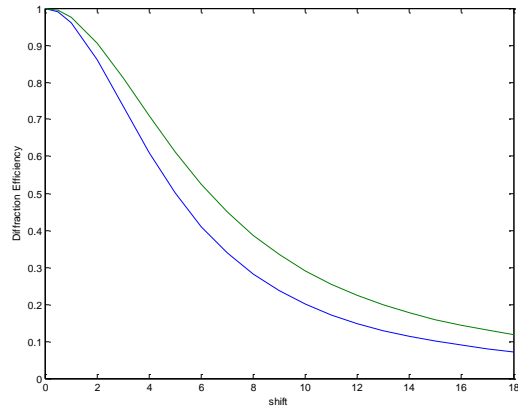


圖 27 材料往左 50um 記錄後位移重建之光場分佈

圖 25 至圖 27 中，藍色線(下方曲線)為繞射波強度對材料無位移之峰值做歸一化的結果，綠色線(上方曲線)為繞射波強度對材料無位移之總強度做歸一化

的結果，在材料正中間、正中間右方 50 $\mu\text{m}$  與左方 50 $\mu\text{m}$  處儲存並位移重建，可發現位移距離與繞射波強度變化幾乎相同。

再分析在更多不同位置上儲存時，觀察當繞射波強度降至無位移時強度的 13% 需將材料位移多少，分析每個位置上的位移量差異是多少。

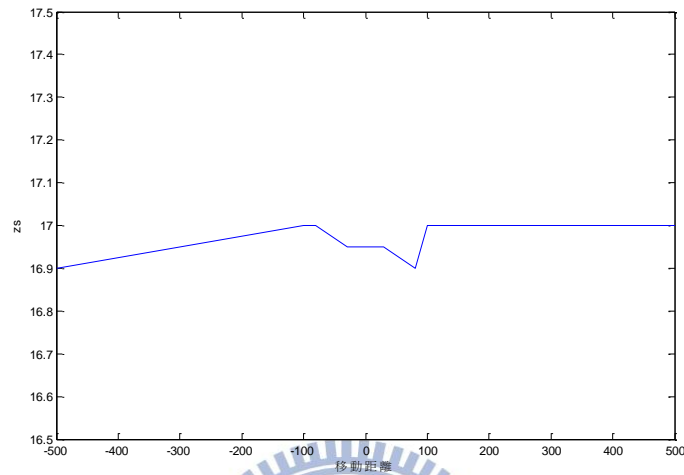


圖 28 不同位置，繞射波強度降至無位移強度之 13% 時之位移量


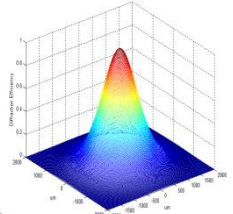
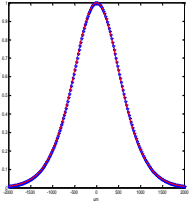
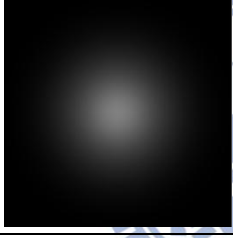
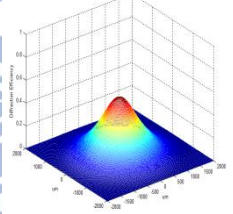
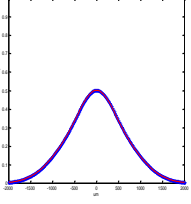
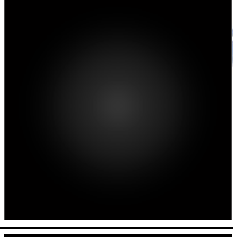
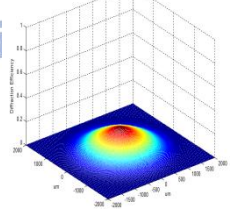
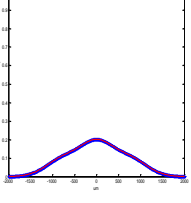
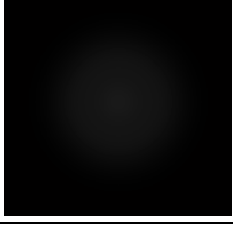
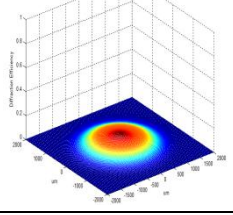
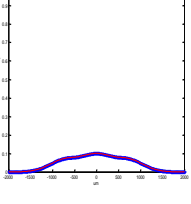
如圖 28 所示，在不同位置儲存時，將材料位移觀察當繞射波強度降至無位移時強度之 13% 所需的位移量，可發現不同位置的位移量幾乎都在 17 $\mu\text{m}$  左右，故可知，在材料內任意位置記錄時，其繞射波隨材料位移而強度變化之特性均是相同的，換句話說，在任何位置記錄時，儲存間隔不會因儲存位置不同而異。

### 3.4 不同材料厚度對繞射波之影響

若考慮記錄的材料厚度不同時，對繞射波是否會產生影響，接下來就模擬不同材料厚度時，在材料之正中間記錄微全像，重建時慢慢移動材料，分析移動材料對繞射波強度所造成的影響。

先探討材料厚度為 1mm 時的情形

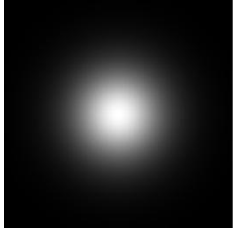
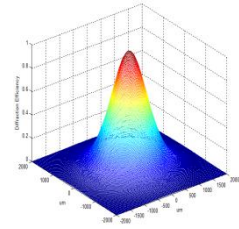
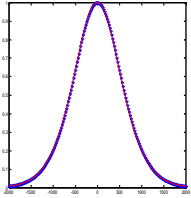
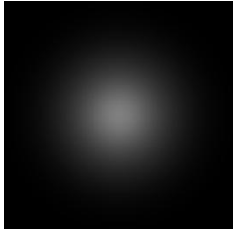
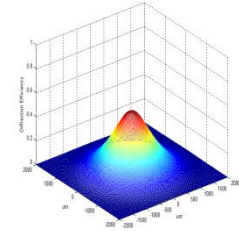
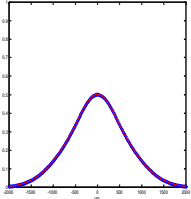
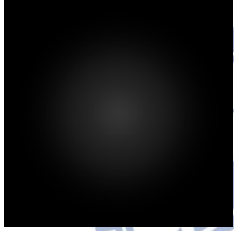
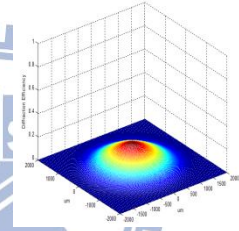
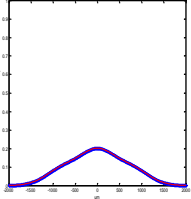

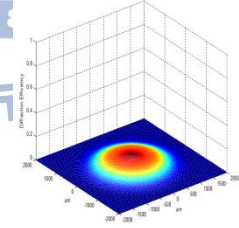
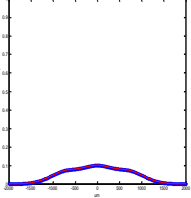
表 4 厚度為 1mm 位移重建之繞射波變化

移動距離(um)	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
0			
5			
10			
15			



