

# 國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

次波長金屬網狀結構的

指向性發射及穿透特性的研究

Directive Emission and Transmission Characteristics of  
a Sub-wavelength Metallic Grid Slab

研究生：黃彥鈞

指導教授：陳志隆 教授

中華民國九十三年六月

次波長金屬網狀結構的指向性發射及穿透特性的研究  
Directive Emission and Transmission Characteristics of  
a Sub-wavelength Metallic Grid Slab

研究生：黃彥鈞

Student : Yen-Chun Huang

指導教授：陳志隆

Advisor : Jyh-Long Chern

國立交通大學  
光電工程研究所  
碩士論文



Submitted to Institute of Electro-Optical Engineering  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in

Electro-Optical Engineering

June 2004

Hsinchu, Taiwan

中華民國九十三年六月

# 博碩士論文授權書

本授權書所授權之論文為本人在\_\_\_\_\_大學(學院)\_\_\_\_\_系所  
\_\_\_\_\_組\_\_\_\_\_學年度第\_\_\_\_\_學期取得\_\_\_\_\_士學位之論文。

論文名稱：\_\_\_\_\_

指導教授：\_\_\_\_\_

1. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)資料，授予行政院國家科學委員會科學技術資料中心(或改制後之機構)，得無限地域、時間與次數以微縮、光碟或數位化等各種方式重製後散布發行或上載網路。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：\_\_\_\_\_，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

2. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)資料，授予教育部指定送繳之圖書館及國立交通大學圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會及學術研究之目的，教育部指定送繳之圖書館及國立交通大學圖書館得以紙本收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，無限地域與時間，讀者得進行閱覽或列印。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：\_\_\_\_\_，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

3. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)，授予國立交通大學與台灣聯合大學系統圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會及學術研究之目的，國立交通大學圖書館及台灣聯合大學系統圖書館得無限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行線上檢索、閱覽、下載或列印。  
論文全文上載網路公開之範圍及時間 -

本校及台灣聯合大學系統區域網路： 年 月 日公開

校外網際網路： 年 月 日公開

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鈎選，本人同意視同授權。

研究生簽名：

(親筆正楷)

學號：

(務必填寫)

日期：民國 年 月 日

---

1. 本授權書請以黑筆撰寫並影印裝訂於書名頁之次頁。

# 國家圖書館博碩士論文電子檔案上網授權書

本授權書所授權之論文為本人在\_\_\_\_\_大學(學院)\_\_\_\_\_系所  
\_\_\_\_\_組\_\_\_\_\_學年度第\_\_\_\_\_學期取得\_\_\_\_\_士學位之論文。

論文名稱：\_\_\_\_\_

指導教授：\_\_\_\_\_

同意      不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)，以非專屬、無償授權國家圖書館，不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鈎選，本人同意視同授權。

研究生簽名：  
(親筆正楷)



學號：  
(務必填寫)

日期：民國\_\_\_\_\_年\_\_\_\_\_月\_\_\_\_\_日

1. 本授權書請以黑筆撰寫，並列印二份，其中一份影印裝訂於附錄三之一(博碩士論文授權書)之次頁；另一份於辦理離校時繳交給系所助理，由圖書館彙總寄交國家圖書館。


# 次波長次波長金屬網狀結構的指向性發射及穿透特性的研究

學生：黃彥鈞

指導教授：陳志隆

國立交通大學光電工程研究所碩士班

## 摘 要



本論文本論文參照了 S. Enoch 等人所提出的想法，由 Snell's Law 出發，了解由 meta-materials 所產生指向性發射的原理，更進一步的，我們以波的觀點去解釋這個結構所呈現的性質。我們利用繞射的現象去看待指向性發射，並且針對最簡單的組成結構去做分析量測，例如穿透率及場型分佈；再者，結構參數調整對於穿透特性影響也在本論文中有所討論。

# Directive Emission and Transmission Characteristics of a Sub-wavelength Metallic Grid Slab

Student : Yen-Chun Huang

Advisors : Dr. Jyh-Long Chern

Institute of Electro-Optical Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

The transmission characteristics of a slab of metallic grids are investigated paying attention in the region of meta-materials, i.e., the effective index of refraction is between 0 and 1. It is experimentally shown that directive emission has close connection to its diffraction nature. For single-layer grid slab, directive emission occurred only at the high-frequency region, while similar behavior of multiple diffractions can be seen in the low-frequency region. With multiple layers of subwavelength-spacing, the multiple diffraction in low frequency can be suppressed and the emission becomes directive. Varying the spacing between layers can dramatically shift that transmission band, e.g., from high-pass to low-pass.

## 誌 謝

首先當然要感謝陳志隆老師，在大學剛畢業不知何去何的時候收留了我；從最基本的唸書做整理、學習實驗技巧，到參加 conference 以及完成一篇論文，一路走來雖然覺得辛苦，但老師的付出應該比我來的多。謝謝老師在這兩年的教導，除了接觸到光學系統設計的基本概念外，還有在微波方面的知識及實驗技巧，讓我在這兩年的碩士班生涯中，底子加深了不少。

另外要感謝的是實驗室的成員們，三位工程師們，老王、饒饒跟黃英如，還有同時進來交大的鄭伊凱學長、許慈方學姐(娟姐)、佳芬學姐，以及小利、萱蕺和王喻生學長的論文在專業方面的指導。再來就是同學六年的陳冠宏，打球打屁都不缺人，另外就是碩一的學弟妹們，感謝你們。除此之外，還要感謝我的家人們，平常很少有機會看到我，但依然很感謝他們的付出，讓我唸到碩士班畢業。

感謝再感謝!!!



# 目錄

中文摘要.....	I
Abstract.....	II
誌謝.....	III
目錄.....	IV
圖表目錄.....	VI

## 第一章 緒論

1-1 光子晶體的歷史起源.....	1
1-2 負折射率材質的歷史起源.....	2

## 第二章 光子晶體的簡介

2-1 光子晶體的概念來源.....	5
2-2 光子晶體的製作.....	7

## 第三章 負折射率的源起

3-1 Veselago 的想法.....	9
3-2 負折射率材質的應用.....	13

## 第四章 異常折射現象的發現與原理

4-1 PGB 材質所具有的特性.....	15
4-2 B. Gralak 等人的工作.....	16



4-3 異常折射現象的理論及實驗發展.....	19
4-4 小結.....	20
<b>第五章 Meta-materials 的指向性發射</b>	
5-1 S. Enoch 等人的工作.....	21
5-2 實驗架構及結果驗證.....	23
5-3 小結.....	27
<b>第六章 實驗驗證及模擬結果</b>	
6-1 OSLO 的模擬分析.....	29
6-2 結構折射率的量測.....	30
6-3 ADS 模擬分析及實驗驗證.....	38
6-4 繞射的觀點.....	44
6-5 單層網狀結構的基本量測.....	47
6-6 雙層網狀結構的量測.....	51
6-7 多層網狀結構的量測.....	53
6-8 小結.....	55
<b>第七章 總結.....</b>	<b>57</b>
<b>參考文獻.....</b>	<b>59</b>



## 圖表目錄

圖 2-1、晶體所產生布拉格反射示意圖.....	6
圖 2-2、一維光子晶體結構示意圖.....	7
圖 2-3、具有完全能隙的結構.....	7
圖 3-1、波行進方向 Poynting vector 在材質中關係圖.....	10
圖 3-2、電磁場在兩個不同材質介面上的電磁行為及符號定義圖.....	11
圖 3-3、電磁波入射材質電磁行為示意圖.....	12
圖 4-1、光子在真空及材質中的色散關係圖.....	13
圖 4-2、PGB 材料頻率與波數的關係圖及相對應的折射率.....	16
圖 4-3、B. Gralak 等人所用的光子晶體結構.....	16
圖 4-4、柱狀週期分佈的光子晶體其三維及二維的色散關係圖.....	17
圖 4-5、不同波長下的色散關係圖.....	18
圖 4-6、電磁波產生異常折射示意圖.....	19
圖 5-1、由 Snell's Law 說明指向性發射示意圖.....	22
圖 5-2、由色散關係說明指向性發射示意圖.....	23
圖 5-3、S. Enoch 等人在實驗上所用的樣本結構示意圖.....	23
圖 5-4、網狀結構的理論模擬及實驗上所得的 $S_{11}$ 量測圖.....	24
圖 5-5、指向性發射的系統架構圖及電場和磁場的量測結果圖.....	26

圖 6-1、由 OSLO 所模擬得到的光束穿透示意圖.....	30
圖 6-2、量測穿透比之實驗系統架設圖.....	30
圖 6-3、實驗系統架設圖.....	31
圖 6-4、金屬網狀結構的穿透比量測圖.....	32
圖 6-5、金屬網狀結構的相位量測結果圖.....	34
圖 6-6、量測電磁場中心位移之實驗系統架設圖.....	35
圖 6-7、利用轉動材質量測折射率之幾何示意圖.....	36
圖 6-8、電磁波入射金屬網狀結構之中心位移圖.....	36
圖 6-9、近似曲線估計中心位移大小之結果圖(旋轉角度為 5 度).....	37
圖 6-10、近似曲線估計中心位移大小之結果圖(旋轉角度為 10 度).....	37
圖 6-11、Patch antenna 的規格示意圖.....	39
圖 6-12、Patch antenna 的 $S_{11}$ 及場型模擬結果圖.....	40
圖 6-13、Patch antenna 和單層金屬線結構圖及場型模擬圖.....	42
圖 6-14、Patch antenna 和雙層金屬線結構的場型模擬圖.....	42
圖 6-15、電磁場場型在不同(頻率)條件下的模擬結果圖.....	43
圖 6-16、繞射式光柵的幾何示意圖.....	45
圖 6-17、雙層繞射式光柵的幾何示意圖及模擬所得的場型角分佈圖.....	46
圖 6-18、量測 $S_{11}$ 的實驗系統架設圖.....	47
圖 6-19、Mie scattering 之觀念.....	48

圖 6-20、量測場型角分佈之實驗系統架設圖.....	48
圖 6-21、單層網狀結構的場型角分佈圖.....	49
圖 6-22、不同頻率下單層網狀結構的場型角分佈圖.....	50
圖 6-23、雙層網狀結構在不同間隔距離下的場型角分佈圖.....	51
圖 6-24、在 8GHz、間隔距離為 6.3mm 時，改變層數所量測 $S_{11}$ 結果圖.....	53
圖 6-25、在 8GHz、間隔距離為 12mm 時，改變層數所量測 $S_{11}$ 結果圖.....	54



## 第一章 緒論

本篇論文主要在討論指向性發射的原理及其結構材質的穿透特性。在微波波段中，指向性天線有著很大的應用價值；如何控制電磁波在空氣中的傳播方向，並降低其損耗便，或者是改變電磁波的發射頻率及調變其場型，這些都是很重要的課題。

在前輩的研究中，指向性發射最早是由光能隙結構(photonic bandgap structure)材質為基礎，此種材質因為具有高度色散(highly dispersive)的性質，而呈現異常折散(ultra-refraction)。接著，指向性發射演變為meta-materials 的觀點，經由介電常數(dielectric constant)的數值大小，來推論材質的等效折射率所造成的異常折射。

然而，我們發現了另一個與上述兩者不同的觀點，也就是電磁波的繞射性質，來切入指向性發射的現象；同時，我們也做了一些實驗的延伸，探討電磁波在此種結構材質上的穿透特性，並比較整體性結構和個別性結構的差異。

### 1-1 光子晶體的歷史源起

西元 1987 年，E. Yablonovitch[1] 及 S. John[2] 不約而同地指出，在光子系統中，由於光子受到晶格的週期位勢(periodic potential)散射，部份波段會因為破壞性干涉而形成能隙(energy gap)，而形成能帶結構(band structure)。

在介電常數(dielectric constant)週期排列的材質中，電磁波經過散射後，

某些波段的電磁波強度會因為破壞性干涉而衰減，因而無法在系統內傳遞，相當於在頻譜上形成能隙，此即所謂的光子能帶結構(photonic band structures)；具有光子能帶結構的介電物質，就稱為光能隙系統(photonic band-gap system，簡稱PBG系統)，或稱為光子晶體(photonic crystals)。

光子晶體雖然是個新名詞，但自然界中早已存在擁有這種性質的物質，蛋白石即為一例。蛋白石是由二氧化矽奈米球(nano-sphere)沉積形成的礦物，其色彩繽紛的外觀與色素無關，而是因為它幾何結構上的週期性使它具有光子能帶結構，隨著能隙位置不同，反射光的顏色也跟著變化。



## 1-2 負折射率材質的歷史源起

西元 1968 年，俄國科學家 V. G. Veselago[3] 首先提出理論分析：一般材質的介電常數(dielectric constant)及磁導係數(permeability)大多為正值，電磁波在此材質中的傳播行為，其電場、磁場及波行進方向三者間的向量關係遵守著右手定則。然而當介電常數  $\epsilon$  與磁導係數  $\mu$  皆為負值時，則電場、磁場及波行進方向三者間的向量關係將轉變為遵守左手定則，同時此材質的折射率將會變成負值。電磁波在遵守左手定則的負折射率介質中傳播時，波行進的方向將與 Poynting vector 反向。

但在 Veselago 提出這項理論時，並沒有任何存在於自然界中的物質被發現具有這種特性：介電常數  $\epsilon$  及磁導係數  $\mu$  同時為負。直到 1996 年，英國的 J.

B. Pendry[4]提出，利用金屬線狀結構則在微波頻段下可以得到負值的等效介電常數，並建立此結構的相關模型及理論分析。1999年，Pendry[5]更提出利用不連續共振環（SRR: Split-Ring Resonator），同樣可在微波頻段下得到負值的磁導係數，對於此結構的相關模型及分析亦同時提出。

西元2001年，在Science上由UCSD團隊[6,7]所發表的重要實驗結果：將Pendry所提出的金屬線狀結構及不連續共振環(SRR)加以結合，製作出的新材質在頻率10.5GHz時，折射率為 $n=-2.7$ ，成功的證明負折射率的存在，並將其命名為Left-Handed Meta-material，簡稱LHM。

在此之後，有許多在負折射率材質中的物理現象將可以研究與發展，且其未來在應用方面的價值應有其潛力存在。







## 第二章 光子晶體的簡介

光子晶體是由一個具有高低不同介電常數的材料所組成的週期結構；其結構的週期性，可以是一維、二維或三維。當兩個不同的介電常數相差夠大，且週期（或稱晶格常數(lattice constant)）與所考慮光子的波長之量值相當時，所造成的散射效應使得部份波段會因為破壞性干涉而形成能隙(energy gap)。故當光子的波長或頻率位於此光能隙中時，便無法在此一晶體內傳播。如此一來，光子在此一光子晶體中的運動，就如同電子在一具有禁止能隙(forbidden bandgap)之半導體中的運動一般；亦即光子處於此光能隙中，其傳播便會受到限制，而稱此種晶體為光子能隙晶體(photonic bandgap crystal；PBG)。



2-1 光子晶體概念的來源

在研究散射問題時，當光子進入一週期結構或晶體時，如果其波長滿足布拉格條件(Bragg condition)，則其入射面就如同完美鏡面(perfect mirror)一般，造成完全反射，稱為布拉格反射。對於晶體內不同的布拉格面(Bragg plane)，各有其所滿足的布拉格條件，所以在不同方向上所全反射的入射波長也不盡相同，如圖 2-1 所示：

