

國立交通大學

電控工程研究所

碩士論文



具控制打擊後球體軌跡能力之擊球機器人設計與實現

Design and Implementation of Ball-Batting robots with the
Ability to Control the Trajectory of the Batted Ball

研究生：李宜熹

指導教授：蕭得聖 博士

中華民國一百年十月

具控制打擊後球體軌跡能力之擊球機器人設計與實現

學生：李宜熹

指導教授：蕭得聖博士

國立交通大學電機與控制工程學系碩士班

摘要

本研究使用雙眼相機偵測投球者投出的球，搭配自行設計的四軸機械手臂，可將球擊至所指定的目標點。在雙眼相機的影像處理上，可對高速飛行下的球體進行追蹤，並且利用切換影像處理區域以及程式的平行化運算，來提高影像處理速度。透過相機校正以及立體視覺，可將球體位置從二維影像平面轉換到三維空間，並且使用拋物線方程式來估測球體飛行時的軌跡。在機械手臂方面，推導出機械手臂動態模型，使用參數估測法求得手臂未知參數，並設計控制器來控制手臂，使手臂可以追隨所設定之軌跡位置以及速度，在擊球時間點到達擊球點以及達到所需的擊球速度。建立球與拍子之間的碰撞模型，加入拍子速度於模型中，對於擊球後球的飛行軌跡增加一項可控制項，並且利用機構限制來算出擊球時間點以及擊球點，透過 RS232 將擊球資訊傳輸至高效能數位訊號處理器來即時規劃軌跡與擊球，使擊球後球的飛行軌跡通過所設定的目標點，達成擊球至指定目標的目的。

Design and Implementation of Ball-batting Robots with the Ability to Control the Trajectory of the Batted Ball

Student : I-Hsi Lee

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao

Department of Electrical and Control Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

This thesis is dedicated to the design and implementation of a four-joint robot in order to bat a flying ball to a designated position. The ball-batting robot uses a stereo camera and image processing techniques to identify the ball in a cluttered environment and to predict its flying trajectory in the 3D space. Then a collision model is established to characterize the relation between the velocities of the ball and the racket installed at the end of the robot. Based on the collision model, the contact point and contact time are determined, and the trajectory of the batted ball can be controlled by adjusting the orientation and velocity of the racket. Through RS232 communication, the predicted contact point and the desired velocity of the racket are sent from the image processing unit (a personal computer) to the motion controller (a high-performance DSP processor) of the robot for path planning. Then the robot is commanded to the predicted contact point on time with desired velocity and orientation. Therefore the batted ball can reach the target position as desired.

致謝

首先誠摯的感謝指導教授蕭得聖博士，老師悉心的指導以及對於我研究能力的信任，讓我能夠順利的完成我碩士論文的研究，並且教導我在研究的過程中該如何去分析問題、解決問題，以及做研究該有的態度和嚴謹，使我在碩士班的這兩年獲益匪淺，可謂受益良多。

本論文的完成另外亦得感謝我的口試委員宋開泰教授與楊谷洋教授，在口試的過程中給的建議以及改善的方向，使得本論文能夠更為完整且嚴謹。

兩年的日子裡，感謝永洲哥、志誠、念冀、翊勳學長的不厭其煩的指出我研究中的缺失，且總能在我迷網時為我解惑，也感謝偉仁、勝元、偉杰同學的共同砥礪，使我在做研究的過程中充滿樂趣，昌謀、俊傑、志偉、伯俊與彥良學弟的加油與鼓勵，也讓我備感溫馨。感謝許多好朋友與其他實驗室的大學同學，還有在過程中幫助我的許多廠商，能在我遇到困難時，陪伴我舒解壓力以及提供許多珍貴的意見與幫助。

女朋友在背後的默默支持更是我前進的動力，妳的包容與體諒，讓我在研究上面能夠全心全意。

最後，我要感謝支持我的家人，謝謝父母以及哥哥多年來的栽培與養育，在精神以及經濟上面使我無後顧之憂，讓我能在求學生涯中順利的完成學業。

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
致謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vii
表目錄	x
符號表	xi
第一章 緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 研究目的	2
1.3 論文貢獻	2
第二章 相關研究	3
第三章 影像擷取追蹤與軌跡預測	5
3.1 顏色辨識	6
3.2 背景相減	8
3.2.1 IRGABM 模型	9
3.2.2 三角演算法	11
3.3 中值濾波器	11
3.4 膨脹	13
3.5 縮短處理時間	14
3.6 相機校正	15
3.6.1 相機內部參數	16
3.6.2 相機外部參數	19



3.7 預測球體飛行軌跡	20
3.7.1 立體視覺	20
3.7.2 預測飛行軌跡	22
第四章 機械手臂控制與路徑規劃	24
4.1 機械手臂設計	25
4.2 動力學模型	26
4.3 計算力矩控制器	32
4.4 手臂 D-H model	33
4.5 運動學與逆運動學	35
4.5.1 運動學	35
4.5.2 逆運動學	37
4.6 路徑規劃	40
第五章 擊球理論	41
5.1 碰撞模型	41
5.2 擊球點判斷式	46
5.3 擊球點速度	51
5.4 拍子轉動角度	53
5.5 擊球理論流程圖	55
第六章 實驗結果與分析	57
6.1 硬體設備	57
6.2 座標系統	59
6.3 影像實驗	61
6.3.1 影像追蹤成功率	61
6.3.2 影像處理時間	62
6.3.3 軌跡估測實驗	63
6.4 機械手臂平台	64



6.4.1 參數估測	64
6.4.2 計算力矩控制器	68
6.5 擊球實驗結果與討論	71
第七章 結論與未來展望	80
7.1 結論	80
7.2 未來展望	81
參考文獻	82



圖目錄

圖 3.1 影像處理流程圖.....	5
圖 3.1 HSV 色彩示意圖.....	6
圖 3.2 HSV 法左眼(左)與右眼(右)彩色影像.....	7
圖 3.3 HSV 灰階影像.....	7
圖 3.4 取閾值後的 H 和 S 影像.....	8
圖 3.5 AND H 和 S 的二元影像.....	8
圖 3.6 IRGABM 法左眼(左)與右眼(右)彩色背景.....	10
圖 3.7 IRGABM 法左眼(左)與右眼(右)彩色前景.....	10
圖 3.8 IRGABM 法左眼(上排)與右眼(下排)使用背景相減結果(左)持續 2 秒(中)4 秒 (右).....	10
圖 3.9 三角演算法示意圖.....	11
圖 3.10 中值濾波器處理前左眼(左)與右眼(右)輸入影像.....	12
圖 3.11 左眼(左)與右眼(右)影像經過顏色辨識法以及背景相減法處理.....	12
圖 3.12 左眼(左)與右眼(右)影像經過中值濾波器處理後.....	12
圖 3.13 左眼(左)與右眼(右)影像經過膨脹處理.....	13
圖 3.14 集合 A(左)、結構元素 B(中)、膨脹後結果(右).....	13
圖 3.15 ROI 流程圖.....	14
圖 3.16 影像座標系示意圖.....	15
圖 3.17 相機座標系示意圖.....	15
圖 3.18 針孔投影模型.....	16
圖 3.19 投影示意圖.....	16
圖 3.20 實際相機內部.....	17
圖 3.21 拍攝校正板影像.....	18

圖 3.22 雙眼相機系統與校正板相對位置圖.....	20
圖 3.23 立體視覺示意圖.....	21
圖 4.1 手臂各部位示意圖.....	24
圖 4.2 機械手臂示意圖.....	26
圖 4.3 直流馬達示意圖.....	28
圖 4.4 計算力矩控制器方塊圖.....	33
圖 4.5 機械手臂 D-H model	34
圖 4.6 機械手臂幾何圖解 θ_1	37
圖 4.7 機械手臂幾何圖解 θ_2 、 θ_3	38
圖 4.8 機械手臂正手與反手示意圖	39
圖 5.1 拍子座標系示意圖.....	42
圖 5.2 手臂座標系與拍子座標系示意圖.....	47
圖 5.3 未轉動拍子示意圖.....	53
圖 5.4 轉動後拍子示意圖.....	54
圖 5.5 擊球流程圖.....	56
圖 6.1 硬體設備.....	59
圖 6.2 整體座標系統(左)相機座標(右).....	60
圖 6.3 左眼丟球實驗.....	61
圖 6.4 軌跡估測實驗.....	63
圖 6.5 參數估測第一軸(上)與第二軸(中)和第三軸(下)輸入電壓.....	67
圖 6.6 參數估測第一軸(上)與第二軸(中)與第三軸(下)轉動的角度.....	68
圖 6.7 控制器第一軸角度.....	69
圖 6.8 控制器第二軸角度.....	69
圖 6.9 控制器第三軸角度.....	69
圖 6.10 控制器第一軸角速度.....	70
圖 6.11 控制器第二軸角速度.....	70

圖 6.12 控制器第三軸角速度.....	70
圖 6.13 相機影像示意圖.....	71
圖 6.14 擊球實驗 1	73
圖 6.15 擊球實驗 1(相機影像)	73
圖 6.16 擊球實驗 1(專門拍攝目標區相機影像)	73
圖 6.17 擊球實驗 2	74
圖 6.18 擊球實驗 2(相機影像)	75
圖 6.19 擊球實驗 3	76
圖 6.20 擊球實驗 3(相機影像)	76
圖 6.21 擊球實驗 4	78
圖 6.22 擊球實驗 4(相機影像)	78
圖 6.23 擊球實驗分布圖.....	79



表目錄

表 1 馬達與齒輪機構參數	58
表 2 機械手臂硬體參數	58
表 3 影像處理時間	62
表 4 實驗 1 擊球點參數	72
表 5 實驗 1 角度與角速度誤差	72
表 6 實驗 2 擊球點參數	74
表 7 實驗 2 角度與角速度誤差	74
表 8 實驗 3 擊球點參數	75
表 9 實驗 3 角度與角速度誤差	76
表 10 實驗 4 擊球點參數	77
表 11 實驗 4 角度與角速度誤差	77



符號表

$B_{x,y}^k$	位於 x, y 像素的第 k 張背景灰階值
$I_{x,y}^0$	位於 x, y 像素的初始輸入影像灰階值
$A \oplus B$	A 被 B 膨脹
M	校正矩陣
K	相機內部參數矩陣
f	焦距
$(X^{arm}, Y^{arm}, Z^{arm})$	手臂座標系
$(X^{camera}, Y^{camera}, Z^{camera})$	相機座標系
$(X^{pad}, Y^{pad}, Z^{pad})$	拍子座標系
P_x^{camera}	相機座標系中 x 方向
P_y^{camera}	相機座標系中 y 方向
P_z^{camera}	相機座標系中 z 方向
P_x^{arm}	相機座標系中 x 方向
P_y^{arm}	相機座標系中 y 方向
P_z^{arm}	相機座標系中 z 方向
(u_L, v_L)	左眼影像座標系
(u_R, v_R)	右眼影像座標系
(u_{l0}, v_{l0})	左眼影像平面中心點



(u_{r0}, v_{r0})	右眼影像平面中心點
u_l	左眼影像平面中橫向座標位置
v_l	左眼影像平面中縱向座標位置
u_r	右眼影像平面中橫向座標位置
v_r	右眼影像平面中縱向座標位置
D	左眼與右眼視差
B	左眼與右眼光學中心線的距離
t_i	第 i 個擷取時間點
$(x_i^{arm}, y_i^{arm}, z_i^{arm})$	第 i 個擷取點在手臂座標系上的位置
l_1	上臂長度
l_2	下臂長度
θ_1	機械手臂第一軸旋轉角度
θ_2	機械手臂第二軸旋轉角度
θ_3	機械手臂第三軸旋轉角度
θ_4	機械手臂第四軸旋轉角度
$(x_{hit}^{arm}, y_{hit}^{arm}, z_{hit}^{arm})$	手臂座標系中擊球點位置
$(x_d^{arm}, y_d^{arm}, z_d^{arm})$	手臂座標系中目標點位置
V_{bat}^{arm}	手臂座標系中球拍速度
V_{bat}^{pad}	拍子座標系中球拍速度
t_{hit}	擊球時間
t_f	擊球點至目標點飛行時間

第一章 緒論

1.1 研究動機

機器人自 1970 年開始，已大量運用於工業製造生產上，例如：汽車、機械與半導體等產業。經過數十年的科技發展，智慧型機器人的感測、認知、控制與通訊技術愈趨成熟，能夠與人類互動的智慧型機器人將不再是一個夢想。機器人運動控制的設計與分析部分，目前已達到成熟的階段，結合機器視覺後，除了增加機器人的感知性外，更可做到與人類之間的互動。

在擊球機器人領域中，包含各式的球類運動，例如：桌球、網球、高爾夫球等，但大部分研究目的皆為擊球，對於擊球後球的飛行軌跡並未多加著墨。研究此題目首先就擊球技術層面而言，要擊中飛行中的球體，需先使用影像追蹤快速運動的物體，並與運動控制系統整合，具有相當複雜困難的技術。例如從距離手臂幾公尺外的地方，朝向手臂丟球，影像處理技術必需能在複雜的環境中辨識出球體，並且預測球的飛行軌跡；為了能夠擊中球，球與機械手臂必須在預計的擊球時間點，同時抵達預計的擊球位置。若是球體的飛行軌跡預測有些微誤差，或是手臂控制的角度誤差，皆會造成揮棒落空；若要擊球至指定目標，則須探討擊球瞬間球與拍子碰撞之間的關係，以及控制擊球後球的飛行軌跡，故機械手臂通過擊球位置時的速度與姿態亦須精準地控制。研究擊球機器人，即在開發與整合這些相關技術，具有學術研究的價值。擊球機器人亦有在生活當中的應用性，例如可在稱為國球的棒球運動上，應用於棒球練習場提供運動選手訓練使用，或是在親子活動中增加娛樂效果，因此，此研究亦具備商業價值。

1.2 研究目的

本研究目的在於使用自行設計的四軸機械手臂，將投球者投出的球，利用機械手臂將球擊到所設定的位置，達成擊球至指定位置的目的。本研究主要分為三個部份，第一部份為機器視覺系統，使用雙眼攝影機來追蹤快速飛行的球體，將輸入影像經過影像處理，可得知球體在影像中的位置，並使用立體視覺將 2 維影像中的位置轉換成 3 維空間位置，達成追蹤飛行中的球體的目的，並且計算出球體飛行的軌跡。第二部份為機械手臂系統，由於擊球的時間相當短暫，為了使手臂能即時到達擊球點，必須設計可高速轉動的四軸機械手臂機構，並且估測出手臂動態模型參數，利用控制器來控制四軸機械手臂，使手臂能精準的跟隨所規劃的軌跡位置以及速度，讓機械手臂能即時到達擊球點。第三部份為擊球理論，因為本研究除了需要擊到球外，還需控制擊球後球的飛行軌跡，因此要建立碰撞模型，推導出拍子速度與碰撞前後球速之間的關係，並利用機構上的限制，找出擊球點以及擊球時間點，使擊球後球的飛行軌跡通過所設定的目標點，達成擊球至指定位置的目的。

1.3 論文貢獻

本論文貢獻為加入拍子速度於碰撞模型中，由於拍子速度會影響到碰撞後的球速，因此在碰撞模型中，並非使用單純的彈性係數來描述碰撞前後的球速關係，而是與拍子速度也有相關，故加入拍子速度對於擊球後球的飛行軌跡增加一項可控制項，可控制擊球後球的飛行軌跡，使擊球後的球可飛向所指定的目標點，並且在於擊球點的選擇上，使用機構限制來決定擊球點，最後搭配雙眼視覺，在即時系統中偵測高速飛行的球體，並且在自行建構的四軸機械手臂實驗平台上完成實作。

第二章 相關研究

本章描述與此論文相關的研究，其中所提到的一些方法也會實際使用在本研究的實驗機台上。利用機械視覺整合機械手臂來執行擊球動作的相關研究範圍相當廣泛，其中包含各式的球類運動，如網球、高爾夫球、乒乓球與棒球。[1]在網球運動中，使用單眼相機抓取飛行中的球，利用一台可移動的機器手臂來擊球。[2]使用兩軸的高爾夫球機器手臂，在特定的擊球速度下擊打靜止不動的高爾夫球。[3]利用事先反覆擊打的學習機制，讓經過學習的桌球機器人，可將球擊打過球網到達對面的球桌，但卻只能在特定的速度下。[4][5]使用攝影機與機械手臂，可偵測投球者所投出的球，並且在即時系統中控制手臂擊球。

在擊球機器人的機構上，[6]建造出一台大小與人相似的雙足機器人，具有雙腳、雙手、身體以及頭部，在頭部具有雙眼相機可追蹤飛行中的球體，並且具有即時全身運動控制系統，可控制機器人在快速揮棒下，不會因為揮棒動作而導致機器人不穩倒地，不過其視覺演算法並未在即時系統中實現，因此並未真實擊到球。

在研究擊球機器人時，首先要藉由機器視覺偵測球體並且估測距離，因此必須先對相機做校正，在[7][8]中有介紹了完整的相機模型，以及介紹如何修正相機的影像失真(distortion)的方法，在市面上有許多整理過的校正方法以及工具，藉由這些工具箱可讓人簡易的了解校正步驟以及使用，例如：OpenCV(Open Source Computer Vision)[9]與 Matlab 的校正工具[10]。在校正完相機後，必須對影像中的點進行距離估測，雙眼相機可採用立體視覺系統來做距離估測。在得知球體在三維空間中的位置後，為了預測球的飛行軌跡，需要對飛行中的球做軌跡估測，[11][12]將球的轉動加入球的飛行模型中，對於軌跡預測已有不錯的精準度。

關於球與球棒的碰撞模型有許多相關研究，[13]中介紹乒乓球與球桌的碰撞模型，利用乒乓球在碰撞前的軌跡資訊，可預測出乒乓球碰撞後的飛行軌跡，並且在球上標示特定的點，利用兩台高速攝影機(900Fps)偵測球的轉動，不過其球桌為靜止不動的物體，與揮動的球拍或球棒不同。Alan M. Nathan 在[14]中描述棒球與球棒的一維正向碰撞模型，可將球棒的速度加入棒球碰撞前後的速度關係式中，並且對球棒的材質以及撞擊時球棒的震盪有深入的探討。

在實際操作上，[15][5]使用雙眼視覺系統搭配高速機械手臂進行接球與擊球的動作，兩者皆在實驗成果達到一定的成效，其成功率介於4成~6.5成之間，其中[15]為接球機器人，其手臂只在二維平面上進行接球動作。[5]為擊球機器人，使用價格昂貴的高速機械手臂(1kHz)以及高速攝影機(1000Fps)，因此可將影像資訊當做回授訊號，不必預測球的飛行軌跡，並且設定擊球後球的飛行軌跡為一直線，此假設並不貼近真實軌跡。



在本研究中，使用較低速的雙眼相機(48Fps)以及簡單的影像處理，即可在複雜的環境中追蹤快速飛行的球體，並且可在電腦上即時處理完影像資訊。在機械手臂的控制上，[3]使用了學習系統，不過在擊球的過程中，球路徑的變化是多樣性且具有極大的不確定性，因此在實際擊球時，出現沒有學習過的球種，或是在學習過程中輸入的資訊不夠多，則會導致擊球率降低。在機構方面，使用自行建構的機械手臂，與[6]複雜的雙足機器人相比，其構造簡單，並且可在即時系統中運作。本研究除了可擊球外還多了擊球至指定目標的功能，雖然在[5]中也有類似的研究，不過其假設擊球後球的飛行軌跡為一直線，因此手臂速度要很快並且目標點不能距離手臂太遠，否則球會受重力影響，導致飛行軌跡並非為一條直線。在碰撞的過程中，手臂的速度會改變球的飛行軌跡，因此在本論文整合了[14]的碰撞理論，增加了一項可控制項於擊球後球的飛行軌跡中，來控制球的飛行軌跡。

第三章 影像擷取追蹤與軌跡預測

在達到擊球至指定目標之目的前，要先使用雙眼相機模擬人眼視覺，利用影像處理來追蹤球在飛行中的位置，並且標定其座標位置。

在此章前半部介紹所使用的影像處理方法，輸入影像後，先用魚眼校正將影像失真 (distortion) 校正回來，再結合背景相減以及顏色辨識兩種影像處理方式，可將影像轉為黑白二元影像，使球體顯示出來，此時畫面仍有一些小雜訊，故使用中值濾波器可以將這些小雜點濾除，而為了讓目標物更為完整，利用影像處理中形態學的膨脹，將球體影像斷開的部分接合起來，最後再使用辨識物體常用的邊緣偵測，把球體輪廓標示出來，找出目標物輪廓最外圍的四邊的點，取其中間值即可得到目標物中心點的位置。在處理速度方面，為了達到高速並且不降低解析度情況下，當影像成功追蹤時，採用局部小畫面的方式。整體影像處理流程如圖 3.1，此流程圖的每一個部份，都會在以下章節有詳細介紹。

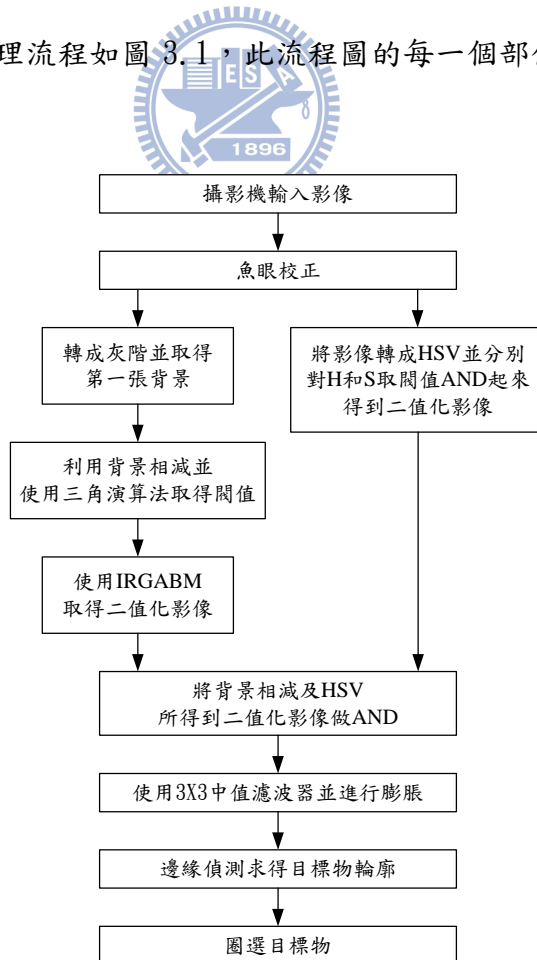


圖 3.1 影像處理流程圖

在此章後半部，介紹利用相機校正來取得相機內部及外部參數，再使用立體視覺，可將二維影像座標轉換成三維相機座標，經過座標轉換即可換成手臂座標。

最後我們所需要的是球體在空中飛行的軌跡，假設球的飛行軌跡為一條拋物線，利用影像處理與立體視覺可得知每個時間點球體在手臂座標上的位置，即可算出球體飛行的軌跡參數，並且依照每一個新進來的位置來修正軌跡參數，得到正確的落點位置。

3.1 顏色辨識

顏色辨識的方法有許多種，例如：RGB 法、向量法、HSV 法...等，本論文採用 HSV 法做顏色辨識，因為這種方法較不容易受光線亮度影響。

HSV 法是根據色彩的三個屬性：色相、飽和度和明度來確定顏色的一種方法。色度（H）是色彩的基本屬性，也就是平常所說顏色的名稱，如黃色、紅色等，取 0~360 度的數值，飽和度（S）是指色彩的純度，越高色彩越純，相對的越低則逐漸變灰，取 0~100% 的數值，明度（V）也叫做亮度，也是取 0~100% 的數值。

其色彩示意圖如圖 3.2 所示

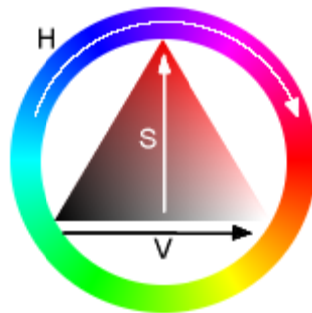


圖 3.2 HSV 色彩示意圖

將圖 3.3 輸入的兩張彩色影像，經由(3.1.1)式轉換成後 H、S、V 的二維灰階影像，如圖 3.4 所示，將圖 3.4 中的 H 和 S 兩張影像分別取閾值，其閾值設定為 $H > 127$ 、 $H < 20$ 、 $S > 180$ ，如圖 3.5 所示，將取完閾值的 H 與 S 兩張影像執行 AND 動作後，即可得到兩張二元影像，如圖 3.6 所示。

$$H = \begin{cases} \left(6 + \frac{G - B}{Max - Min}\right) \times 60^\circ, & \text{if } R = Max \\ \left(2 + \frac{B - R}{Max - Min}\right) \times 60^\circ, & \text{if } G = Max \\ \left(6 + \frac{R - G}{Max - Min}\right) \times 60^\circ, & \text{if } B = Max \end{cases} \quad (3.1.1)$$