再探討材料厚度為 3 mm 時的情形

表 5 材料厚度為 3mm 位移重建之繞射波變化

移動距離 ( $\mu\text{m}$ )	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
0			
5			
10			
15			

由以上的分佈圖可知材料為 1mm 與 3mm 時的繞射波變化幾乎一樣，接下來在做位移量對繞射效率的曲線做圖，能更清楚不同材料厚度的特性是否一致。

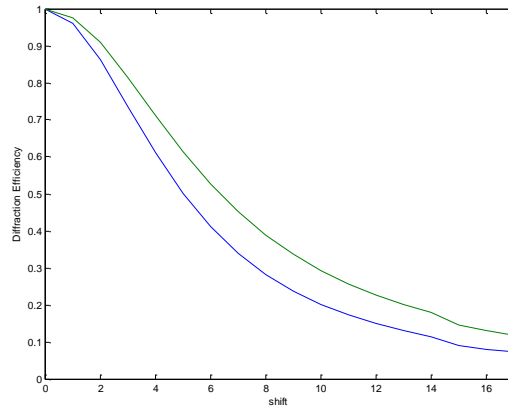


圖 29 1mm 之位移量與繞射強度變化

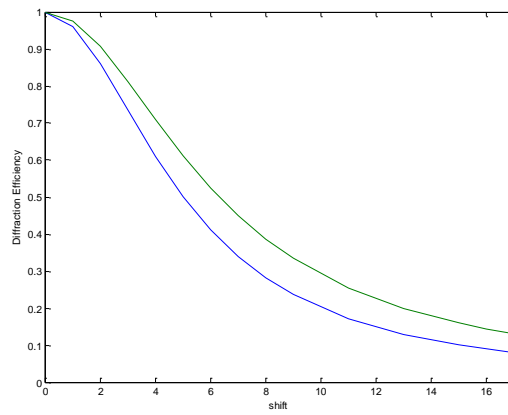


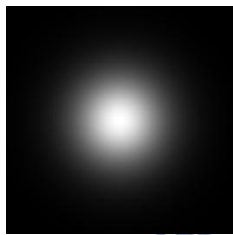
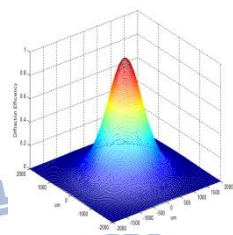
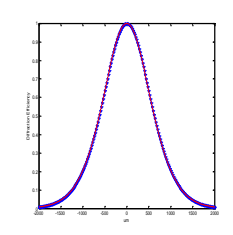

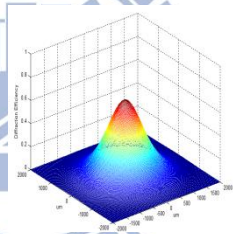
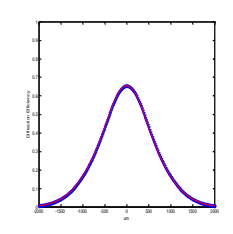
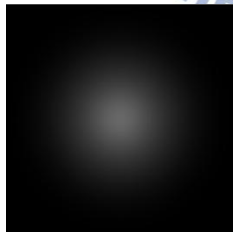
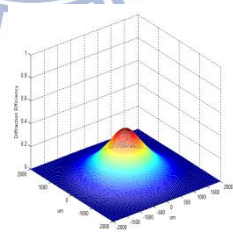
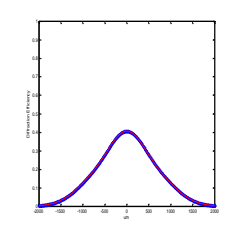

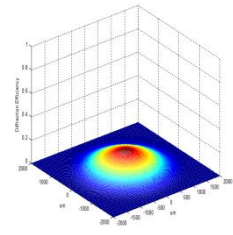
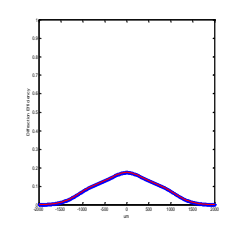

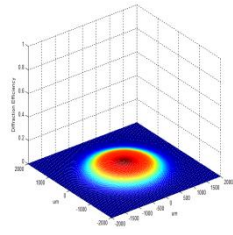
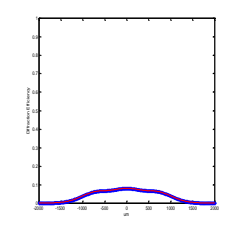
圖 30 3mm 之位移量與繞射強度變化

從圖 29 與圖 30 中可發現，不同材料厚度時，記錄完微全像並位移後重建，位移距離與繞射波強度之變化均相同，故改變厚度也不會影像微全像之特性。

### 3.5 改變焦距對繞射波之影響

由第(104)式可知記錄完微全像後材料在  $z$  方向移動後所得的繞射波之分布，將裡面的焦距參數替換掉之後即可得不同焦距下的繞射波分布，模擬共分析焦距為 2.9、4.5 與 9mm 共 3 種狀況，並先觀察將材料在  $z$  方向移動後重建並觀察其繞射波之分布。

表 6 焦距為 2.9mm 位移重建之光場分布

繞射效率 (位移量)	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (1.5 $\mu\text{m}$ )			
50% (2.5 $\mu\text{m}$ )			
25% (4.5 $\mu\text{m}$ )			
13% (7 $\mu\text{m}$ )			

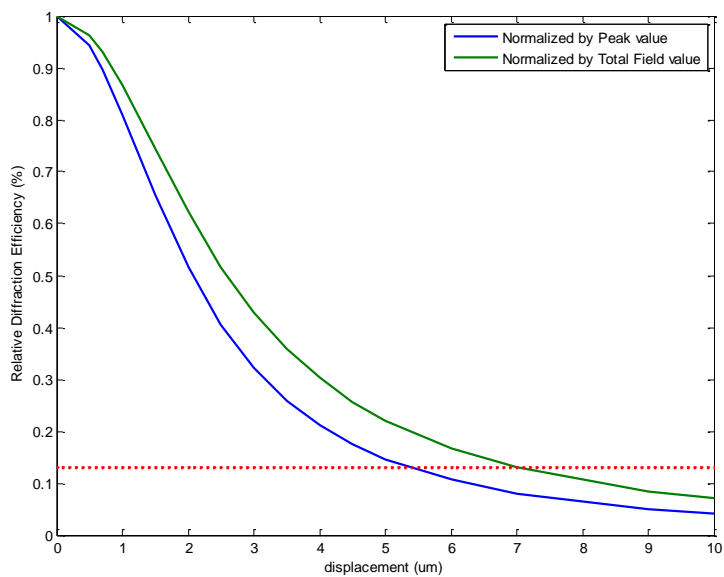


圖 31 焦距為 2.9mm 時之繞射效率隨材料位移量變化之情形

接下來設定焦距為 4.5mm，觀察其對材料位移後重建的情形，並以材料在 z 方向位移對相對繞射效率作圖

表 7 焦距為 4.5mm 位移重建之光場分佈

繞射效率 (位移量)	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (3.5μm)			
50% (6μm)			