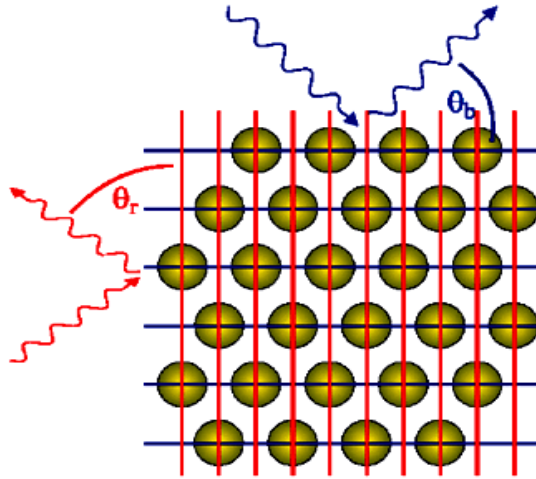


圖 2-1、晶體中原子的排列方式，造成不同的布拉格面，也造成了不同波長在不同方向的反射。[取自 <http://www.hope.com.tw>]

因此，利用一束 X-ray 打在晶體上所形成的布拉格反射的結果，可用來研究晶體的幾何結構。



然而對於較長波長，例如可見光的電磁波，其布拉格散射效應便無法由晶體內的原子群來達成，必須藉由較大維度的週期結構來散射入射光，其週期約與入射光的波長相當( $\sim$ micron)。再者，如果這種 micron 級的週期結構，其散射效應大到使不同的布拉格面相重疊，使得入射光不論從任何角度，都無法穿透此結構，有如一光子絕緣體(photonic insulator)，這便是光子晶體概念的來源。此想法是由 E. Yablonovitch 於 1987 年所提出，並且預測這樣的週期結構，存在如同半導體中禁止能隙(forbidden bandgap)的特性，使得在某一頻率範圍內，光子會被完全散射出來，無法進入此結構中。

## 2-2 光子晶體的製作

由於光子晶體是一種波長量級的週期結構，最簡單的選擇是利用兩種介電常數相差很多的材質來組成，將兩種材質交互排列達到折射率的週期排列，如圖 2-2 所示：

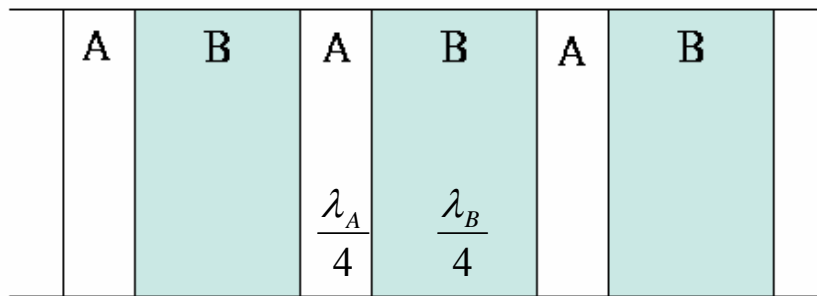


圖 2-2、一維光子晶體的結構

由兩種介電常數不同的材料以 ABAB... 的方式交互排列組成，每一層的厚度都是工作波長的四分之一；但一般而言，這僅僅只是一維的光子晶體，並非每個方向都有能隙存在。

西元 1989 年，Yablonovitch 與 Gmitter[8] 首次在實驗上製造出並證明三維光子能隙的存在，其結構如圖 2-3 所示：

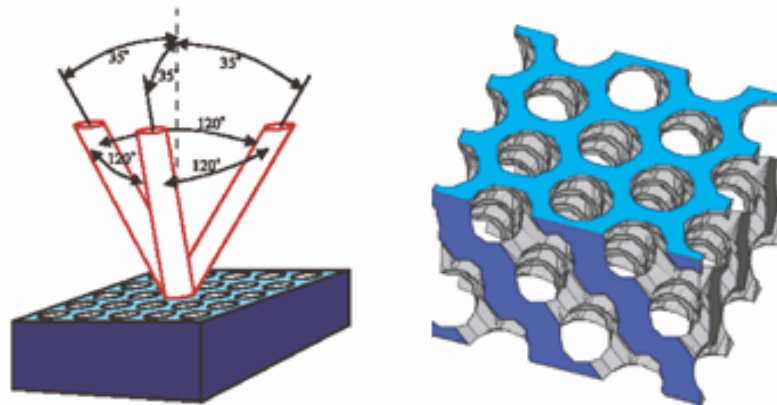


圖 2-3、Yablonovitch 及 Gmitter 所製造出具有完全能隙的晶體[8]

除此之外，在三維方面，光子能隙已經在許多晶格結構不同的系統如面心立方、體心立方及其他結構中觀察到；在二維方面，三角、四角、蜂巢及其他晶體結構也被証實具有光能隙的存在。

### 2-3 Metal-dielectric Photonic Crystal

1995 年，E. Brown 與 O. McMahon[9]發現到利用介電材質所構成的光子晶體，其禁止能隙帶寬(forbidden bandwidth)大約只有中心頻率的 25%不到，而穿透的能量大約在-10dB 左右，嚴格來說，並不能算是一個很好的光絕緣體；因此他們將金屬球放在一個低損耗的介質中，並將金屬球堆積成面心立方(fcc)的結構，如此一來，便可以得到較寬的禁止能隙，其寬度約為中心頻率的 60%以上，而穿透的能量約為-20dB，更像是一個光絕緣體。



### 第三章 負折射率的源起

在 1968 年，俄國科學家 V. G. Veselago 提出理論分析：一般材質所擁有的介電常數(dielectric constant)及磁導係數(magnetic permeability)大多是正值，電磁波在一般材料中的傳播行為，電場、磁場及波行進方向間的向量關係將遵守著右手定則。但當材質所擁有的介電常數及磁導係數同時為負值時，電場、磁場及波行進方向三者間的向量關係轉為遵守左手定則，且此種材質具有負折射率的特性。但當時並未發現能使介電常數與磁導係數同時為負的材質，因此並未有實驗加以佐証。



#### 3-1 Veselago 的想法

西元 1968 年，俄國科學家 V. G. Veselago[3]對材質當其介電常數  $\epsilon$  及磁導係數  $\mu$  同時為負值時，電磁波在此種材料中的傳遞行為加以探討。由 Maxwell equation 及 material equation 出發

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3-1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3-2)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

當一個電磁波在無電荷電流的材質中以  $e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$  形式前進時可推導出 3-3 式：

$$\begin{aligned} \vec{k} \times \vec{E} &= \omega \mu \vec{H} \\ \vec{k} \times \vec{H} &= \omega \epsilon \vec{E} \end{aligned} \quad (3-3)$$

由 3-3 式，一般材質的介電常數  $\epsilon$  及磁導係數  $\mu$  皆為正值，因此電磁波在材質中傳遞時，電場  $\vec{E}$ 、磁場  $\vec{H}$ 、波行進方向  $\vec{k}$  三者間的向量關係將遵守著右手定則。但當材質所擁有的介電常數及磁導係數同時為負值時，3-3 式可以改寫為 3-4 式：

$$\begin{aligned}\vec{k} \times \vec{E} &= -\omega|\mu|\vec{H} \\ \vec{k} \times \vec{H} &= \omega|\epsilon|\vec{E}\end{aligned}\tag{3-4}$$

則電磁波在材質中的傳播行為，電場、磁場、波行進方向三者間的向量關係將變成遵守著左手定則。但就 Poynting vector 而言，其定義如 3-5 式，其方向並不因材質特性而改變，只和電磁場的方向有關：

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}\tag{3-5}$$

所以可以由圖 3-1 來看出電場、磁場、波行進方向及 Poynting vector 間的方向相對關係：

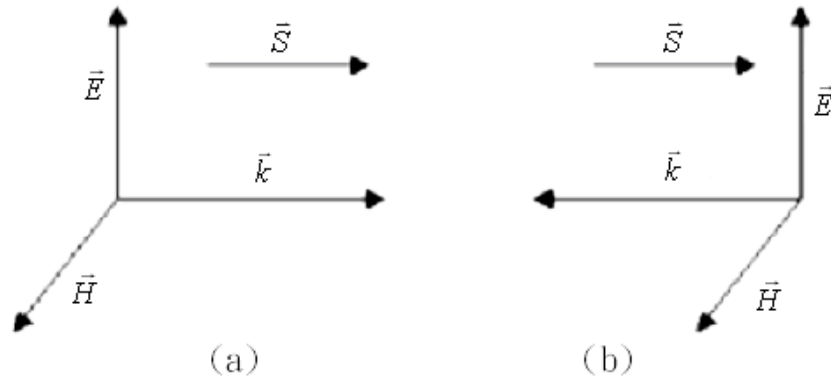


圖 3-1、波行進方向與 Poynting vector 在材質中關係圖。(a) 為  $\epsilon > 0$  及  $\mu > 0$ ，

電場  $\vec{E}$ 、磁場  $\vec{H}$ 、與波行進方向  $\vec{k}$  遵守右手定則，而 Poynting vector

$\vec{S}$  與波前進方向  $\vec{k}$  相同 (b) 為  $\epsilon < 0$  及  $\mu < 0$  時，電場  $\vec{E}$ 、磁場  $\vec{H}$ 、與波

行進方向  $\vec{k}$  遵守左手定則，而 Poynting vector  $\vec{S}$  與波前進方向  $\vec{k}$  相反。

在  $\epsilon > 0$  及  $\mu > 0$  時，波行進方向與電場、磁場的關係遵守著右手定則，而 Poynting vector 與波行進方向相同；但當  $\epsilon < 0$  及  $\mu < 0$  時，波行進方向與電場、磁場的關係是遵守著左手定則，而 Poynting vector 與波行進方向相反。

電磁場在兩個不同材質交界面上的電磁行滿足 3-6 式：

$$\begin{aligned} E_{t1} &= E_{t2} \\ H_{t1} &= H_{t2} \\ \epsilon_1 E_{n1} &= \epsilon_2 E_{n2} \\ \mu_1 H_{n1} &= \mu_2 H_{n2} \end{aligned} \quad (3-6)$$

其中符號如圖 3-2 所示：

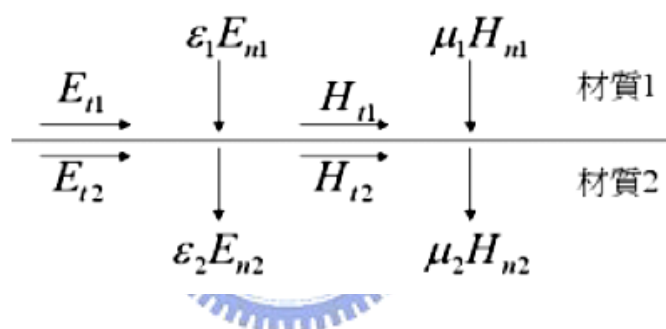


圖 3-2、電磁場在兩個不同材質交界面上的電磁行為符號定義圖

由 3-6 式可以發現，材質的特性參數會影響法線方向的電場及磁場。

因此，假設有一電磁波由空氣入射至材質，分別觀察介電常數及磁導係數同時為正值與同時為負值的兩種不同性質所產生的折射行為，如圖 3-3 所示：

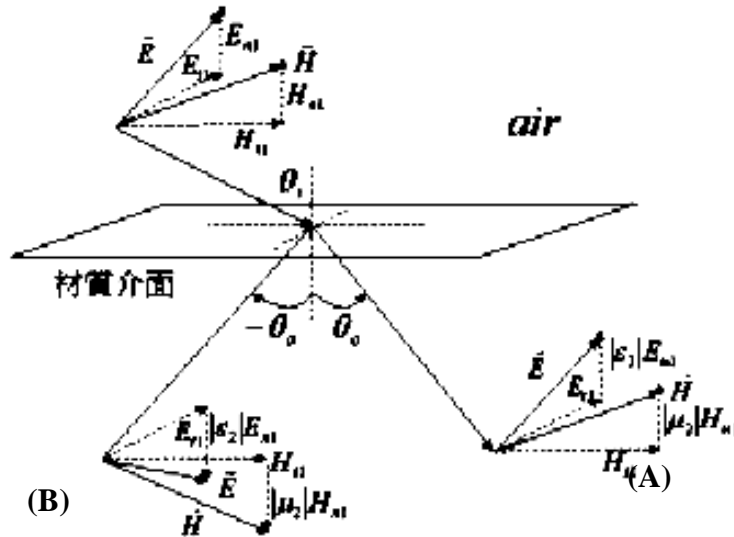


圖 3-3、電磁波入射材質電磁行為示意圖。電磁場的切線方向分量不因材質而影響，而法線方向的分量：(A)當  $\epsilon > 0$  及  $\mu > 0$  時，方向不變，折射角為  $\theta_0$ ；(B)當  $\epsilon < 0$  及  $\mu < 0$  時，方向相反，導致折射角必須為  $-\theta_0$



由圖 3-3，在電磁波入射材質時，電磁場的切線方向分量不因材質而有所影響，而法線方向的分量卻會因材質的介電常數及磁導係數產生影響：(A)當  $\epsilon > 0$  及  $\mu > 0$  時，法線分量方向不變，折射角為  $\theta_0$ ；(B)當  $\epsilon < 0$  及  $\mu < 0$  時，法線分量方向相反，導致折射角必須為  $-\theta_0$ 。

因此，發現在介電常數與磁導係數同時為負值時，折射角必須被修正成負值。當折射角被修正之後，進一步要考慮 Snell's Law 會產生什麼樣的改變。如 2-7 式所示，為 Snell's Law 在一般材質符合的形式：

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n}{1} = \sqrt{\epsilon \cdot \mu} \quad (3-7)$$

當  $\epsilon < 0$  及  $\mu < 0$  時，導致折射角必須為  $-\theta_0$ ，因此式 3-7 中的折射率必須被修正



為負值。

### 3-2 負折射材質的應用

傳統上，成像理論會受限於繞射極限的存在，而使得影像尺寸在波長範圍內將在像面上無法解析。但利用負折射率材質來製作成像鏡組，只要一片折射率  $n=-1$  的平板，即可突破繞射極限的限制，將影像重現在平板的另一面[10]。





## 第四章 異常折射現象與原理

西元 1996 年，S.Y. Lin 等人[11]發現利用光子能隙(PBG)材質的特殊性質，可以製造出一個具有高度色散性質的稜鏡，而這也開啟了異常折射(ultra-refraction)的研究。

### 4-1 PBG 材質所具有的特性

PBG 材質所具有的性質，就是在某些特定頻率範圍(或特定波長範圍)之下的電磁波，沒有辦法在此一材質中傳播、也不被這個材質所吸收，這個頻率範圍就稱做光能隙(photonic bandgap)。

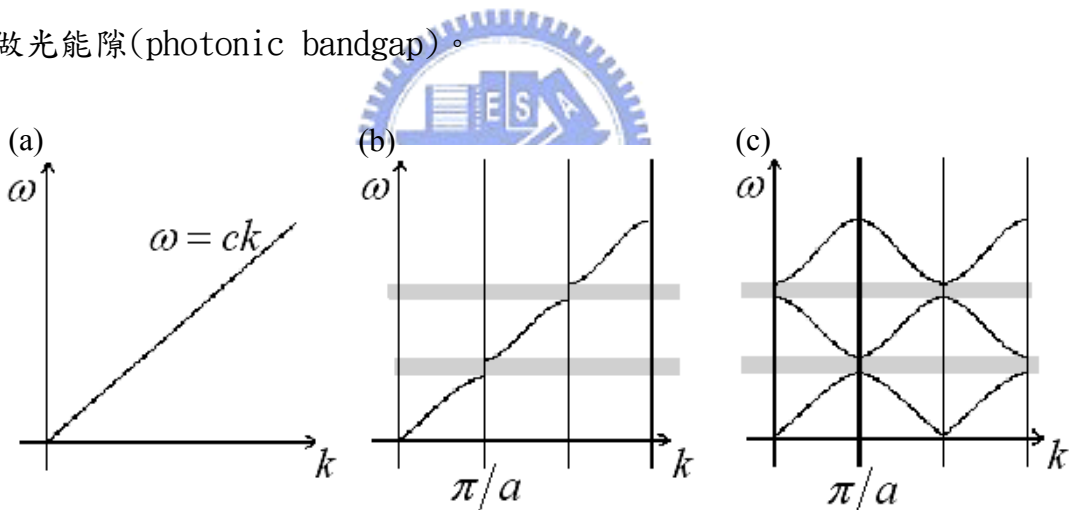


圖 4-1、光子在 (a)真空中及 (b)(c)週期分佈的材質中的能量色散關係圖 (dispersion relation)。

圖 4-1 說明了當光子在真空中傳播時，並不會在某個頻率範圍內產生能隙；但是當光子在週期分佈的材質中傳播時，便會受到週期位勢的影響而產生能隙，導致某些頻率範圍內的電磁波無法在這個材質裡傳播。