圖 3.3 HSV 法左眼(左)與右眼(右)彩色影像

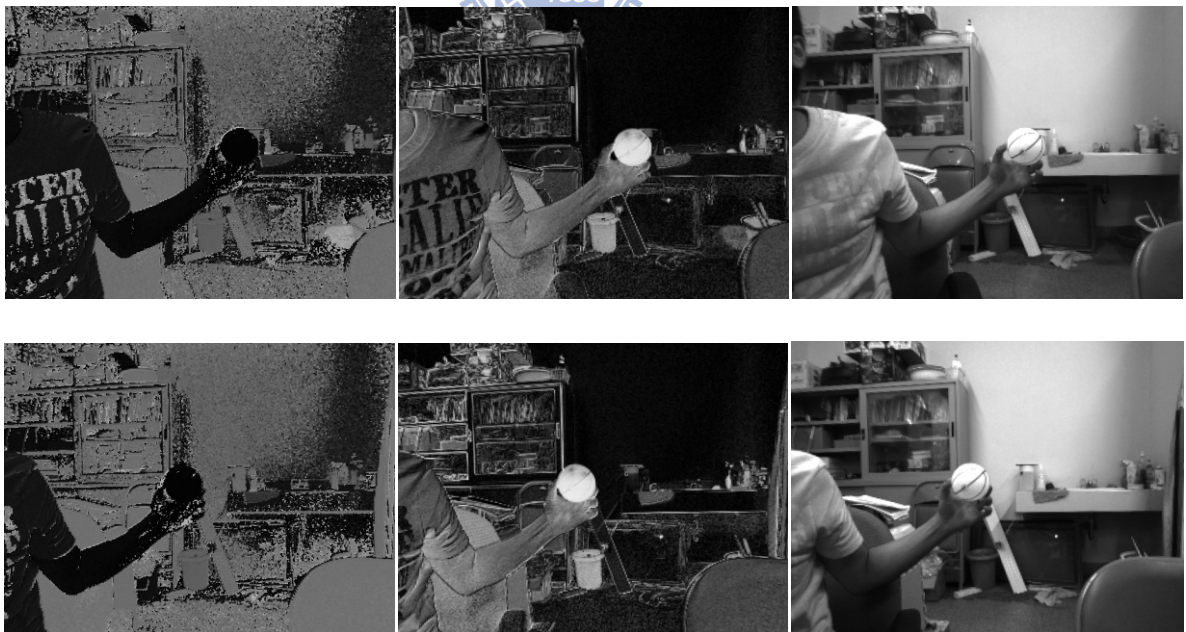


圖 3.4 HSV 灰階影像

其中上排為左眼影像下排為右眼影像，由左至右分別為 H、S、V

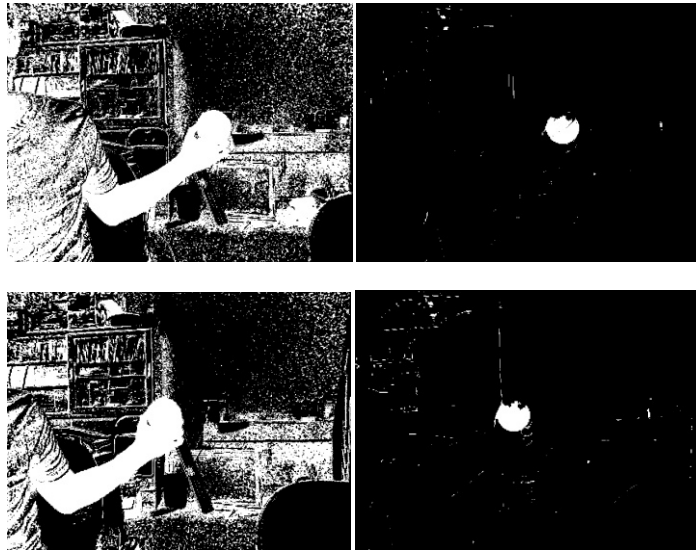


圖 3.5 取閾值後的 H 和 S 影像

其中上排為左眼影像下排為右眼影像，左排為 H 影像，右排為 S 影像

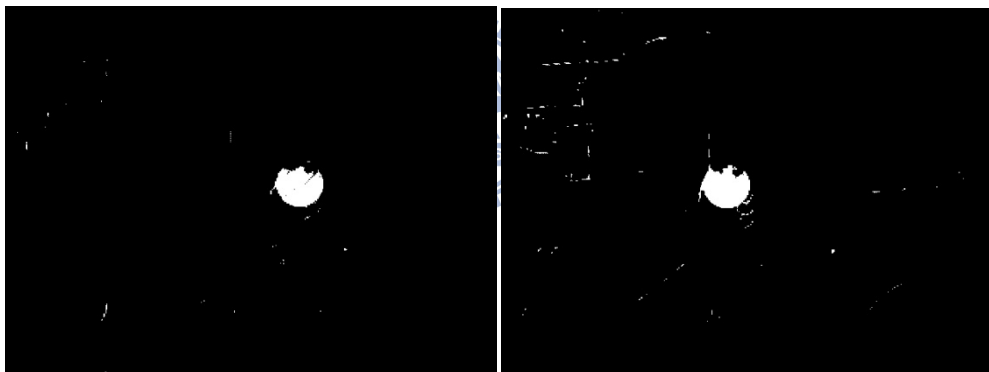


圖 3.6 AND H 和 S 的二元影像

3.2 背景相減

在抓取移動中的物體時，背景相減法是較為快速簡單且直接的方法，利用建立好的背景，先將彩色背景影像轉成灰階影像，並把擷取下來的彩色影像轉成灰階影像，將灰階的背景影像與擷取的灰階影像做相減，即可顯示出與背景相異的像素。傳統的背景相減法為靜態背景模型，其背景模型如(3.2.1)式

$$B_{x,y}^k = I_{x,y}^0, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.2.1)$$

其中， $B_{x,y}^k$ 表示位於 x, y 像素的第 k 張背景灰階值

$I_{x,y}^0$ 則代表位於 x, y 像素的初始輸入影像灰階值

此方法的優點是簡易且運算速度快，只需要輸入影像與最初的靜態背景相異時就會被顯示出來，但此方法也有許多缺點，例如：雜訊影響、場景中光線改變與新靜止物體加入，或是當攝影機鏡頭遭受一些外力干擾導致鏡頭有些許的震動時，就會造成相當大的影響。

3.2.1 IRGABM 模型

改良上述背景相減的方法，採用新型背景模型[16]所提出的 IRGABM(Improved Running Gaussian Average Background Model)法，其中提到產生干擾影像的雜點共分為兩種，變化快但改變較小的雜訊效應，以及變化慢但改變較大的變化光照效應，此方法利用兩個參數 α_1 與 α_2 調整更新新背景像素值的比重，不但可改善閾值背景模型所產生的殘影問題，更可去除雜訊效應，但變化較大的光照效應較難除去。假使在影像處理時，有加入新物體且一段時間後固定不動，則此物體會漸漸被更新成為背景，前景與背景相減表示為 $AD_{x,y}^k = |I_{x,y}^k - B_{x,y}^{k-1}|$ ，而 Th 為閾值可自行設定，在下一小節中會介紹如何選取閾值，此模型的數學式如(3.2.3)所表示

$$B_{x,y}^k = \begin{cases} (1 - \alpha_1)B_{x,y}^{k-1} + \alpha_1 I_{x,y}^k, & k > 0, AD_{x,y}^k < Th \\ (1 - \alpha_2)B_{x,y}^{k-1} + \alpha_2 I_{x,y}^k, & k > 0, AD_{x,y}^k > Th \\ I_{x,y}^0, & k = 0 \end{cases} \quad (3.2.3)$$

其中 α_1 、 α_2 兩個參數可依照需求自行調整，數字越小背景更新越慢，通常 $\alpha_2 < \alpha_1$

原始背景如圖 3.7 所示，之後有一隻手進入影像，並且靜止一段時間不動，前景如圖 3.8 所示，而經過背景相減後的結果如圖 3.9 所示，其參數設定為 $\alpha_1 = 0.3$ 、 $\alpha_2 = 0.15$ 。



圖 3.7 IRGABM 法左眼(左)與右眼(右)彩色背景



圖 3.8 IRGABM 法左眼(左)與右眼(右)彩色前景

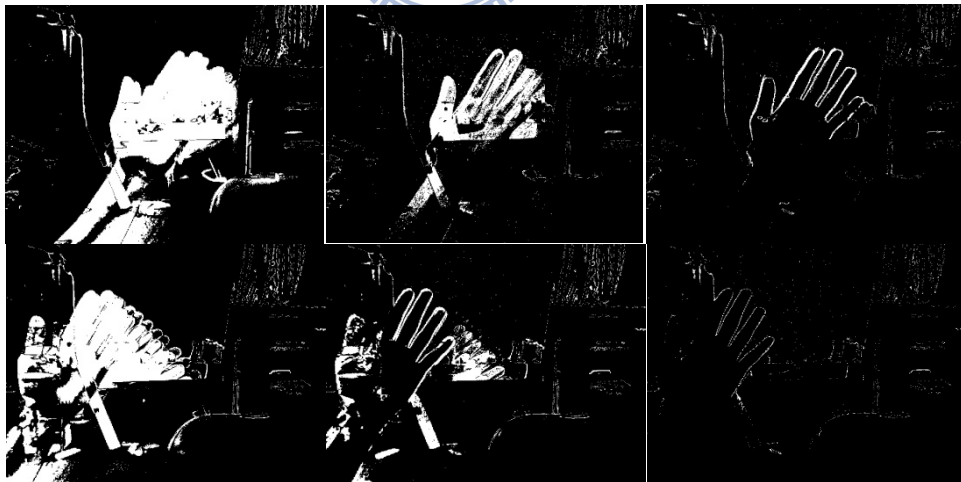


圖 3.9 IRGABM 法左眼(上排)與右眼(下排)使用背景相減結果(左)持續 2 秒(中)4 秒(右)

由圖 3.9 可明顯觀察出，當新加入物體一小段時間持續不動後，就會慢慢被更新為新背景消失，到最後完全成為新背景，因此即使攝影機鏡頭遭受到一些干擾，隔一小段時間後，經過背景相減後也不受到影響。

3.2.2 三角演算法

使用 IRGABM 背景相減法在閾值的選取時，若將閾值固定則會造成影像中有殘影的情況發生，為了避免此現象，故採用 G. W. ZACK 於 1977 年提出[17]，在選取閾值時，找出整張影像灰階值分布直方圖中的最高點與最低點並連成一線，再求得與這條直線最遠距離的灰階值，此灰階值即為閾值，如圖 3.10 所示。使用此方法時，每新進一張影像就會重新計算更新閾值，使得閾值為動態。由於三角演算法所要求的直方圖的圖形與本實驗所出現的直方圖相似，因此使用三角演算法來做為本實驗選取動態閾值的方法。

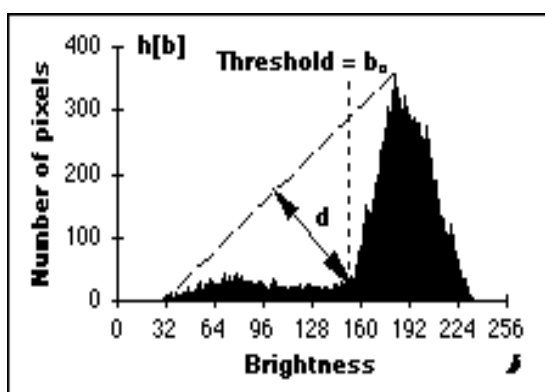


圖 3.10 三角演算法示意圖，其中 d 即為閾值

3.3 中值濾波器

輸入影像(如圖 3.11)經過顏色辨識法以及背景相減法處理過後，如圖 3.12 所示，在影像中仍然會有一些雜訊，為了使追蹤目標物更加精準，降低追錯目標物的機會，故在此加入一個濾波器處理，使處理過後的畫面更乾淨簡單，如圖 3.13 所示。

中值濾波器是一種非線性的空間濾波器，對於胡椒鹽式雜訊，提供了絕佳的雜訊降低效能，並且與相同大小的線性平滑濾波器有顯著較小的模糊化。

其響應建立在由濾波器所包圍的影像區域中所包含像素的順序，然後由排序結果決定的值來取代中心像素的值。將像素的值用該像素(像素的原始值包含在中值的計算內)

近鄰灰階的中間值來取代。在執行中值濾波器時，我們首先把問題裡的像素與其鄰近像素的值做排序，並且決定其中間值，然後把這個值指定到該像素。在此使用 3×3 大小的中值濾波器，因為此大小的濾波器運算量最小，且相對的計算時間也較小。

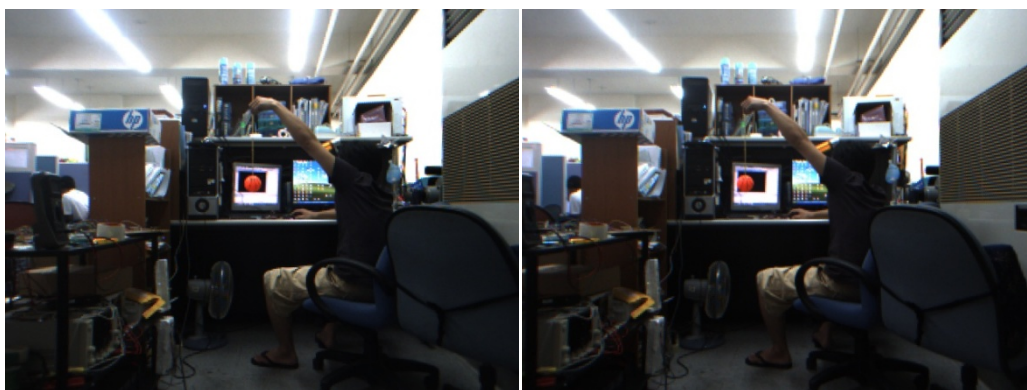


圖 3.11 中值濾波器處理前左眼(左)與右眼(右)輸入影像

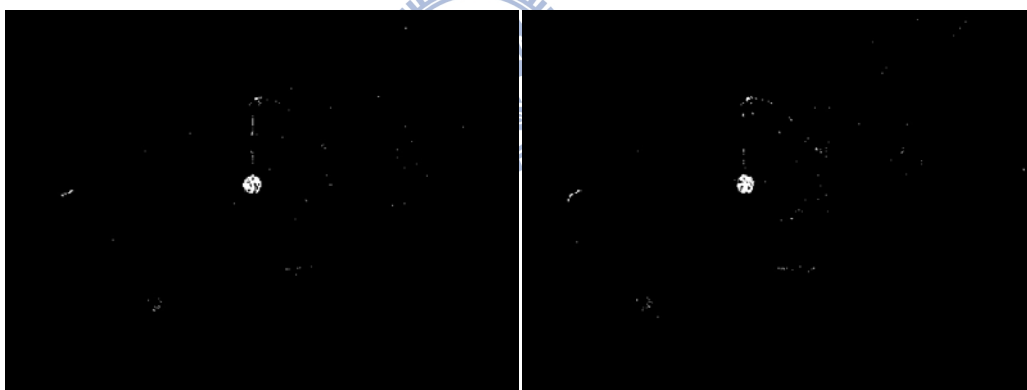


圖 3.12 左眼(左)與右眼(右)影像經過顏色辨識法以及背景相減法處理

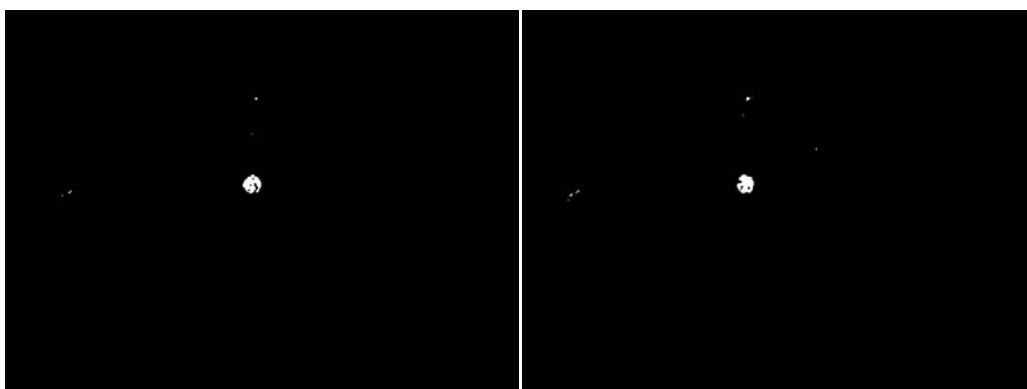


圖 3.13 左眼(左)與右眼(右)影像經過中值濾波器處理後

3.4 膨脹

在影像處理中，利用數學的集合理論可以描述影像中的區域與邊界，在數學形態學裡的集合代表影像中的物體，而在此我們利用形態學中的膨脹，來處理影像中的閉合。

原始影像經過上述幾個影像處理後，如圖 3.13，觀察畫面可看出，在畫面中有些連接處發生不連接的情形，為了使這些連接處接合，利用形態學中的膨脹來處理，如圖 3.14 所示。

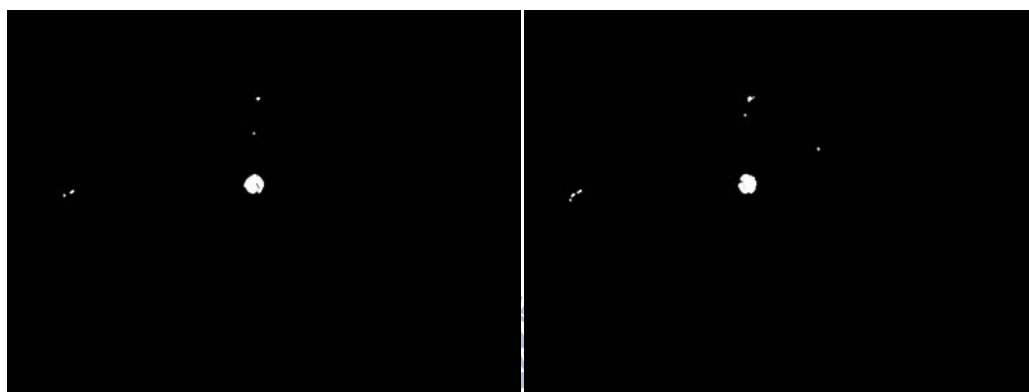


圖 3.14 左眼(左)與右眼(右)影像經過膨脹處理

當 A 與 B 為 Z^2 中的兩個集合， A 藉由 B 的膨脹表示為 $A \oplus B$ ，其示意圖如圖 3.15 所示，其數學表示式為

$$A \oplus B = \left\{ z \mid \left(\hat{B} \right)_z \cap A \neq \phi \right\} \quad (3.4.1)$$

其中 B 稱為結構元素， $\left(\hat{B} \right)_z$ 表示為對其原點的反射並平移此反射 z 單位

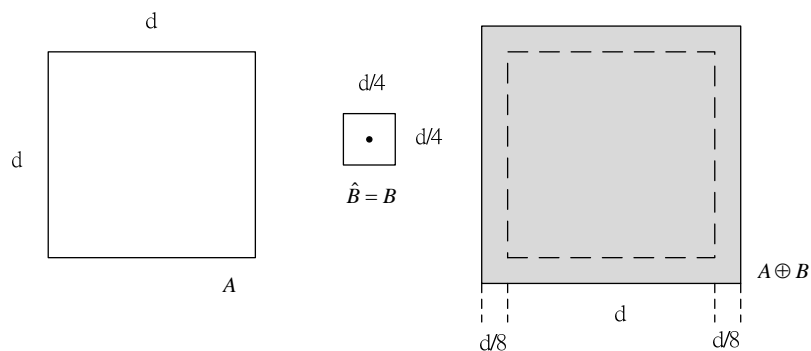


圖 3.15 集合 A (左)、結構元素 B (中)、膨脹後結果(右)

3.5 縮減處理時間

在影像擷取過程中，攝影機輸入影像速度為 48fps，相當於每經過 21 毫秒(ms)就會輸入兩張 640×480 大小的影像，在這麼短的時間內，單單只考慮影像處理部分就很難處理完如此大量的影像資訊，為了不讓影像流失，採取兩種方法來縮減影像處理的時間，第一種方法從電腦程式方面下手，使用 OpenMP (Open Multi-Processing)[18]多執行緒程序設計做平行運算，可同時處理左眼影像與右眼影像，使處理時間縮短一半。

第二種方法則是採用減少 ROI(region of interest)的範圍，也就是小畫面處理。在相機開啟後，會先以 640×480 大小的影像去搜尋目標物，當前一張的雙眼影像皆擷取到目標物位置後，縮減 ROI 的範圍，並且將此目標物中心點設定為新的 ROI 中心點，可使小畫面隨著目標物移動處理區域。由於目標物在縱向位置變化較大，故將小畫面的 ROI 設定為 100×300 的大小，如此一來可讓目標物一直處於小畫面內，又可大量減少運算時間。ROI 切換簡易流程如圖 3.16。

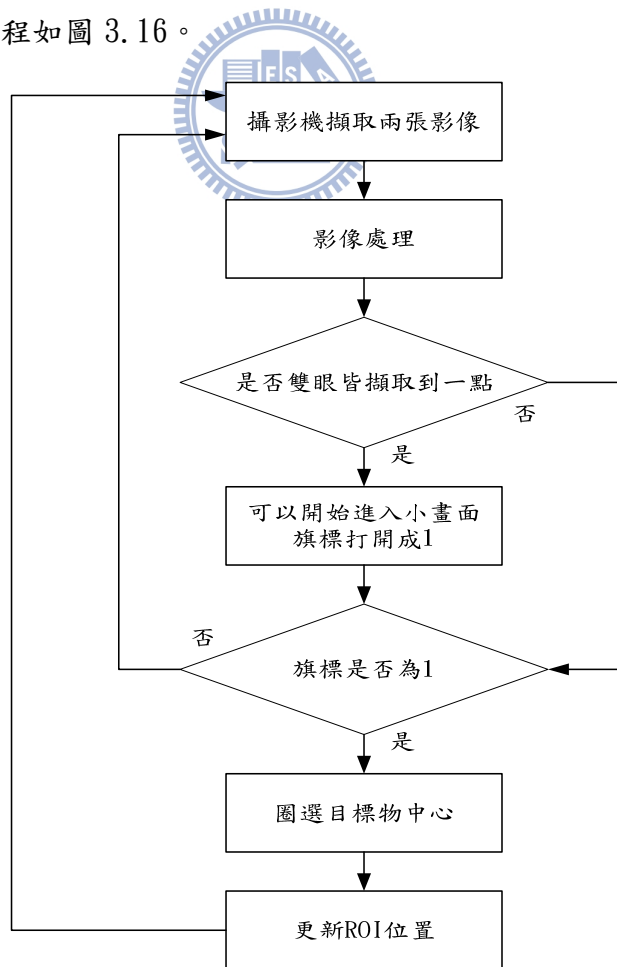


圖 3.16 ROI 流程圖

3.6 相機校正

在電腦視覺理論中，從相機的二維影像中獲得三維的立體資訊，要先取得一些相機參數，也就是一般的內部參數以及外部參數，每一台相機在製造過程中都會產生自己獨有的內部參數，由於其擺設方式的不同也會產生一組外部參數，因此要藉由相機校正的方法來獲得所需要的參數。在此小節會介紹相機模型，以及所產生的內部參數以及外部參數，取得這些相機參數後，可利用下一小節所介紹的立體視覺，即可將雙眼影像的二維影像平面轉為三維立體資訊。

在3.6與3.7節中會使用到兩個座標系，分別為二維影像座標系與三維相機座標系，影像座標系原點位於影像的左上角， u 軸方向為水平方向，往右為正， v 軸方向為垂直方向，往下為正，其示意圖如圖 3.17。相機座標系原點位於左眼相機中心點，其 X^{camera} 軸方向為相機左眼朝右眼， Y^{camera} 軸方向為真實空間中的高度，正向朝下。 Z^{camera} 軸方向則由右手定則決定，其示意圖如圖 3.18。

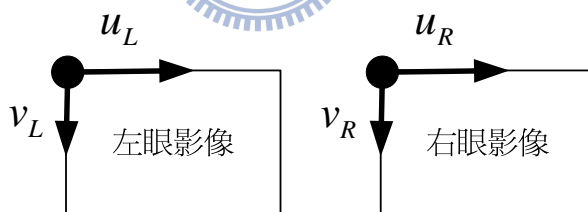


圖 3.17 影像座標系示意圖

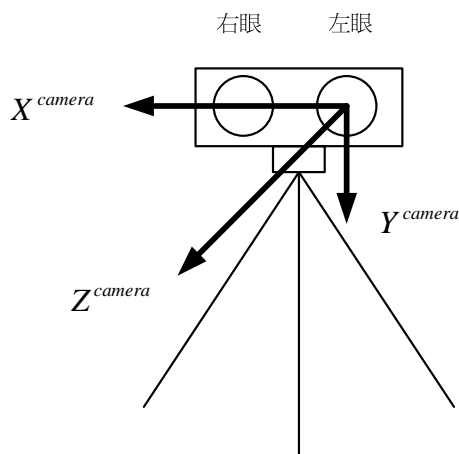


圖 3.18 相機座標系示意圖

3.6.1 相機內部參數

首先介紹幾何相機模型，又稱為針孔投影模型(pinhole camera model)，如圖 3.19 所示。

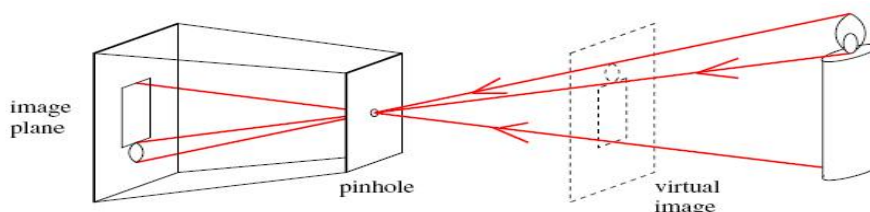


圖 3.19 針孔投影模型

P 為物體在相機座標系上的位置， C' 點為相機座標原點 O 沿著光學中心線(optical axis)與影像平面的交點， P' 點為 P 點透過原點 O 投影在影像平面上的點， C' 與 O 點的距離則為相機焦距 f (focal length)，如圖 3.20 所示。

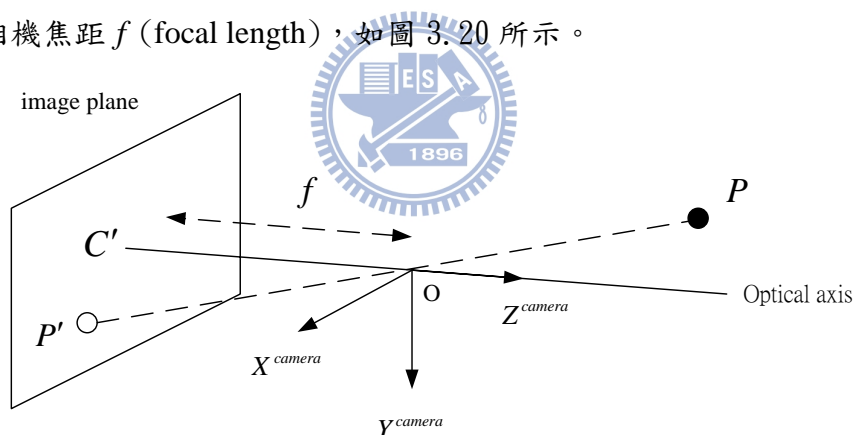


圖 3.20 投影示意圖

在一開始推導時，先假設影像座標原點為 C' 點，並且令其 u 、 v 軸方向與本論文定義的影像座標同向，如圖 3.17 所示，在之後的推導中會將原點修正回影像的左上角，與本論文所定義的影像座標相符合。由圖 3.20 可看出 $P(x, y, z)$ 點透過原點 O 投影到影像平面 $P'(u_p, v_p, z_p)$ 點，其中 P' 點在影像座標上與 C' 點在水平方向距離 u_p 垂直方向距離 v_p ，而 z_p 在相機座標上表示為 $-f$ ，故可藉由圖 3.20 中的幾何關係在相機座標上推出 (3.6.1) 式

$$\begin{cases} u_p = -f \frac{x}{z} \\ v_p = -f \frac{y}{z} \end{cases} \quad (3.6.1)$$

然而，在實際相機中的像素並非是一個正方形，而是長方型的形狀，因此其長短軸並不同，故將(3.6.1)式分別乘上兩個參數 k 與 l ，其單位為 pixel/m，並令 $\alpha = -kf$ 與 $\beta = -lf$ ，可將(3.6.1)式改寫為(3.6.2)式。

$$\begin{cases} u_p = \alpha \frac{x}{z} \\ v_p = \beta \frac{y}{z} \end{cases} \quad (3.6.2)$$