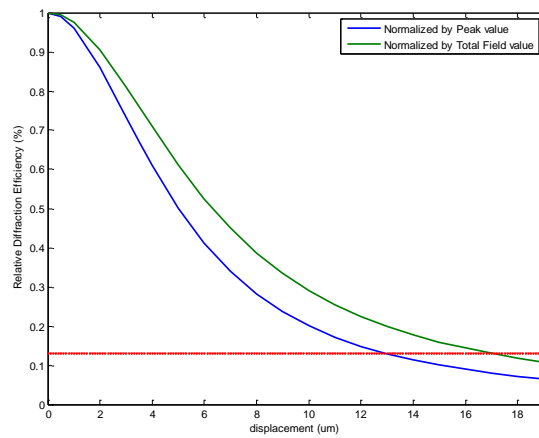
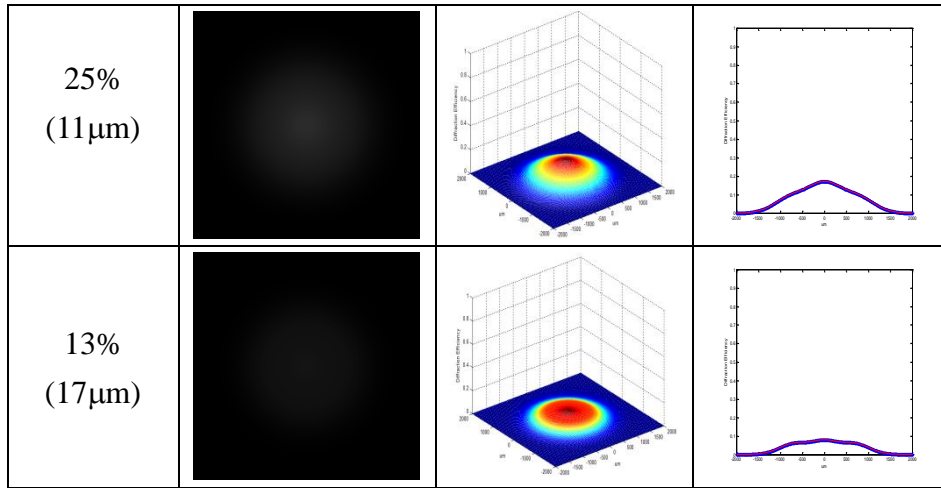


圖 32 焦距為 4.5mm 時之繞射效率隨材料位移量變化之情形

焦距為 9 mm，觀察其材料在 z 方向位移對相對繞射效率變化之比較

表 8 焦距為 9mm 位移重建之光場分佈

繞射效率 (位移量)	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (14 $\mu\text{m}$ )			

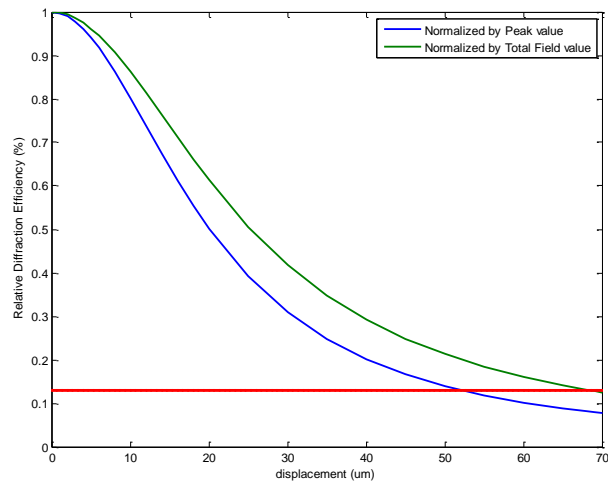
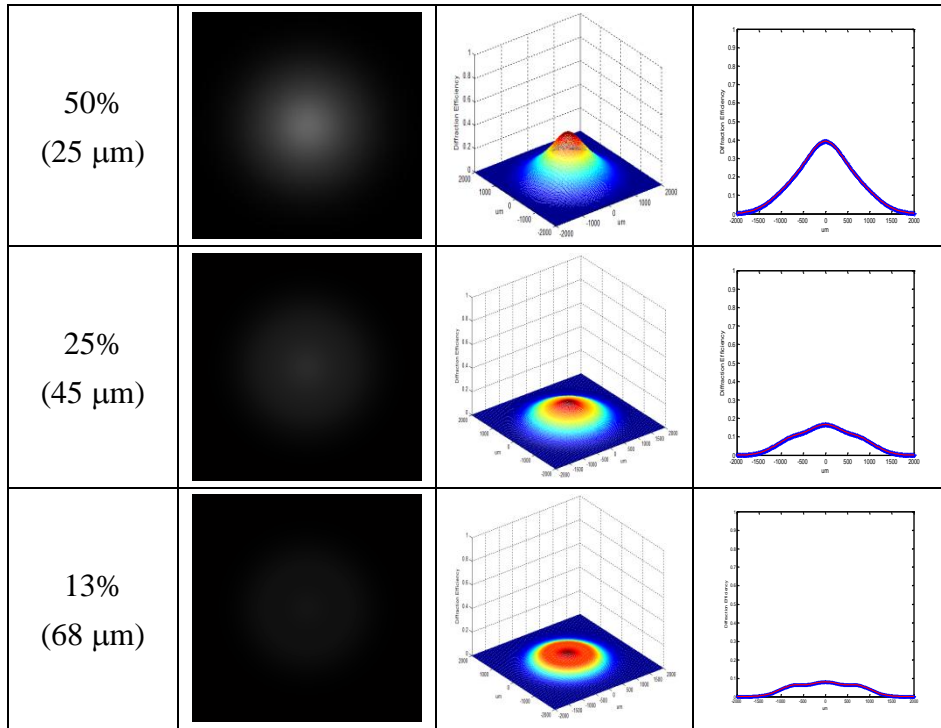
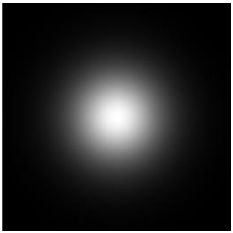
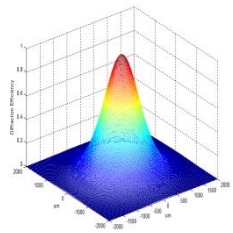
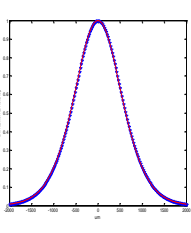
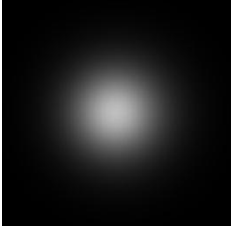
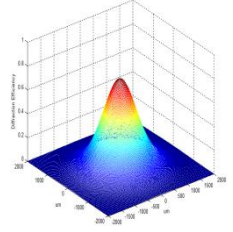
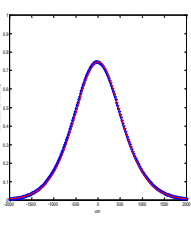
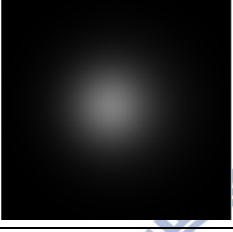
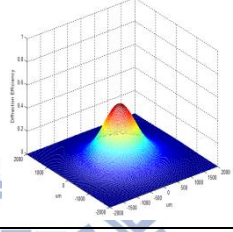
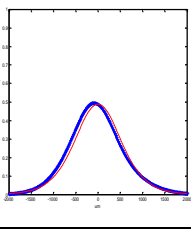
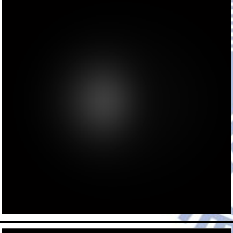
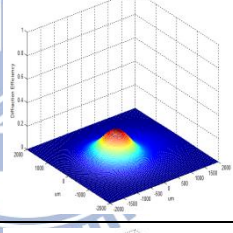
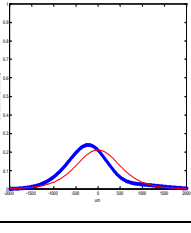
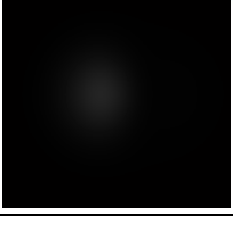
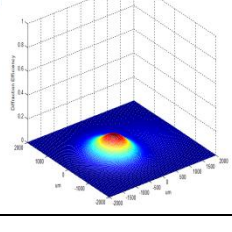
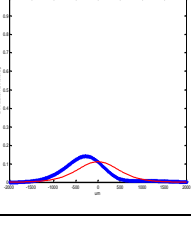