同時，由圖 4-2 的色散關係(dispersion relation)可以看出，在特定的頻率之下，也就是能隙的兩端，所等效的折射率可以相差到 30~40%，如圖 4-2 所示：

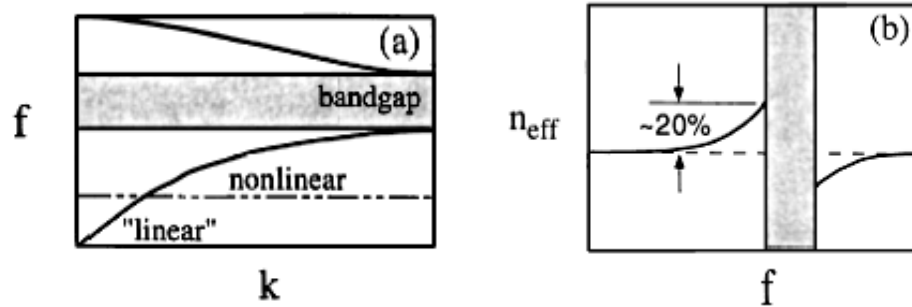


圖 4-2、(a)PGB 材料的色散關係圖(dispersion relation)，圖中指出了色散關係線性及非線性的區域 (b)等效折射率  $n_{eff}$  與頻率  $f$  的關係[11]



#### 4-2 B. Gralak 等人的工作

西元 2000 年，B. Gralak 等人利用光子晶體(photonic crystal)產生異常折射(ultra-refraction)的現象，雖然這篇文章中所發表的是模擬結果，但不同於以往的是，他們將光子晶體的結構和光柵做了一個比對。圖 4-3 為 Gralak 所使用的結構：

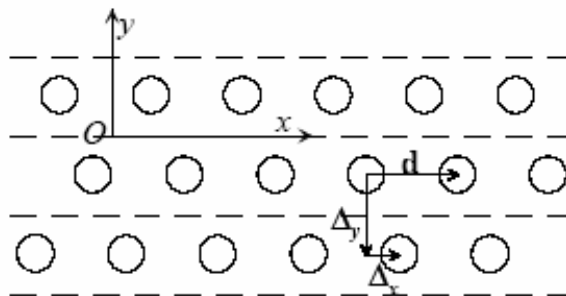


圖 4-3、B. Gralak 等人在模擬中所使用的結構。這個結構為  $z$ -independent；在  $x$  方

向為週期排列的圓柱，週期為  $d$ ； $y$  方向則是有限的，一共有  $N$  層（在此例中  $N=3$ ）。[11]

在這個結構中，Gralak 等人利用圓柱在空氣中週期排列，造成折射率的週期性變化，構成一個具有光能隙的材質；但另一方面，也可將這個結構視為一個光柵。

在模擬系統中，設定柱狀材質折射率為 3、半徑 0.475、 $d=1.27$ ，結構週期常數  $\Delta x=0$ 、 $\Delta y=d$ ，經由模擬可以得到此結構的色散關係(dispersion relation)及固定頻率下的色散圖(constant-frequency dispersion diagram)，如圖 4-4

所示：

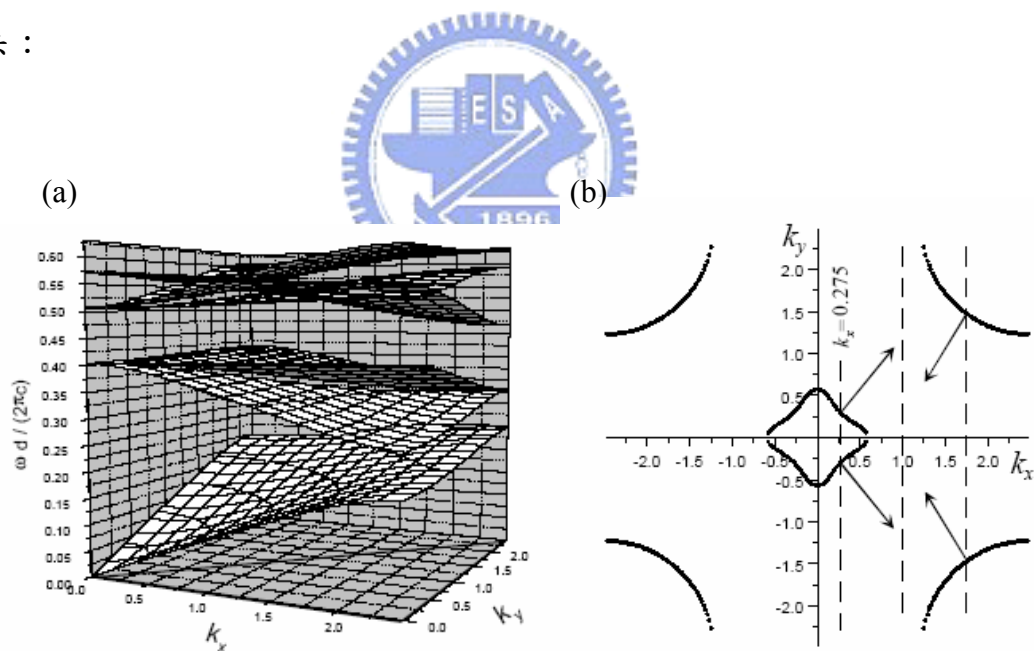


圖 4-4、(a)立體空間的三維色散關係圖，水平平面為波向量  $k$ ，垂直軸為頻率 (b)固定波長之下 ( $\lambda=2.545$ ) 的色散關係圖；以及固定波向量  $k_x$  的條件之下，能量流動的方向(如圖中箭號所標示之方向)。[11]

由圖 4-4(b)的觀念，我們可以知道，如果使  $k_x - k_y$  平面所產生的圖形愈接近圓形且圓形愈小，則有指向性發射(directive emission)的現象發生；若圖形愈接近圓形，則代表材質愈具有各向同性(isotropic)的性質；而圓形愈小，則  $k_x$  愈小，因而發散角度愈小，愈具有方向性。因此，他們更進一步的比較不同波長之下的  $k_x - k_y$  圖形，如圖 4-5 所示：

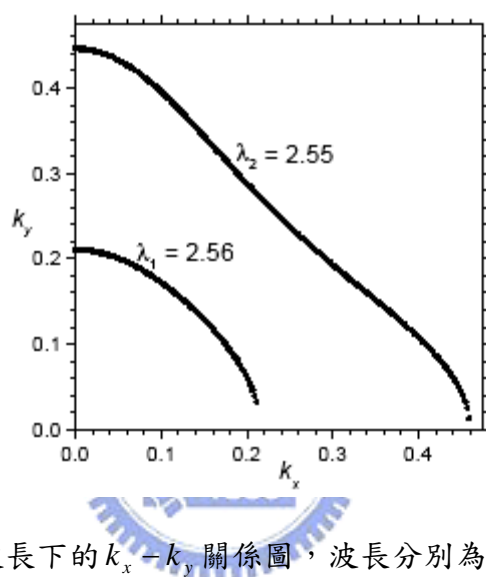


圖 4-5、不同波長下的  $k_x - k_y$  關係圖，波長分別為 2.55 及 2.56 [11]

$$k_x^2 + k_y^2 = k_0^2 n_{eff}^2 \quad (4-1)$$

由 4-1 式可以知道，當波長為 2.56 時，折射率為 0.086。

在他們的工作中，成功的模擬了異常折射的現象，結果如圖 4-6 所示：

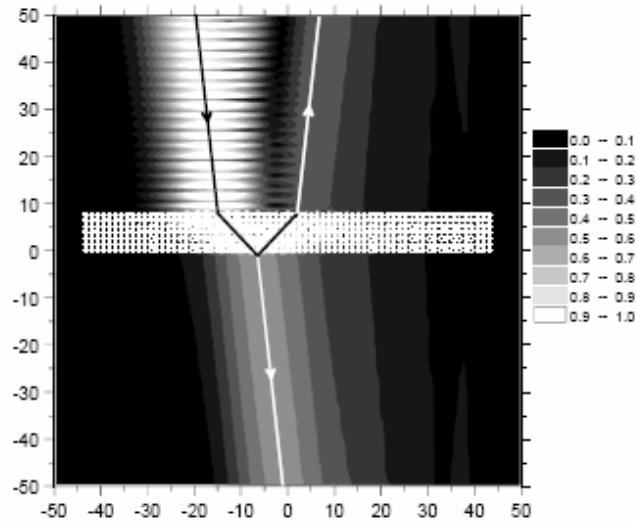


圖 4-6、模擬場型的場強度分佈圖，其中所使用的結構為 67 x 9 個圓柱所組合而成入射波的入射角為 6.4 度。在上層的分界面處因為反射波與入射波的干涉，而產生了駐波。[11]



#### 4-3 異常折射現象的理論及實驗發展

如同其他許多的研究論文[12]所指出的一個特性，也就是當入射電磁波的波長遠大於結構的週期時，材料就愈可能呈現出各向同性(isotropic)的性質。同年，也有一篇類似的文章在 Journal of Applied Physics 刊出[13]，主要是將這個結構應用在天線傳輸上。比較不一樣的地方是，他們利用相同的結構來製造一個共振腔，所以當點源放置在結構內時，利用共振腔的效應，使發射出去的光達到高效率與高方向性。

#### 4-4 小結

在此之前，異常折射的現象大都是考慮 PBG 材料所造成的特殊能帶分佈產生的結果，或是利用共振腔的效應來達到指向性發射的目的，而對於折射率，或者說對於介電常數  $\epsilon$  及磁導係數  $\mu$  並沒有很直接的關聯。直到 2002 年，S. Enoch 在 Physics Review Letters 期刊上發表了一篇文章：“A meta-material for directive emission” [14]，在這篇論文中，第一次引入了電漿頻率(plasma frequency)的觀念，這個想法是有別於光子晶體的解釋觀點，而與 J. B. Pendry 最初的論點是一致的。





## 第五章 Meta-materials 的指向性發射

西元 2002 年，S. Enoch 等人在 Physics Review Letter 期刊上發表了一篇文章，名為” A Metamaterial for Directive Emission” [14]，主要在討論 meta-materials 在指向性發射上的原理。其實在 Enoch 等人較早之前的工作，也是把研究異常折射(ultra-refraction)的焦點都放在具有光能隙(photonic bandgap；PBG)的材料上，因此日後在他們實驗上所使用的結構，都和 PBG 材料可以說是大同小異。但是在這篇論文中所呈現出來的” meta-material”，除了與之前相類似的金屬結構之外，還多加了一層接地層(ground plate)，兩者結合起來之後，就會有類似 Farby-Perot 共振腔的效果出現，也因此在這種結構裡面放入一個點源，出射的電磁場將會具有高方向性。



5-1 S. Enoch 等人的工作

有別於以往的 Meta-materials(專指折射率小於零的材質)，指向性天線的原理乃是利用材質的折射率介於 0 與 1 之間，使折射光線具有異常折射(ultra-refraction)的性質，其出射角就會非常的小，因而具有方向性。

所謂的異常折射，顧名思義就是與一般常見的折射現象有所不同。一般常見的材質，其折射率幾乎都是大於 1 的，故由 Snell's Law

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (5-1)$$

我們可以知道，當光線由折射率較低的材質進入折射率較高的材質時，折射角會

小於入射角。若兩材質之間的折射率相差愈多，改變的角度也就愈大。因此，利用材質折射率介於 0 到 1 之間這個特殊的性質，可以用來製作一個指向性天線。

簡單原理如圖 5-1 所示：

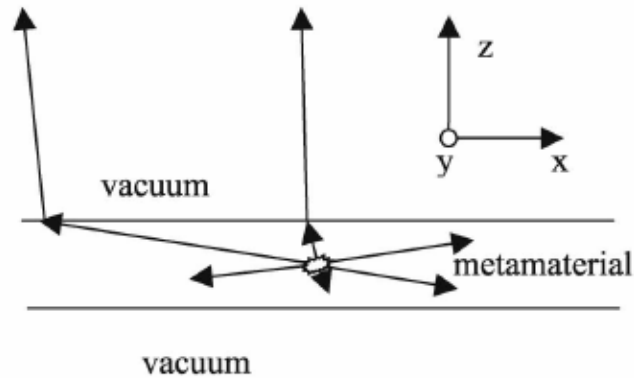


圖 5-1、指向性發射的幾何示意圖。當一個點源放置在折射率介於 0 到 1 的介質中時，其出射光依照 Snell's Law 將會具有高方向性。[14]

當一個點光源置於此種 meta-material (折射率介於 0 到 1 之間) 中時，由 Snell's Law 可知，其出射光被限制在一個很小的發散角內。另一方面，從圖 5-2 的色散圖 (dispersion diagram) 也可以看出，由於在材質交界面之處，波向量 (wave vector) 的切線分量必須連續，因而使得出射光線的波向量被限制在一定的角度之內，也因此出射的光線具有高度的方向性。

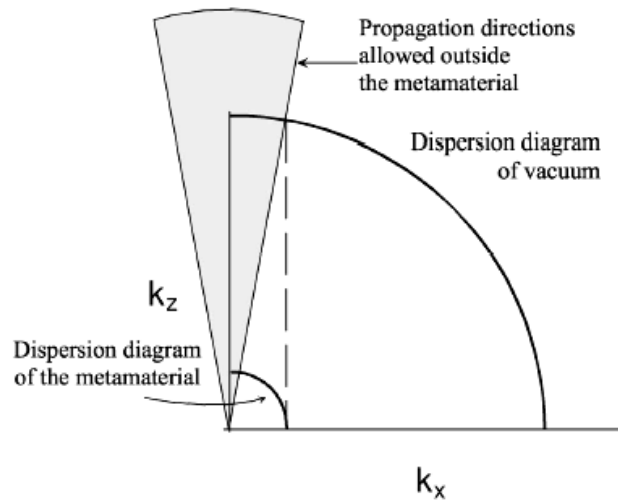


圖 5-2、meta-materials 與真空間的色散關係圖。由於在交界面的波向量切線分量  $k_x$  必須連續，所以出射光的角度便被限制在一定的角度之內。[14]

### 5-2 實驗架構及實驗結果

雖然解釋的觀點不同於以往的 PBG 材質，但 Enoch 等人用來實驗的結構卻沒有太大的差異。同樣的，是一個週期性的結構，但為了省去製作上的麻煩，他們改用了傳統的印刷電路版製作方法來取代以往所使用的 metallic-rods 結構。示意圖如下：