C' 為影像中心點，但其實際位置與影像正中心有誤差，故在此加入影像中心點 (u_0, v_0) 來做修正，並且可將影像座標原點移到影像的左上角，改寫(3.6.2)式為(3.6.3)式，如圖 3.21 所示。



$$\begin{cases} u_p = \alpha \frac{x}{z} + u_0 \\ v_p = \beta \frac{y}{z} + v_0 \end{cases} \quad (3.6.3)$$

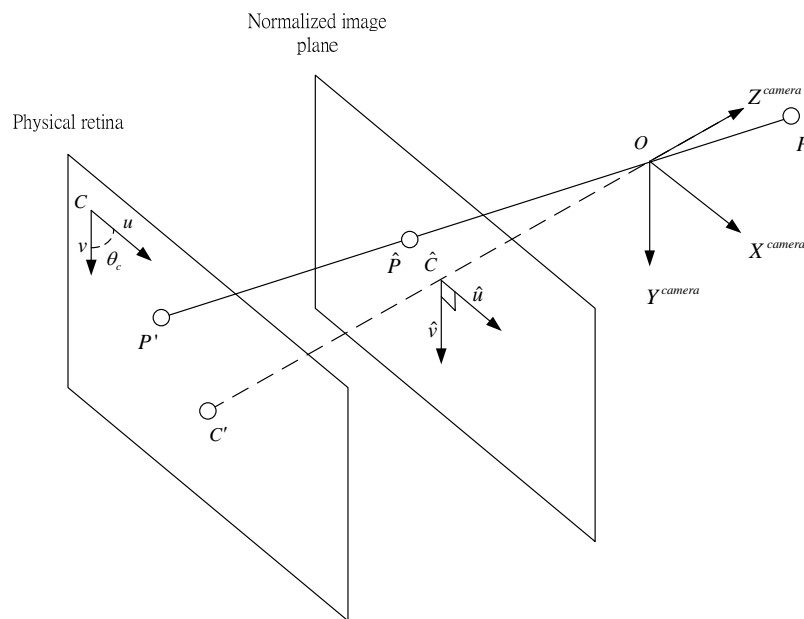


圖 3.21 實際相機內部

在相機製造過程中，影像正交軸 u 和 v 通常不會剛好呈現垂直的關係，而會呈現 θ_c 度的夾角(如圖 3.21 所示)，因此修正為(3.6.4)式

$$\begin{cases} u_p = \alpha \frac{x}{z} - \alpha \cot(\theta_c) \frac{y}{z} + u_0 \\ v_p = \frac{\beta}{\sin(\theta_c)} \frac{y}{z} + v_0 \end{cases} \quad (3.6.4)$$

若影像平面座標與相機座標皆用齊次座標表示法，則可令影像平面座標為 $P' = (u_p, v_p, 1)$ ，相機座標為 $P = (x, y, z, 1)$ ，將(3.6.4)式亦改寫為齊次座標表示形式，整理成(3.6.5)式為

$$P' = \frac{1}{z} \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \cot(\theta_c) & u_0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{\sin(\theta_c)} & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} P = \frac{1}{z} MP = \frac{1}{z} [K \quad 0] P \quad (3.6.5)$$

上面推導完成相機模型後，可看出五個相機內部參數，分別是 α 、 β 、 θ_c 、 u_0 、 v_0 。利用 Camera Calibration Toolbox for Matlab[10]此工具箱，先拍攝數張不同角度的校正板影像，如圖 3.22 所示，將每張影像中校正板的角落標示出來後，即可用此工具箱算出每一張影像的內部參數，再做最佳化讓誤差值降到最小。

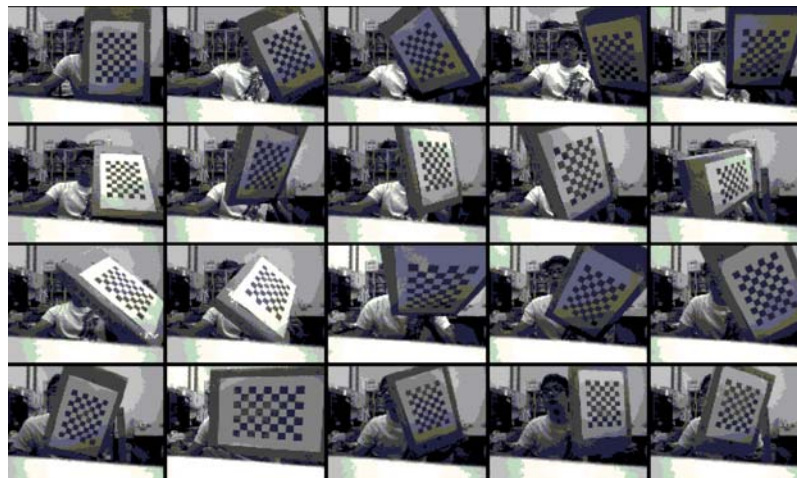


圖 3.22 拍攝校正板影像

最後，將相機左眼與右眼分別校正後，算出各眼的內部參數矩陣 K ，如(3.6.6)所示

$$K_{left} = \begin{bmatrix} 498.67 & 0 & 314.88 \\ 0 & 498.03 & 231.35 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, K_{right} = \begin{bmatrix} 497.62 & 0 & 322.96 \\ 0 & 497.96 & 235.74 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6.6)$$

3.6.2 相機外部參數

在單眼相機中，外部參數代表相機座標與空間中某一個固定座標系(手臂座標系)之間的轉換，將上述的五個內部參數再結合六個外部參數，分別對 x, y, z 軸做旋轉與平移，即為相機模型所涵蓋的 11 個參數。將(3.6.5)式結合外部參數後，可得到

$$P' = \frac{1}{z} MP = K [R \quad t] P \quad (3.6.7)$$

其中 M 為 3×4 校正矩陣， K 為 3×3 內部參數矩陣，

R 為 3×3 對三軸旋轉矩陣， t 為 3×1 對三軸平移向量

在雙眼相機中，外部參數表示為左眼相機座標與右眼相機座標之間的相對位置，假設 O_w 為空間中一點， P_L 是 O_w 點相對於左眼相機的座標， P_R 是 O_w 點相對於右眼相機的座標，因此左右眼相機座標的轉換關係即為(3.6.8)式

$$P_R = R * P_L + T \quad (3.6.8)$$

其中 R 為 3×3 旋轉矩陣， T 為 3×1 平移向量

利用 Matlab 的 toolbox，可求出旋轉矩陣以及平移向量，如(3.6.9)式所示。圖 3.23 顯示校正板與雙眼相機系統的相對位置，其中左邊兩個錐形分別代表左眼與右眼相機，而右邊則是校正板的位置，校正板上方的編號為圖 3.22 所拍攝的順序編號。

$$R = \begin{bmatrix} 0.5093 & 0.8604 & -0.0182 \\ -0.8606 & 0.5093 & 0.0005 \\ 0.0097 & 0.0154 & 0.9998 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} -162.36 \\ -0.10 \\ -1.04 \end{bmatrix} \quad (3.6.9)$$

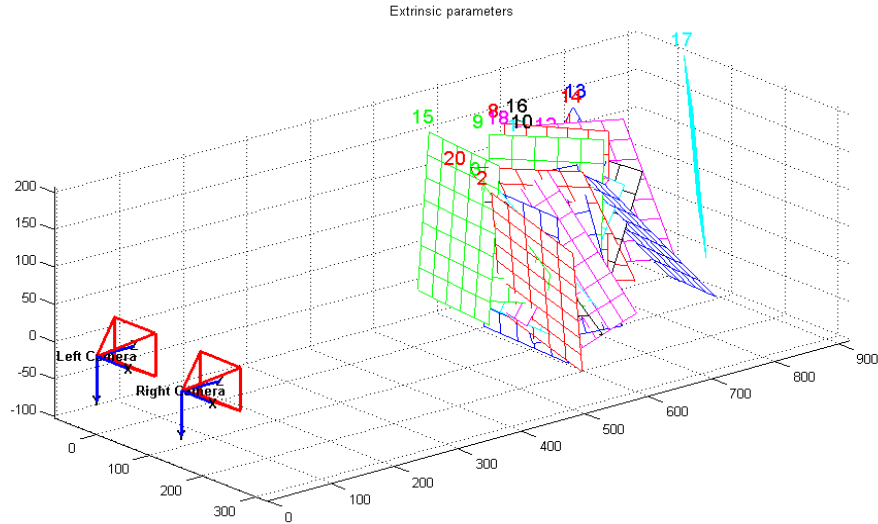


圖 3.23 雙眼相機系統與校正板相對位置圖

3.7 預測球體飛行軌跡



經過影像處理後，可將每個時間點球的中心位置在影像中標示出來，再利用相機校正所得到的內部參數，搭配立體視覺，即可將球的位置從二維影像轉成三維資訊，接下來搭配一條拋物線軌跡，即可找出球體的飛行軌跡，藉由每個時間新進來的位置來更改軌跡參數，達到即時更新軌跡的目的，使預測的軌跡更為精準。

3.7.1 立體視覺

相機座標中的點 $P^{camera} (P_x^{camera}, P_y^{camera}, P_z^{camera})$ 對應到左右眼影像上分別為 (u_l, v_l) 和 (u_r, v_r) ，而立體視覺(stereo vision)是利用幾何關係，用影像上左右兩眼的視差(disparity)來算出景深 (depth)，圖 3.24 為立體視覺的示意圖。

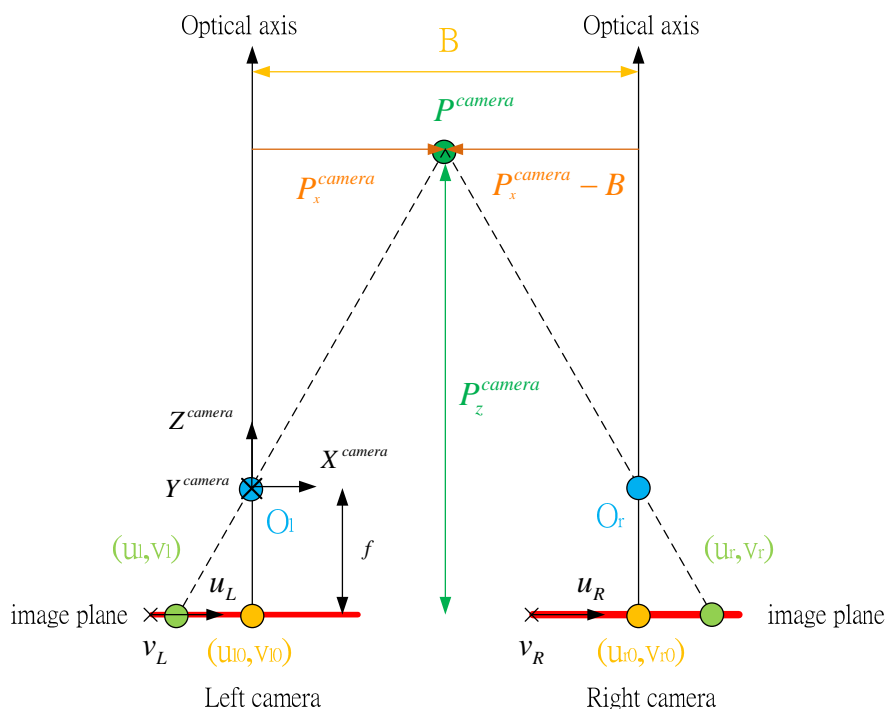


圖 3.24 立體視覺示意圖

其中 O_l 與 O_r 為左眼與右眼相機中心， (u_{l0}, v_{l0}) 與 (u_{r0}, v_{r0}) 分別為左右眼影像中心， B (base line) 為左右眼相機光學中心線的距離， X^{camera} 、 Y^{camera} 與 Z^{camera} 為相機座標， u_r 、 v_r 、 u_l 、 v_l 為左右眼影像座標

由圖 3.24 可看出兩個相似三角形的幾何關係，可列出(3.7.1)式與(3.7.2)式

$$u_l - u_{l0} = \frac{(-f) * P_x^{camera}}{P_z^{camera}} \quad (3.7.1)$$

$$u_r - u_{r0} = \frac{(-f) * (P_x^{camera} - B)}{P_z^{camera}} \quad (3.7.2)$$

而兩眼的視差為 $D = (u_r - u_{r0}) - (u_l - u_{l0})$ ，可推出(3.7.3)式，即可算出景深 P_z^{camera}

$$P_z^{camera} = \frac{f * B}{D} \quad (3.7.3)$$

此時算出景深後，由於相機座標原點為左眼相機中心點，再利用另外兩個相似三角形的幾何關係，推出(3.7.4)與(3.7.5)式

$$P_x^{camera} = \frac{P_z^{camera} * (u_l - u_{l0})}{-f} \quad (3.7.4)$$

$$P_y^{camera} = \frac{P_z^{camera} * (v_l - v_{l0})}{-f} \quad (3.7.5)$$

利用立體視覺可將二維影像座標轉換為三維相機座標，不過在輸入影像大小為640×480的解析度，當估測物體距離太遠時，其位置變化量在影像上的不到一個像素，此時即無法估測出其距離，因此，此方法有其極限在，不過就目前所使用的範圍大約在1~3公尺之間，其精準度在可接受的範圍內。



3.7.2 預測飛行軌跡

當知道每個時間點球體的位置後，為了之後的運算方便，先將球體的位置從相機座標轉換到空間中一個固定的座標系，此座標系即為機械手臂座標，在4.1節中會有詳細的介紹，之後即可利用球體的位置算出飛行軌跡。忽略空氣阻力以及球體旋轉所造成的影響，在空中球體的飛行軌跡，近似於一條拋物線，也就是在空間中球速的水平分量不變，只有在垂直方向有地心引力的影響，所造成在垂直方向有多一個加速度項，其拋物線方程式如(3.7.6)式所表示

$$\begin{cases} x_i^{arm} = c_{x0} + c_{x1} * t_i \\ y_i^{arm} = c_{y0} + c_{y1} * t_i \\ z_i^{arm} = c_{z0} + c_{z1} * t_i - \frac{1}{2} * g * t_i^2 \end{cases}, i = 1 \dots n \quad (3.7.6)$$

其中 i 代表擷取到的點數， t_i 代表擷取到第 i 點的時間

每當擷取到一張影像時，可得知一組相機座標的位置，因此從(3.7.6)式可看出，當擷取到兩張影像的時候，即可算出一組軌跡參數 $(c_{x0}, c_{x1}, c_{y0}, c_{y1}, c_{z0}, c_{z1})$ ，當大於兩張影像時，則利用最小平方誤差法求出參數。

球體飛行時間總共大約 0.4 秒，而相機每 21 毫秒就拍攝一次，所以在整體飛行時間內總共會拍攝 19 次左右，理論上來說，擷取的點數越多則參數的誤差應該越小，不過用全部張數所算出的軌跡參數並不理想，因為實作上來看，以目前相機 640×480 的解析度，越後面所擷取到的點距離相機越遠，相對的估測位置也就比較不精準，因此設定當估測位置距離相機大於 3m 後，即不再增加新進來的位置去更新軌跡參數。



第四章 機械手臂控制與路徑規劃

本章介紹自行設計的四軸機械手臂平台，主要分為兩個部分來介紹，第一部分介紹論文中所使用的機械手臂平台，首先介紹機械手臂平台的設計概念與目的，接著介紹機械手臂系統中包含的動力學模型以及馬達模型，並將兩個模型結合整理出完整機械手臂的動態模型。第二部分則是為了讓機械手臂依照所設定的擊球軌跡順利動作，利用計算力矩控制器來操控機械手臂，並規劃路徑使手臂移動到要擊打的位置以及所需的速度，其中包含相關的 D-H model 以及運動學和逆運動學。

本論文所使用之機械手臂包含兩臂(link)、球拍(racket)與四個軸(joint)。其中肩膀(shoulder)連接基座與上臂，由兩軸所構成，且基座是靜止不動的；手肘(elbow)連接上臂與下臂，由一軸所構成；手腕(wrist)連接下臂與拍子，由一軸所構成。由於擊球點位於拍子中心點，且第四軸只用於轉動拍子，故於本章節的所有推導皆使用前三軸，並不包含第四軸。手臂各部位名稱示意圖如下：

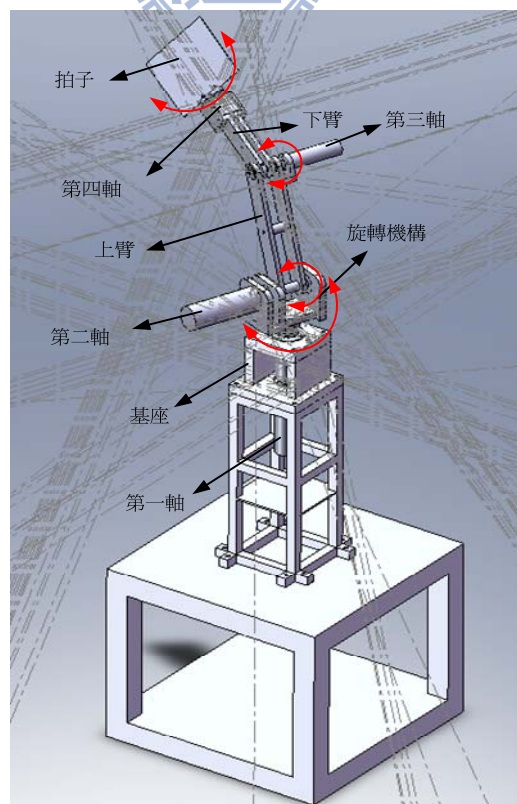


圖 4.1 手臂各部位示意圖

4.1 機械手臂設計

本研究建構的實驗平台為機械手臂，主要目的為擊球，因此設計類似於人體的肩膀以及手肘，在肩膀部分裝有兩顆直流馬達，分別可對上臂做旋轉及俯仰兩種動作，手肘部分裝有一顆直流馬達，可對下臂做俯仰動作，此三顆直流馬達末端皆裝有編碼器可量測轉動角度，由於擊球點設定在拍子的中心點，故最後在下臂末端裝置一顆步進馬達，專門用來轉動拍面，其示意圖如圖 4.2。

在此章使用到手臂座標系，其原點為上臂的旋轉中心點， Z^{arm} 軸為垂直底座的高度，向上為正。 X^{arm} 軸平行於基座平面，方向為自相機左眼中心點指向 Z^{arm} 軸， Y^{arm} 軸方向則由右手定則決定。手臂的初始位置位於 θ_1 、 θ_2 與 θ_3 皆為零度的位置，也就是平行 Z 軸的姿勢。 l_1 與 l_2 分別為機械手臂的上臂與下臂，其長度皆為 26 公分，因為人體的上臂以及下臂大約為此長度。

由於第一軸馬達架設在基座上，第二軸馬達架設在第一軸的旋轉機構上，而第三軸馬達架設在上臂，故 m_1 為第一軸旋轉機構以及第二軸馬達的質量， m_2 為上臂與第三軸馬達的質量， m_3 為下臂與第四軸馬達的質量， l_{c1} 、 l_{c2} 與 l_{c3} 為上述的質量中心點， I_1 、 I_2 與 I_3 則是質量中心點對於旋轉軸的轉動慣量，角度 θ_1 為原點朝向下臂末端點在 XY 平面投影點的延伸與 X 軸的角度，角度 θ_2 是從 Z 軸往上臂方向的夾角，角度 θ_3 是從上臂的延伸方向往下臂方向的夾角。

由於這是一隻擊球機械手臂，對於手臂移動速度上有相當程度的要求，故主要採用密度 2.7 公噸/立方米的鋁合金所構成，主要目的為減輕重量，使馬達可更快速移動手臂，其餘承受重量的部分則用較堅固的中碳鋼材質，並在旋轉關節部份裝置軸承，承受重量並降低旋轉所產生的摩擦力。在馬達的挑選方面，馬達負載重量並不輕且離馬達旋轉軸有段距離，因此以馬達扭力(torque)為基本考量，盡量挑選扭力大轉速高且重量輕的馬達，之後再選擇齒輪機所搭配的齒輪比，利用齒輪機會將馬達的扭力提升，但是馬達轉速則相對會降低，因此選擇一個適當的齒輪機，使馬達可提供足夠的扭力且達到所預期的轉速。

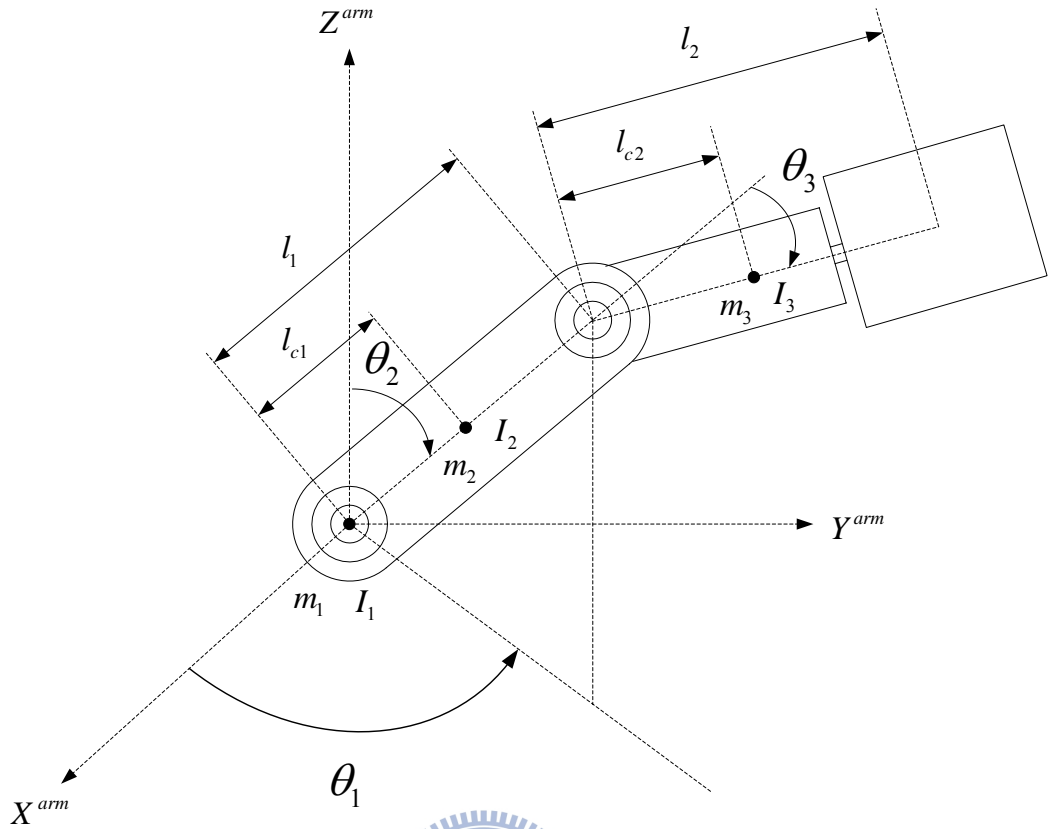


圖 4.2 機械手臂示意圖



4.2 動力學模型

考慮如圖 4.2 所示的機械手臂，經由 Lagrangian Equation[19]推導可得到機械手臂的動力學方程式，如(4.2.1)式

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B(\dot{\theta}) = \tau \quad (4.2.1)$$

其中 θ 為機械手臂前三軸的轉動角度， $M(\theta)$ 代表手臂的質量慣性矩陣， $C(\theta, \dot{\theta})$ 為向心力與柯氏力項矩陣，以上兩個矩陣皆為 3×3 矩陣， $G(\theta)$ 為重力項向量， $B(\dot{\theta})$ 為摩擦力項向量，以上兩個皆為 3×1 的向量， τ 為致動器傳至三軸上的扭力。另外，在此處假設摩擦力 $B(\dot{\theta})$ 為庫倫摩擦力與黏滯摩擦力，黏滯摩擦力為黏滯摩擦力係數 b 乘上角速度，庫倫摩擦力為庫倫摩擦力係數 f_c 乘上角速度的方向性，摩擦力係數皆設為常數。

其詳細內容如下：

$$M_{11}(\theta) = m_1 l_{c1}^2 \sin^2(\theta_2) + m_2 l_{c2}^2 \sin^2(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_1^2 \sin^2(\theta_2) + 2m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) + I_1$$

$$M_{12}(\theta) = 0$$

$$M_{13}(\theta) = 0$$

$$M_{21}(\theta) = 0$$

$$M_{22}(\theta) = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_2 + I_3$$

$$M_{23}(\theta) = m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_3$$

$$M_{31}(\theta) = 0$$

$$M_{32}(\theta) = m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_3$$

$$M_{33}(\theta) = m_2 l_{c2}^2 + I_3$$

$$C_{11}(\theta, \dot{\theta}) = m_1 l_{c1}^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_2 + m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\ + m_2 l_1^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_3 + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_3$$

$$C_{12}(\theta, \dot{\theta}) = m_1 l_{c1}^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_1 + m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ + m_2 l_1^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1$$

$$C_{13}(\theta, \dot{\theta}) = (m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2)) \dot{\theta}_1$$

$$C_{21}(\theta, \dot{\theta}) = - \left(m_1 l_{c1}^2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_1^2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) \right) \dot{\theta}_1 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) + m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2)$$

$$C_{22}(\theta, \dot{\theta}) = -m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_3$$

$$C_{23}(\theta, \dot{\theta}) = -m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_2 - m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_3$$

$$C_{31}(\theta, \dot{\theta}) = - (m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2)) \dot{\theta}_1$$

$$C_{32}(\theta, \dot{\theta}) = m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_2$$

$$C_{33}(\theta, \dot{\theta}) = 0$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_1 g l_{c1} \sin(\theta_2) - m_2 g l_1 \sin(\theta_2) - m_2 g l_{c2} \sin(\theta_2 + \theta_3) \\ -m_2 g l_{c2} \sin(\theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

$$B(\theta) = \begin{bmatrix} b_1 \dot{\theta}_1 + f_{c1} \text{sign}(\dot{\theta}_1) \\ b_2 \dot{\theta}_2 + f_{c2} \text{sign}(\dot{\theta}_2) \\ b_3 \dot{\theta}_3 + f_{c3} \text{sign}(\dot{\theta}_3) \end{bmatrix}$$

在此系統中，已知狀態為可量測之角度 θ ，而未知狀態則為角速度 $\dot{\theta}$ 。動力學模型的動態方程式可表示成下列型式：

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ M(\theta)^{-1} [\tau(t) - C(\theta, \dot{\theta}) - G(\theta) - B(\dot{\theta})] \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

接下來考慮致動器部分，本研究機台前三軸所使用的致動器裝置是由三顆直流有刷馬達來直接驅動並傳送扭力，為了使控制更加精準以及動力學模型的完整性，將馬達的物理參數一併考慮進動力學模型之中。典型的直流馬達驅動系統如圖 4.3 所示