圖 33 焦距為 9mm 時之繞射效率隨材料位移量變化之情形

將下來由第(98)式可得改變焦距時，將材料在 x 方向移動重建後的繞射波分佈情形，先觀察焦距為 2.9mm 時的變化

表 9 透鏡焦距為 2.9mm 位移重建之光場分佈

繞射效率	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (0.23 $\mu\text{m}$ )			
50% (0.35 $\mu\text{m}$ )			
25% (0.55 $\mu\text{m}$ )			
13% (0.6 $\mu\text{m}$ )			

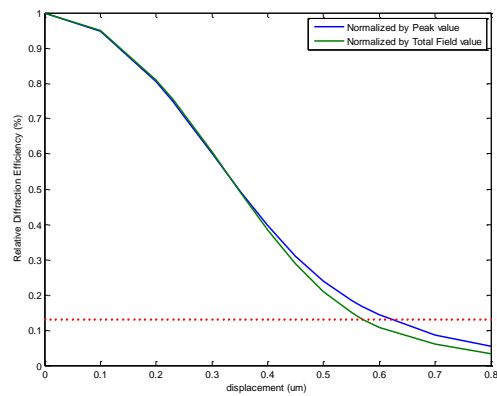
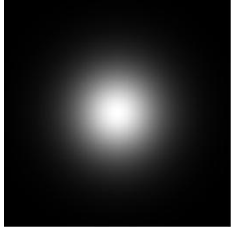
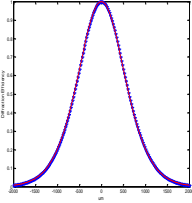
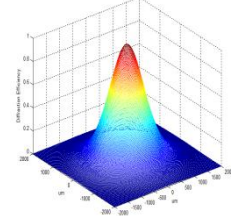
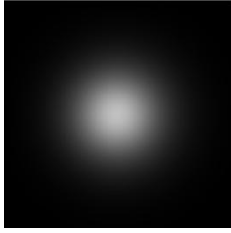
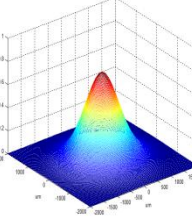
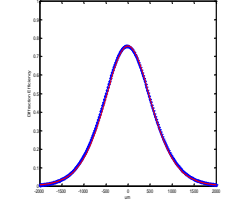
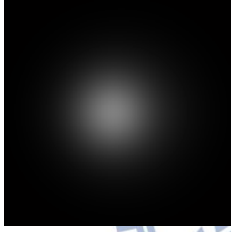
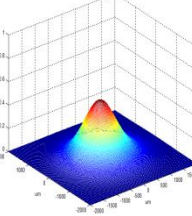
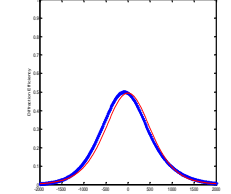

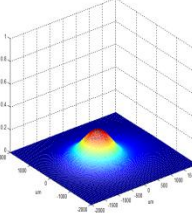
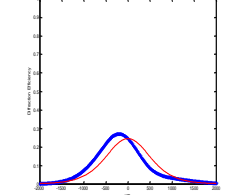

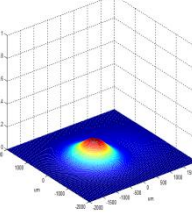
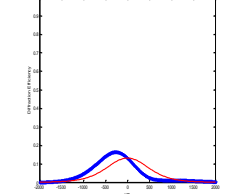


圖 34 透鏡焦距為 2.9mm 之繞射效率隨材料位移量變化之情形

下圖為焦距為 4.5 mm 時記錄完微全像後，將材料在 x 方向位移後的繞射波變化。

表 10 透鏡焦距為 4.5mm 位移重建之光場分佈

繞射效率	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (0.35 $\mu\text{m}$ )			
50% (0.54 $\mu\text{m}$ )			
25% (0.74 $\mu\text{m}$ )			
13% (0.89 $\mu\text{m}$ )			



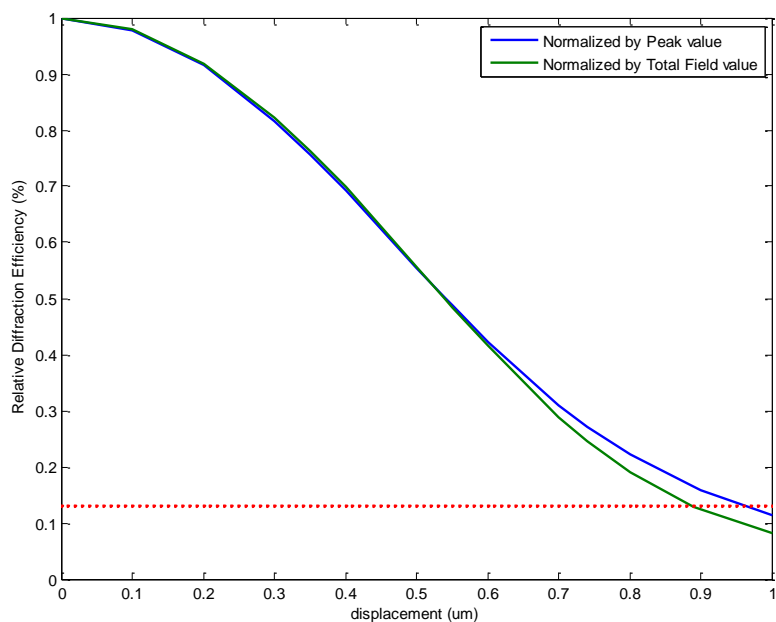


圖 35 透鏡焦距為 4.5mm 之繞射效率隨材料位移量變化之情形

下圖為焦距為 9 mm 時記錄完微全像後，將材料在 x 方向位移後的繞射波變化。

表 11 透鏡焦距為 9mm 位移重建之光場分佈

繞射效率	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (0.73μm)			
50% (1.15μm)			