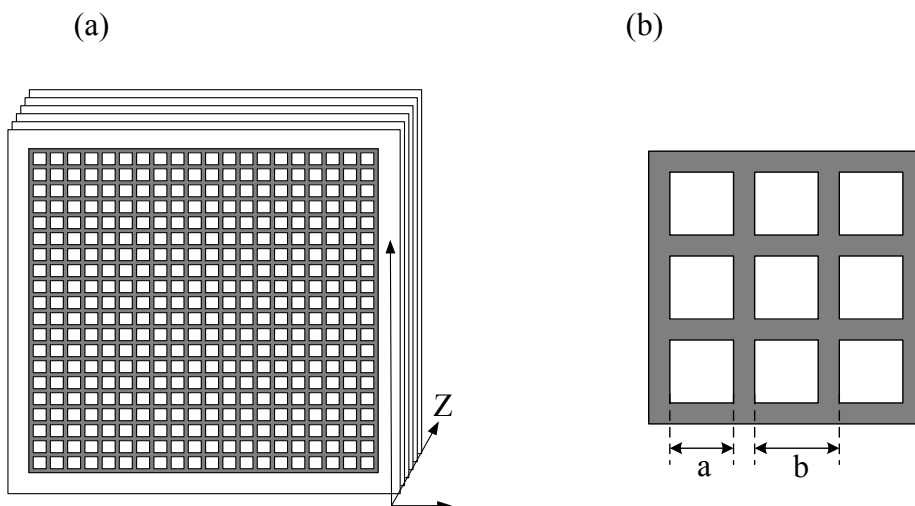


圖 5-3、(a)多層網狀結構示意圖，一共由六層印刷電路版製做而成，基版的材質為 FR4，

金屬層為銅，在 z 方向的排列週期為 6.3mm (b)在每一結構中，每個格子長度

a 為 4.98mm，分佈的週期 b 為 5.8mm

S. Enoch 在實驗中所使用的金屬網狀結構，規格如圖 5-3 中所示，而每片印刷電路版的大小約為 240mm，其中共包括了 40\*40 個金屬方格；整個結構是由六層印刷電路版組合而成，層與層之間的排列週期為 6.3mm。

首先為了確認電漿頻率(plasma frequency)，便量測這個結構的穿透率(transmission)，結果如圖 5-4 所示，其中 Transmission 的定義如下：

$$\text{Transmission} = \frac{\text{Measured field with the structure}}{\text{Measured field without the structure}}$$

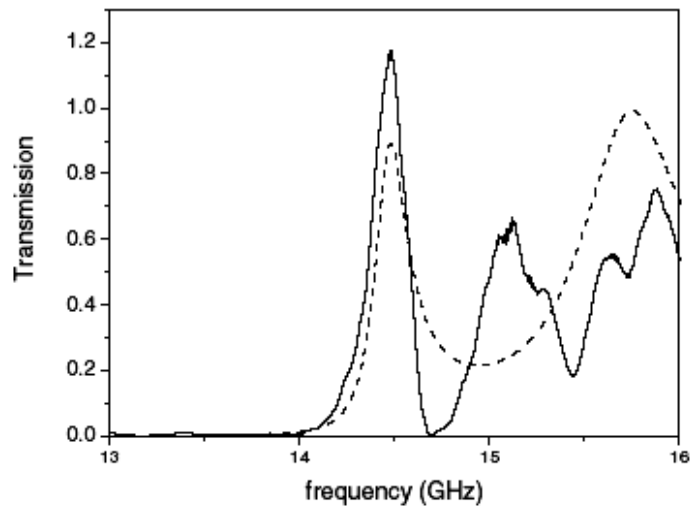


圖 5-4、此種 meta-material(由六層網狀結構組合而成)的穿透率對頻率的關係圖。圖

中虛線為模擬所得到的結果，實線則為實際量測的結果。[14]

由圖 5-4 實驗結果可以看出，當電磁波的頻率小於 14.6GHz 時，是沒有辦法穿透這個結構，所以 14.6GHz 可以初步確認是這個結構的電漿頻率。

若把此網狀結構簡化成二維的線狀結構，則與 Pendry 所提出的金屬線相當類似，兩者所使用結構的週期皆小於一個波長，如此一來，利用電漿頻率的觀點來解釋似乎就有相關連之處。依據 Pendry 所提出的論點，金屬線週期結構的等效介電常數  $\epsilon_{eff}$  可表示為

$$\epsilon_{eff} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (5-2)$$

其中  $\omega$  為工作頻率， $\omega_p$  為電漿頻率(plasma frequency)

由上式可知，當  $\omega < \omega_p$  時， $\epsilon_{eff}$  為負值，因此當電磁波進入此多層金屬網狀結構之後，便快速的衰減，導致穿透率幾乎為零；由這個觀點來看，此網狀結構的電漿頻率應該就在 14.6GHz 附近。此外，由 5-2 式也可以知道當工作頻率略大於電漿頻率時，等效介電常數  $\epsilon_{eff}$  是正值，但卻遠小於 1，如此一來，便可以依照上述的理論來製作一個具有異常折散特性的材質。

在本篇論文中，S. Enoch 等人所選擇的工作頻率即為 14.65GHz，略大於電漿頻率 14.6GHz。確認工作頻率之後，便著手進一步的實驗。

為了驗證此結構的指向性發射，他們在這個多層的金屬網狀結構中，放入一個 monopole 作為發射場源，由於 monopole 的場型比較單純，因此在實驗上容易拿來比較及驗證。實驗架構及結果如圖 5-5 所示：

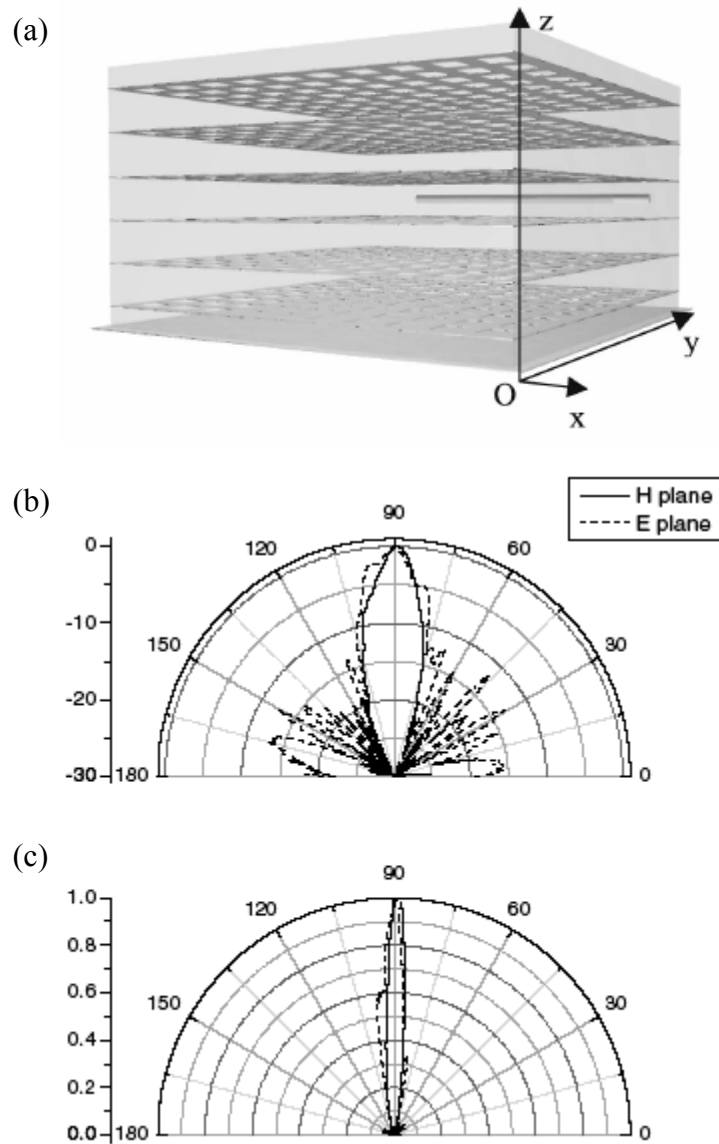


圖 5-5、(a)六層網狀結構示意圖，在第三層與第四層中間放入一個 monopole 做為發射場源 (b)(c)依照上述的結構設計所量測到的電場及磁場場型，實線表示磁場場型，虛線表示電場場型，其中(b)圖為對數座標 (c)圖為線性座標。[14]

由圖 5-5(b)(c)實驗結果可以看到，出射的電磁場場型具有高方向性，證明這個結構具有指向性發射的特性。

### 5-3 小結

在本章節中，說明了 S. Enoch 等人的實驗初步証實了指向性發射的原理，當場源置於折射率介於 0 到 1 之間的材質內時，出射光便會具有高度的方向性。但若是考慮到應用的方面，仍然有我們可以改進的地方，如何分離場源和 meta-material 材質便是一個問題；而兩者分離之後，是否又有相同的效應存在？我們會在下一章加以討論。







## 第六章 實驗驗證及模擬結果

基於對這種 meta-material 結構的好奇，加上指向性發射在天線傳輸上的應用價值，促使我們想更深入的加以探討。到底這些金屬網狀結構的作用是什麼？這是一個具有光能隙的材質？還是一個類似 Farby-Perot 共振腔？還是有其他的原理存在其中。

然而，在一個偶然的想法之中，若是我們將發射場源放在材質之外，那會有什麼情況發生呢？當然，我們可以由 Snell's Law 得到一個簡單而直接的結果，但實際上呢？



### 6-1 OSLO 的模擬分析

不同於 Enoch 等人的實驗架構，我們將微波發射源放置在此金屬網狀結構的外頭。依照 Enoch 等人的觀點，此網狀結構在特定的工作頻率時，其折射率會介於 0 到 1 之間。

我們利用光學模擬軟體 OSLO 來做初步的分析，發現到當光線進入折射率介於 0 到 1 之間的材質時，在空氣與材質的交界面處會有全反射發生，如圖 6-1 所示；換言之，雖然穿透的光線保持有高方向性的特點，但其穿透的光強度會減弱。

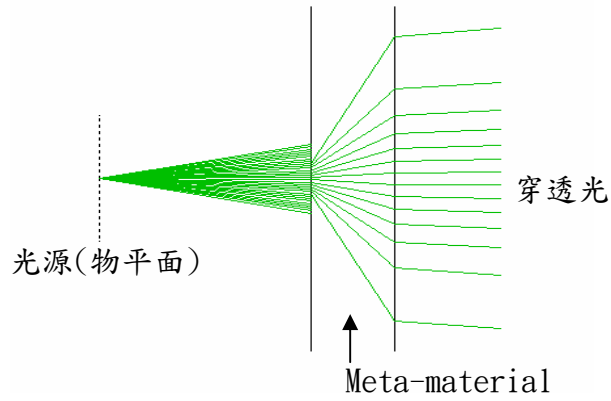


圖 6-1、OSLO 的模擬結果。設定介質的折射率介於 0 到 1 之間，將點源放置在真空中，其穿透量(throughput)明顯的減少。

## 6-2 結構折射率的量測

首先量測結構的電漿頻率位置，實驗架設如下圖所示：

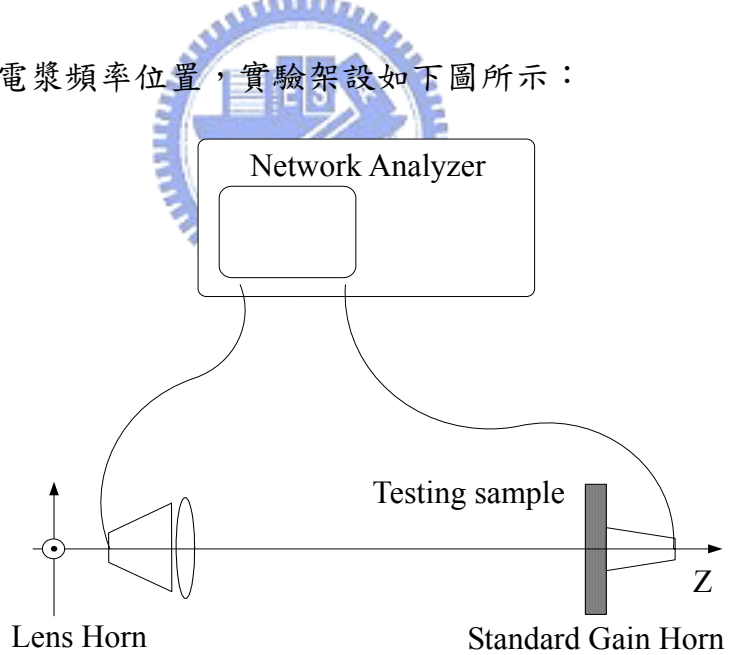


圖 6-2、實驗系統架設圖。利用網路分析儀(Network Analyzer)來測量結構樣本的穿透特性。

一個附有凸透鏡的微波頻段的號角天線(FLANN 16810-FA / 16094-SF40 ; Frequency range: 8.5 - 12.15 GHz)，所發射出去的電磁波為線性極化，發散角度約為 10 度，而接收端的天線則是利用常見的標準天線 (Standard gain horn : FLANN 17240/16094-SF40 ; Frequency range: 8 - 12.5 GHz)，亦為線性極化，接收的角度可達 20 度。在這兩組天線中，決定極化方向的不是透鏡也不是號角的形狀，而是決定於波導(waveguide)；而發射及接收的頻率也一樣受限於波導，波導的截止頻率(cut-off frequency)限制了最低可接收的頻率，頻率的上限則可能因為號角的形狀或是傳輸纜線的不同而不同；而人為的主觀因素也有影響，也就是說，只要電磁波強度的衰減在可容許的範圍內，都可以拿來做量測之用。

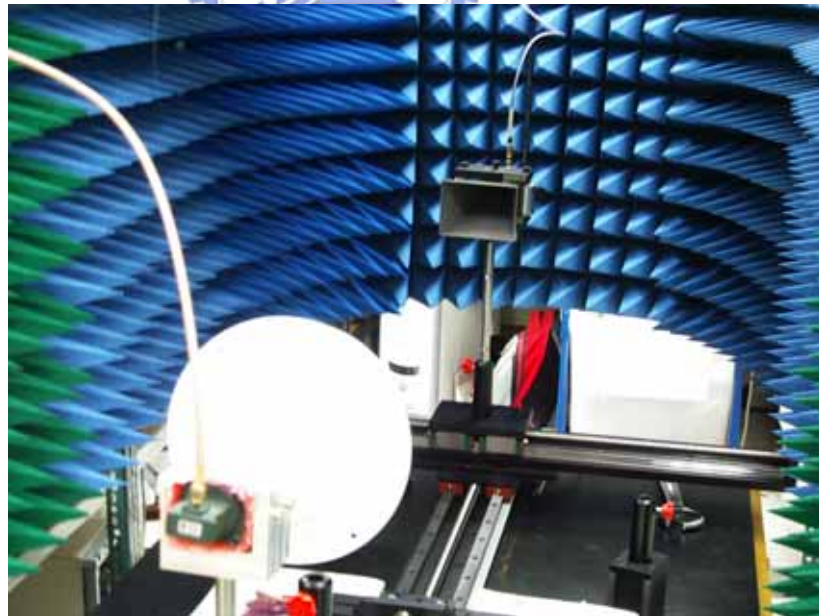


圖 6-3、實驗系統架設圖，周圍的角錐狀物體具有微波吸收的作用，以防止其他雜訊的干擾。

我們依照 S. Enoch 等人的實驗，利用網路分析儀(Network Analyzer：HP 8720D；Frequency range: 0 - 20GHz)來量測結構的 S 參數，找出電將頻率(plasma frequency)所在的頻率位置，以及觀察此結構的一些基本穿透特性。

首先必需找出此結構的電將頻率，因為知道電將頻率之後，才可以知道在哪個頻率範圍內，結構可能呈現出的折射率是介於 0 到 1 之間。因此，我們利用網路分析儀來量測結構的穿透比(transmission ratio)，這裡的穿透比定義如下

$$\text{Transmission ratio} = \frac{\text{Measured field with the structure}}{\text{Measured field without the structure}}$$