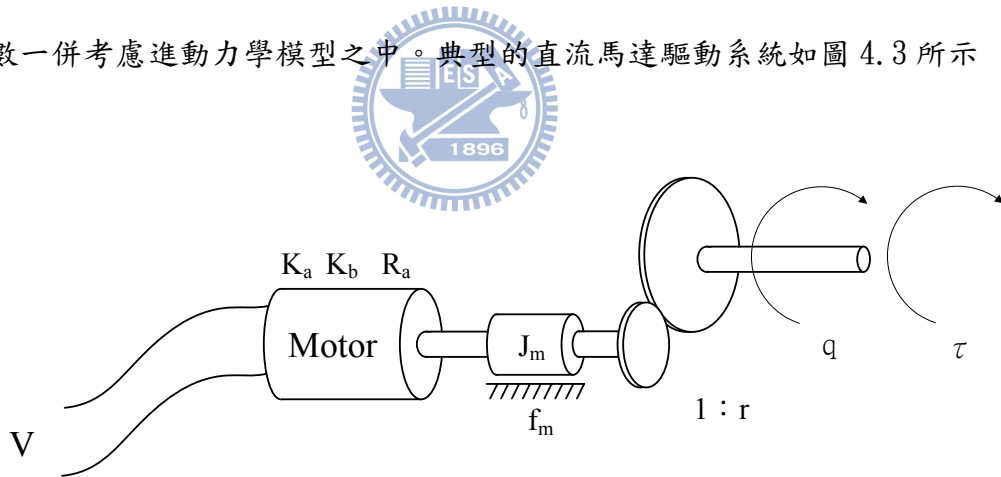


圖 4.3 直流馬達示意圖

一般使用二階線性微分方程式來表示其電氣機械等效電路，進而推導出馬達電樞的輸入電壓 v 與輸出力矩 τ 之間的動態方程式，如(4.2.3)所示

$$J_m \ddot{\theta} + f_m \dot{\theta} + \frac{K_a K_b}{R_a} \theta + \frac{\tau}{r^2} = \frac{K_a}{r R_a} v \quad (4.2.3)$$

其中

J_m : 轉子的轉動慣量 ($kg-m^2$)

K_a : 馬達力矩常數 ($N-m/A$)

K_b : 反電動勢常數 ($V-s/rad$)

R_a : 電樞電阻 (Ω)

f_m : 轉子的摩擦係數 ($N-m$)

τ : 在齒輪組後的負載軸力矩 ($N-m$)，即為機械手臂之力矩

θ : 負載軸的角度 (rad)

r : 齒輪減速比率

v : 電樞電壓 (V)

若考慮此系統為三軸機械手臂，則可由(4.2.3)推得



$$J\ddot{\theta} + F\dot{\theta} + \frac{\tau}{r^2} = Kv \quad (4.2.4)$$

其中

$$J = \begin{bmatrix} J_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & J_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & J_{m3} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} f_{m1} + \left(\frac{K_a K_b}{R_a}\right) & 0 & 0 \\ 0 & f_{m2} + \left(\frac{K_a K_b}{R_a}\right) & 0 \\ 0 & 0 & f_{m3} + \left(\frac{K_a K_b}{R_a}\right) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \left(\frac{K_a}{R_a}\right)\frac{1}{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{K_a}{R_a}\right)\frac{1}{r_2} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{K_a}{R_a}\right)\frac{1}{r_3} \end{bmatrix}$$

將(4.2.4)式帶入(4.2.1)式，即可得到完整的動力學模型，如(4.2.5)式所示

$$\left(\frac{M(\theta) + r^2 J}{r^2 K}\right)\ddot{\theta} + \frac{C(\theta, \dot{\theta})}{r^2 K}\dot{\theta} + \frac{G(\theta)}{r^2 K} + \frac{F(\dot{\theta})}{r^2 K} + B(\dot{\theta}) = v \quad (4.2.5)$$

最後將(4.2.5)式重寫，得到(4.2.6)式的型式

$$\bar{M}(\theta)\ddot{\theta} + \bar{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \bar{G}(\theta) + \bar{F}(\dot{\theta}) + \bar{B}(\dot{\theta}) = v \quad (4.2.6)$$

其中

$$\bar{M}_{11}(\theta) = \frac{1}{K_1 r_1^2} \left(m_1 l_{c1}^2 \sin^2(\theta_2) + m_2 l_{c2}^2 \sin^2(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_1^2 \sin^2(\theta_2) \right) + \frac{J_{m1}}{K_1} + 2m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) + I_1$$

$$\bar{M}_{12}(\theta) = 0$$

$$\bar{M}_{13}(\theta) = 0$$

$$\bar{M}_{21}(\theta) = 0$$

$$\bar{M}_{22}(\theta) = \frac{1}{K_2 r_2^2} \left(m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_2 + I_3 \right) + \frac{J_{m2}}{K_2}$$

$$\bar{M}_{23}(\theta) = \frac{1}{K_2 r_2^2} \left(m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_3 \right)$$

$$\bar{M}_{31}(\theta) = 0$$

$$\bar{M}_{32}(\theta) = \frac{1}{K_3 r_3^2} \left(m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_3 \right)$$

$$\bar{M}_{33}(\theta) = \frac{1}{K_3 r_3^2} \left(m_2 l_{c2}^2 + I_3 \right) + \frac{J_{m3}}{K_3}$$

$$\bar{C}_{11}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_1 r_1^2} \begin{pmatrix} m_1 l_{c1}^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_2 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2 + m_2 l_1^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_3 \\ + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_3 \end{pmatrix}$$

$$\bar{C}_{12}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_1 r_1^2} \begin{pmatrix} m_1 l_{c1}^2 \cos(q_2) \sin(q_2) \dot{\theta}_1 + m_2 l_{c2}^2 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3) \dot{\theta}_1 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) \dot{\theta}_1 + m_2 l_1^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{C}_{13}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_1 r_1^2} (m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2)) \dot{\theta}_1$$

$$\bar{C}_{21}(\theta, \dot{\theta}) = -\frac{1}{K_2 r_2^2} \begin{pmatrix} m_1 l_{c1}^2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \\ + m_2 l_1^2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \\ + m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2) \end{pmatrix} \dot{\theta}_1$$

$$\bar{C}_{22}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_2 r_2^2} (-m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_3)$$

$$\bar{C}_{23}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_2 r_2^2} (-m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_2 - m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_3)$$

$$\bar{C}_{31}(\theta, \dot{\theta}) = -\frac{1}{K_3 r_3^2} (m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2)) \dot{\theta}_1$$

$$\bar{C}_{32}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_2$$

$$\bar{C}_{33}(\theta, \dot{\theta}) = 0$$

$$\bar{G}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{K_2 r_2^2} [-m_1 g l_{c1} \sin(\theta_2) - m_2 g l_1 \sin(\theta_2) - m_2 g l_{c2} \sin(\theta_2 + \theta_3)] \\ -\frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 g l_{c2} \sin(\theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{f_{c1} \text{sign}(\dot{\theta}_1)}{K_1 r_1^2} \\ \frac{f_{c2} \text{sign}(\dot{\theta}_2)}{K_2 r_2^2} \\ \frac{f_{c3} \text{sign}(\dot{\theta}_3)}{K_3 r_3^2} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_1 r_1^2} (b_1 + r_1^2 f_1) \dot{\theta}_1 \\ \frac{1}{K_2 r_2^2} (b_2 + r_2^2 f_2) \dot{\theta}_2 \\ \frac{1}{K_3 r_3^2} (b_3 + r_3^2 f_3) \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

4.3 計算力矩控制器

計算力矩控制器主要分為線性部分與非線性部分，利用參數估測所取得的模型參數值，帶入控制法則內消除掉非線性部分。其控制法則如下：

$$v = \bar{M}(\theta) \left[\ddot{\theta}_d + K_v \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} \right] + \bar{C}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + \bar{G}(\theta) + \bar{F}(\theta) + \bar{B}(\dot{\theta}) \quad (4.3.1)$$

其中 $\tilde{\theta} = \theta_d - \theta$ 表示為角度的誤差

將(4.2.6)式帶入(4.3.1)式，可得到：

$$\bar{M}(\theta) \ddot{\theta} = \bar{M}(\theta) \left[\ddot{\theta}_d + K_v \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} \right] \quad (4.3.2)$$

因為 $\bar{M}(\theta)$ 為正定矩陣，故可將(4.3.2)式簡化成(4.3.3)式。

$$\ddot{\tilde{\theta}} + K_v \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} = 0 \quad (4.3.3)$$

將非線性部分消除後，剩下的(4.3.3)式即為線性控制器的部分，由此式可看出控制器主要利用角度誤差以及角加速度的誤差來做控制，其中 K_v 與 K_p 為對稱正定矩陣。

將(4.3.3)式表示成狀態方程式，如(4.3.4)式所示

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\theta}} \\ -K_v \dot{\tilde{\theta}} - K_p \tilde{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_v & -K_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} \quad (4.3.4)$$

在實現此控制器時，可透過一些調整 PD 參數的經驗法則來設定 K_v 與 K_p 的值，增益調太小，會造成角度誤差太大的情況，而將增益調太大則會導致馬達飽和而產生震動的現象，故必須在效能以及穩定性之間取得一個適當的平衡點。計算力矩控制器系統方塊圖如下：

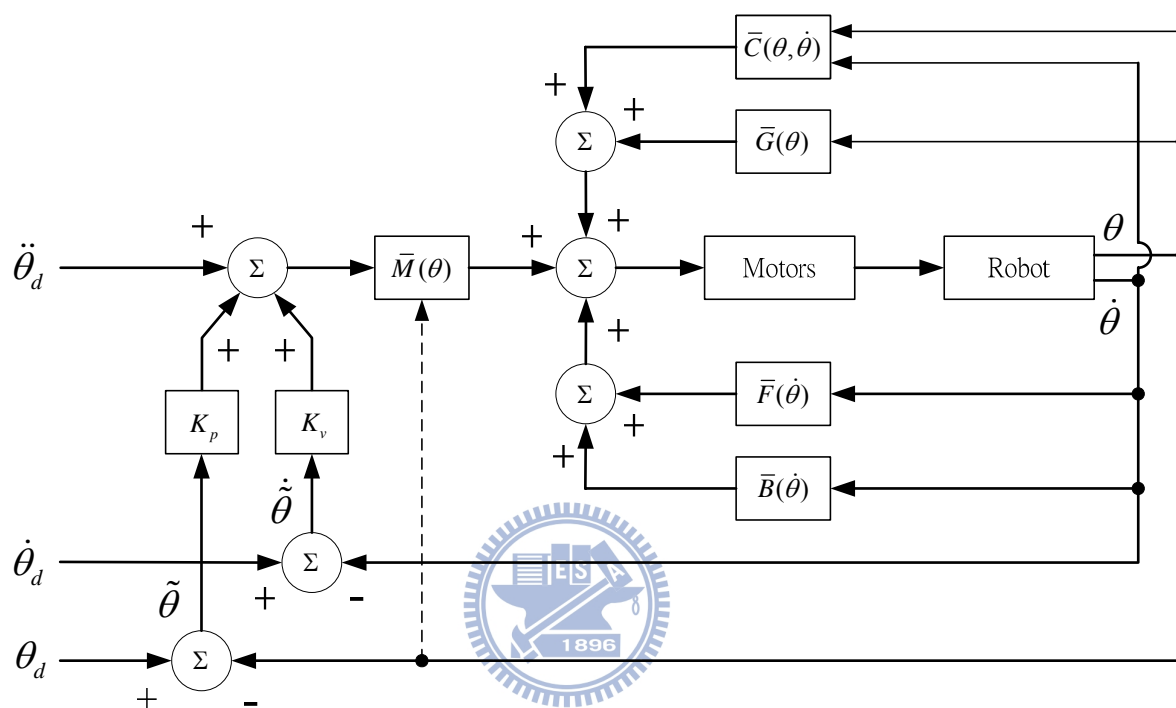


圖 4.4 計算力矩控制器方塊圖

4.4 手臂 D-H model

由 4.3 節所介紹的控制器可看出，要將機械手臂到達空間中的指定位置，只需要輸入所想要的角度、角速度以及角加速度後，控制器即可算出致動器所需的電壓，驅動馬達轉動手臂到達所想要的位置。

在此使用機器人學中常用來表示機構各軸關係的 D-H model，此表示方式是由 Jaques Denavit 與 Richard S. Hartenberg 兩位所提出的，主要將機器人的參數由 6 個縮減為 4 個，可方便表示以及運算。其中機器人中的 6 個參數，分別為對機械手臂座標中的

X^{arm} 、 Y^{arm} 、 Z^{arm} 軸旋轉的角度，以及對三軸平移的位置，其中此機械手臂座標採用右手座標系統，故其旋轉方向皆以逆時針為正。將上述的 6 個參數簡化成 d 、 a 、 α 、 θ 此 4 個參數，其中 d 代表兩軸垂直線的距離， a 是手臂的長度， α 是兩軸旋轉軸歪斜角度的差值，最後 θ 是兩軸旋轉所造成的角度差值。在 D-H model 中，通常會將旋轉軸用 z 表示。從圖 4.2 機械手臂圖可推出以下的 D-H model，如圖 4.5 所示。

Joint	d	a	α	θ
Joint1	0	0	90	θ_1
Joint2	0	l_1	0	θ_2
Joint3	0	l_2	0	θ_3

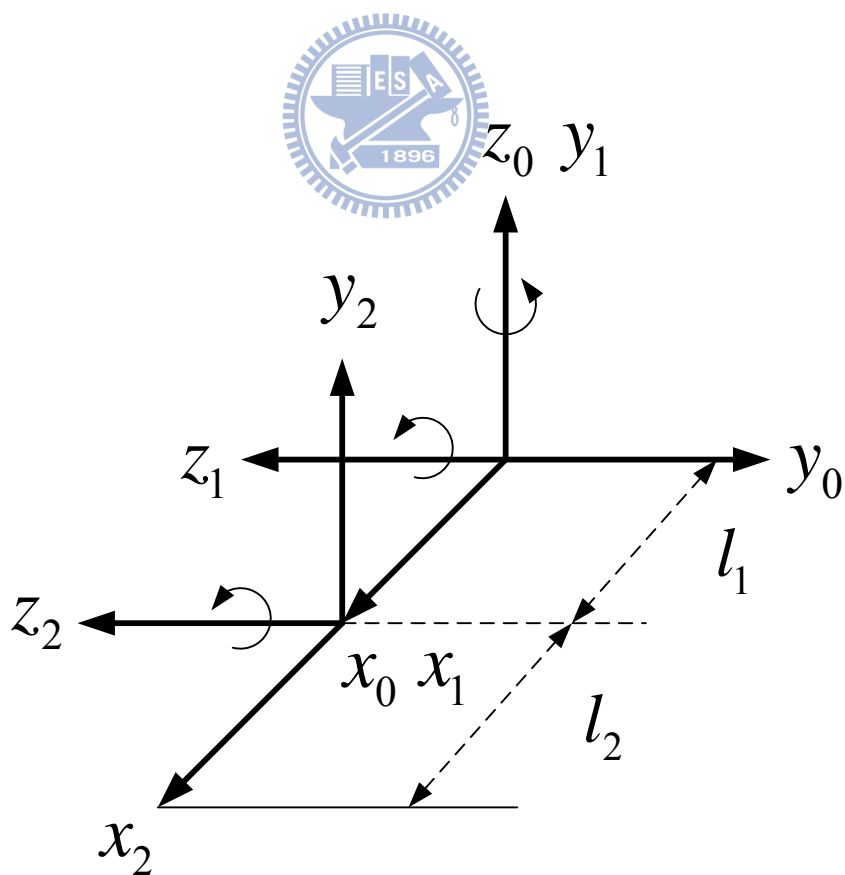


圖 4.5 機械手臂 D-H model

4.5 運動學與逆運動學

4.5.1 運動學

利用 4.4 節所提到的 D-H model，可將兩軸之間的關係用旋轉矩陣以及平移矩陣來表式，先對 z 軸旋轉 θ 度並沿著 z 軸平移 d 長度，再沿著 x 軸平移 a 長度並對 x 軸旋轉 α 角度，其表式方法如下(4.5.1)式所示

$$T_n = Rot(z, \theta) Trans(0, 0, d) Trans(a, 0, 0) Rot(x, \alpha)$$
$$T_n = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \cos \alpha & \sin \theta \sin \alpha & a \cos \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \alpha & -\cos \theta \sin \alpha & a \sin \theta \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5.1)$$

由上一節所推出的 D-H model，可得到第一軸機械手臂座標轉換為

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5.2)$$

第二軸機械手臂座標轉換如下

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & l_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & l_1 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5.3)$$

第三軸機械手臂座標轉如下

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & l_2 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & l_2 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5.4)$$

將三軸矩陣座標相乘後，可藉由輸入各軸轉動的角度，取得機械手臂末端在機械手臂座標系中的座標位置

$$\begin{aligned} T &= T_1 \times T_2 \times T_3 \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) & -\cos \theta_1 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) & & \\ \sin \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) & -\sin \theta_1 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) & & \\ \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3 & \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3 & & \\ 0 & 0 & & \end{bmatrix} \quad (4.5.5) \\ &= \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \cos \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\ -\cos \theta_1 & l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\ 0 & l_1 \sin \theta_2 + l_2 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其座標位置為

$$\begin{aligned} P_x^{arm} &= l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \cos \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\ P_y^{arm} &= l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\ P_z^{arm} &= l_1 \sin \theta_2 + l_2 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

4.5.2 逆運動學

由於控制器的輸入是三軸的角度，故算出手臂座標系中的擊球點後，必須將此位置經由逆運動學轉換成三軸的角度。

在此使用幾何圖解法， θ_1 圖解法如圖 4.6 所示：

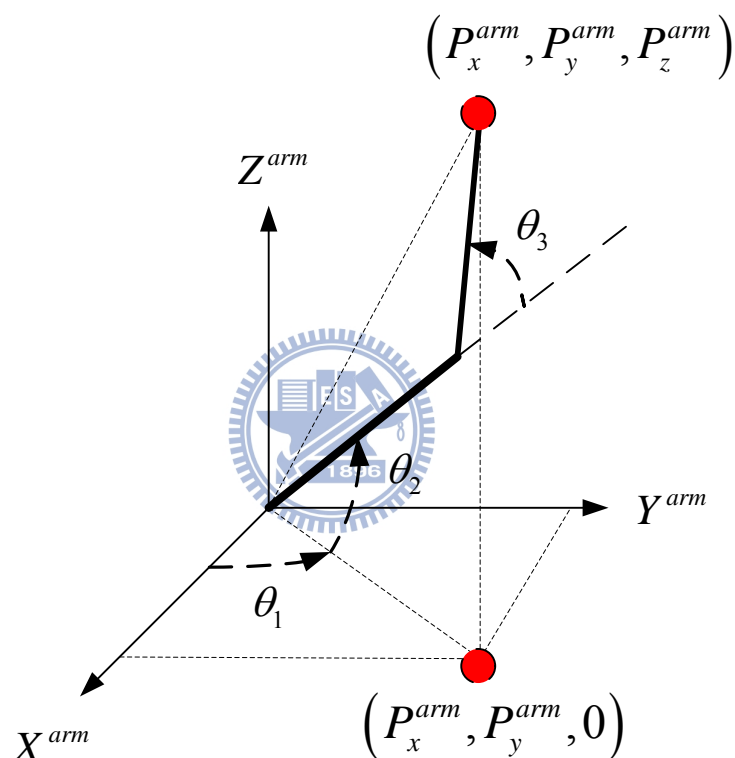


圖 4.6 機械手臂幾何圖解 θ_1

θ_1 為原點到 P 點在 X^{arm} 、 Y^{arm} 平面上的投影點的延伸與 X^{arm} 軸之間的夾角，其中 P 點在 X^{arm} 、 Y^{arm} 平面上的投影點為 $(P_x^{arm}, P_y^{arm}, 0)$ ，故

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{P_y^{arm}}{P_x^{arm}} \right) \quad (4.5.7)$$

θ_2 與 θ_3 的圖解法如圖 4.7 所示

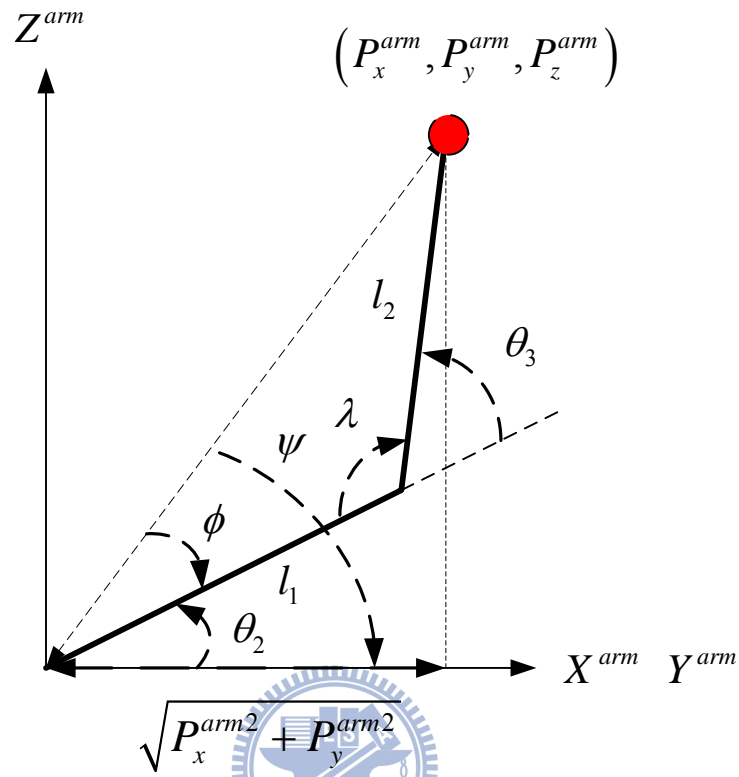


圖 4.7 機械手臂幾何圖解 θ_2 、 θ_3

利用餘弦定理可求出 ϕ 、 ψ 與 λ

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + P_x^{arm2} + P_y^{arm2} + P_z^{arm2} - l_2^2}{2l_1 \sqrt{P_x^{arm2} + P_y^{arm2} + P_z^{arm2}}} \right) \quad (4.5.8)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{P_z^{arm}}{\sqrt{P_x^{arm2} + P_y^{arm2}}} \right) \quad (4.5.9)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - (P_x^{arm2} + P_y^{arm2} + P_z^{arm2})}{2l_1 l_2} \right) \quad (4.5.10)$$

由於手臂的姿勢可分為正手與反手，其示意圖如下：

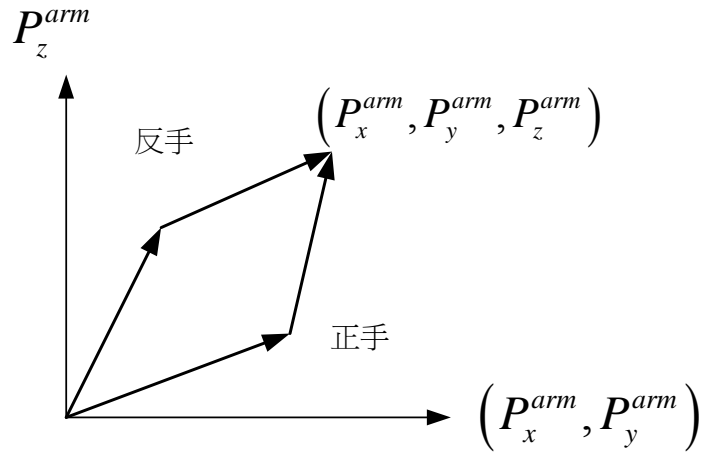


圖 4.8 機械手臂正手與反手示意圖

最後可求出正手與反手的 θ_2 與 θ_3

$$\theta_2 = \psi \mp \phi = \tan^{-1} \left(\frac{P_z^{arm}}{\sqrt{P_x^{arm2} + P_y^{arm2}}} \right) \mp \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + P_x^{arm2} + P_y^{arm2} + P_z^{arm2} - l_2^2}{2l_1 \sqrt{P_x^{arm2} + P_y^{arm2} + P_z^{arm2}}} \right) \quad (4.5.11)$$

$$\theta_3 = \pm 180 \mp \lambda = \pm 180 \mp \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - (P_x^{arm2} + P_y^{arm2} + P_z^{arm2})}{2l_1 l_2} \right) \quad (4.5.12)$$

由逆運動學所推出的三軸角度可看出，正手與反手的姿勢以及三軸角度的正轉與反轉，從空間中的一點經由逆運動學後，總共可以獲得 16 組不同的角度，不過由於機械手臂在第一軸與第二軸連接處有旋轉盤，故上臂無法橫跨過去，因此第二軸最大角度範圍為 -40~220 度，而在第三軸與第二軸之間有連接軸，下臂無法橫跨，因此第三軸最大角度的範圍為 -75~225 度，經過這些避障條件後，再加上第一軸旋轉角度選擇移動最小的限制後，最後只剩下兩組角度，分別為正手與反手各一組。

4.6 路徑規劃

經過上一小節所介紹的逆運動學後，可以將空間中的點轉換成三軸角度，接下來利用三次多項式來描述角度與時間的關係，其關係式如(4.6.1)式所示

$$c_3 t^3 + c_2 t^2 + c_1 t + c_0 = \theta \quad (4.6.1)$$

三次多項式中總共有四個未知數，因此將初始位置的角度與角速度和末端位置的角度與角速度以及終止時間，此五個已知的係數帶入，即可求得三次多項式的係數。由於為了讓整個擊球動作順暢以及完整，不會因為擊到球後就停在擊球點位置，因此規劃兩段三次式的軌跡，第一段軌跡為從初始位置到達擊球點的位置，第二段軌跡則為擊球點位置到達終止點的位置，並將第一段軌跡的末端速度設為第二段軌跡的初始速度，讓手臂速度連續不間斷。

將已知的 $\theta(0) = \theta_i$ 、 $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_i$ 、 $\theta(t_{hit}) = \theta_{hit}$ 、 $\dot{\theta}(t_{hit}) = \dot{\theta}_{hit}$ 、 $\theta(t_{stop}) = \theta_f$ 、 $\dot{\theta}(t_{stop}) = \dot{\theta}_f$ 、 t_{hit} 、 t_{stop} 帶入三次式中，其中 t_{hit} 為擊球點時間， t_{stop} 為擊球點到終止點的時間，寫成矩陣形式第一段軌跡如(4.6.2)式，第二段軌跡如(4.6.3)式所示