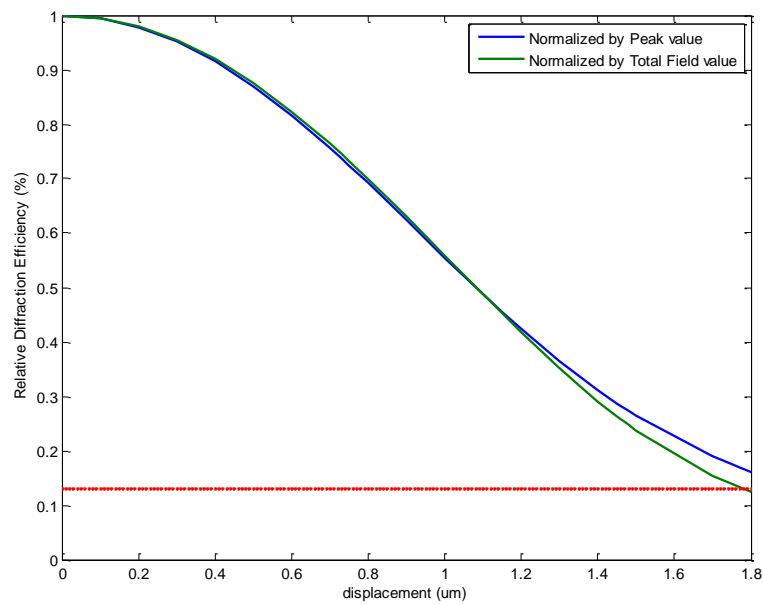
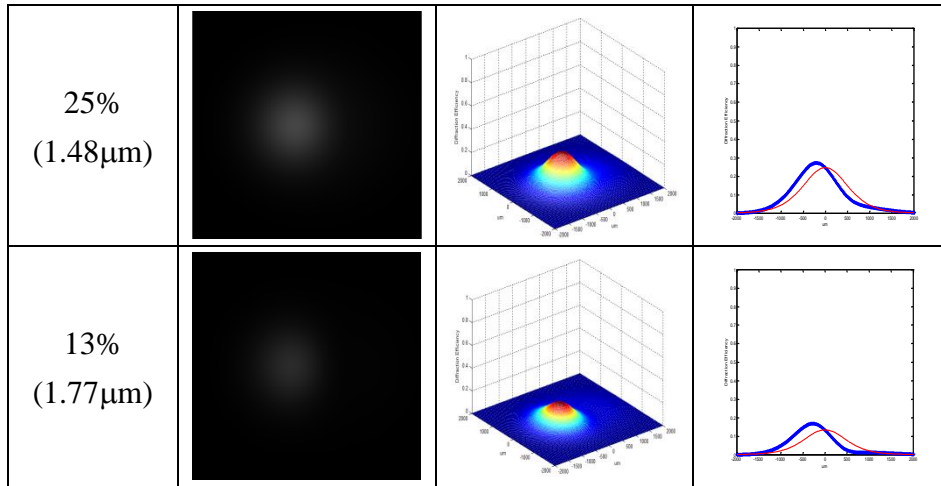



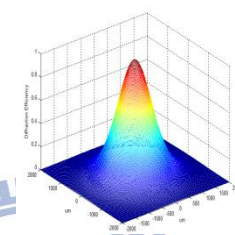
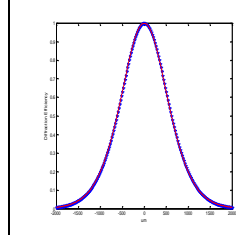
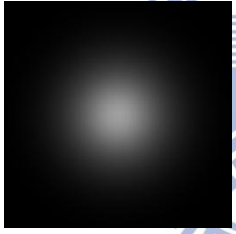
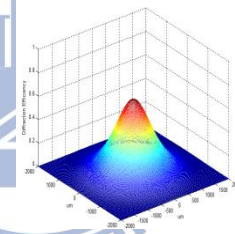
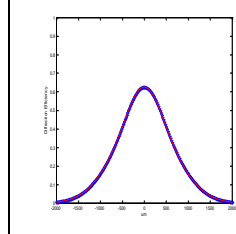
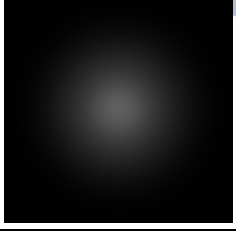
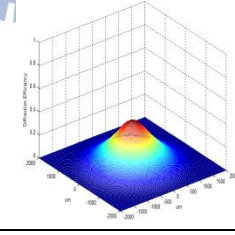
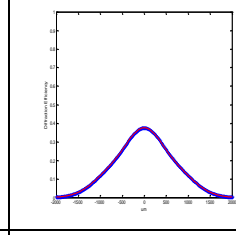
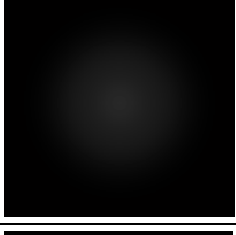
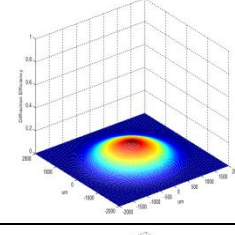
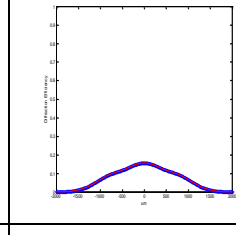
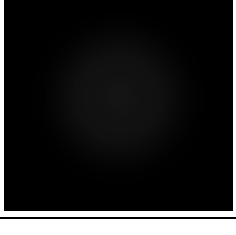
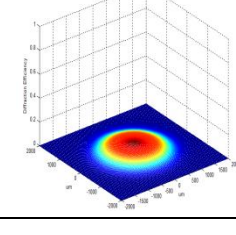
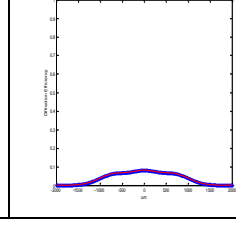
圖 36 透鏡焦距為 9mm 之繞射效率隨材料位移量變化之情形

由以上模擬可知，當焦距越短時，光腰也會越小，所以繞射波強度隨位移量變化會相當劇烈，即位移一小段距離就能使繞射效率降低，故使用短焦距之透鏡能有效縮減為全像間之儲存間隔。

### 3.6 不同記錄光波長對位移選擇性之影響

同理，若改變記錄光之波長時，代入第(98)式與第(104)式觀察改變波長在讀取重建時將材料位移後與繞射效率變化之關係。分別模擬波長為405nm與650nm時繞射波強度與位移量之變化。先觀察波長為405nm記錄完微全像後，在z方向移動時位移量與繞射波之變化，

表 12 波長為 405 nm，z 方向移動時位移量與繞射波之變化

繞射效率 (位移量)	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (3 μm)			
50% (5 μm)			
25% (8.8 μm)			
13% (12.9 μm)			