實驗結果如圖 6-4 所示：

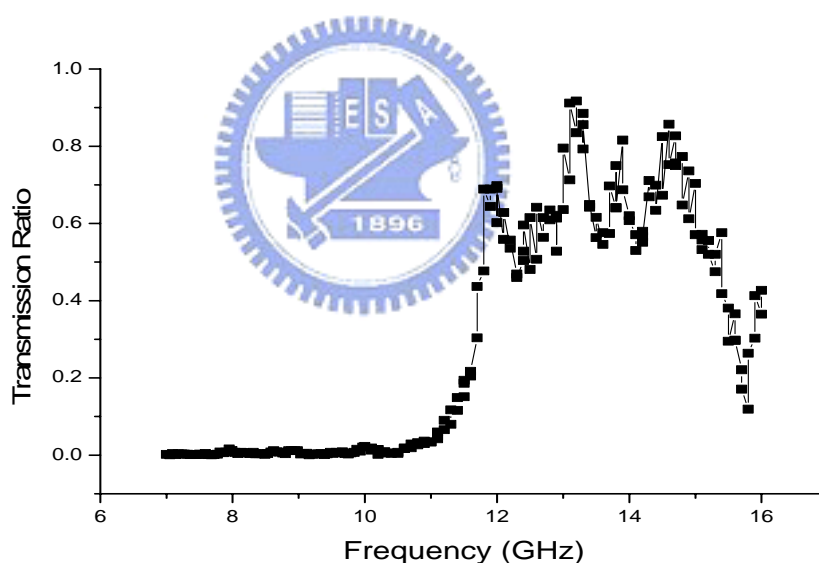


圖 6-4、金屬網狀結構所組合成的 meta-material 其 transmission ratio 量測結果。

由圖中可以看出，當電磁波的頻率小於 11.9GHz 時，沒有辦法在這種結構中傳播。

由圖 6-4 的實驗結果可知，當電磁波的頻率小於 11.9GHz 時，電磁波的穿透比快速的下降，這也代表了 11.9GHz 左右是電漿頻率的所在。


考慮 Pendry 所提出的觀念，金屬線週期結構的等效介電常數  $\epsilon_{eff}$  可表示為

$$\epsilon_{eff} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (6-1)$$

其中  $\epsilon_{eff}$  為等效折射率、 $\omega_p$  為電漿頻率(plasma frequency)

由 6-1 式可知，當  $\omega < \omega_p$  時， $\epsilon_{eff}$  為負值，因此當電磁波進入此多層金屬網狀結構之後，便快速的衰減，導致穿透率幾乎為零；這也讓我們初步的確認這個結構的電漿頻率大約在 11.9GHz。

由相位(phase)的觀念來看，當材質折射率小於 1 時，電磁波經過材質之後會有相位超前的現象，簡單的推導如式 6-2：


$$\begin{aligned} OPD(\text{Optical Path Difference}) &= (n-1) \times d \\ \text{phase difference} &= \frac{OPD}{\lambda} \times 2\pi = \frac{(n-1)d}{\lambda} \times 2\pi \end{aligned} \quad (6-2)$$

其中 d 為材質的厚度， $\lambda$  為電磁波的工作波長

所以當  $n < 1$  時，光程差(Optical Path Difference)便會小於 0，以致於相位會有超前的情況發生。為了驗證相位的延遲或超前，我們改變結構的層數(相當於改變材質的厚度 d)，量測不同頻率之下的相位差，實驗結果如圖 6-5 所示：

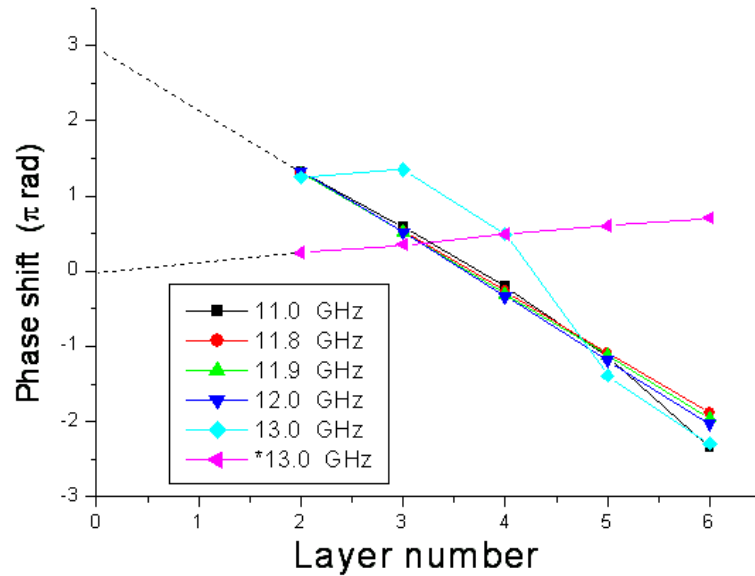


圖 6-5、在不同頻率之下，改變金屬網狀結構的層數所得到的相位差

在初步的量測數據中，由網路分析儀所得到的相位差讀值介於 $\pm\pi$ 之間，必順經過適當的相位移( $\pm 2\pi$ )才可以看的到較為明顯的趨勢。上圖 6-5 中由 11GHz 到 13GHz 的數據，在經過適當且相同的相位移之後，可以得到一組圖形；其中可以明顯的看出，13GHz 時的走勢不同於其他的頻率之下所量得的結果，呈現規律的相位延遲。但是在經過另一個不同但同樣具有規律的相位平移之後，\*13GHz 的圖形便呈現出相位超前的現象，這也初步的說明此結構的折射率是小於 1 的。

對於六層的金屬網狀結構，其寬度大約為 35mm，根據 6-2 式以及我們所量測得到的相位差值，我們可以推得材質的折射率大約為 0.5；同時我們也由 6-1 式推算材質在 13GHz 時的折射率，得到的值大約是 0.4。

為了更進一步的確認，我們改變實驗系統架設如下頁圖 6-6 所示，來量測在 13GHz 時，此結構的折射率。

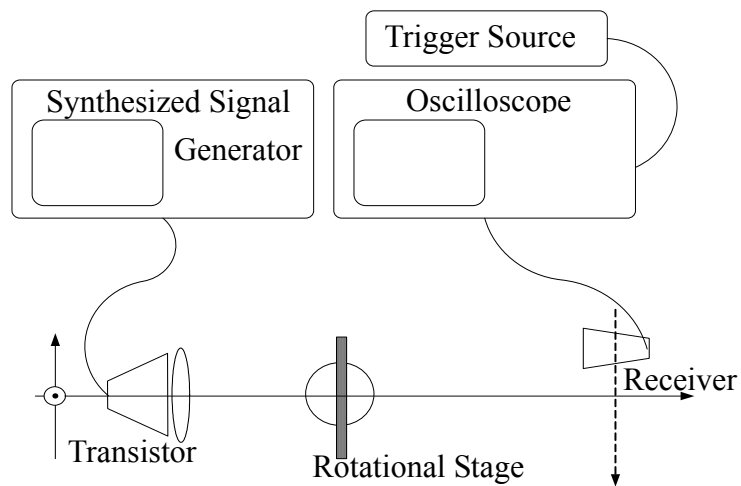


圖 6-6、實驗系統圖：藉由接收端天線的移動來量測出射電磁波的中心位置

我們利用一組微波天線、訊號產生器(Agilent 83731B Synthesized Signal Generator)、示波器(HP 54750A Digitizing Oscilloscope)、觸發源(Agilent E4432B ESG-D Series Digital RF Signal Generator)、旋轉台以及平移台，來量測穿透電磁波的中心位移。

由圖 6-7 可以知道，當折射率介於 0 到 1 的材質轉動  $\theta$  角時，穿透電磁波會往負方向平移(圖中箭頭所指方向為正)，因此我們可以藉由平移台的移動來量測中心位置的變化  $\Delta_d$ 。

$$\Delta_d = \frac{d}{\cos \theta} \times \sin(\theta_2 - \theta) \quad (6-3)$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (\text{Snell's Law})$$

其中  $d$  為材質的厚度，而  $\theta_2$  為折射角度

藉由 6-3 式，我們便可以推得折射率的大小。

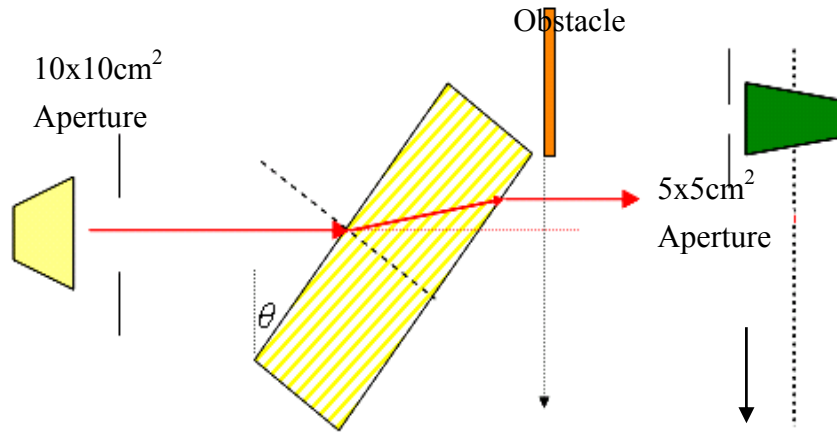


圖 6-7、利用金屬平板造成的 edge diffraction，使出射的電磁波強度能更明顯的判別。

為了加強量測的準確度，我們在發射端及接收端前分別放入 aperture，另外再加一個上金屬平板 (obstacle) 使得出射電磁波產生刀鋒繞射 (edge diffraction)，使效果更加明顯。

首先使結構轉動  $5^\circ$ ，量測電磁場的中心位置，實驗結果所圖 6-8 所示：

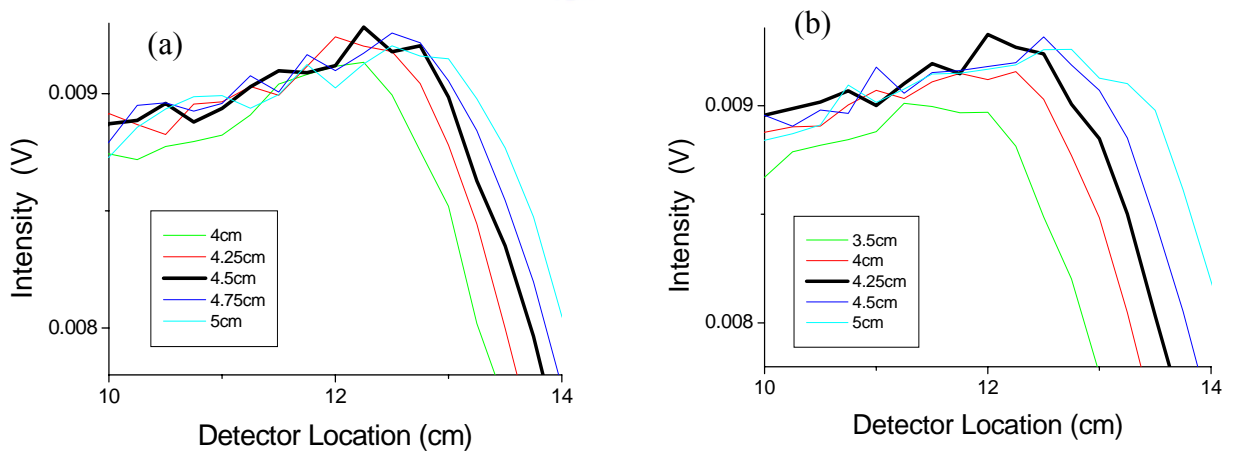


圖 6-8、(a)電磁波正向入射結構材質時，中心位置大約在 4.5cm 處 (b)結構轉動  $5^\circ$  時，中心位置大約在 4.25cm 處



由上圖結果可知，電磁波的中心往負方向移動了大約 0.25cm；已知入射角  $\theta$  為  $5^\circ$ 、材質厚度  $d$  為 3.5cm，而實驗量測到的  $\Delta_d$  為 0.25cm，則藉由 6-3 式，可推得材質的折射率約為 0.36，再利用 Pendry 所提出的公式(6-1 式)，可推得電漿頻率大約在 12.1GHz。

為了更準確的估計電磁場中心位移的大小，我們將個別量測到的高點做適當的趨近，可以得到如下圖 6-9：

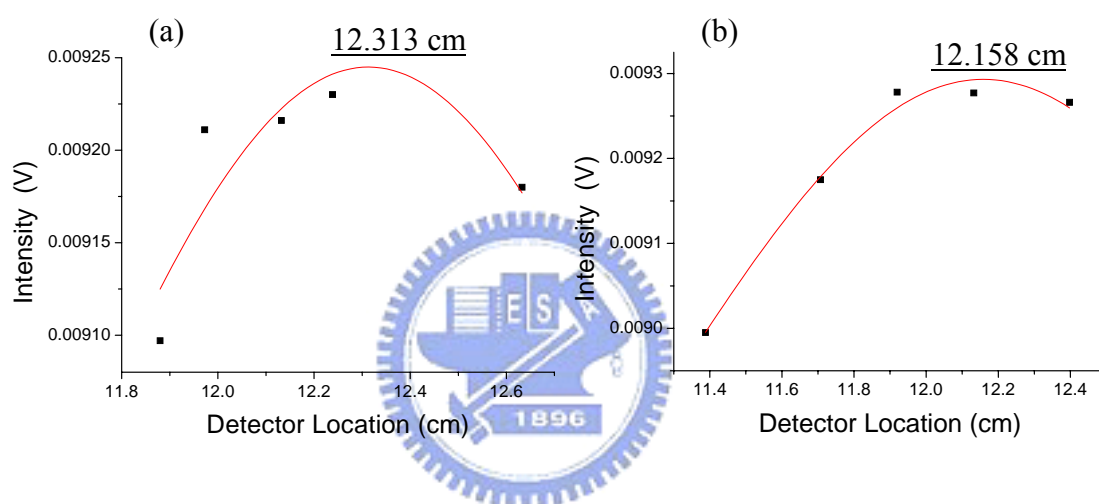


圖 6-9、(a)電磁場正向入射 (b) $5^\circ$ 斜向入射結構時的預估強度分佈

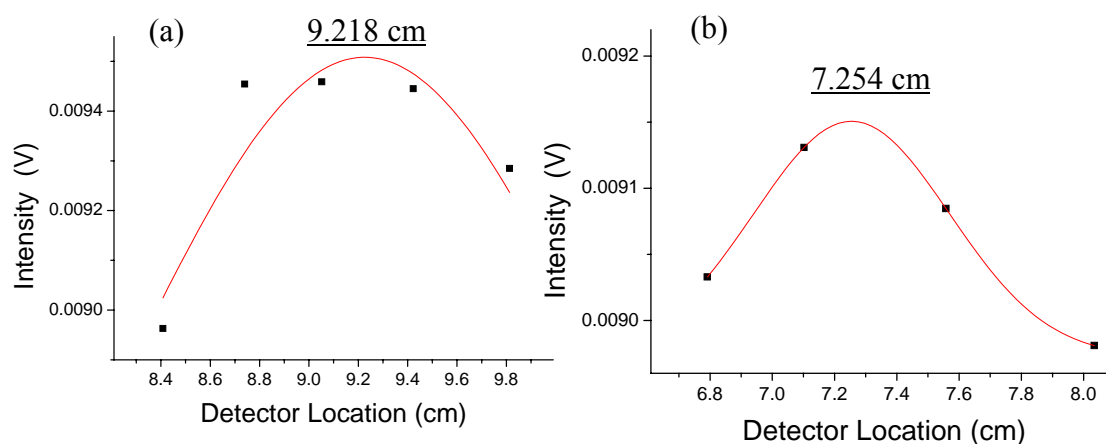


圖 6-10、(a)電磁場正向入射 (b) $10^\circ$ 斜向入射結構時的預估強度分佈

由上圖 6-9 可知中心位置大約移動了 $-0.155\text{cm}$ ，則同樣利用 6-1 式及 6-3 式，我們可以求得折射角為  $12.52^\circ$ 、折射率為 0.4、電漿頻率為 11.9GHz。

同時我們也量測了材質轉動  $10^\circ$  及  $20^\circ$  時的電磁場中心位移；在結構轉動  $10^\circ$  時，出射電磁波有明顯的位移現象，如圖 6-10 所示，約為 $-1.96\text{cm}$ ，推算所得到的折射率約為 0.25，雖然仍介於 0 到 1 之間，但比之前所量測到正向入射及  $5^\circ$  入射的值都來的小。而在結構轉動  $20^\circ$  時，就沒有看到負位移的現象，也因此折射率不是介於 0 到 1 之間。由此可知，入射角度對於結構所呈現出的折射率的確有所影響。