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ t_{hit}^3 & t_{hit}^2 & t_{hit} & 1 \\ 3t_{hit}^2 & 2t_{hit} & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_i \\ \dot{\theta}_i \\ \theta_{hit} \\ \dot{\theta}_{hit} \end{bmatrix} \quad (4.6.2)$$

$$\begin{bmatrix} t_{hit}^3 & t_{hit}^2 & t_{hit} & 1 \\ 3t_{hit}^2 & 2t_{hit} & 1 & 0 \\ t_{stop}^3 & t_{stop}^2 & t_{stop} & 1 \\ 3t_{stop}^2 & 2t_{stop} & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c_7 \\ c_6 \\ c_5 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{hit} \\ \dot{\theta}_{hit} \\ \theta_f \\ \dot{\theta}_f \end{bmatrix} \quad (4.6.3)$$

第五章 擊球理論

為了達到擊球至指定目標的目的，必須探討擊球瞬間球與球拍之間的碰撞關係，藉由一些物理的特性以及在某些假設下，可在拍子座標系上推出碰撞模型，也就是碰撞前後球的速度關係式。在拍子座標系上，碰撞後球的速度方向與碰撞前球的速度方向以及球拍的速度存在著關係式，由於拍子中心點位於機械手臂的末端，故可利用機械手臂不同的姿勢來改變拍子座標系的方向，來達到所需要碰撞後球的速度方向。假設擊球後球的飛行軌跡為一條拋物線，在得知擊球點以及碰撞後球的速度方向之後，可藉此將擊球後球的飛行軌跡通過所設定的目標點，進而達到擊球至指定目標的目的。

首先，在此章節的前半部份會先介紹擊球理論中的碰撞模型，得知碰撞模型後，就可利用所設定的目標點以及機械手臂的姿勢限制求出擊球點與擊球時間點，而後半部份則是為了將球擊到所指定的位置，算出所需的球拍速度以及拍子轉動角度，由於機械手臂的軌跡規劃的輸入是三軸的角度以及角速度，因此利用逆運動學將擊球點轉為三軸角度，以及球拍速度轉為三軸角速度，將以上資訊傳送至 DSP 板，進而利用第四章所介紹的控制器以及軌跡規劃來驅動機械手臂，使機械手臂順利將球擊到指定位置。

5.1 碰撞模型

考慮一個球拍與一個球體在拍子座標系上的碰撞模型，故此小節的推導皆在拍子座標系上進行，假設拍面初始位置與上下兩臂同平面，其座標原點位於拍子中心點， X^{pad} 軸方向為上臂末端點順著下臂朝向拍子中心點， Z^{pad} 軸方向為垂直拍面，也是拍面法向量，當手臂四軸角度皆為零度時，往 $-Y^{arm}$ 方向為正， Y^{pad} 軸方向則由右手定則決定，拍子座標系如圖 5.1 所示。

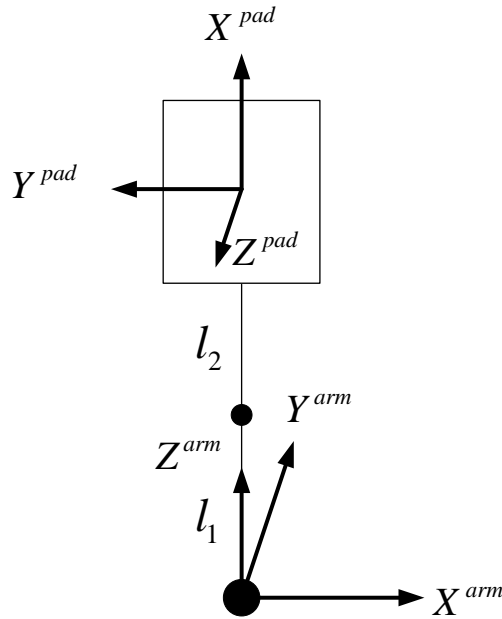


圖 5.1 拍子座標系示意圖

在推導碰撞模型前，首先做一些假設

假設一：在機械手臂的控制與移動下，裝置在機械手臂末端的拍子為一個剛體，不會因為碰撞而造成拍子的震盪，導致碰撞的能量損失在拍子的震盪中

假設二：碰撞點為拍子的中心點

假設三：擊球點瞬間球拍質心速度 V_{bat}^{pad} 在 X^{pad} 與 Y^{pad} 方向為零，只在 Z^{pad} 方向有速度，因此球拍速度只會影響球在撞擊後 Z^{pad} 方向的速度

假設四：球與球拍碰撞時，球在碰撞點上不會滑動

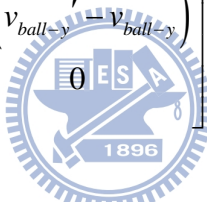
碰撞前球的速度為 v_{ball} ，碰撞後的球速為 v_{ball}' ，球的質量為 m ，碰撞前的球拍質心速度為 V_{bat} ，球拍質量為 M 。在整個碰撞過程中，可將球的動量變化分為垂直拍面的動量 \bar{F} 以及平行拍面的動量 \bar{R} ，如(5.1.1)式。

$$m(v_{ball}' - v_{ball}) = \bar{F} + \bar{R} \quad (5.1.1)$$

$$\text{其中 } \bar{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m(v_{ball-z}' - v_{ball-z}) \end{bmatrix}, \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} m(v_{ball-x}' - v_{ball-x}) \\ m(v_{ball-y}' - v_{ball-y}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

由於碰撞點與拍子質心皆位於球拍中心點，因此基於假設三的設定，球拍質心速度並未對球產生外力矩，故可將角動量變化寫成(5.1.2)與(5.1.3)式，其中 ω 與 ω' 分別是碰撞前與碰撞後球的角速度， I 為轉動慣量， d 為球心朝向撞擊點的向量， a 為球的半徑，故兩者關係為 $a = \|d\|$ 。

$$I(\omega' - \omega) = d \times \bar{R} \quad (5.1.2)$$

$$d \times \bar{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m(v_{ball-x}' - v_{ball-x}) \\ m(v_{ball-y}' - v_{ball-y}) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} am(v_{ball-y}' - v_{ball-y}) \\ -am(v_{ball-x}' - v_{ball-x}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1.3)$$


經過整理後，可得到碰撞後的角速度，如(5.1.4)式所示

$$\omega' = \begin{bmatrix} \omega_x + \frac{ma}{I}(v_{ball-y}' - v_{ball-y}) \\ \omega_y - \frac{ma}{I}(v_{ball-x}' - v_{ball-x}) \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (5.1.4)$$

撞擊後平行拍面的球速可由撞擊後球的角速度與半徑做外積所獲得，並將(5.1.4)式的角速度帶入(5.1.5)式即可獲得與(5.1.6)式。

$$v_{ballT}' = \omega' \times d \quad (5.1.5)$$

其中 v_{ballT}' 為撞擊後平行拍面的球速

$$v_{ballT}' = \begin{bmatrix} a\omega_y - \frac{ma^2}{I}(v_{ball-x}' - v_{ball-x}) \\ -a\omega_x - \frac{ma^2}{I}(v_{ball-y}' - v_{ball-y}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1.6)$$

將(5.1.6)式移項，並將所使用的空心球 $I = \frac{2}{3}ma^2$ 代入，如(5.1.7)式所示。由於所使用的球半徑 a 為 0.04 公尺，而 v_{ball-x} 與 v_{ball-y} 的係數比 a 大了兩個數量級，故可忽略掉 ω_x 與 ω_y 所造成的影響，如(5.1.8)式所示。

$$v_{ballT}' = \begin{bmatrix} \frac{2}{5}\left(a\omega_y + \frac{3}{2}v_{ball-x}\right) \\ \frac{2}{5}\left(-a\omega_x + \frac{3}{2}v_{ball-y}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1.7)$$

$$v_{ballT}' = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} v_{ball} \quad (5.1.8)$$

(5.1.8)式已經顯示出碰撞前後在 X^{pad} 與 Y^{pad} 方向的速度關係，基於假設三，球拍的速度指向 Z^{pad} 方向，因此可將問題簡化成 Z^{pad} 方向一維的正向碰撞問題，並找出在 Z^{pad} 方向碰撞後球的速度與碰撞前球的速度以及球拍的速度之間的關係式。首先定義 e_A (collision efficiency) 為最後球的速度與一開始球的速度比例關係，如(5.1.9)式所示，其中 v_{ball}' 與 v_{ball}^* 皆為純量。

$$e_A = \frac{v_{ball}^{\prime *}}{v_{ball}^*} = \frac{v_{ball-z}' - V_{bat-z}}{V_{bat-z} - v_{ball-z}} \quad (5.1.9)$$

將(5.1.9)式移項後可得到(5.1.10)式

$$v_{ball-z}' = -e_A v_{ball-z} + (1 + e_A) V_{bat-z} \quad (5.1.10)$$

在 Alan M. Nathan 的論文[14]中提到，恢復係數 e (coefficient of restitution) 與 e_A 之間的關係可藉由 H. Brody 的論文[20]推導出，其關係如(5.1.11)式所示

$$e_A = \frac{e - r_m}{1 + r_m} \quad (5.1.11)$$

$$\text{其中 } r_m = \frac{m}{M}$$

將(5.1.11)式代入(5.1.10)可得到(5.1.12)式，也就是在碰撞理論中 Z^{pad} 方向的關係式，並且將球拍速度整理進碰撞理論中，增加一個可控制項。在此篇論文碰撞點為球拍中心點，也是球拍質心的位置，且此位置為機械手臂的末端點，故機械手臂末端速度即為球拍的質心速度，並且在一開始的假設中，球拍為一個剛體，故可將利用(5.1.13)式將 e 求出，將球從空中垂直落下，其中 h_{drop} 為球放下的高度， $h_{rebound}$ 為與球拍接觸後彈起來的高度，在實際實驗中 $e = 0.648$ 。

$$v_{ball-z}' = \left(\frac{r_m - e}{1 + r_m} \right) v_{ball-z} + \left(\frac{1 + e}{1 + r_m} \right) V_{bat-z} \quad (5.1.12)$$

$$e = \sqrt{\frac{h_{rebound}}{h_{drop}}} \quad (5.1.13)$$

最後整合(5.1.8)式與(5.1.12)式後即可得到完整的碰撞模型，如(5.1.14)式。基於假設三， $V_{bat} = [0 \ 0 \ V_{bat-z}]^T$ ，故(5.1.14)等號右邊第二項可寫成 $(1+e)/(1+r_m)V_{bat}$ 。

$$v_{ball}' = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_m - e}{1 + r_m} \end{bmatrix} v_{ball} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+e}{1+r_m} \end{bmatrix} V_{bat} \quad (5.1.14)$$

5.2 擊球點判斷式

經過碰撞模型的推導後可得知，碰撞後的球，在 X^{pad} 及 Y^{pad} 方向速度會呈現0.6倍的關係，而在 Z^{pad} 方向則是與彈性係數以及球拍速度有關，為了將球擊到指定目標點，必須找出正確的擊球點以及擊球的姿勢，才能使碰撞前後球的速度方向與碰撞模型相符合。由於碰撞的關係式是建立在拍子座標上，而球的飛行軌跡以及擊球後球的飛行軌跡則是建立在機械手臂座標上，所以首先定義一個轉換矩陣 E ，將碰撞關係式藉由 E 矩陣從拍子座標系轉換到手臂座標系，其轉換關係如下：

$$E = [e_1 \ e_2 \ e_3] \quad (5.2.1)$$

$$v_{ball}^{arm} = E v_{ball}^{pad} \quad (5.2.2)$$

將上一小節推導出來的碰撞前後的速度關係式(5.1.14)，移項後可以獲得

$$v_{ball}^{pad'} - \frac{3}{5} v_{ball}^{pad} = \alpha_b * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.3)$$

$$\text{其中 } \alpha_b = -\frac{3}{5} v_{ball-z}^{pad} + \frac{r_m - e}{1 + r_m} v_{ball-z}^{pad} + \frac{1+e}{1+r_m} V_{bat-z}^{pad} \quad (5.2.4)$$

將(5.2.3)式等號左右兩側同時藉由(5.2.2)式轉換至手臂座標系，可得到(5.2.5)式

$$v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} = \alpha_b * e_3 \quad (5.2.5)$$

將(5.2.5)式左右各乘上 e_1 ，即可得到(5.2.6)式，此式即為擊球點判斷式，接下來只需要將(5.2.6)式全部表示成時間 t 的函數，即可求得擊球時間。

$$\left(v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right) \cdot e_1 = (\alpha_b * e_3) \cdot e_1 = 0 \quad (5.2.6)$$

在(5.2.6)式子中，首先要求出 e_1 ，而其手臂座標系與拍子座標系轉換示意圖如下

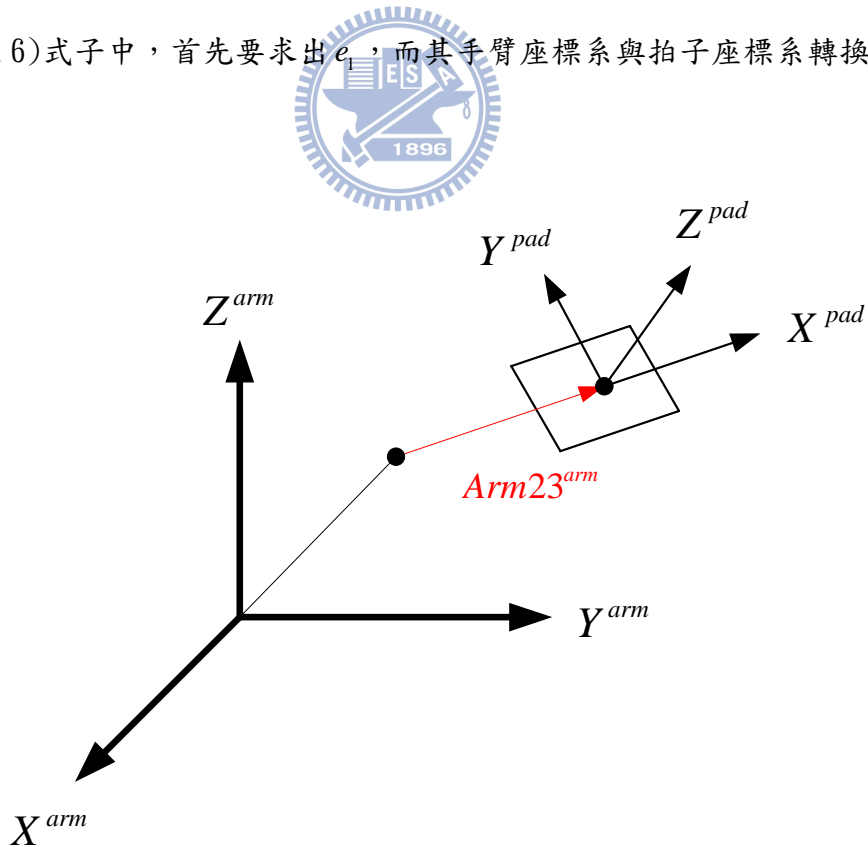


圖 5.2 手臂座標系與拍子座標系示意圖


$Arm23^{arm}$ 為第三軸順著下臂朝向第四軸的向量，從圖 5.2 可看出，在手臂座標系中的 $Arm23^{arm}$ 即為拍子座標系中 X^{pad} 軸方向的向量，因此可推出(5.2.7)式

$$\frac{Arm23^{arm}}{\|Arm23^{arm}\|} = E * \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.2.7)$$

將(5.2.7)右邊乘開後即可得到(5.2.8)式

$$e_1 = \frac{Arm23^{arm}}{\|Arm23^{arm}\|} \quad (5.2.8)$$

因此可將擊球判斷式全部以手臂座標系來表示，擊球判斷式可寫成



$$\left(v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5} v_{ball}^{arm} \right) \cdot Arm23^{arm} = 0 \quad (5.2.9)$$

將擊球點判斷式改成以手臂座標系來表示，主要是因為轉換成手臂座標系才能表式成時間 t 的函式，整個推導過程中，只有在球的飛行軌跡中含有時間 t ，因此我們假設 t_{hit} 為擊球時間點，利用飛行軌跡我們可以算出擊球點

$$\begin{cases} x_{hit}^{arm} = cx_0 + cx_1 t_{hit} \\ y_{hit}^{arm} = cy_0 + cy_1 t_{hit} \\ z_{hit}^{arm} = cz_0 + cz_1 t_{hit} - \frac{1}{2} g t_{hit}^2 \end{cases} \quad (5.2.10)$$

其中 $c_{x0}, c_{x1}, c_{y0}, c_{y1}, c_{z0}, c_{z1}$ 為已知的軌跡參數，只有 t_{hit} 為未知參數

由(5.2.10)式可得出擊球前球的速度

$$v_{ball}^{arm} = \begin{bmatrix} cx_1 \\ cy_1 \\ cz_1 - gt_{hit}^2 \end{bmatrix} \quad (5.2.11)$$

將擊球後所要飛行到的指定目標點設為 x_d^{arm} 、 y_d^{arm} 與 z_d^{arm} ，並在擊球後的 t_f 秒到達目標點，利用擊球後球的飛行軌跡仍然為一條拋物線，可將此拋物線表示成(5.2.12)式

$$\begin{cases} x_d^{arm} = x_{hit}^{arm} + cx_{d1}t_f \\ y_d^{arm} = y_{hit}^{arm} + cy_{d1}t_f \\ z_d^{arm} = z_{hit}^{arm} + cz_{d1}t_f - \frac{1}{2}gt_f^2 \end{cases} \quad (5.2.12)$$

由(5.2.12)式可推出擊球後球的飛行速度為

$$v_{ball}^{arm'} = \begin{bmatrix} cx_{d1} \\ cy_{d1} \\ cz_{d1} - gt_f^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_d^{arm} - x_{hit}^{arm}}{t_f} \\ \frac{y_d^{arm} - y_{hit}^{arm}}{t_f} \\ \frac{z_d^{arm} - z_{hit}^{arm} + \frac{1}{2}gt_f^2}{t_f} - gt_f \end{bmatrix} \quad (5.2.13)$$

將 $v_{ball}^{arm'}$ 與 v_{ball}^{arm} 表示成時間 t 的函數後，接下來就要將 $Arm23^{arm}$ 轉換成 t 的函數，首先利用第四章介紹的逆運動學將擊球點轉換成三軸角度

$$\begin{aligned}
\theta_1 &= \tan^{-1} \left(\frac{y_{hit}^{arm}}{x_{hit}^{arm}} \right) \\
\theta_2 &= \tan^{-1} \left(\frac{z_{hit}^{arm}}{\sqrt{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2}}} \right) \mp \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2}}{2l_1 \sqrt{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2}}} \right) \\
\theta_3 &= \pm 180 \mp \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2})}{2l_1 l_2} \right)
\end{aligned} \tag{5.2.14}$$

利用運動學將上臂末端位置表示出來，如(5.2.15)式所示，而下臂末端則是擊球點位置，兩者相減後即為 $Arm23^{arm}$ 向量，如(5.2.16)式所示

$$\begin{aligned}
Arm2_x^{arm} &= l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\
Arm2_y^{arm} &= l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\
Arm2_z^{arm} &= l_1 \sin \theta_2
\end{aligned} \tag{5.2.15}$$

$$Arm23^{arm} = \begin{bmatrix} x_{hit}^{arm} - l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ y_{hit}^{arm} - l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ z_{hit}^{arm} - l_1 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \tag{5.2.16}$$

先將(5.2.14)轉換成正弦以及餘弦的型式，如(5.2.17)式，將(5.2.17)式代入(5.2.16)式，即可將 $Arm23^{arm}$ 表示成 t_{hit} 的函數(5.2.18)式

$$\begin{aligned}
\sin \theta_1 &= \frac{y_{hit}^{arm}}{\sqrt{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2}}} \\
\cos \theta_1 &= \frac{x_{hit}^{arm}}{\sqrt{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2}}} \\
\sin \theta_2 &= \frac{z_{hit}^{arm2}}{2l_1} \mp \frac{\sqrt{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2}}}{\sqrt{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2}}} \sqrt{1 - \frac{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2}}{4l_1^2}} \\
\cos \theta_2 &= \frac{\sqrt{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2}}}{2l_1} \pm \frac{z_{hit}^{arm2}}{\sqrt{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2}}} \sqrt{1 - \frac{x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2}}{4l_1^2}}
\end{aligned} \tag{5.2.17}$$

$$Arm23^{arm} = \begin{bmatrix} \frac{x_{hit}^{arm}}{2} \mp l_1 x_{hit}^{arm} z_{hit}^{arm} \sqrt{\frac{4l_1^2 - (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2})}{4l_1^2 (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2}) (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2})}} \\ \frac{y_{hit}^{arm}}{2} \mp l_1 y_{hit}^{arm} z_{hit}^{arm} \sqrt{\frac{4l_1^2 - (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2})}{4l_1^2 (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2}) (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2})}} \\ \frac{z_{hit}^{arm}}{2} \pm l_1 \sqrt{\frac{(x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2}) (4l_1^2 - (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2}))}{4l_1^2 (x_{hit}^{arm2} + y_{hit}^{arm2} + z_{hit}^{arm2})}} \end{bmatrix} \quad (5.2.18)$$

最後將(5.2.10)式代入(5.2.11)、(5.2.13)與(5.2.18)式，其中 $l_1, l_2, x_d^{arm}, y_d^{arm}, z_d^{arm}, t_f$ 皆為已知參數，只有 t_{hit} 為未知參數，因此擊球點判斷式即為 t_{hit} 的函數式，可求出擊球點時間 t_{hit} ，再將擊球點時間代入(5.2.10)式即可求得擊球點 x_{hit}^{arm} 、 y_{hit}^{arm} 與 z_{hit}^{arm} 。

5.3 擊球點速度



觀察(5.2.5)式可發現，由於 e_3 為單位矩陣的行向量，故 e_3 與 α_b 可表示成(5.3.1)式與(5.3.2)式

$$e_3 = \frac{v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm}}{\left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2} \quad (5.3.1)$$

$$\alpha_b = \left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2 \quad (5.3.2)$$

將(5.2.4)代入(5.3.2)式，即可整理出球拍在拍子座標系上的質心速度。

$$V_{bat-z}^{pad} = \frac{1+r_m}{1+e} \left(\left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2 + \left(\frac{3}{5} - \frac{r_m - e}{1+r_m} \right) v_{ball-z}^{pad} \right) \quad (5.3.3)$$

利用假設三與(5.3.3)式，把球拍速度轉換到手臂座標系上。

$$V_{bat}^{arm} = \frac{1+r_m}{1+e} \left(\left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2 + \left(\frac{3}{5} - \frac{r_m - e}{1+r_m} \right) v_{ball-z}^{pad} \right) \frac{\left(v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right)}{\left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2} \quad (5.3.4)$$

利用座標轉換矩陣 $E^{-1}v_{ball}^{arm} = v_{ball}^{pad}$ ，可推出 $e_3 \cdot v_{ball}^{arm} = v_{ball-z}^{pad}$ ，代入(5.3.4)式可得

(5.3.5)

$$V_{bat}^{arm} = \frac{1+r_m}{1+e} \left(\left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2 + \left(\frac{3}{5} - \frac{r_m - e}{1+r_m} \right) \frac{\left(v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right) \cdot v_{ball}^{arm}}{\left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2} \right) \frac{\left(v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right)}{\left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2} \quad (5.3.5)$$

由(5.3.5)式可得知球拍，在擊球點這個時刻於手臂座標系上的速度向量，由於球拍的中心點為下臂的末端，故等同於機械手臂末端點在手臂座標上的速度向量，因此需將此速度向量轉成三軸的角速度，才能規劃軌跡的末端速度。

利用第四章的運動學可透過輸入三軸角度，轉換成手臂座標系中的空間位置，將(4.5.6)式對角度微分，可整理出(5.3.6)式，角速度與末端點速度的關係式。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}^{arm} \\ \dot{y}^{arm} \\ \dot{z}^{arm} \end{bmatrix} \quad (5.3.6)$$

其中

$$A_{11} = l_1 \sin(\theta_{hit1}) \sin(\theta_{hit2}) \sin(\theta_{hit3}) - l_1 \sin(\theta_{hit1}) \cos(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3}) - l_1 \sin(\theta_{hit1}) \cos(\theta_{hit2})$$

$$A_{12} = -l_1 \cos(\theta_{hit1}) \sin(\theta_{hit2}) - l_1 \cos(\theta_{hit1}) \cos(\theta_{hit2}) \sin(\theta_{hit3}) - l_1 \cos(\theta_{hit1}) \sin(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3})$$

$$A_{13} = -l_1 \cos(\theta_{hit1}) \cos(\theta_{hit2}) \sin(\theta_{hit3}) - l_1 \cos(\theta_{hit1}) \sin(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3})$$

$$A_{21} = l_1 \cos(\theta_{hit1}) \cos(\theta_{hit2}) + l_1 \cos(\theta_{hit1}) \cos(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3}) - l_1 \cos(\theta_{hit1}) \sin(\theta_{hit2}) \sin(\theta_{hit3})$$

$$A_{22} = -l_1 \sin(\theta_{hit1}) \sin(\theta_{hit2}) - l_1 \sin(\theta_{hit1}) \cos(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3}) - l_1 \sin(\theta_{hit1}) \sin(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3})$$

$$A_{23} = -l_1 \sin(\theta_{hit1}) \cos(\theta_{hit2}) \sin(\theta_{hit3}) - l_1 \sin(\theta_{hit1}) \sin(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3})$$

$$A_{32} = l_1 \cos(\theta_{hit2}) + l_1 \cos(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3}) - l_1 \sin(\theta_{hit2}) \sin(\theta_{hit3})$$

$$A_{33} = l_1 \cos(\theta_{hit2}) \cos(\theta_{hit3}) - l_1 \sin(\theta_{hit2}) \sin(\theta_{hit3})$$

將擊球點三軸的角度代入 A 矩陣，機械手臂末端點速度代入等式右邊，即可算出三軸所需的角速度，如(5.3.7)式所示。

$$\dot{\theta}_{hit} = A(\theta_{hit})^{-1} V_{bat}^{arm} \quad (5.3.7)$$

5.4 拍子轉動角度

當找出擊球點以及擊球時間點後，接下來必須找出拍子的轉動角度，使拍子座標系可旋轉到正確的角度，才能讓碰撞前後球的速度關係符合所設定的速度方向。

假設拍面的初始位置與上下兩臂同平面，拍面的法向量可用手臂座標中的原點順著上臂到第二軸的向量與原點到擊球點的向量做外積來表示，如圖 5.3 所示，使用數學式子表示如(5.4.1)。

$$Pad_o^{arm} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ l_1 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{hit}^{arm} \\ y_{hit}^{arm} \\ z_{hit}^{arm} \end{bmatrix} \quad (5.4.1)$$

