第四章 研究方法與理論基礎

民用航空飛航安全績效之檢測評估視為一多準則的問題,可利用多準則的評估理論 以達成合理評估之目的。本研究經過評估多樣多準則評估方法後,FAHP 法為一能將複 雜問題系統化且予以結構化之方法,適合運用於實務研究,因此,本研究即運用 FAHP 法據以構建檢測評估指標權重體系;此外,研究利用模糊貼近度分析之觀念據以評等分 析台灣地區飛航環境之安全績效等級。下述即為研究擬採用之相關方法與理論基礎。

4.1 層級分析法(Analytic Hierarchy process, AHP)

層級分析法(Analytic Hierarchy Process, AHP),簡稱 AHP 法,係美國匹茲堡大學教授 Thomas L. Saaty 於 1971 年發展的一套決策方法,主要應用在不確定(Uncertainty)情況下及具有多數個評估準則的決策問題上。

AHP 決策研究可藉由一致性檢定以篩選有效問卷並提高研究可信度;另外,由於 AHP 法較一般方法更具邏輯基礎,考慮之層面及準則較為完備,因此可提供決策者較明 確之參考資訊,目前在國外已應用於下列十三種決策問題:

1. 決定優先順序 (Setting Priorities)

- 2. 產生可行方案 (Generating a Set of Alternatives)
- 3. 選擇最佳方案 (Choosing the Best Policy Alternative)
- 4. 決定需要條件 (Determining Requirements)
- 5. 根據成本效益分析制定決策 (Making Decision Using Benefits and Costs)
- 6. 資源分配 (Allocating Resources)
- 7. 預測結果-風險評估 (Predicting Outcomes-Risk Assessment)
- 8. 績效衡量 (Measuring Performance)
- 9. 系統設計 (Designing a System)
- 10.確保系統穩定性 (Ensuring System Stability)
- 11.最適化 (Optimizing)
- 12.規劃 (Planning)
- 13.衝突解決 (Conflict Resolution)

AHP模式理論應用範圍廣泛,同時又甚具實用性,以下便分類詳細說明此一理論之研究方法【42】。

4.1.1理論概況

AHP法為一將複雜問題得以依不同層面加以考量,使複雜的問題得以系統化、結構 化與數量化的一種方法,由不同的層面給予層級分解,並透過量化的判斷,覓得脈絡後 加以綜合評估,以提供決策者選擇適當方案的充分資訊,同時減少決策錯誤的風險性。

綜上而言,AHP係將問題簡化成為明確的元素階層系統,經由調查、分析各階層元素對上一階層元素的重要度,再將此結果依據階層結構加以計算,求得次階層各元素對上階層的權重值。

4.1.2 層級分析法之基本假設

層級分析法之假設主要有九項,茲說明如下【13,14】:

- (1) 一個系統可被分解成許多種類或成分,並形成有向網路的層級架構;
- (2) 每一層級之要素間均假設具獨立性;
- (3) 每一層級內的要素,可用上一層內的某些或全部要素作為評準,進行評估;
- (4) 於成對比較 (pairwise Comparison) 評估時,可將絕對數值尺度轉換成比例尺度;
- (5) 成對比較後可使用正倒值矩陣(Positive Reciprocal Matrix)處理;
- (6) 偏好關係滿足遞移性(Transitivity),此不僅優劣關係滿足遞移性,同時強度關係亦滿足遞移性;
- (7) 由於偏好關係欲完全具備遞移性並不容易,因此容許不具遞移性的存在,但須測試 其一致性(Consistency)的程度;
- (8) 要素的優勢程度,經由加權法則(Weighting Principle)而求得;
- (9) 任何要素只要出現在階層結構中,不論其優勢程度如何小,均被認為與整個評估結構有關,而並非檢核階層結構的獨立性。

4.1.3 AHP 操作方法

AHP之操作方法簡言之,首先將複雜的決策問題進行剖析與描述,並建立簡潔扼要層級關係,經由學者專家以名目尺度進行各項因素層級間的成對比較。成對比較後依此建立正倒值矩陣,求算出矩陣各因素之特徵向量(Eigenvector),以代表各層級因素之相對權重或優先順序,作為決策之依據。最後,以極大化特徵值(maximized eigenvalue)評