除了出射電磁波的中心位置移動之外，我們也察覺到穿透電磁波的強度並沒有太大的衰減，大都在 3dB 之內(穿透強度約為 free space 強度的一半以上)。也因此這個結構不單單只是折射率介於 0 到 1 之間，可能還有其他的現象可以解釋。所以我們試著將結構拆開，分別針對個別結構(單層金屬網狀結構)量測其穿透特性。

### 6-3 ADS 模擬分析及實驗驗證

為了知道個別結構的穿透特性，我們利用電磁波分析模擬軟體 Agilent ADS2002 重建類似的金屬網狀結構，同時建立一個 patch antenna 用來做為假想的微波發射源；金屬結構的寬度以及分佈週期都和 S. Enoch 等人的工作中所使用的結構參數一致，如圖 5-3 所示；不同的是，我們簡化網狀結構使之成為金屬

線結構。

在 ADS momentum 的模擬系統中，我們建立一個 patch antenna 取代實際上實驗所用的號角天線(horn antenna)，雖然兩種天線的場型並不相同，但若只是拿來比較電磁場經過材質前後的變化，只要適當設計 patch antenna 的規格就可以使兩者的差異減少。

Patch antenna 的設計規格標準[16]大致如圖 6-11 所示：

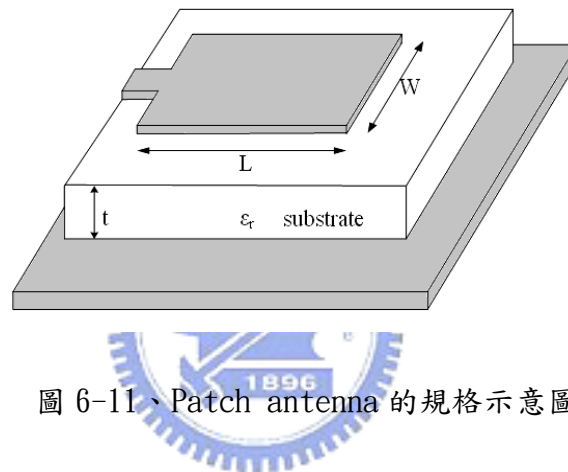


圖 6-11、Patch antenna 的規格示意圖

其中

$$L \approx \lambda_d, \lambda_d = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (6-4)$$
$$\text{input impedance } Z_A = 90 \cdot \frac{\epsilon_r^2}{\epsilon_r - 1} \cdot \left(\frac{L}{W}\right)^2$$

$\lambda$  為工作波長(working wavelength)

依照上述的公式去做初步的設計，再利用 ADS momentum 裡最佳化(optimize)的功能，便可以製造出特定頻率的電磁波發射天線。

因此，我們在 ADS momentum 中建置了一個  $L=4.45\text{mm}$ 、 $W=14.5\text{mm}$  的矩形金屬層，並假設金屬層的導電係數  $\sigma$  為  $5.8 \times 10^7$  (實驗中電路版的金屬層為銅，故與

實驗一致，設定金屬的導電係數為  $5.8 \times 10^7$ ，金屬層的厚度為 0.4mm；中間的基板層其介電常數  $\epsilon_r$  為 4.6(在實驗中我們所用的 substrate 為 FR4，其  $\epsilon_r$  為 4.6)，基板的厚度為 1.6mm；最底下則為接地面，設定為 ground plane。

首先看看這個 patch antenna 的表現如何，我們分別模擬了 patch antenna 的  $S_{11}$  參數以及天線的發射場型，如圖 6-12 所示：

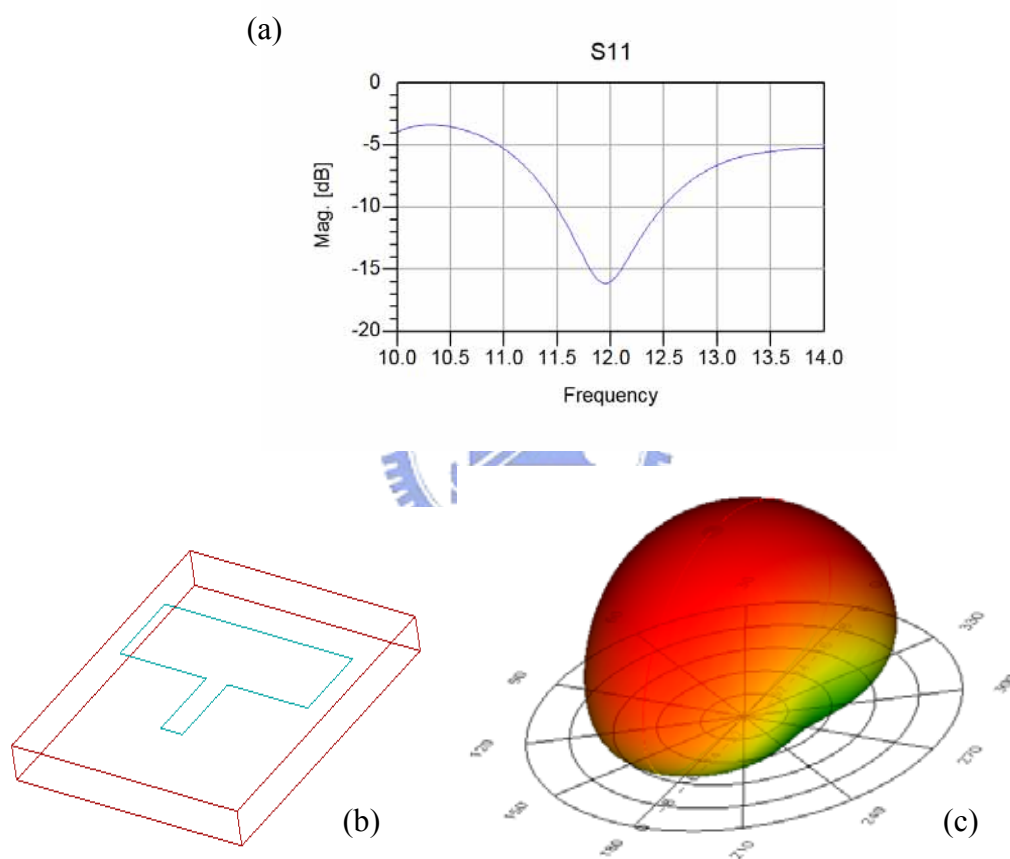


圖 6-12、(a)在 ADS momentum 中所建立之 patch antenna 其  $S_{11}$  參數，可以看出在 12GHz 時的效率最佳 (b)patch antenna 的幾何結構 (c)此 patch antenna 在頻率為 12GHz 時所發射的電磁波場型

由  $S_{11}$  ( $S_{11}$  乃定義為在第一埠所接受到的電壓和第一埠所輸入的電壓之比，亦即反射率： $S_{11} = V_1^- / V_1^+$ ) 的模擬數據結果可以看出，我們所設計的 patch antenna 在頻率為 12GHz 時有很好的發射效率，其反射率約只有 -16dB，因此可將大部份由 feed-line 所輸入的能量藉由 patch antenna 發射出去；而 patch antenna 的發射場型就如圖 6-12(c) 所示，是一個相當圓滑且沒有任何 side-lobe 的場型。因此，我們可以利用這一個假想的發射源，來分析電磁場通過金屬網狀結構前後的場型變化。

接著在 ADS momentum 中，我們在 patch antenna 的上方放入一個週期分佈的金屬線結構，之所以用簡化的金屬線結構來代替實際上的金屬網狀結構，主要是為了節省電腦計算所花費的時間；雖然如此，我們仍然可以利用較簡單的金屬線結構所得到的模擬結果，來推測網狀結構對於電磁波所造成的影響，然後與實驗結果相互比對。

我們在模擬的系統中置入一層週期排列的金屬線；同樣的，先設定材料參數及擺放的相對位置。我們假設金屬線的材質同樣為銅，而金屬線的寬度及分佈週期也如同實際結構一般，分別為 0.85mm 及 5.8mm，並將此結構放在距離 patch antenna 15cm 遠之處，然後進行模擬分析，所得到的結果如圖 6-13 所示：

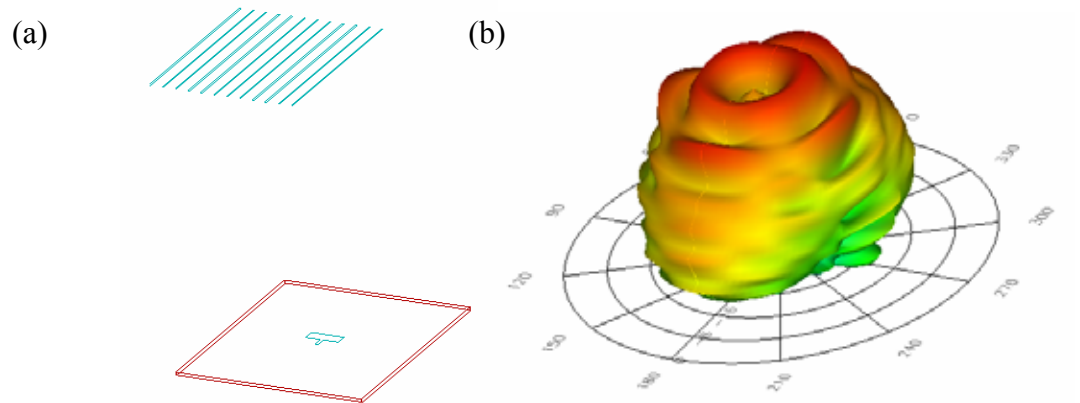


圖 6-13、(a)patch antenna 及單層金屬線結構在 ADS momentum 中的相對位置。(b)

在 12GHz 時，由 patch antenna 發射出來的電磁場在經過單層線狀結構之後所造成的改變。

由圖 6-12(c)的模擬結果可以知道，經由 patch antenna 發射出來的場型是圓滑的；當經過一層金屬線結構之後，受到其影響，使得電磁波邊緣的強度變的較弱，而場型也稍微有些起伏變化，但目前為止仍然看不出來一些特殊的性質，像是指向性……等等。

接著我們再放入第二層相同的金屬線結構，兩層金屬線結構的間隔距離設定也和實際結構相同，為 6.3mm。模擬結果如下圖所示：

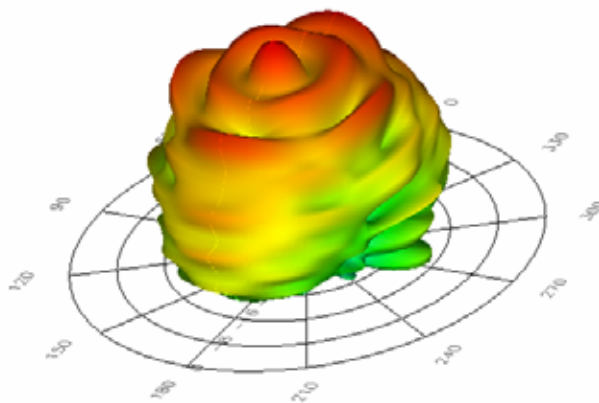


圖 6-14、在 12GHz 時，由 patch antenna 發射出來的電磁場在經過兩層線狀結構之後所造成的場型改變

加上第二層金屬線結構之後，相較於只有一層金屬線時，中間方向的電磁場強度比周圍來的更強；比較兩者的電磁場場型，電磁波經過兩層金屬線結構之後，有著光束整形 (beam shaping) 的效果存在，同時，也較只有一層金屬線時更具有指向性。再者，若比較場強度的大小，則可以發現當電磁波穿過金屬線結構時，在直進方向的強度並沒有減弱，反而有增強。

接著，我們在 ADS momentum 的模擬系統中建立另外一個發射頻率為 8GHz 的 patch antenna，並且重覆上述的動作，比較在不同的工作頻率之下，電磁波對於結構的穿透特性是否有所改變，模擬結果如圖 6-15 所示：

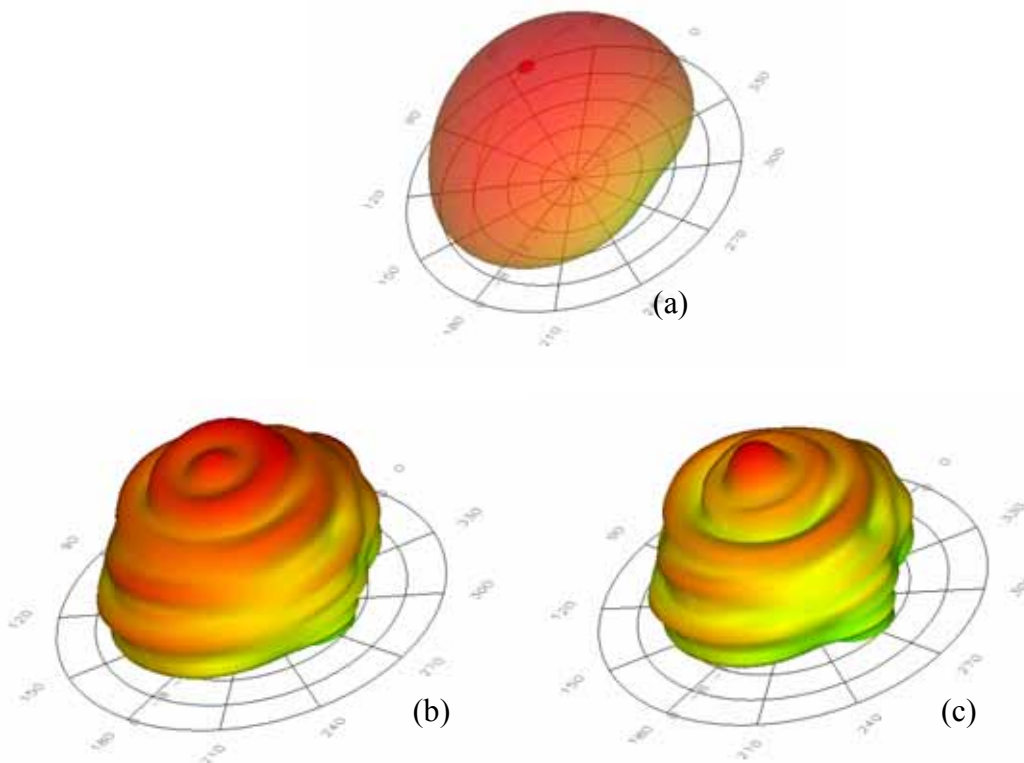


圖 6-15、電磁波在 8GHz 時的場型，分別為(a)直接由 patch antenna 所發射出的場型  
(b)放入單層金屬線結構時 (c)放入雙層金屬線結構時

由圖 6-15 可看出，不管入射電磁波的頻率為何，此金屬線結構對於電磁場的影嚮應該是相同的。

比較兩個模擬軟體的計算結果，我們發現到藉由 ADS 模擬的結果，與藉由 OSLO 所模擬得到的結果不太一致。因為當光線由高折射率材質進入低折射率材質時，由 Snell's Law 可以知道，在材質界面處會有全反射的產生，因此穿透光的強度與入射光的強度應該會有明顯的差異；再者，當材質的厚度增加時，穿透光的寬度也應該愈寬；而在 ADS 的模擬結果中，在直進方向的強度並沒有減少很多，況且還必需考慮金屬對電磁波的損耗所產生的影嚮，穿透電場的寬度也並非如光學模擬結果來的愈來愈寬。綜合以上的結果，我們發現到利用 Snell's Law 的觀點並無法解釋這些現象，所以不單單只是折射率介於 0 到 1 之間所造成指向性發射，而有可能是其他的原因所造成。

#### 6-4 繞射的觀點

如同前面所提到的，我們可以把這個結構看成是週期排列的金屬線，換句話說，可以看成是一個繞射式的光柵；若再觀察 ADS momentum 模擬的結果，當電磁波通過金屬線結構之後，在穿透電磁場的場型圖也可以很明顯的看出有



side-lobes 的存在。如果把它看成是一個光柵，這將是一個次波長 (sub-wavelength) 的光柵。那麼，我們是否可以利用傳統的繞射光柵公式來推測直進光的效率，或者是 side-lobe 發生的角度呢？