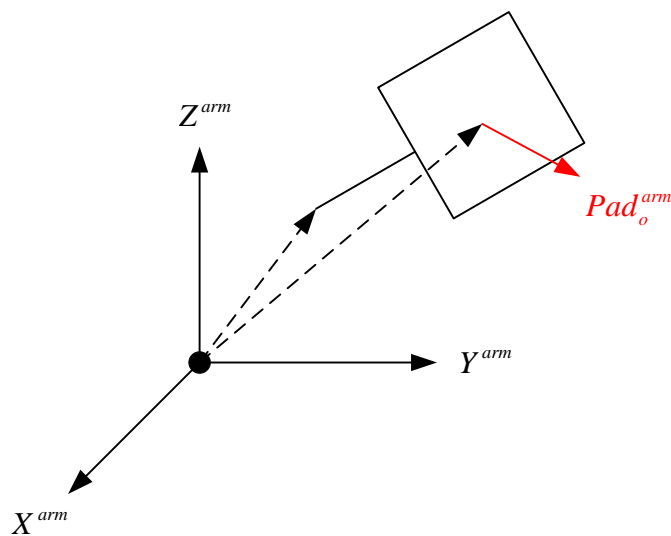


圖 5.3 未轉動拍子示意圖

球拍轉動後的拍面法向量即為 Z^{pad} ，利用座標轉換關係式可得到(5.4.2)式。

$$Pad_{hit}^{arm} = EZ^{pad} = E \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = e_3 \quad (5.4.2)$$

從(5.4.2)式可得知 Pad_{hit}^{arm} 可用 e_3 來表示，如圖 5.4 所示，以及(5.4.3)式表示。

$$Pad_{hit}^{arm} = \frac{v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm}}{\left\| v_{ball}^{arm'} - \frac{3}{5}v_{ball}^{arm} \right\|_2} \quad (5.4.3)$$

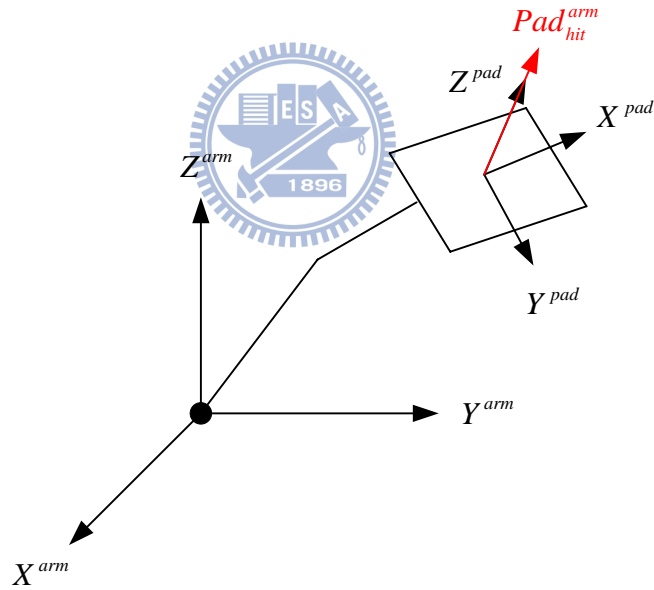


圖 5.4 轉動後拍子示意圖

因此拍子轉動的角度即為此兩個向量的夾角，可用餘弦定理來算出此夾角，如(5.4.4)式所示。

$$\theta_4 = \cos^{-1} \left(\frac{Pad_o^{arm} \cdot Pad_{hit}^{arm}}{\|Pad_o^{arm}\| \|Pad_{hit}^{arm}\|} \right) \quad (5.4.4)$$

5.5 擊球理論流程圖

由於整個擊球點的運算皆是在電腦端使用 C 語言編寫，故使用牛頓法去求解擊球點判斷式的根，因為牛頓法收斂速度快且簡單，不會花費太多時間，但使用牛頓法時，必須要設定初始值，所以在整個流程計算的時候，會先計算球的飛行軌跡是否有通過機械手臂的工作區，求出在機械手臂工作區域內球的飛行軌跡時間為 $t_a \sim t_b$ ，並以 t_a 與 t_b 當做求解擊球點判斷式的初始值。

首先判斷球的軌跡是否有經過機械手臂工作區，可使用球的飛行軌跡(5.5.1)式與機械手臂工作區的邊界(5.5.2)式是否存在交點來判斷，將(5.5.1)式帶入(5.5.2)，可推出(5.5.3)式

$$\begin{cases} x^{arm} = c_{x0} + c_{x0}t \\ y^{arm} = c_{y0} + c_{y0}t \\ z^{arm} = c_{z0} + c_{z0}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (5.5.1)$$

$$x^{arm2} + y^{arm2} + z^{arm2} = (l_1 + l_2)^2 \quad (5.5.2)$$

其中 $l_1 = l_2 = 0.26$ 公尺

$$(c_{x0} + c_{x0}t)^2 + (c_{y0} + c_{y0}t)^2 + \left(c_{z0} + c_{z0}t - \frac{1}{2}gt^2\right)^2 - 2704 = 0 \quad (5.5.3)$$

若(5.5.3)等式左邊小於零，代表軌跡有通過，若是大於零，代表軌跡沒有通過工作區，由於球體整個飛行時間大約為 0.4 秒，使用牛頓法從初始點 0.15 秒開始尋找 t_a ，0.6 秒開始尋找 t_b 。在得知機械手臂工作區域內球的飛行軌跡時間為 $t_a \sim t_b$ 後，就可以此時間當做求解擊球點判斷式的初始值。

整體流程圖如下：

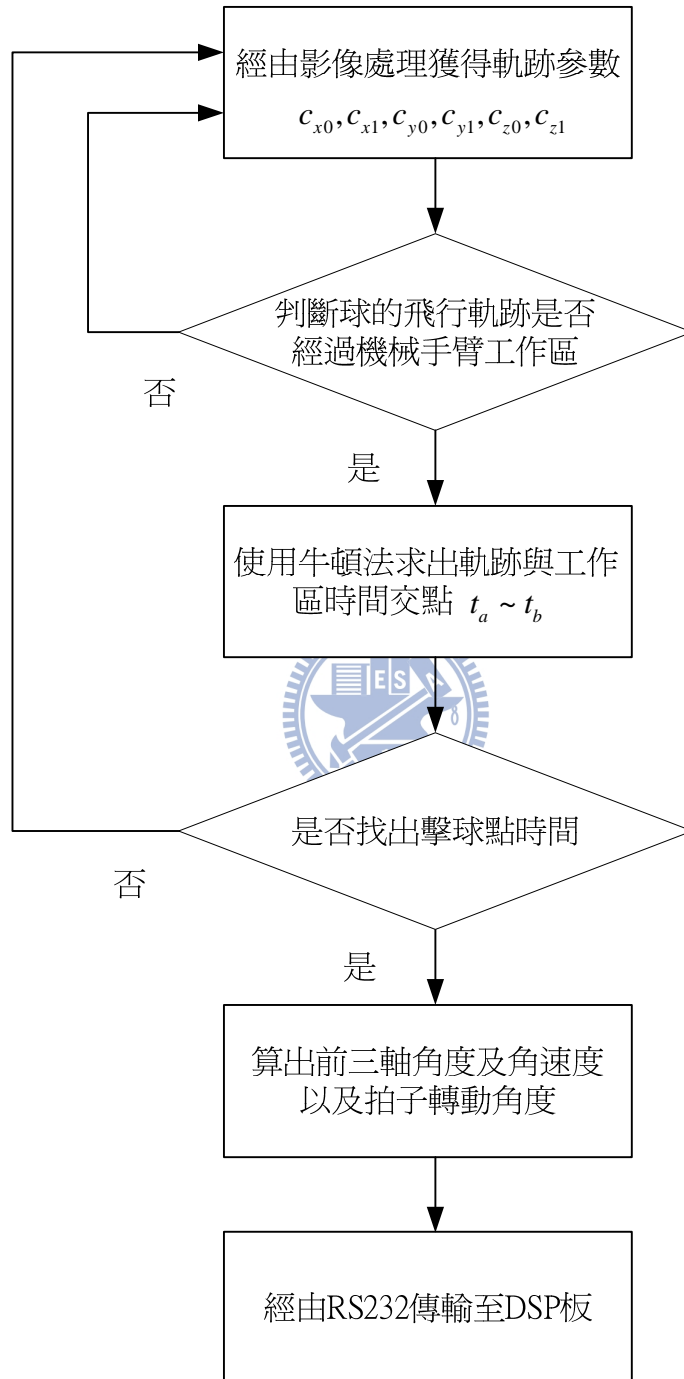


圖 5.5 擊球流程圖

第六章 實驗結果與分析

在此章節會將前面介紹的影像視覺系統與機械手臂系統整合，在實驗平台上實現擊球理論，並且會介紹相關的硬體設備與座標系統、影像與機械手臂相關的實驗，以及分析最後的擊球實驗結果。

6.1 硬體設備

主要的硬體設備分為影像與機械手臂兩個部份，首先介紹影像部份，使用雙眼攝影機並在個人電腦 PC 上做處理以及運算，其設備規格如下：



PC 部分

核心處理器 : Intel 生產的 i7-2600K 超頻 4.3GHz
快取記憶體 RAM : 6G
顯示卡 : ASUS EAH4850
硬碟 : WD1002FAEX-00Z3A0
作業系統 : win7 64 位元

雙眼攝影機部份

雙眼攝影機 : Point Gray 公司所生產的 Bumblebee2
影像速度 : 彩色 48FPS
解析度 : 640×480
焦距 : 3.8mm
雙眼距離 : 12cm

機械手臂部分，機構為自行設計，前三軸上裝有齒輪機構的直流馬達以及量測角度的編碼器，第四軸裝置解析度 1.8 度的步進馬達。前兩軸編碼器採用每轉一圈(360 度)可產生 1024 個脈衝數目的 AB 相電壓型編碼器，透過 DSP 板的週邊電路 QEP(Quadrature Encoder Pulse)解碼，第三軸採用 1000 個脈衝數目的編碼器，由於 DSP 板只有兩個 QEP，故使用外接解碼器再利用 RS232 傳輸進入 DSP 板獲得角度。

本實驗採用數位訊號處理器(DSP)為德州儀器(TI)所開發的 TMS320F28335，此晶片含有 150MHz 的核心時脈以及 PWM、QEP 等週邊功能，由於 DSP 板的輸出與輸入電壓為 3.3V，因此使用升壓 IC(SN74HC540N)將電壓升至 5V 才能輸入驅動器，降壓 IC(SN75173N)將編碼器輸出的 5V 電壓訊號降至 3.3V 輸入至 DSP 板。馬達參數與硬體參數如下：

	工作電壓(Volts)	齒輪比	轉速(rpm)	扭力(N·m)
第一軸	48	1 : 81	86.42	14.9
第二軸	48	1 : 81	86.42	14.9
第三軸	24	1 : 111	72.52	9.44

表 1 馬達與齒輪機構參數

硬體參數	數值	單位
上臂長度(l_1)	0.26	m
下臂長度(l_2)	0.26	m
上臂重量	1.151	Kg
下臂重量	0.896	Kg

表 2 機械手臂硬體參數

投球者使用直徑約 7~8 公分的橘色球體，從攝影機後距離機械手臂約 4 公尺位置，朝向機械手臂丟球，而機械手臂上所裝置的球拍大小為 15×15 公分。當雙眼攝影機拍

攝到影像後，經由 IEEE1394 介面將影像傳輸至電腦，在電腦上做影像處理以及計算擊球點，並將擊球點資訊經由 RS232 傳輸至 DSP 板，在 DSP 板上控制機械手臂並且規劃手臂路徑，當規劃完手臂路徑後，控制器會算出馬達所需電壓，發送 PWM 訊號經過升壓電路後輸入至驅動器，並且將轉動角度藉由編碼器，經過降壓電路後輸入至 DSP 板取得，其硬體設備與流程如下：

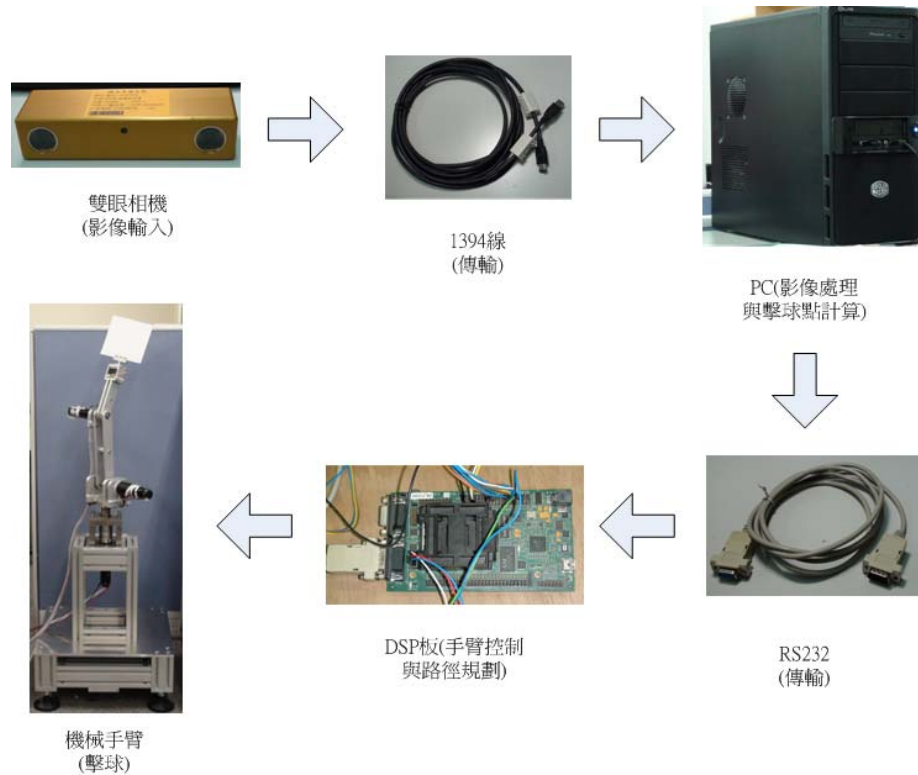


圖 6.1 硬體設備

6.2 座標系統

本研究總共有三個座標系，在前面幾章皆有介紹，在此小節會介紹各個座標系之間的關係，首先介紹手臂座標系，因為實際在做軌跡估測以及擊球點計算時，皆會統一先轉到手臂座標系為基準點再做運算。手臂座標系中的原點設置在上臂旋轉中心點， X^{arm} 軸平行於基座平面，方向為自相機左眼中心點指向 Z^{arm} 軸， Z^{arm} 軸方向為垂直底座的高度，向上為正， Y^{arm} 軸方向則由右手定則決定，拍子座標系的原點位於裝置在下臂末端的拍子中心點， X^{pad} 軸方向為上臂末端點順著下臂朝向拍子中心點， Z^{pad} 軸方向為垂直拍面的拍面法向量，當手臂四軸角度皆為零度時，往 $-Y^{arm}$ 方向為正， Y^{pad} 軸方向由

右手定則決定。拍子座標系可藉由在第五章所定義的轉換矩陣 E 矩陣，將拍子座標系轉換成手臂座標系。

第三個座標系為相機座標系，其原點設置在相機左眼中心點， X^{camera} 軸為相機左眼中心點朝向右眼中心點的方向， Y^{camera} 軸方向為相機左眼中心點朝向地面， Z^{camera} 軸則由右手定則決定，相機座標系原點在手臂座標系中的座標為 $[-400 \ 0 \ 49.5]$ ，其轉換關係如(6.2.1)式，三個座標系示意圖如圖 6.2 所示，相機座標原點距離地板 128 公分，機械手臂座標原點距離地板 78.5 公分，上面兩個座標系原點在地板的投影點距離 400 公分。

$$\begin{bmatrix} X^{arm} \\ Y^{arm} \\ Z^{arm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{camera} \\ Y^{camera} \\ Z^{camera} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -400 \\ 0 \\ 49.5 \end{bmatrix} \quad (6.2.1)$$

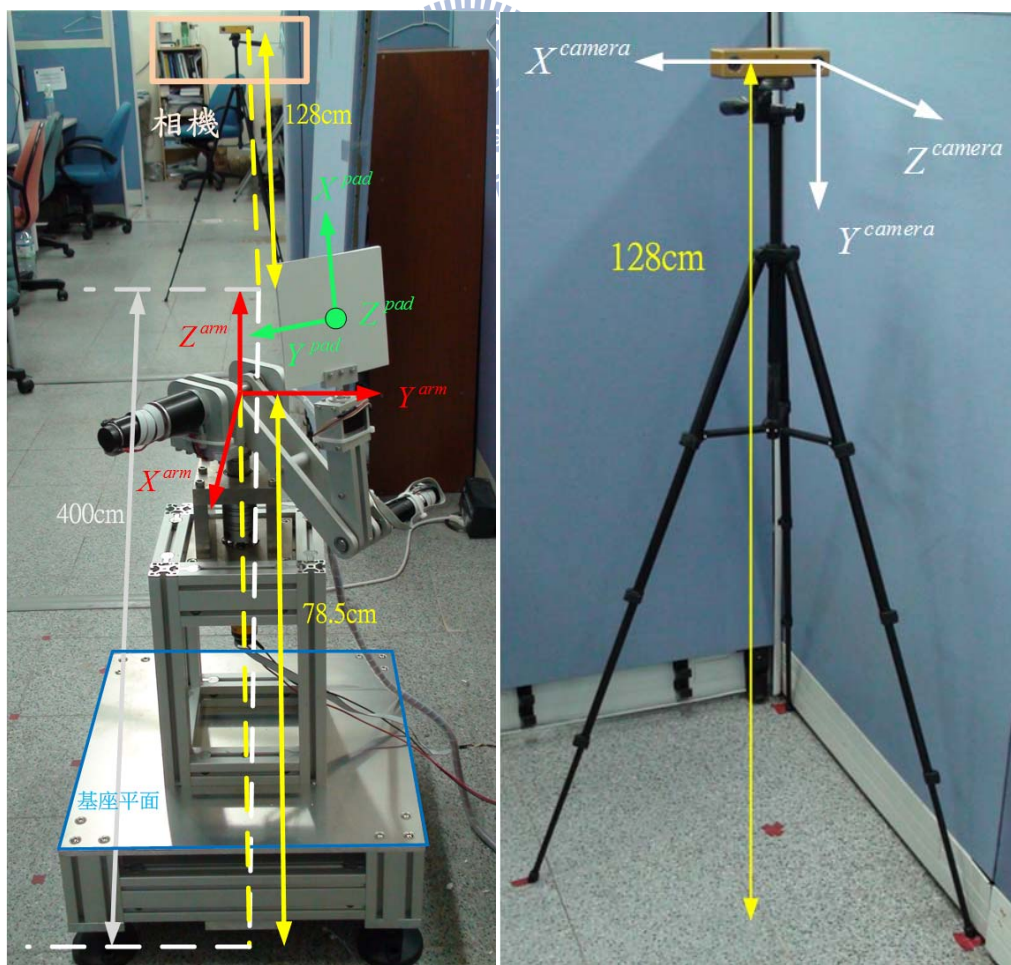


圖 6.2 整體座標系統(左)相機座標(右)

6.3 影像實驗

6.3.1 影像追蹤成功率

在第三章介紹了所使用的影像處理以及流程，實際丟球實驗如下：

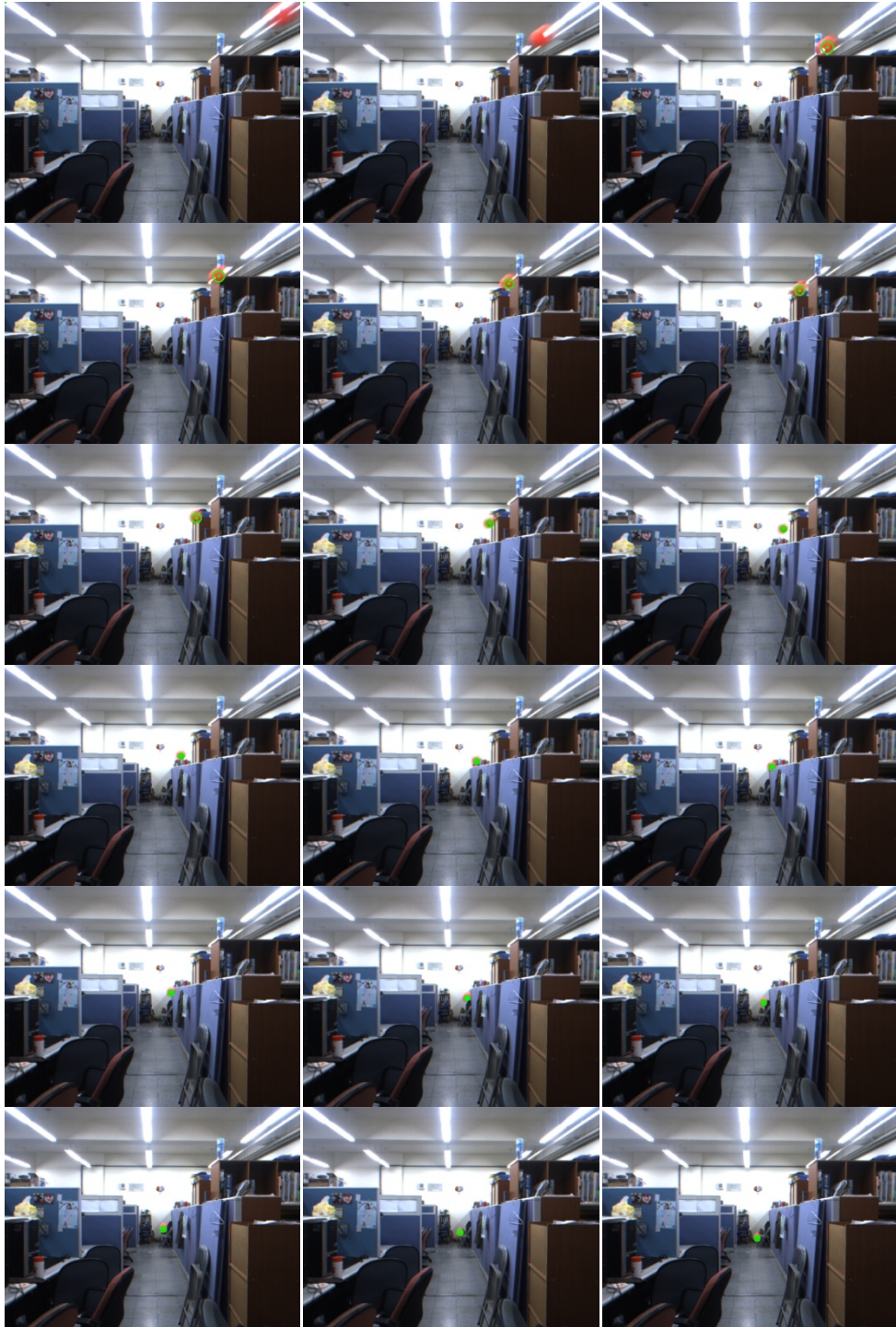


圖 6.3 左眼丟球實驗

其中綠色點為球心位置，綠色圓圈為球體輪廓
影像順序由左至右由上至下，每兩張影像間隔 21msec 影像

球的飛行時間約為 0.4 秒，相機大約可拍攝 20 張影像，從圖 6.3 可觀察出，當球體剛進入畫面時，由於球是由側面進入畫面，導致畫面中球的殘影較嚴重，造成抓不到球體，但過了一兩張畫面後，皆可抓到球體，總共拍攝約 20 張影像中遺失掉 1 或 2 張，故整體抓球成功率約略為 90%，但成功率會因球體進入畫面的方式而有增減。

6.3.2 影像處理時間

由於要在 21msec 內處理完兩張 640×480 大小的影像，因此在 3.5 節中介紹縮減處理時間的方法，在電腦上實際測試結果如下，其單位皆為毫秒(msec)。

	大畫面(640×480)	小畫面(100×300)
影像擷取	1	8~9
魚眼校正	6~8	6~8
影像處理	26~27	4
軌跡估測與擊球點計算		1
總共時間	35~36	20~21

表 3 影像處理時間

在影像擷取時，由於相機每 21msec 才會輸入一張新的影像，所以當前一張影像總處理時間小於 21msec 時，就會在影像擷取的地方等待，等到下一張影像進來時才會繼續執行，因此小畫面實際在影像擷取的時間與大畫面一樣皆為 1msec，多出來的 7~8msec 的時間為等待的時間。從表 3 可看出影像處理時間從原本的 26~27msec 縮減到 4msec，減少了約 85%的時間。

6.3.3 軌跡估測實驗

在 3.7 節中介紹了所使用的軌跡估測方法，在此實際丟球測試其精準度，由於無法得知球體飛行的真實軌跡，故使用貼有許多小格子的板子，其每一小格皆為 3×3 公分的大小，將板子平放並且與機械手臂座標中的 XY^{arm} 平面平行，使用一台攝影機錄下球體在板子上的落點，可知道球體的真實軌跡與板子的交點，再與軌跡估測所預測出來的落點做比較，即可比較出軌跡估測的精準度。圖 6.4 為某次實驗結果，藍色拋物線為估測出來的結果，紫紅色點為影像所算出來球的位置，藍色圈為軌跡估測拿來計算用的點，綠色點為球在板子上真實的落點，紅色點為軌跡估測在板子上所預測出來的點。由於軌跡估測皆在手臂座標系上，因此實驗中所有的點也都在手臂座標系上。經過十次實驗統計後，在 X^{arm} 方向的絕對平均誤差為 0.332 公尺，其標準差為 0.1805 公尺，在 Y^{arm} 方向的絕對平均誤差為 0.157 公尺，其標準差為 0.0626 公尺，由於球在 X^{arm} 方向的位置變化量較 Y^{arm} 方向大，故其誤差也較大。

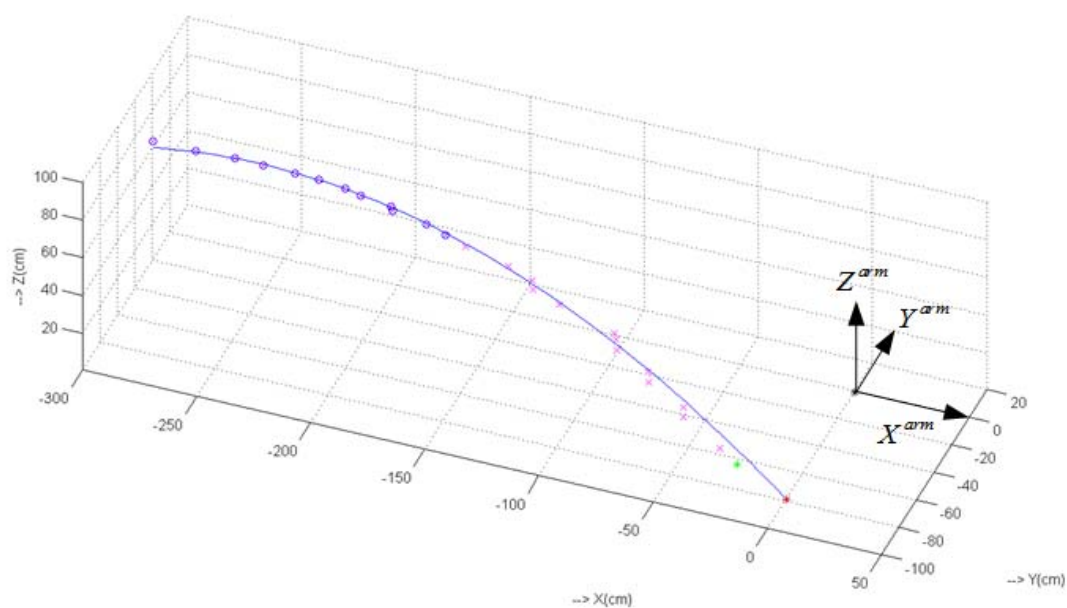


圖 6.4 軌跡估測實驗

6.4 機械手臂平台

6.4.1 參數估測

由於計算力矩控制器需要精準的動力學模型，才能將控制器中的非線性項消除，因此必須使用參數估測來估測模型參數，有了硬體平台的參數以及第四章介紹的完整動力學模型後，即可將動力學模型轉成參數線性化式子，使用最小平方參數估測法來做模型的參數估測。將(4.2.6)式改寫成線性參數化的型式：

$$\Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\Theta = \tau \quad (6.4.1)$$