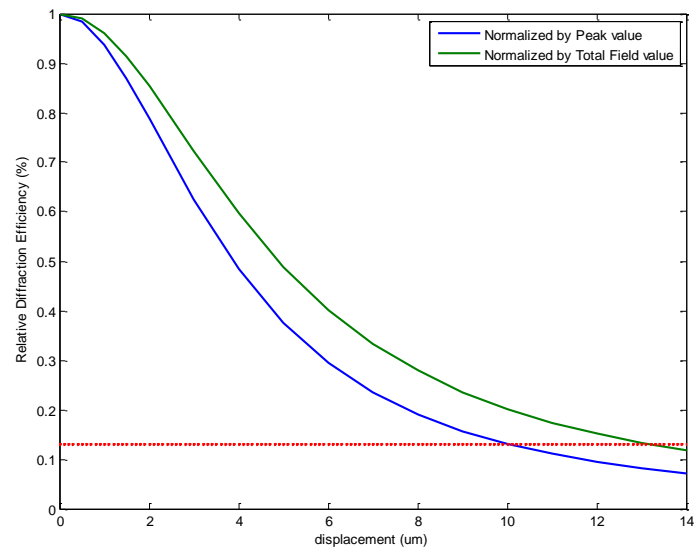
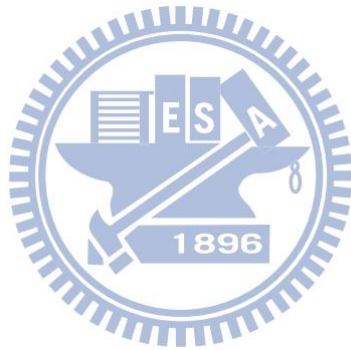
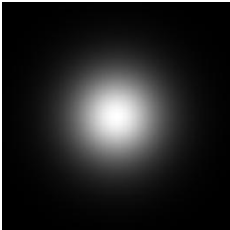
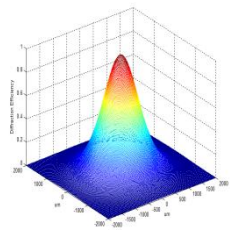
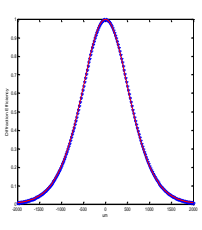
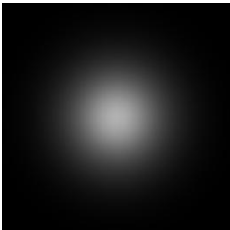
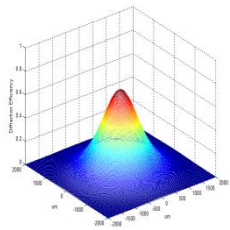
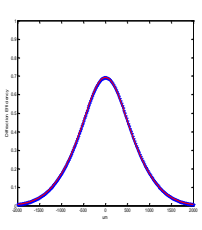
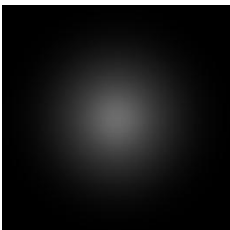
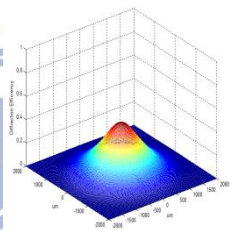
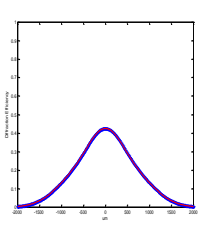
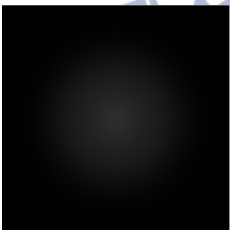
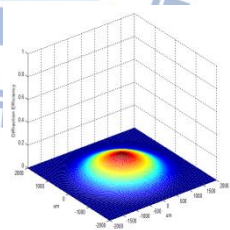
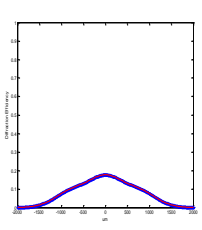
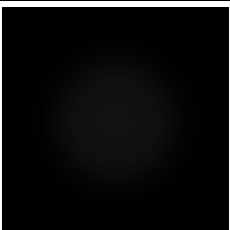
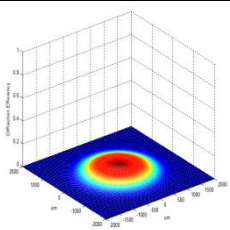
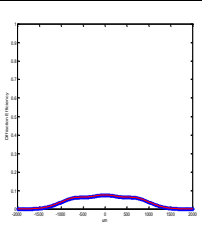


圖 37 為 405 nm，z 方向移動時位移量與繞射波之變化



下圖當波長為 405nm 記錄完微全像後，在 z 方向移動時位移量與繞射波之變化

表 13 波長為 650 nm，z 方向移動時位移量與繞射波之變化

繞射效率 (位移量)	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (4 $\mu\text{m}$ )			
50% (7 $\mu\text{m}$ )			
25% (13 $\mu\text{m}$ )			
13% (21 $\mu\text{m}$ )			

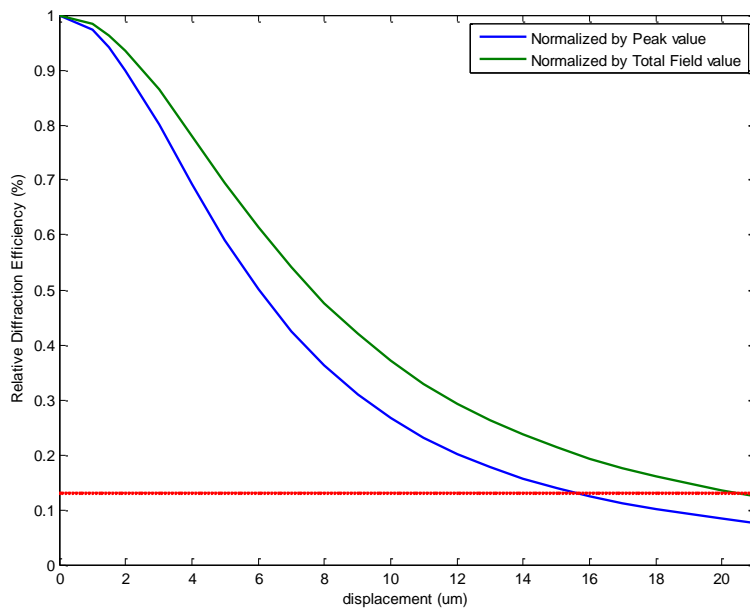
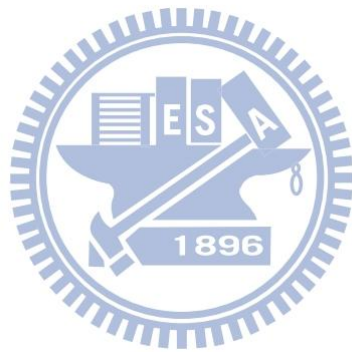
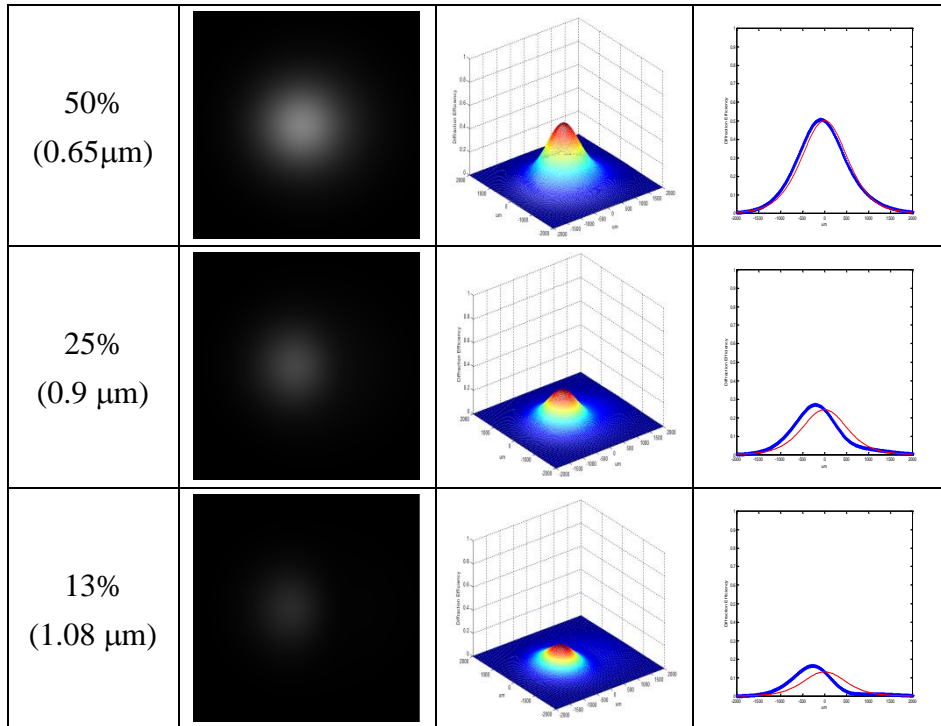