我們先由繞射光柵的公式著手，假設光柵週期  $d$ ，入射光正向入射光柵，出射光線的角度  $\theta$

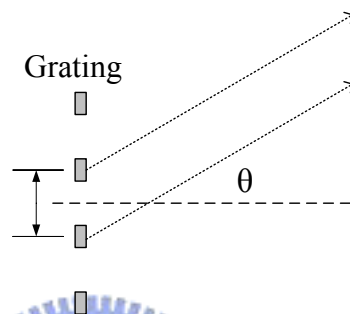


圖 6-16、繞射式光柵的幾何示意圖以及出射光線的行進方向

由圖 6-16 可以推得 6-5 式

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} \quad (6-5)$$

其中  $m$  為正整數

由 6-5 式可知，當  $d < \lambda$  時(也就是在次波長的條件之下)， $\sin \theta$  的值必需大於 1 才能使等號成立，而這是不可能的，也因此我們不能利用這條式子來推測 side-lobes 發生的位置。

若是直接由模擬結果來分析呢？假設每一層金屬線結構對電磁場所造成的影響皆相同，由下面簡單的示意圖可以知道，不論光線通過多少層的光柵，side-lobes 總是會在固定的角度上出現。

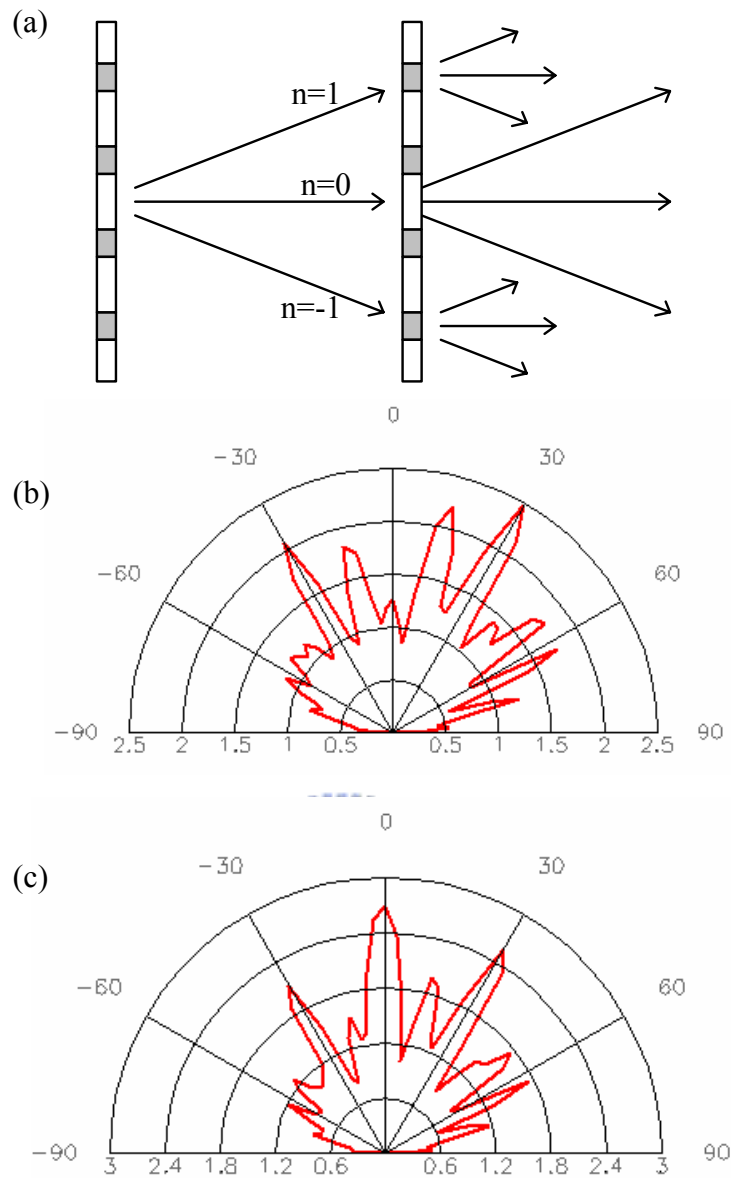


圖 6-17、(a)兩層繞射式光柵的幾何示意圖，可以看到出射光線的分佈位置並不會有所改變 (b)利用 ADS momentum 模擬 12GHz 的電磁波通過單層金屬線結構之後所產生的場型變化 (c)經過兩層金屬線結構所產生的場型變化，可以看出其峰值所發生的位置與圖(b)相同，也印證了(a)圖中所提的觀念

藉由圖 6-17，分析 ADS momentum 模擬得到的結果，比較電磁波經過一層與兩層金屬線結構之後的場型，很明顯的發現直進方向的場強度變強了，而

side-lobes 出現的位置也大致相同。所以說，雖然這是一個次波長的結構，但還是與傳統的繞射光柵存在著些許的關聯性。

### 6-5 單層網狀結構的基本量測

我們就單層的金屬網狀結構做基本的量測，Transmission ratio 量測的結果

如圖 6-18 所示：

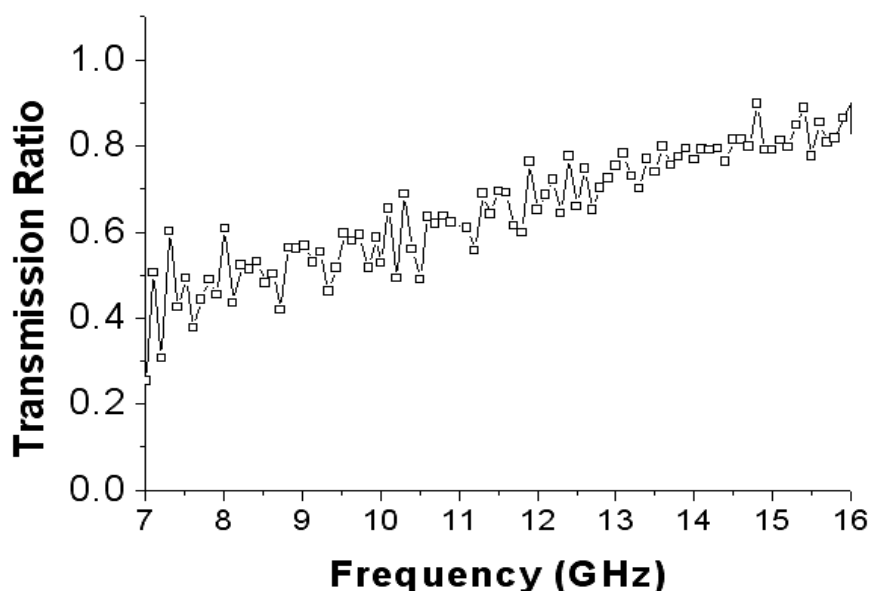


圖 6-18、單層網狀結構的穿透特性

不同於整個結構所產生的影響，相較於圖 6-4 的量測結果，電磁波經過單層金屬網狀結構之後並沒有任何特定的 pass-band 產生，只看到了頻率愈高時電磁波的穿透率愈高，可見兩者的特性並不相同。由圖 6-18 可知電磁波的穿透率在 8GHz 時約為 0.5，而 13GHz 時約為 0.7。這個現象可以利用 Mie scattering 來解釋；當平面電磁波波入射一個導電的粒子(conducting particle)時，若導電粒子的

大小與波長量級差不多時，則散射的光較具有方向性，較集中在直進方向，簡單示意如圖 6-19 所示：

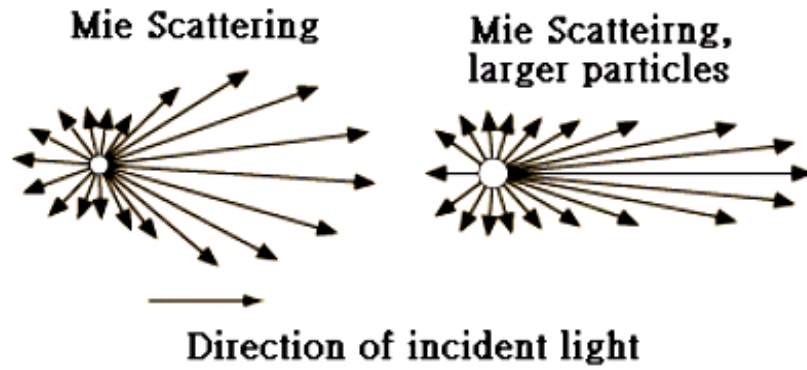


圖 6-19、Raleigh Scattering 與 Mie Scattering 的比較

接著我們量測電磁波的強度及場型的角分佈(angular distribution)實驗架設如下圖 6-20 所示：

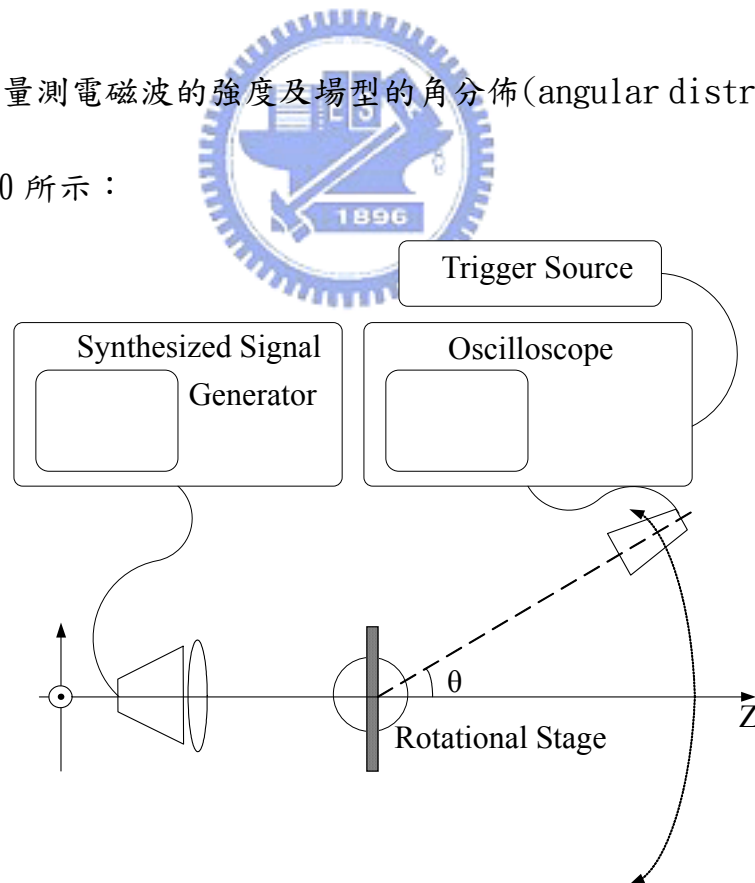


圖 6-20、實驗系統架設圖。利用旋轉台(rotational stage)及示波器來量測電磁波在經過樣本結構的場型分佈。

如圖 6-20 所示，接收端天線以量測樣本為旋轉中心，藉以量測穿透電磁場的極座標場型分佈(angular distribution)。

由於單層的網狀結構並沒有辦法確認電漿頻率的位置，因此我們先選擇 8GHz 來做為實驗用的頻率；當然，對於 11.9GHz 我們也會加以實驗並互相比較。

8GHz 的電磁波在經過一層網狀結構之後的場型分佈如圖 6-21 所示：

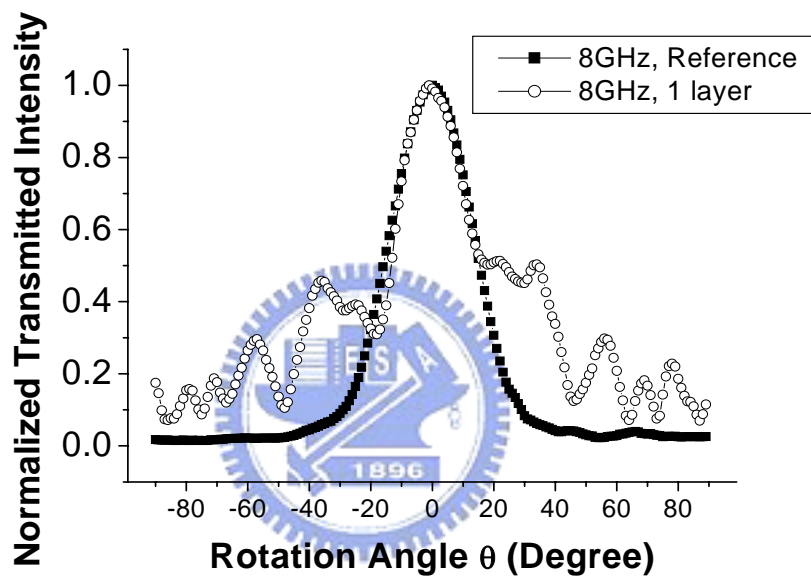


圖 6-21、電磁波在經過單層網狀結構之後的場型分佈。圖中實心方格為 8GHz 的電磁波

由附有透鏡的號角天線(Lens Horn)所發射出來的場型；圓圈則表示電磁波經過單層網狀結構之後的場型分佈。

圖 6-21 中實心方格為微波天線的場型，用來做為參考數據，而空心圓圈則為電磁波經過金屬網狀結構之後的所造成的穿透場型，兩個場型皆已歸一化以方便比較。我們可以發現，由於號角天線前有加上一個微波透鏡，所以發射出去的電磁

波場型非常的好，其發散角大約為 10 度，而且也沒有其他明顯的 side-lobes 存在；但是在放入一層金屬網狀結構之後，穿透場型很明顯的有 side-lobes 出現，其中較明顯的位置出現在 26 度、34 度以及 56 度，但是這三個角度之間並沒有任何的關聯性，正如同之前所說的，傳統的繞射式光柵公式並不適用於這種結構。

同時，我們也利用號角天線發射不同頻率的電磁波，分別為 8.5GHz、9GHz 及 10GHz，並觀察這片網狀結構對電磁場的影響，實驗結果如圖 6-22 所示：

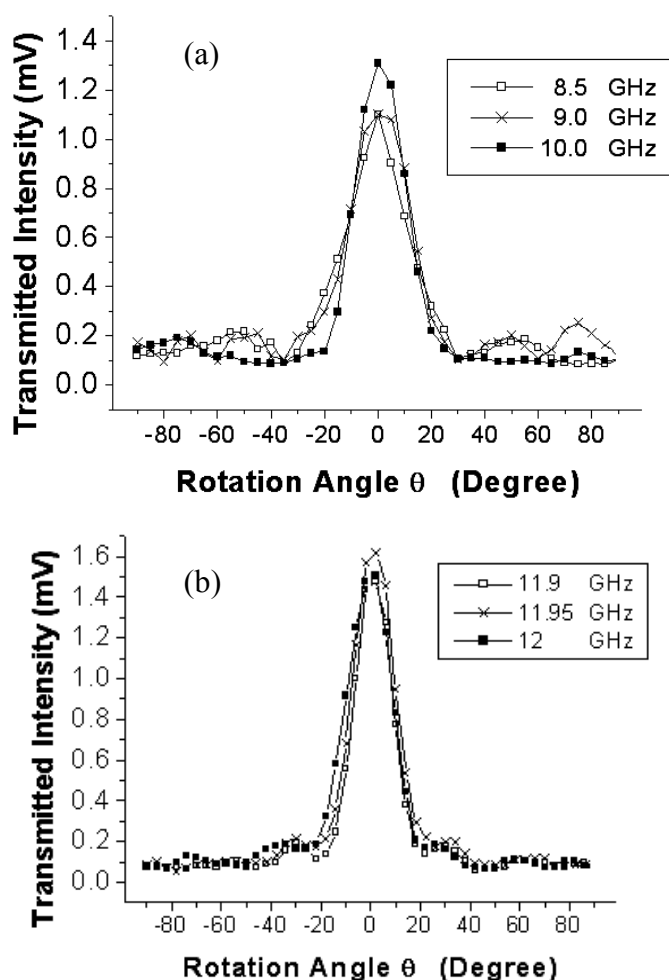


圖 6-22、不同頻率下，電磁波經過單層網狀結構的場型分佈 (a)電磁波的頻率分別為

8.5GHz、9GHz 及 10GHz (b)電磁波的頻率在電漿頻率左右

由圖 6-22 的實驗結果可以看出，不論電磁波的頻率為何，在經過網狀結構之後，電磁場都會有 side-lobes 的產生，而當頻率愈高，也就是波長愈小時，side-lobes 相對於 main-lobe 的比例就愈來愈小。同樣的，在電漿頻率(頻率約為 11.9GHz 時)附近也有相同的現象，然而相對於圖 6-22(a)中較低的頻率，直進方向的穿透強度有所增加。換句話說，在單層金屬網狀結構對電磁波所造成的影響之下，頻率愈高時，穿透電磁場變的較具有指向性。