其中 Θ 為欲求之未知參數，由於第一軸與第二軸使用相同馬達，故其馬達參數皆相同，可從(4.2.6)式中簡化整理出 19 組未知參數：

$$\Theta_1 = \frac{1}{K_1 r_1^2} (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2)$$

$$\Theta_2 = \frac{1}{K_1 r_1^2} m_2 l_{c2}^2$$

$$\Theta_3 = \frac{1}{K_1 r_1^2} m_2 l_{c2} l_1$$

$$\Theta_4 = \frac{1}{K_1 r_1^2} I_1 + \frac{J_{m1}}{K_1}$$

$$\Theta_5 = \frac{1}{K_1 r_1^2} (b_1 + r_1^2 f_1)$$

$$\Theta_6 = \frac{f_{c1}}{K_1 r_1^2}$$

$$\Theta_7 = \frac{1}{K_1 r_1^2} I_2 + \frac{J_{m1}}{K_1}$$

$$\Theta_8 = \frac{1}{K_1 r_1^2} I_3$$

$$\Theta_9 = \frac{1}{K_1 r_1^2} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1)$$

$$\Theta_{10} = \frac{1}{K_1 r_1^2} m_2 l_{c2}$$

$$\Theta_{11} = \frac{1}{K_1 r_1^2} (b_3 + r_1^2 f_2)$$



$$\Theta_{12} = \frac{f_{c2}}{K_1 r_1^2}$$

$$\Theta_{13} = \frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 l_{c2}^2$$

$$\Theta_{14} = \frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 l_{c2} l_1$$

$$\Theta_{15} = \frac{1}{K_3 r_3^2} I_3 + \frac{J_{m3}}{K_3}$$

$$\Theta_{16} = \frac{1}{K_3 r_3^2} I_3$$

$$\Theta_{17} = \frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 l_{c2}$$

$$\Theta_{18} = \frac{1}{K_3 r_3^2} (b_3 + r_3^2 f_3)$$

$$\Theta_{19} = \frac{f_{c3}}{K_3 r_3^2}$$

接著使用最小平方方法的公式即可求得估測值：



$$\hat{\Theta} = (F^T F)^{-1} F^T X \quad (6.4.2)$$

其中 $F = \begin{bmatrix} \Phi(\theta_m(1), \dot{\theta}_m(1), \ddot{\theta}_m(1)) \\ \vdots \\ \Phi(\theta_m(N), \dot{\theta}_m(N), \ddot{\theta}_m(N)) \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} \tau_m(1) \\ \vdots \\ \tau_m(N) \end{bmatrix}$, 下標 m 表示其為測量值，大寫 N

表示其為第 N 筆的實驗資料， $\hat{\Theta}$ 是估測到的參數

從(6.4.1)式中可發現， $\Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ 中的角度 θ 可從編碼器量測得到，角速度 $\dot{\theta}$ 可用角度差分得到，而角加速度 $\ddot{\theta}$ 在實驗中量測不到，因此使用一組濾波器 $H(s) = \frac{\alpha}{s + \beta}$ ，其脈衝響應為 $h(t) = \alpha e^{-\beta t}$ ，將(4.2.6)兩側同時與 $h(t)$ 做迴旋積分(convolution)可得：

$$\begin{aligned}
v_f &= h(t) * v(t) \\
&= h(t) * \left[\bar{M}(\theta(t)) \ddot{\theta}(t) + \bar{C}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \dot{\theta}(t) + \bar{G}(\theta(t)) + \bar{F}(\dot{\theta}(t)) + \bar{B}(\dot{\theta}(t)) \right] \\
&= h(t) * \left[\frac{d}{dt} (\bar{M}(\theta(t)) \dot{\theta}(t)) - \dot{\bar{M}}(\theta(t)) \dot{\theta}(t) \right] \\
&\quad + h(t) * \left[\bar{C}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \dot{\theta}(t) + \bar{G}(\theta(t)) + \bar{F}(\dot{\theta}(t)) + \bar{B}(\dot{\theta}(t)) \right] \quad (6.4.3) \\
&= h(t) * \frac{d}{dt} (\bar{M}(\theta(t)) \dot{\theta}(t)) \\
&\quad + h(t) * \left[\bar{C}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \dot{\theta}(t) + \bar{G}(\theta(t)) + \bar{F}(\dot{\theta}(t)) + \bar{B}(\dot{\theta}(t)) - \dot{\bar{M}}(\theta(t)) \dot{\theta}(t) \right]
\end{aligned}$$

令 $\bar{M}(\theta) \dot{\theta}$ 為 $u(t)$ ，對其做拉式轉換：

$$h(t) * \dot{u}(t) \xrightarrow{L} H(s)(sU(s) - u(0)) = [sH(s) - h(0)]U(s) + h(0)U(s) - H(s)u(0) \quad (6.4.4)$$

再將上式做反拉式轉換並帶回(6.4.3)，即可消除加速度項

$$\begin{aligned}
v_f &= h(t) * v(t) \\
&= \dot{h}(t) * (\bar{M}(\theta(t)) \dot{\theta}(t)) + h(0) \cdot \bar{M}(\theta(t)) \dot{\theta}(t) - h(t) \cdot \bar{M}(\theta(0)) \dot{\theta}(0) \\
&\quad + h(t) * \left[\bar{C}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \dot{\theta}(t) + \bar{G}(\theta(t)) + \bar{F}(\dot{\theta}(t)) + \bar{B}(\dot{\theta}(t)) - \dot{\bar{M}}(\theta(t)) \dot{\theta}(t) \right] \quad (6.4.5) \\
&= \Phi_f(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \Theta
\end{aligned}$$

將(6.4.5)式代入最小平方參數估測法中即可得到最佳近似解 $\hat{\Theta}$ 。依據上述的方式，輸入 5Hz 以下多個弦波所組成的電壓訊號，其主要的目的是使得輸入訊號包含多種頻率，能夠提供充分的資訊，使得在用參數估測法時，矩陣 $\Phi_f(\theta(t), \dot{\theta}(t))$ 為滿秩(full rank)，故反矩陣 $(\Phi_f^T(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \Phi_f(\theta(t), \dot{\theta}(t)))^{-1}$ 存在。輸入電壓訊號如圖 6.5 所示，由於在做參數估測時，無法控制手臂角度，機械手臂會因為機構限制，導致上臂或下臂撞到基座或是下臂撞到上臂，為了防止撞擊造成參數估測不準，當第二軸與第三軸量測到大於機構限制的角度時，會輸入反向全電壓將手臂拉回。估測結果如(6.4.6)式。

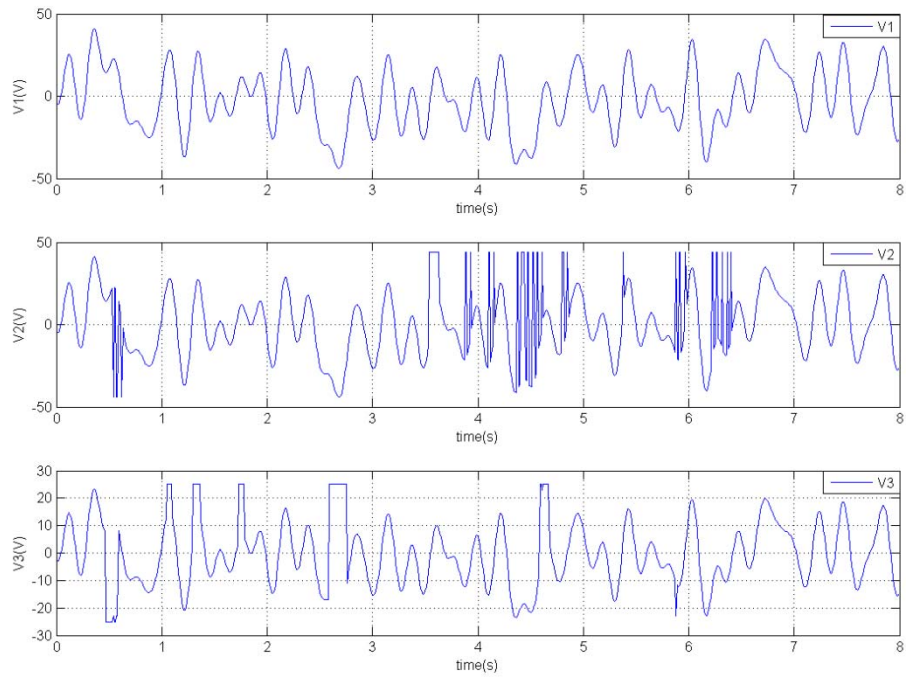


圖 6.5 參數估測第一軸(上)與第二軸(中)和第三軸(下)輸入電壓

$$\hat{\Theta} = [0.015; -0.003; 0.0005; 0.1212; 6.1154; -2.9026; 0.0742; 0.0069; 0.2423; -0.046; 4.9117; 2.2; 0.284; -0.0264; -0.2671; -0.2802; 0.1038; 0.6709; 0.3457] \quad (6.4.6)$$

將(6.4.6)式和已知的電壓代入(6.4.1)式，使用 Matlab 中的函式 ODE45 解出機械手臂的轉動角度，如圖 6.6 所示。第一軸絕對平均誤差為 0.2147rad，第二軸絕對平均誤差為 0.3531rad，第三軸絕對平均誤差為 2.4471rad，第三軸誤差會比較大，其主要原因為第三軸扭力不夠大，導致當第三軸角度大於機構限制所設定的角度時，無法在短時間內將手臂拉回到機構限制的角度內，從圖 6.6 第三軸的輸入電壓可看出，第三軸輸入反向電壓持續的時間較第二軸長，因此在使用 ODE45 解機械手臂的轉動角度時，第三軸誤差會比第二軸大，並且由於持續輸入反向全電壓，使得估測出來的角度急遽增加，導致誤差變大，從圖 6.6 對照圖 6.5 可驗證，第三軸誤差劇增的時間點與輸入反向全電壓的時間點相同。

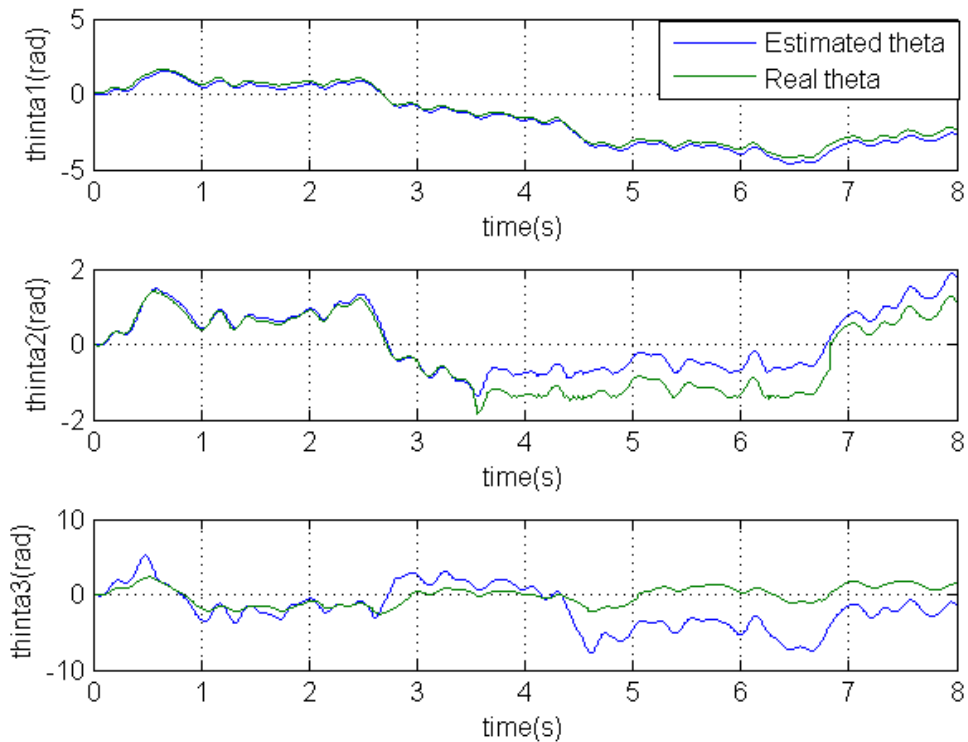


圖 6.6 參數估測第一軸(上)與第二軸(中)與第三軸(下)轉動的角度



6.4.2 計算力矩控制器

在 4.3 節介紹過計算力矩控制器，在此設計一段路徑讓手臂去跟隨，手臂初始角度為三軸皆為 0 度，路徑設定 0 秒啟動手臂，0.4 秒到達末端角度 $[-1.57, -0.7854, -0.7854]$ rad，末端角速度 $[-3.489, 0, -6.28]$ rad/s，手臂取樣時間為 0.01 秒，控制器增益設為 $K_p = \text{diag}\{4000, 4500, 15000\}$ 與 $K_v = \text{diag}\{70, 70, 220\}$ ，實驗結果三軸角度如圖 6.7、圖 6.8 與圖 6.9 所示，三軸角速度如圖 6.10、圖 6.11 與圖 6.12 所示。三軸的角度絕對誤差分別為：第一軸 0.0026 rad，第二軸 0.0062 rad，第三軸 0.0157 rad，三軸角度誤差皆不大；三軸的角速度絕對誤差分別為：第一軸 0.3369 rad/s，第二軸 0.1231 rad/s，第三軸 0.2352 rad/s，其誤差在可接受的範圍內。

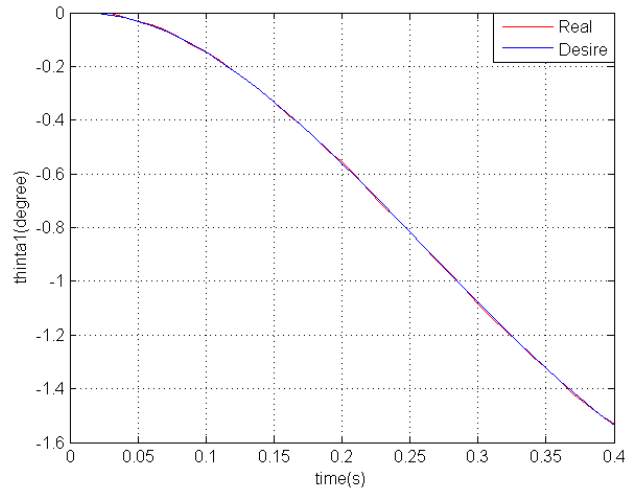


圖 6.7 控制器第一軸角度

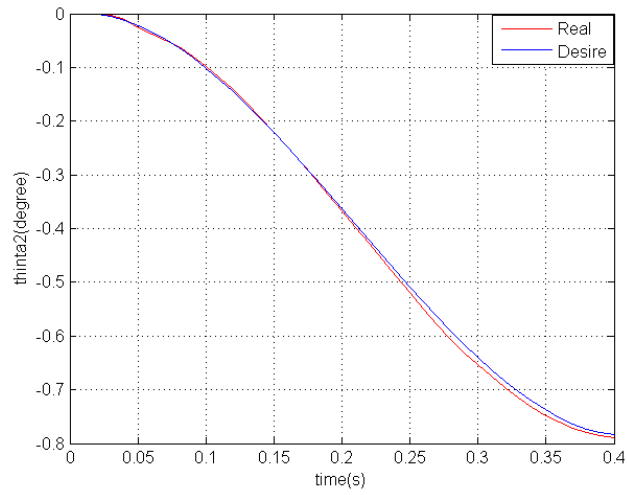


圖 6.8 控制器第二軸角度

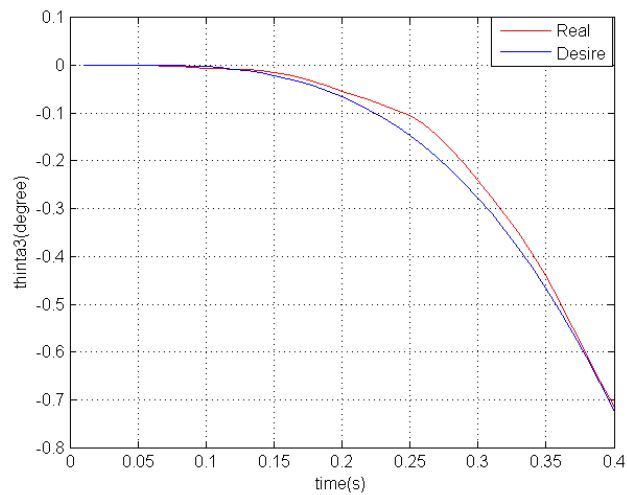


圖 6.9 控制器第三軸角度

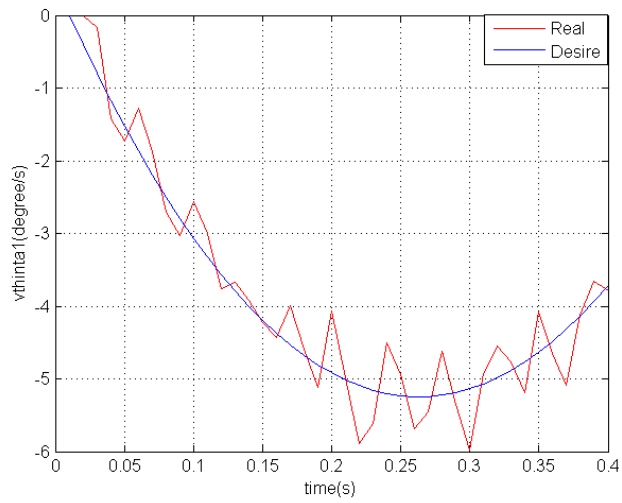


圖 6.10 控制器第一軸角速度

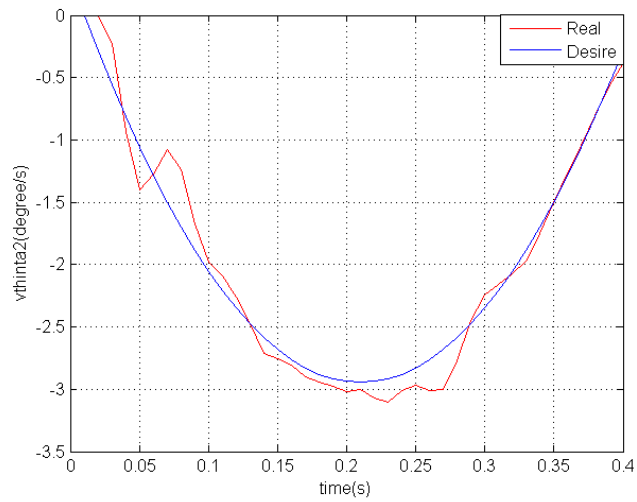


圖 6.11 控制器第二軸角速度

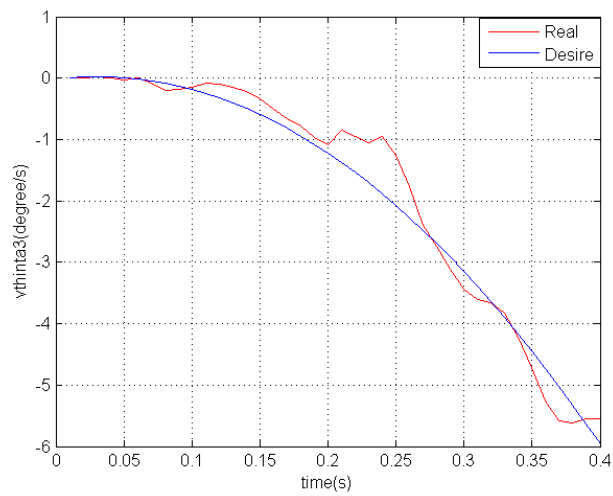


圖 6.12 控制器第三軸角速度

6.5 擊球實驗結果與討論

在實際擊球實驗時，設定以下幾種情況手臂不會揮擊，第一種為軌跡估測結果，球的飛行軌跡沒有進入手臂工作區；第二種為沒有擊球點，代表在這條球的飛行軌跡中，沒有一個擊球點可以讓球在設定的時間內飛到我們所設定的目標點；第三種為計算出來的擊球點位於機構限制的角度內，代表若啟動手臂去擊球，手臂會撞到機構。

以下將實驗紀錄下來的手臂角度以及影像的數據，整合顯示在圖 6.14、圖 6.17、圖 6.19 與圖 6.21 中，其中紫紅色*點為每間隔 21msec 相機算出來球在手臂座標中的位置，藍色虛線為使用*點所估測估來球的飛行軌跡，由於球的真實飛行軌跡無法得知，因此，使用在擊球點前所有的球體位置(*點)來估測真實的飛行軌跡，以綠色虛線來表示；而手臂的位置則是將記錄下來的三軸轉動角度，使用運動學算出上臂末端以及下臂末端位置，在圖中以藍色圈圈表示，並使用藍色線表示手臂的上臂以及下臂，圖中將手臂從初始位置啟動後，每間隔 0.04 秒的位置標示出來，最後使用紅色線代表擊球時間點上臂與下臂的位置，以及紅色圈圈為上臂與下臂的末端位置。

將相機右眼在實驗當時現場拍攝的圖片顯示在圖 6.15、圖 6.18、圖 6.20 與圖 6.22 中，影像順序由上而下由左至右顯示，且每兩張間隔時間為 0.063 秒，在畫面中手臂位置、球體位置、目標區以及目標紅心區如圖 6.13 所示，其中設置目標區為 40×40 公分大小，目標紅心區為 16×16 公分大小，目標點設置在目標紅心區的中心點，並用此兩種區域來分辨擊中目標區的精準度。

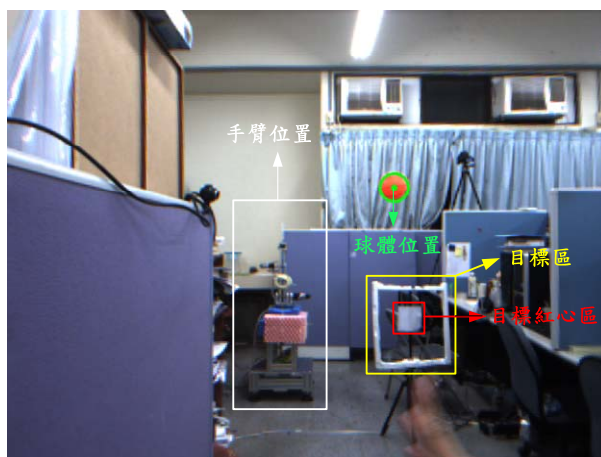


圖 6.13 相機影像示意圖

經過多次實驗後，將實驗結果分為三類，若擊出去的球有飛過目標區，則將此次實驗歸類於第一類擊中球並且擊至指定目標，如實驗 1；若是拍子有擊到球，但擊出去的球並未通過目標區，將此類歸於第二類擊中球但未擊至指定目標，如實驗 2 與實驗 3；若手臂有揮擊但拍子並未碰到球，則將此類歸於第三類揮棒落空沒有擊到球，如實驗 4。

實驗一：

目標點位於手臂座標系中的 $[x_d^{arm}, y_d^{arm}, z_d^{arm}] = [-100, -85, -14]$ (公分)，並設置擊球點至目標點的飛行時間 $t_f = 0.4$ ，其中 t_f 可利用實驗調整出一個適當的時間，不會因為時間設置太短，導致所需的三軸角速度過大，使得手臂無法達到如此快的速度，或是時間設置太長，造成高飛球的情況發生。在實驗中，紀錄下擊球點位置的四軸角度、三軸的角速度以及絕對誤差與擊球時間點，如表 4 與表 5 所示，其中擊球時間為手臂從初始位置到擊球點的時間，手臂取樣時間為 0.01 秒。

實驗編號	四軸角度(rad)				三軸角速度(rad/s)			擊球時間(s)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$	
1	-1.62	1.57	0.54	0.013	-6.89	4.95	-1.35	0.23

表 4 實驗 1 擊球點參數

實驗編號	三軸角度絕對誤差(rad)			三軸角速度絕對誤差(rad/s)		
	θ_{e1}	θ_{e2}	θ_{e3}	$\dot{\theta}_{e1}$	$\dot{\theta}_{e2}$	$\dot{\theta}_{e3}$
1	0.093	0.28	0.032	0.56	5.04	3.07

表 5 實驗 1 角度與角速度誤差

在圖 6.14 與圖 6.15 所紀錄下的圖片中，可看出手臂確實擊中球，並且圖 6.16 為另外一台專門拍攝目標區的攝影機所記錄下的圖片，圖片順序由左至右由上至下顯示，每兩張影像間隔 0.033 秒，從圖 6.16 清楚看到球有擊中目標區。