圖 38 波長為 650 nm，z 方向移動時位移量與繞射波之變化

接下來考慮在波長分別為 405nm 與 650nm 時，將材料在 x 方向移動後觀察位移量與繞射效率之變化，先觀察波長為 405nm 記錄完微全像後，在 x 方向移動時位移量與繞射波之變化，

表 14 波長為 405 nm，x 方向移動時位移量與繞射波之變化

繞射效率 (位移量)	二維分佈圖	三維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (0.4μm)			



下圖為觀察波長為 650nm 記錄完微全像後，在 x 方向移動時位移量與繞射波之變化，

表 15 波長為 650 nm，x 方向移動時位移量與繞射波之變化

繞射效率 (位移量)	二維分佈圖	二維分佈圖	中心分佈圖
100%			
75% (0.28 μm)			
50% (0.4 μm)			
25% (0.57 μm)			
13% (0.68 μm)			



## 第四章 結果與分析

第三章推導出適用於本系統的波恩近似法，並推導出記錄單層微全像時，材料位移後用讀取光重建的，先由單層的微全像得出繞射波的特性。從本章起開始探討多層與多點微全像儲存，並重建正中間點或正中間層的微全像，在輸出平面觀察繞射波之分佈。

### 4.1 多層儲存之繞射波分佈

由 2.3.2 節中，為探討在  $z$  方向多層儲存為全像的原理與分析，其中第(68)式為多層儲存時，將材料正中心對準座標原點時之折射率分佈，代入第(85)式並化簡後可得繞射波之分佈

$$E_d \propto \sum_{-m}^m \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} \int \frac{e^{\frac{ik(z-2msp) + i \tan^{-1} \frac{z}{z_r} - i 2 \tan^{-1} \frac{z-msp}{z_r}}{z_r}} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} \left( 1 + \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} + \frac{y_2^2}{2n^2 f^2} \right) z}}{\omega_{(z)} \omega_{(z-msp)}} \left[ \frac{1}{\omega_{(z)}^2} + \frac{2}{\omega_{(z-msp)}^2} + \frac{ink}{2R_{(z)}} - \frac{ink}{R_{(z-msp)}} \right]^{-1} e^{-\frac{\pi^2(x_2^2 + y_2^2)}{\lambda^2 f^2} \left[ \frac{1}{\omega_{(z)}^2} + \frac{2}{\omega_{(z-msp)}^2} + \frac{ink}{2R_{(z)}} - \frac{ink}{R_{(z-msp)}} \right]} dz \quad (112)$$

故由上式可得，在  $z$  方向每層間距皆為  $sp$ ，共記錄  $2m+1$  層，以原參考波重建第 0 層之微全像，即參考波光腰對準在第 0 層上，故將觀察平面上所得的第 0 層繞射波為所要得的訊號，其它層重建所得的繞射波則視為雜訊。

上式與第(28)式有著極為類似的結果，意即記錄單層位移後讀取與多層讀取正中間層並讀到其他雜訊層是等意的，故由此可知記錄完單層微全像後將位移材料  $dx$  距離重建，與重建多層時讀取到與正中間層間隔  $dx$  處的微全像，其繞射波均是相同的

## 4.2 多點儲存之繞射波分佈

由 2.3.3 節中，為探討在 x 與 y 方向多點儲存微全像的原理與分析，其中第 (84) 式為多點儲存時，將材料正中心對準座標原點時之折射率分佈，代入第 (85) 式可得繞射波之分佈

$$E_d \propto \sum_{-u}^u \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} \int \frac{e^{\frac{inkz - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}}{z_r}} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}) z}} \omega_{(z)}^3 e^{-\frac{2u^2 xp^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{ink u^2 xp^2}{R_{(z)}}}} \left[ \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right]^{-1} e^{-\pi^2 \frac{y_2^2}{\lambda^2 f^2} \left[ \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right]^{-1}} e^{-\pi^2 \left[ \frac{y_2}{\lambda f} - \frac{2uxp}{i\pi\omega_{(z)}^2} + \frac{2umxp}{\lambda R_{(z)}} \right]^2 \left[ \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right]^{-1}} dz \quad (113)$$

上式為在 x 方向每點之間距皆為 xp，共記錄 2u+1 層，以原參考波重建第 0 點之微全像，即參考波光腰對準在第 0 點上，故觀察平面上所得的第 0 點繞射波為所要得的訊號，其它點重建所得的繞射波則視為雜訊。

## 4.3 噪訊比(Noise-to-Signal Ratio)分析

前一節為討論多層與多點紀錄時重建而得繞射波之分佈，但由上一節的繞射波模擬中可發現，正中間層與其他雜訊層之繞射波分佈，在輸出平面上無法分析個別的訊號，故由程式模擬分析信號與雜訊的比值。

現在需將讀取某一點微全像時，其它點與其它層微全像間的相互影響，即為雜訊對所要讀取信號的影響，若儲存間隔太小則會使信號與雜訊耦合在一起，無法正確的讀取出想要重建的信號出來，故本節以前述章節的理論為基礎，記錄多點與多層之後，讀取正中間層的微全像，讀取到其它微全像的訊號視為雜訊，而選擇讀取正中間層的原因是，重建正中間層時受到雜訊的影響最為顯著，故需選擇雜訊最大值的條件分析才會比較客觀。

在各個假設的參數下，分析不同儲存間隔時，雜訊與想讀取信號之間的比值，若雜訊與信號之間的比值恰小於 1 時 ( $NSR < 1$ )，則定該間隔為微全像間的最小儲存間隔，用來決定各層與各點間的最小儲存間隔，並代入不同參數觀察改變參數對最小儲存間隔之影響。

層與層的儲存間隔時的分析公式，可由第 (112) 式得到信號與雜訊，其信號為

$$E_d \propto \sum_{m=0} \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} \int \frac{e^{\frac{ink(z-2msp)+i \tan^{-1} \frac{z}{z_r} - i 2 \tan^{-1} \frac{z-msp}{z_r}}{z_r}} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}) z}}{\omega_{(z)} \omega_{(z-msp)}^2} e^{-\pi^2 \frac{(x_2^2 + y_2^2)}{\lambda^2 f^2} \left[ \frac{1}{\omega_{(z)}^2} + \frac{2}{\omega_{(z-msp)}^2} + \frac{ink}{2R_{(z)}} - \frac{ink}{R_{(z-msp)}} \right]^{-1}} dz \quad (114)$$