#### 6-6 雙層網狀結構的量測

接下來我們討論多層網狀結構所造成的影響；由最基本的兩層網狀結構開始，首先我們改變金屬網狀結構層の間隔距離，看看對於穿透的電磁場場型有什麼影響；我們設定其間隔距離分別為 18cm、12cm 及 7cm，入射電磁波的頻率為 8GHz，相對應的波長範圍約為 1.7 到 5 個波長；同時，也設定其間隔距離小於一個波長，分別為 12mm 及 6mm，實驗結果如圖 6-23 所示：

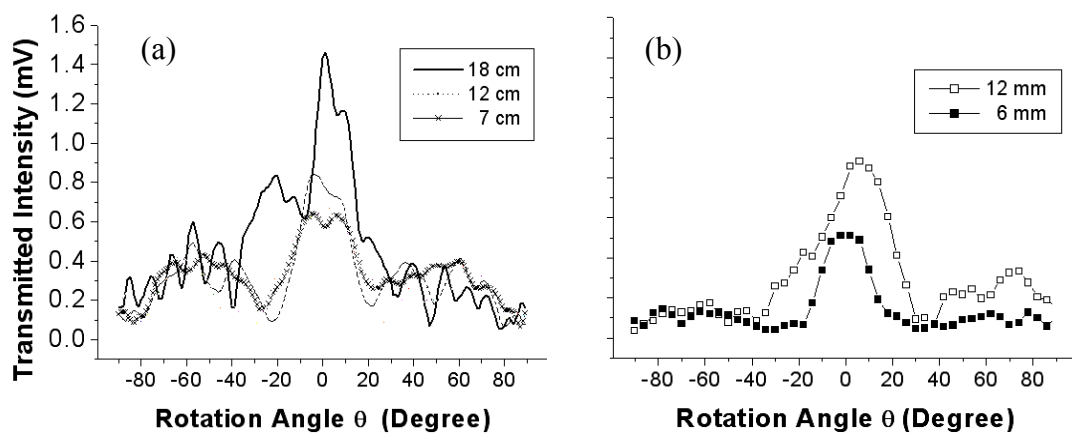


圖 6-23、固定頻率之下( $f=8\text{GHz}$ )，改變層與層之間的距離所造成穿透電磁波的場型變

化 (a)金屬網狀結構之間的距離大於一個波長 (b) 金屬網狀結構之間的距離小於一個波長

如圖 6-23(a)所示，當金屬網狀結構層之間的距離大於一個波長時，可以看到在各個角度都有出射波的存在，這和模擬的結果大致相同，穿透電磁場有 side-lobes 的產生；但不同於模擬的結果的是，side-lobes 出現的位置與單層網狀結構的結果並不相同。造成這個現象的原因可能是因為印刷電路版的不平整，其實在測量單層網狀結構的場型時，就發現到這個變數；我們將每一片網狀結構都量測了一遍，並非每片網狀結構所造成的穿透場型都相同，不論是 side-lobes 出現的位置或者是場強度，都多多少少有些差異。但是在模擬軟體所建立的結構，任何材料不論在均勻度或者是平整度上都稱的上是完美的，所以模擬所得到的結果可以說是理想的狀況，而在實驗上要達到也有一定的難度。然而，當其間隔距離小於一個波長時，side-lobes 的強度就被抑制下去了，只有在直進方向有明顯的穿透電場。

綜合以上的實驗結果，我們發現當多層金屬網狀結構相互之間的距離較大時，所表現出的性質仍與繞射有相關性，並沒有辦法呈現出指向性發射的特點；而當其間隔距離小於一個波長，也就是在次波長的條件下，便有不一樣的特性產生，而這也值得我們再深入的去討論。



## 6-7 多層網狀結構的量測

在本章節中，我們針對多層網狀結構在次波長的條件之下，做了穿透的量測，也就是測量其 transmission ratio。我們將討論層數與間距這兩個變數之間的關係，看看對於穿透特性有什麼樣的影響。

首先固定金屬網狀結構層與層相互之間的距離，把網狀結構的層數當做變數，分別為 2、3、4 以及 6 層，來量測其 transmission ratio 的變化；首先，我們固定其間隔距離為 6.3mm，實驗結果如圖 6-24 所示：

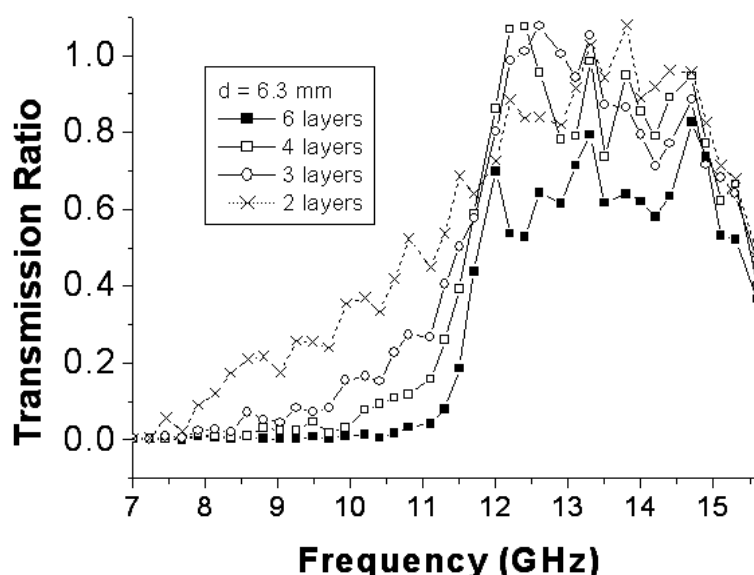


圖 6-24、固定層與層的間隔距離為 6.3mm，改變層數所造成穿透率的變化

將圖 6-24 的結果與圖 6-18 的實驗結果相比，當只有一層金屬網狀結構時，並沒有明確的特徵可以讓我們判斷電漿頻率的位置；相同的，當網狀結構增加為兩層時，依然沒有辦法明確的找出電漿頻率，但是已經可以看出一個趨勢，也就是低頻電磁波的穿透率有所下降；而當層數慢慢增加到四層以上，便可以確認電漿頻

率的位置。

接著，我們改變層與層の間隔距離，同樣量測其 transmission ratio 的變化；我們改變層與層相互之間的距離，由 6.3mm 變為 12mm，實驗結果如圖 6-25 所示：

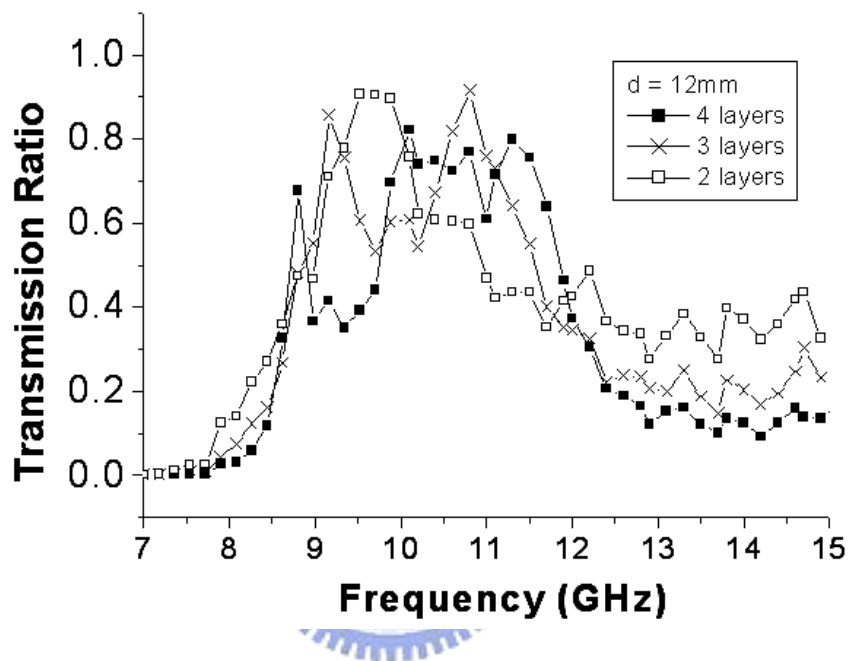


圖 6-25、固定層與層の間隔距離為 12mm，改變層數所造成穿透率的變化。與圖 6-22

相比較，其 transmission band 有明顯的不同

由圖 6-25 可以明顯看出，當間隔距離為 12mm 時，所量測到的 transmission band 約為 8.5GHz 到 12GHz，與間距為 6.3mm 時得到的結果不同(約為 11.8GHz 到 15.5GHz)；但其中還是有一些相同的特點存在，例如當層數較少時，通過的頻帶並不是那麼明顯的可以看的出來；而當層數增加後，便可以觀察到較明確的 transmission band。

綜合本章節中的實驗結果，我們發現在次波長的條件之下，改變金屬網狀結構相互之間的距離，便可以改變穿透電磁波的頻率範圍。

## 6-8 小結

由以上的實驗，驗證了單層網狀結構的確具有光柵的性質，雖然沒有辦法以直接的數學公式去證明，但是就性質上的討論及分析，這個結構可以說是一個二維的光柵。此外，網狀結構的組合方式也影響了整體結構所帶來的特性，例如在次波長的範圍之下，不同的間隔距離會造成不同的穿透頻帶，這也意謂著改變間距可以造成不同頻率的指向性發射，造成一種”頻率選擇”的效果。雖然我們沒有進一步的驗證當光源置於結構內時，改變間距所造成出射場型及頻率的影響，但如果利用共振管的觀點去推論，改變間距必然造成不同波長的指向性發射。





## 第七章 總結

本篇論文首先陳述光子晶體以及負折射率材質的由來；西元 1987 年 Yablonovitch 提出了週期結構所造成的光能隙，使光子無法在這種結構中傳播，更於 1989 年製造出一個具有完全能隙的結構；而負折射率的概念則是 Veselago 於 1968 年所提出，對於材質的介電常數  $\epsilon$  及磁導係數  $\mu$  同時為負值時，則電磁波的電場、磁場及波行進方向在此材質裡將遵守左手定則。

一開始，光子晶體的應用主要在波導方面，一直到了 1996 年，Lin 等人利用光子晶體能隙的特性製作出一個高色散的稜鏡，而這也開始了異常折射 (ultra-refraction) 的研究。西元 2000 年，Gralak 等人利用光子晶體的結構成功的模擬了異常折射及負折射率的現象。然而，對於負折射率材質而言，到了西元 1996 年及 1999 年，才由 Pendry 分別提出金屬線狀結構及不連續環 (SRR) 所帶來的效應，也就是負的介電常數及負的磁導係數；西元 2001 年，UCSD 團隊將這兩種結構結合，並經由實驗證實負折射率的存在。

到了 2002 年，Enoch 等人將這兩個想法做了連結，藉由 Pendry 所提出的概念，來解釋在金屬網狀結構之中所產生異常折射的現象。雖然在他們的論文中，可以合理的解釋實驗的結果，但仍有一些地方值得去探討釐清。

因此，我們稍微改變了 Enoch 所用的實驗架構，也讓我們得到了一個全新的觀點來解釋 ultra-refraction。我們首先利用相位的延遲及電磁波中心位移的實驗驗證了此結構折射率介於 0 到 1 的特性，並且討論了不同層數的金屬網狀結

構之下，所分別呈現出來不同的性質；另外也說明了可以利用繞射的觀點來看待指向性發射的現象，而非藉由 Snell's Law。更進一步的我們也討論了改變結構的設計參數所帶來的影響；單層的金屬網狀結構，將對高頻的入射電磁波造成指向性發射的效果；而在多層的金屬網狀結構，當間隔距離小於一個波長時，對於低頻也可以有指向性發射的效果；另外，改變層與層之間的距離，可以使穿透的頻率改變，使得不同頻率的電磁波都可以達到指向性發射的效果。這個結果的應用可以使指向性發射不在只限制於某一狹小的頻率範圍內，我們只需要調整網狀結構之間的距離就可以產生不同的穿透頻率，達到寬頻的效果；換句話說，這可以是一個選頻的元件。需要注意的是，以上所提及的特性都是在次波長 (sub-wavelength) 的範圍內才能達到。

當然，目前這些實驗都是在微波頻段之下所完成；對於光波範圍，我們可以將網狀結構依照波長的比例縮小，結構大小由 mm 變為 nm，這在目前的製程技術上是可以達到的，而金屬造成的損耗會更小，效率更高。而前面所提到的選頻功能，可以看做是與濾光片的功能相同，我們只需要在此結構兩端加上壓電晶體，改變結構的寬度，進而達到濾波的效果。

## 參考文獻

1. E. Yablonovitch, “Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics,” *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059 (1987)
2. S. John, “Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices,” *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2486 (1987)
3. V.G. Veselago, “The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ,” *Sov. Phys. Usp.* **10**, 509–514 (1968)
4. J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Swewart, and I. Yonugs, “Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures,” *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4773–4776 (1996)
5. J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Swewart, “Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47**, 2075–1084 (1999)
6. R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, “Microwave Transmission Through a Two-dimensional, Isotropic, Left-Handed Metamaterial,” *Appl. Phys. Lett.* **78**, 489–491 (2001)
7. R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, “Experimental Verification of a Negative Index of Refraction,” *Science* **292**, 77–79 (2001)
8. E. Yablonovitch, T. J. Gmitter, and K. M. Leung, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2295 (1991)
9. E. Brown and O. McMahon, “Large electromagnetic stop bands in metallodielectric photonic crystals,” *App. Phys. Lett.*, **67**, 2138–2140 (1995)

10. J. B. Pendry, "Negative Refraction Makes a Perfect Lens," Phys. Rev. Lett. **85**, 3966–3969(2000)
11. S.-Y. Lin, V. M. Hietala, L. Wang, and E. D. Jones, "Highly Dispersive Photonic Band-gap Prism," Opt. Lett. **21**, 1771–1773 (1996)
12. B. Gralak, S. Enoch and G. Tayeb, "Anomalous Refractive Properties of Photonic Crystals," J. Opt. Soc. Am. A **17**, 1012–1020 (2000)
13. R. Temelkuran, M. Bayindir, E. Ozbay, R. Biswas, M. M. Sigalas, G. Tuttle, and K. M. Ho, "Photonic Crystal-Based Resonant Antenna with a Very High Directivity," J. Appl. Phys. **87**, 603–605 (2000)
14. S. Enoch, G. Tayeb, P. Sabouroux, N. Guerin, and P. Vincent, "A Metamaterial for Directive Emission," Phys. Rev. Lett. **89**, 213902 (2002)
15. S. Enoch, N. Guerin, G. Tayeb, and P. Vincent, "Study of Photonic crystal Based Directive Antennas," Preprint
16. R. S. Elliott, "Antenna theory and design," Prentice-Hall, 1981