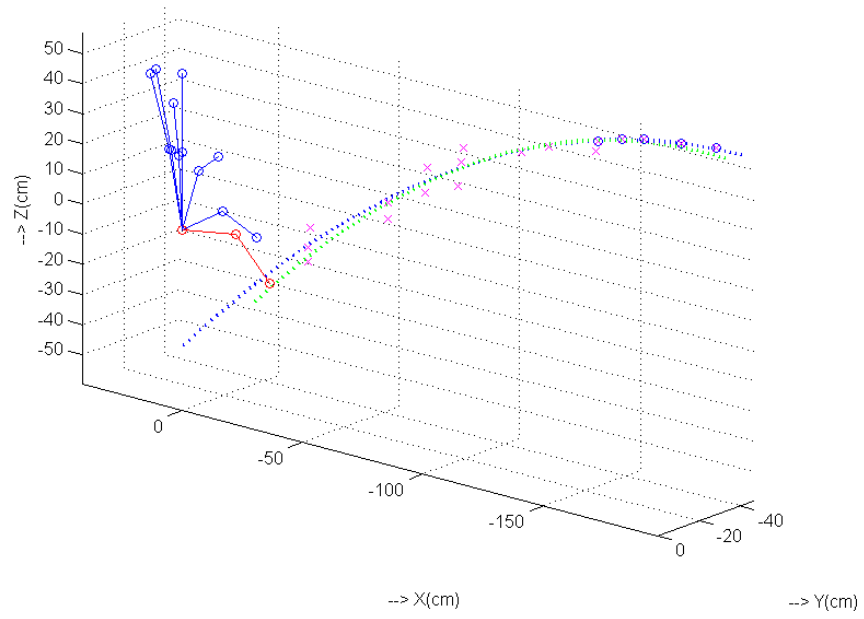


圖 6.14 擊球實驗 1

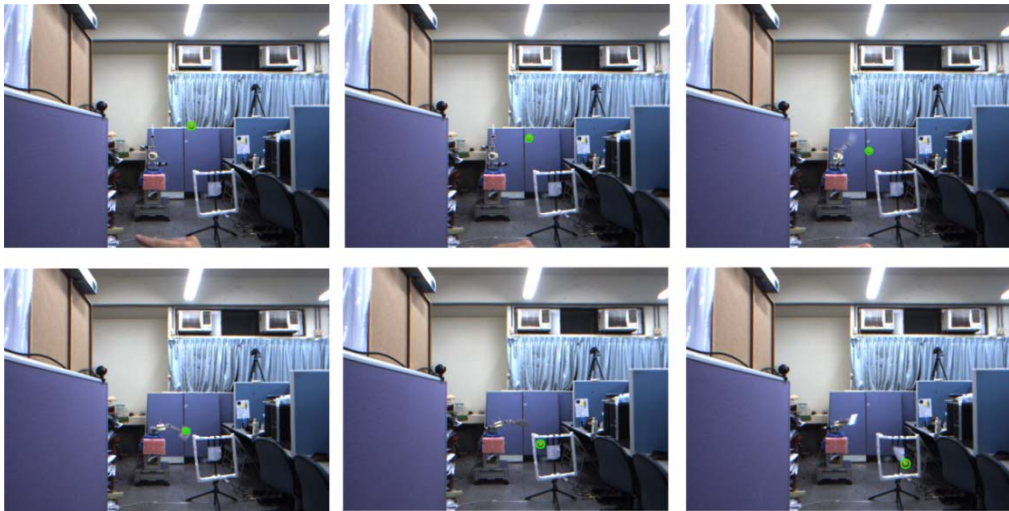


圖 6.15 擊球實驗 1(相機影像)



圖 6.16 擊球實驗 1(專門拍攝目標區相機影像)

實驗 2：

目標點位於 $[x_d^{arm}, y_d^{arm}, z_d^{arm}] = [-100, -70, 0]$ (公分)，擊球點至目標點的飛行時間

$t_f = 0.4$ 秒，其擊球點位置的四軸角度、三軸的角速度以及絕對誤差與擊球時間點，如

表 6 與表 7 所示。

實驗編號	四軸角度(rad)				三軸角速度(rad/s)			擊球時間(s)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$	
2	-1.54	1.1	0.43	0.02	-5.43	0	0.23	0.33

表 6 實驗 2 擊球點參數

實驗編號	三軸角度絕對誤差(rad)			三軸角速度絕對誤差(rad/s)		
	θ_{e1}	θ_{e2}	θ_{e3}	$\dot{\theta}_{e1}$	$\dot{\theta}_{e2}$	$\dot{\theta}_{e3}$
2	0.011	0.018	0.033	1.302	0.15	0.557

表 7 實驗 2 角度與角速度誤差

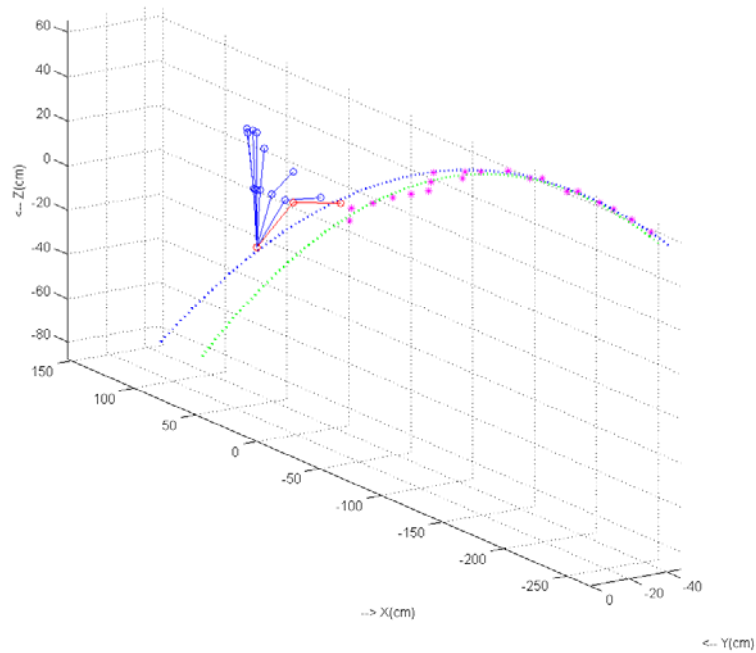


圖 6.17 擊球實驗 2



圖 6.18 擊球實驗 2(相機影像)

觀察記錄下來的數據，從表 7 中可發現實驗 2 在手臂控制方面角度誤差很小，代表在擊球時間點手臂位於擊球點上，因此觀察圖 6.17 可發現估測出的軌跡與真實的飛行軌跡有誤差，導致真實的擊球點並非在拍子中心點。

實驗 3：

目標點位於 $[x_d^{arm}, y_d^{arm}, z_d^{arm}] = [-100, -70, 0]$ (公分)，擊球點至目標點的飛行時間 $t_f = 0.4$ 秒，其擊球點位置的四軸角度、三軸的角速度以及絕對誤差與擊球時間點如表 8 與表 9 所示。

實驗編號	四軸角度(rad)				三軸角速度(rad/s)			擊球時間(s)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$	
3	-1.67	0.83	1.94	0.31	-8.36	0	2.93	0.2

表 8 實驗 3 擊球點參數

實驗編號	三軸角度絕對誤差(rad)			三軸角速度絕對誤差(rad/s)		
	θ_1	θ_2	θ_3	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$
3	0.334	0.145	0.657	2.1	3.677	8.796

表 9 實驗 3 角度與角速度誤差

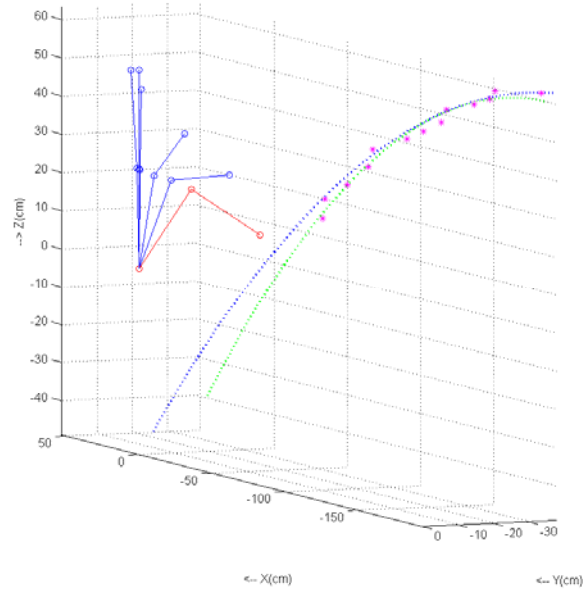


圖 6.19 擊球實驗 3

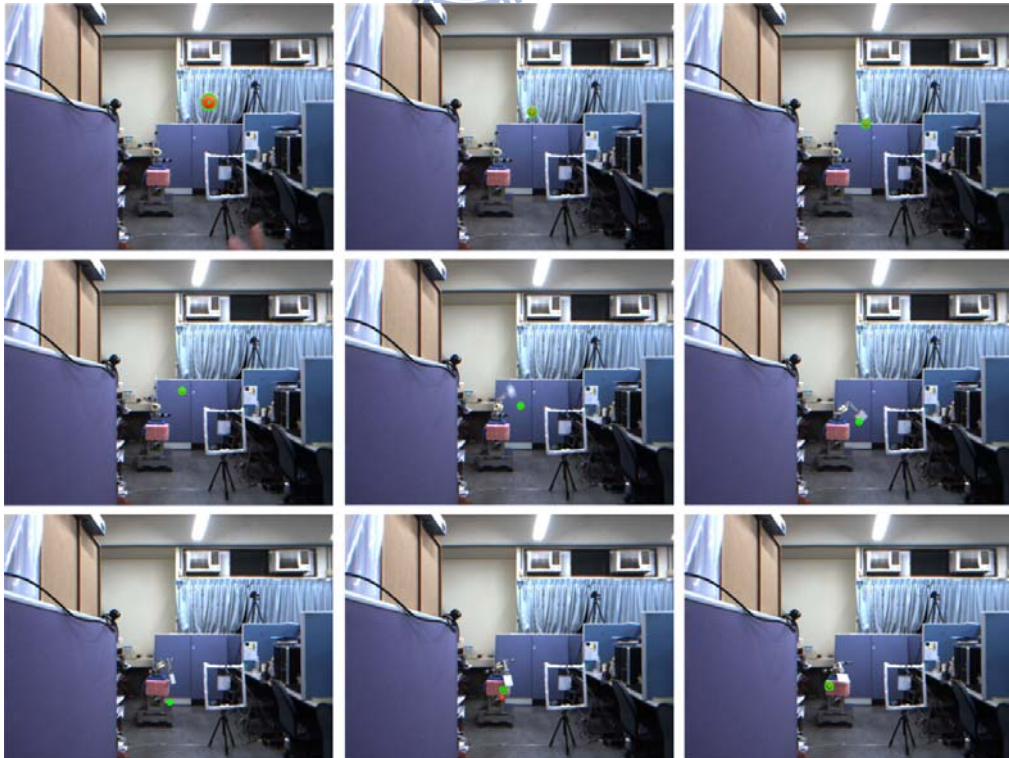


圖 6.20 擊球實驗 3(相機影像)

觀察實驗影像圖片以及數據可發現實驗 3 並未擊中目標區的原因，在圖 6.19 中可看出真實飛行軌跡與估測軌跡有誤差，與實驗 2 有相同的失敗原因，除此之外，從表 9 可看出在擊球時間點的時候，手臂在擊球點的角度與角速度誤差較大，代表手臂在擊球時間點並未準確的到達擊球點，而從表 8 可看出與實驗 2 的相異處，實驗 2 與實驗 3 在擊球點的三軸角度差不多，但是實驗 2 的擊球時間有 0.33 秒而實驗 3 卻只有 0.2 秒，因此無法在如此短的時間內控制手臂到達擊球點的位置以及速度，導致角度誤差較大，不過因為拍子面積較擊球點大，因此在一定的軌跡誤差以及手臂控制誤差內，手臂仍然能擊中球，但擊球點會偏離拍子中心點。

實驗 4：

目標點位於 $[x_d^{arm}, y_d^{arm}, z_d^{arm}] = [-100, -70, 0]$ (公分)，擊球點至目標點的飛行時間 $t_f = 0.4$ 秒，其擊球點位置的四軸角度、三軸的角速度以及絕對誤差與擊球時間點，如表 10 與表 11 所示。



實驗編號	四軸角度(rad)				三軸角速度(rad/s)			擊球時間(s)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$	
4	-1.48	0.83	0.88	0.03	-6.3	0	0.32	0.28

表 10 實驗 4 擊球點參數

實驗編號	三軸角度絕對誤差(rad)			三軸角速度絕對誤差(rad/s)		
	θ_1	θ_2	θ_3	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$
4	0.003	0.008	0.031	0.253	0.328	0.148

表 11 實驗 4 角度與角速度誤差

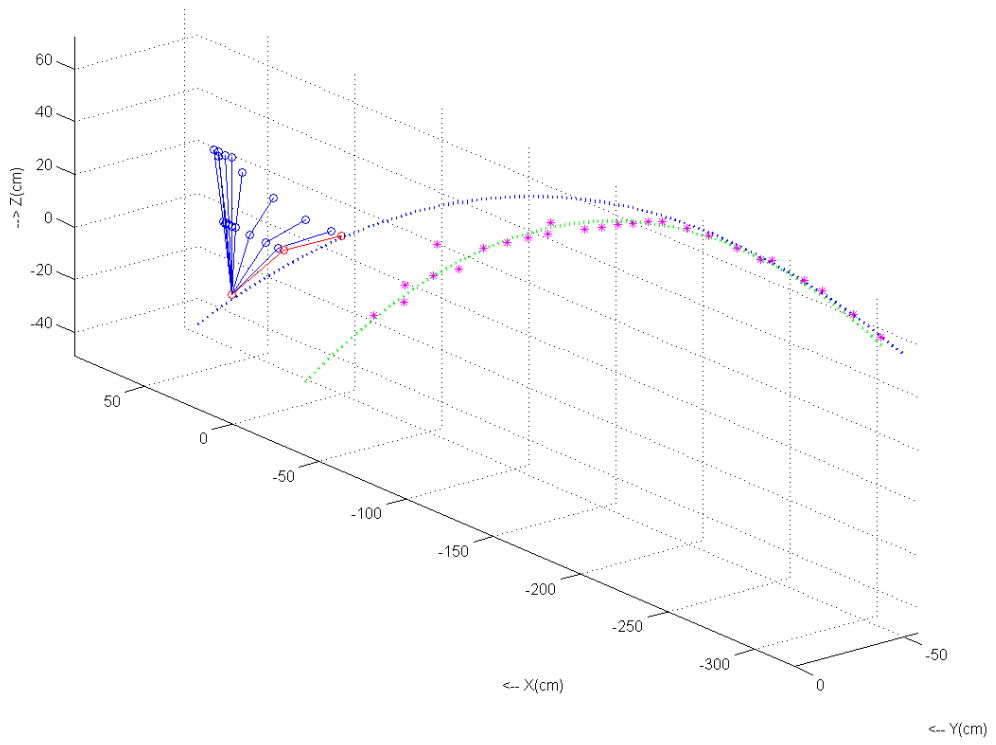


圖 6.21 擊球實驗 4

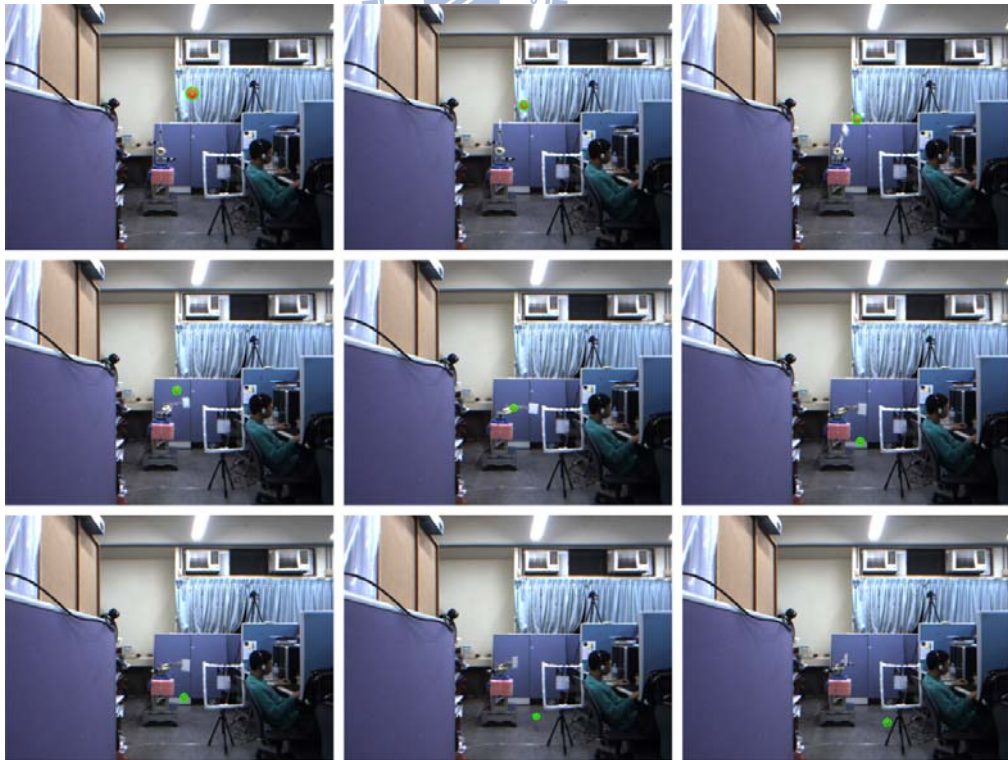


圖 6.22 擊球實驗 4(相機影像)

至於實驗 4 揮棒落空並未擊到球的原因，從圖 6.21 中可觀察到估測的軌跡與真實的軌跡誤差較大，主要是因為真實軌跡在 Z^{arm} 方向較晚下墜，導致在估測軌跡時並未抓到下墜的球體位置，使估測的軌跡在 Z^{arm} 方向誤差較大，導致手臂並未能擊到球。

從實驗 1~4 可看出未能擊中目標物的主要原因為軌跡估測的誤差以及手臂控制的誤差，其中又以軌跡估測對於是否能擊中球造成很大的影響，若是軌跡誤差較小的情況下，仍能藉由拍子擊到球，但並未能精準的擊中球拍子中心點，導致拍子翻轉；若是軌跡誤差大於拍子的面積時，則會造成揮棒落空的情形。

最後，總共實驗次數為 98 次，擊中球且擊到指定目標 3 次，擊中球但球並未擊中目標 41 次，手臂沒有動 9 次，因此擊球率在扣除手臂沒有動的 9 次後，在 89 次實驗中擊中 41 次，擊球率為 46.07%，擊中指定目標為 3 次，因此擊中指定目標的擊球率為 3.37%，其示意圖如圖 6.23。

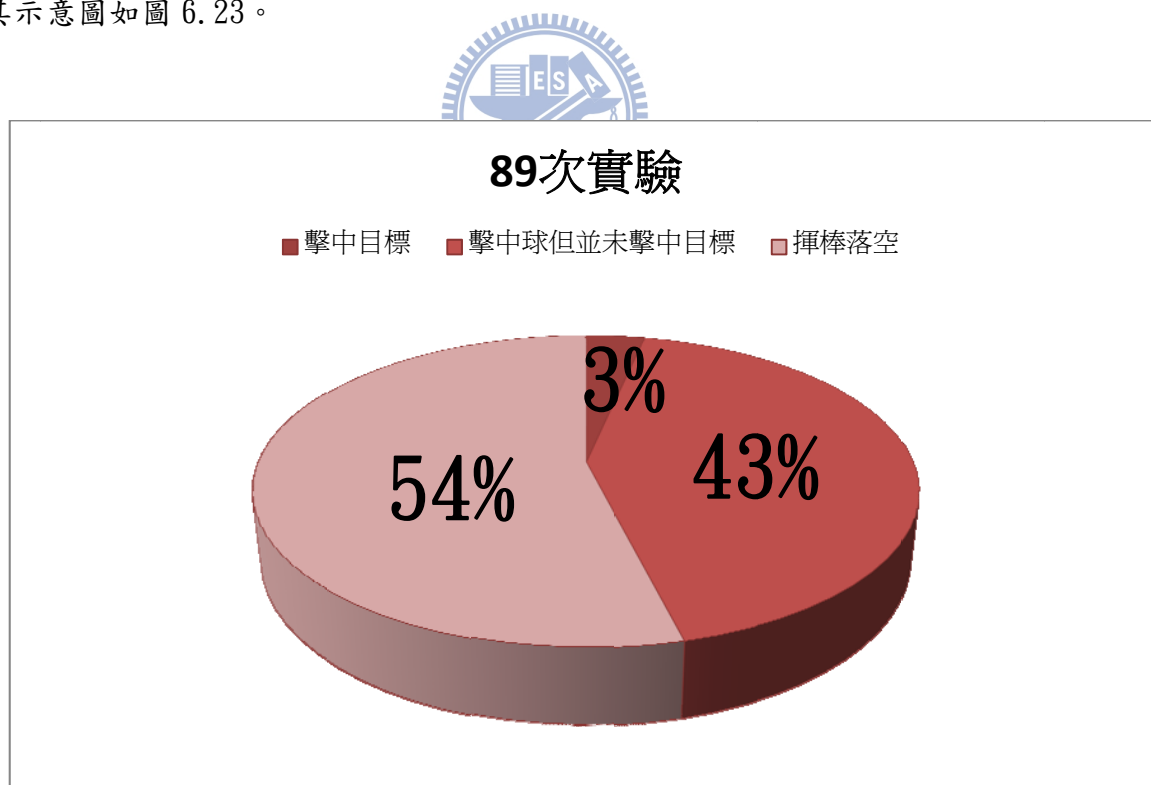


圖 6.23 擊球實驗分布圖

第七章 結論與未來展望

7.1 結論

本研究使用雙眼相機偵測移動中的球體，利用簡單的影像處理方法，可在複雜的環境中抓取高速移動的球體，在追蹤物體方面已達到相當的成效，從實驗上可看出成功率達到 90%。對於影像處理速度方面，使用減少影像處理區域以及程式的平行化處理兩種方法，讓程式運算時間縮減 85%，利用一般的個人電腦上即可完成即時運算。

將機械手臂的速度加入碰撞模型中，增加一項控制項來控制擊球後球的飛行軌跡，並將飛行軌跡假設為拋物線，更貼近於真實的碰撞以及球體飛行軌跡。使用機械手臂的機構限制來推導出擊球點判斷式，使用此判斷式可找出擊球時間點與擊球點，並且簡化程式，使所需的計算時間相當短。

在多次擊球實驗後，使用擊球率來當作系統效能的評估，本實驗機台擊球率為 4 成 7，與文獻[15][5]做比較，其中[15]的成功率為 6 成左右，而[5]的成功率為 4 成。文獻中[15]為接球機器人，其機器人移動為二維平面，與本實驗機台相差一個維度，而[5]所使用的機械手臂以及雙眼相機，在運算速度上遠高於本論文所使用的實驗機台，並且其雙眼相機可轉動相機追蹤物體，使物體皆處在影像畫面中，有較多的影像資訊，不會因為固定的相機，導致球體飛出畫面的情況發生，並且在高速的運算速度下，可將影像資訊當成即時回授資訊，無須預測球體的飛行軌跡。考慮實驗平台的差異，本論文的擊球成功率較[5]為優異。

從實驗結果來看，擊球至指定目標的成功率較低，經過分析實驗數據後，將原因歸納為下列幾點：軌跡的估測誤差、機械手臂的控制誤差、拍子在擊球瞬間的震動與翻轉。下一小節將陳述未來進一步的改善方式。

7.2 未來展望

從實驗結果來看，可分為兩個方面去改進，第一個方面為提升擊球率，需增加軌跡估測的精準度以及手臂控制的精準度。可考慮使用較真實的飛行模型，將空氣阻力、馬格努斯力、浮力等加入模型中，並且估測球的旋轉對於軌跡的影響。亦可更換更高速的相機，提供更多的影像資訊，以上方法皆可增加軌跡估測的精準度，進而提升擊球率。

第二個方面則是提升擊球至指定目標的成功率，實際做實驗時，拍子在撞擊後會產生震動，與第五章所設定的假設一不符合，並且撞擊點若是偏離第四軸的軸心方向，則會造成拍子轉動的現象，因此，在第四軸增加一個夾緊裝置，當拍子轉到定點後可將拍子夾緊，防止拍子在碰撞過程中轉動，並且增加拍子厚度，減少拍子在碰撞後所產生的震動，皆可提升擊球至指定目標的成功率。

另外，在拍子撞擊點上面使用力感測器，量測碰撞瞬間球與球拍之間的力量變化，可推導出更貼近真實的碰撞模型，並利用力回饋控制讓手臂做出類似棒球選手的動作，短打、推打、全壘打等動作。



參考文獻

- [1] M. Hatano, "Research on Hitting Tasks Performed by the Tennis Robot," *SICE Annual Conference*, pp.2358-2359, Taipei, Taiwan, 2010.
- [2] C. Xu, T. Nagaoka, A. Ming and M. Shimojo, "Motion Control of Golf Swing Robot Based on Target Dynamics," *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2545-2550, Beijing, China, 2006.
- [3] M. Matsushima, T. Hashimoto, M. Takeuchi, and F. Miyazaki, "A Learning Approach to Robotic Table Tennis," *IEEE Transactions on robotics and Automation*, vol. 21, no. 4, pp.767-771, 2005.
- [4] Zhi-Cheng Huang, "Design and Implementation of Monocular Vision-based Ball-batting Robots," National Chiao Tung University, 2010.
- [5] T. Senoo, A. Namiki, and M. Ishihawa, "Ball Control in High-Speed Batting Motion Using Hybrid Trajectory Generator," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New York, pp.1762-1767, 2006.
- [6] Sang-Ho Hyon, J. Moren and G. Cheng, "Humanoid Batting with Bipedal Balancing," *IEEE/RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp.493-499, Korea, 2008.
- [7] J. Heikkila, O. Silven, "A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction," *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.1106-1112,1997.
- [8] R. Y. Tsai, "A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-The-Shelf TV Cameras And Lenses," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 3, no. 4, pp.323-344, Aug. 1987.
- [9] <http://opencv.willowgarage.com/wiki/>
- [10] J. Bouguet, Camera calibration toolbox for MATLAB, 2001. [Online].
Available: http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html

- [11] X. Chen, Y. Tian, Q. Huang, W. Zhang, Z. Yu, "Dynamic Model based Ball Trajectory Prediction for a Robot Ping-Pong Player," *International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp.603-608, Tianjin, China, 2010.
- [12] Z. Zhang, D. Xu, M. Tan, "Visual Measurement and Prediction of Ball Trajectory for Table Tennis Robot," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol.59, no.12, pp.3195-3205, 2010.
- [13] A. Nakashima, Y. Ogawa, Y. Kobayashi and Y. Hayakawa, "Modeling of Rebound Phenomenon of a Rigid Ball with Friction and Elastic Effects," *American Control Conference*, pp.1410-1415, Baltimore, MD, USA, 2010
- [14] Alan M. Nathan, "Characterizing the performance of baseball bats," *Am. J. Phys*, 71(2), pp.134-143, Feb 2003.
- [15] C. Y. Lin and Y. P. Chiu, "The DSP Based Catcher Robot System with Stereo Vision," in *2008 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, New York, pp. 897-903, 2008.
- [16] Shu-Te Su, Yung-Yaw Chen "Moving Object Segmentation Using Improved Running Gaussian Average Background Model," in *Digital Image Computing: Techniques and Applications*, pp.24-31, 2008.
- [17] G. W. Zack, W. E. Rogers, and S. A. Latt, "Automatic-Measurement of Sister Chromatid Exchange Frequency," *Journal of Histochemistry & Cytochemistry*, vol.25, pp.741-753, 1977.
- [18] <http://www.openmp.org/wp/>
- [19] R. Kelly, V. Santibanez, and A. Loria, "Control of Robot Manipulators in Joint Space".
Advanced Textbooks in Control and Signal Processing: Springer-Verlag, London, 2005.
- [20] H. Brody, "The sweet spot of a baseball bat," *Am. J. Phys*, 54, pp.640-643, July 1986.