雜訊為

$$E_d \propto \sum_{m \neq 0} \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} \int \frac{e^{\frac{ink(z-2msp)+i \tan^{-1} \frac{z}{z_r} - i 2 \tan^{-1} \frac{z-msp}{z_r}}{z_r}} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}) z}}{\omega_{(z)} \omega_{(z-msp)}^2} e^{-\pi^2 \frac{(x_2^2 + y_2^2)}{\lambda^2 f^2} \left[ \frac{1}{\omega_{(z)}^2} + \frac{2}{\omega_{(z-msp)}^2} + \frac{ink}{2R_{(z)}} - \frac{ink}{R_{(z-msp)}} \right]^{-1}} dz \quad (115)$$

可得

$$NSR_z = \frac{I_d|_{m \neq 0}}{I_d|_{m=0}} \quad (116)$$

同理，在決定點與點的儲存間隔時，可得信號為

$$E_d \propto \sum_{u=0} \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} \int \frac{e^{\frac{inkz - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}}{z_r}} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}) z}} e^{\frac{2u^2 xp^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{u^2 xp^2}{R_{(z)}}}}{\omega_{(z)}^3} e^{-\pi^2 \frac{y_2^2}{\lambda^2 f^2} \left[ \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right]^{-1}} e^{-\pi^2 \left[ \frac{x_2}{\lambda f} - \frac{2uxp}{i\pi\omega_{(z)}^2} + \frac{2unxp}{\lambda R_{(z)}} \right]^2 \left[ \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right]^{-1}} dz \quad (117)$$

雜訊為

$$E_d \propto \sum_{u \neq 0} \exp \left\{ in(z_d - f) \frac{x_2^2 + y_2^2}{\lambda f^2} \right\} \int \frac{e^{\frac{inkz - i \tan^{-1} \frac{z}{z_r}}{z_r}} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (1 - \frac{x_2^2}{2n^2 f^2} - \frac{y_2^2}{2n^2 f^2}) z}} e^{\frac{2u^2 xp^2}{\omega_{(z)}^2}} e^{\frac{u^2 xp^2}{R_{(z)}}}}{\omega_{(z)}^3} e^{-\pi^2 \frac{y_2^2}{\lambda^2 f^2} \left[ \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right]^{-1}} e^{-\pi^2 \left[ \frac{x_2}{\lambda f} - \frac{2uxp}{i\pi\omega_{(z)}^2} + \frac{2unxp}{\lambda R_{(z)}} \right]^2 \left[ \frac{3}{\omega_{(z)}^2} - \frac{ink}{2R_{(z)}} \right]^{-1}} dz \quad (118)$$

其中， $m=0$  為所要讀取的正中層之信號， $m \neq 0$  即為其它點的雜訊，故可得

$$NSR_{x,y} = \frac{I_d|_{u \neq 0}}{I_d|_{u=0}} \quad (119)$$

先從此模擬分佈觀察各個參數條件下當繞射波降至無位移強度的  $\exp\{-2\}$  時的位移距離，並推廣延伸至多點或多層儲存時用來決定最小儲存間隔的參考條件，不斷的計算以各種儲存間隔儲存多層微全像，分析 NSR 的變化，若使得  $NSR < 1$ ，則該儲存間隔訂為最小儲存間隔。

#### 4.4 儲存容量估計

假設微全像存在一個厚度 2mm、直徑 12 公分的材料內，由 NSR 的估計推得三維方向的最小儲存間隔分別為 dx、dy 與 dz，則總容量為

$$Capacity = 2000\mu m / dz \times \pi(6 \times 10^4)^2 / dx / dy (bits)$$

##### (1) 焦距

表 16 不同焦距下，儲存容量之估計

焦距(mm)	dx(um)	dy(um)	dz(um)	Capacity
2.9	0.4	0.4	6.1	2.698 TB
4.5	0.63	0.63	15	442 GB
9	1.2	1.2	56	32 GB

##### (2) 波長

表 17 改變波長，儲存容量之估計

波長(um)	dx(um)	dy(um)	dz(um)	Capacity
405	0.465	0.465	11.4	1.068 TB
650	0.73	0.73	17.5	282 GB

## 第五章 結論

本論文採取兩道反向高斯波記錄產生微全像的方法，使得微全像的分佈能限制在空間中某一範圍。而一開始經由光追跡法則推導判斷高斯光腰在材料內的大小與位置，並比較與在空氣中的差別，而後移動材料再度分析高斯光腰在材料內的大小與位置，由結果可知，當移動材料前後，只會改變光腰在材料內的位置而不會改變光腰的大小。且最重要的是若初始記錄時，參考波與信號波之光腰重合在一起，則不管材料如何移動仍會使兩道波之光重疊在一起，對於移動後還能重疊記錄記錄是很重要的發現。

以波恩近似法分析重建所得的繞射波，比較特別的是在本論文中，我們假設觀察平面與材料分屬不同的介質、而記錄平面也不是位於透鏡的後焦平面上，由於這兩項因素均必須對波恩近似法做修正。

記錄與重建時，模擬在材料內不同位置記錄與不同材料厚度的特性，可發現其特性不隨記錄位置和不同材料厚度而有所不同，所以若能得知在三維方向的最小儲存間隔，則能適用於任何材料位置與材料厚度。

我們利用決定不同儲存間隔所得到的噪訊比的比值，使得噪訊比恰小於 1 時，則定義該距離為最小儲存間隔，藉由模擬時改變參數，可得不同記錄波長與不同透鏡焦距下的最小儲存間隔，進而分析不同參數下的儲存容量。

最大的差別在於使用高斯波之記錄，可有效限制微全像在材料內的分佈範圍，且其中心處為干涉條紋近似平面，遠離中心處條紋如高斯波般的有曲面分佈，使得重建若兩微全像會有部分重疊時，則因為微全像的曲率不匹配因素，可使得雜訊的影響降低。

## 參考文獻

- [1] L. Hesselink, S. Orlov, and M. bashaw, “Holographic Data Storage Systems”, Invited Paper, proceedings of the IEEE, 92, No 8, 2004.
- [2] S. Orlic, S. Ulm and H.J. Eichler, “3D bit-oriented optical storage in photopolymers”, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 3 (2001) 72–81.
- [3] D. Gabor, “A new microscopic principle”, Nature 161, pp777, 1948.
- [4] E. N. Leith and J. Upatnieks, “Wavefront reconstruction with diffused illumination and three dimensional objects,” JOSA. 154, 1295-1301 (1964).
- [5] Robert E. Fischer, “Optical System Design”, McGraw-Hill pub, 2000.
- [6] A. Yariv, P. Yeh, “Photonics : Optical Electronics in Modern Communications”, Oxford University Press, 2006.
- [7] Nemoto S, “Waist shift of a Gaussian beam by plane dielectric interfaces”, Appl. Opt. 27 1833–9, 1988.
- [8] M. Born, E. Wolf , A. B. Bhatia, “Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light”, Cambridge University Press, 1999.
- [9] C. Gu, J. Hong, "Cross-talk-limited storage capacity of volume holographic memory", J. Opt. Soc. Am. ,1992