估成對矩陣一致性之強弱。以下茲對重要步驟說明之:

1. 決策問題描述

釐清問題之所在並對於研究問題詳加瞭解分析,同時清楚定義問題之主要目標及決 策之目的,以利於清楚分層各項影響要因,及各項要因間之相互關係與獨立關係。

2. 建立層級架構

建立研究問題或系統的目標體系,按其主從隸屬關係建立 AHP 主要架構。此階段於列舉各評估要素以及方案之產生時,首在專家及決策者意見之整合,藉由其專業知識與實務經驗對決策所面臨之問題的評估要素,慎重列舉各評估要素。有關專家、決策者意見及重要評估準則、方案集合之萃取,可採用腦力激盪法(group brainstorming)、可行性評估或 Delphi 法等以收匯整之效。

依評估準則之特性可將各集合加以分類成多個層級,圖 4.1 即為典型之 AHP 法層級結構圖,此一典型層級結構可視研究之特性與需要加以調整、修正,以符合研究之需求。

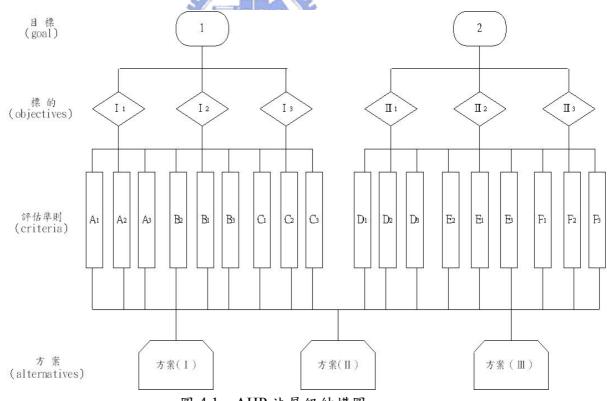


圖 4.1 AHP 法層級結構圖

理論上層級結構的階層數以及同一階層之元素個數,可依據系統之需求定之,不過 Saaty 建議為了避免決策者對準則之相對重要性之判斷產生偏差,同一階層之元素數最 好不超過七個。

3. 建立成對比較矩陣

將 AHP 評估架構中的目標、標的、評估準則、方案等各階層的評估項目,分層建立成對評比表,而根據各評估者所評比之相對重要性資料,將可建立各層級之成對比較矩陣 A。成對比較是以名目尺度加以量化,依 Saaty 之建議,名目尺度可劃分為表4.1 九個評比尺度來表示。

A 因素與 B 因素 之相對重要性強度	定義	說 明
1	同等重要	A與B對該目標有相同貢獻
3	稍重要	評比者認為A較B稍重要
5	頗重要	評比者認為 A 較 B 為頗重要
7	極重要	對A具強烈偏好,認為極重要
9	絕對重要	評比者認為 A 對該目標具有
		絕對之重要性
2,4,6,8	重要性介於此數之相鄰兩數間	當需要折衷值時
上列數之倒數	在比較B對A之相對重要性	

表 4.1 層級分析法之評比尺度

資料來源: 【42】

成對比較矩陣 A 為一正倒值矩陣, 需符合矩陣中各要素為正數, 且具倒數特性, 其表示如下:

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$(4-1)$$

在成對比較矩陣 A 各元素, $a_{ij} \times a_{ji} = 1$;且理論上各成對評比值應滿足一致性,即 $a_{ij} = a_{ik} \times a_{kj}$,若矩陣 A 之所有評比值皆能滿足一致性,則稱為一致性矩陣。

4.求取各層級要素間之相對權重

AHP 法係求解成對比較矩陣之特徵向量 (Eigen Vector) 以代表各層級因素之相對權重,其相對權重之求解步驟可歸納為:

(1) 成對比較矩陣之特徵向量:

將成對比較矩陣A乘上各準則權重所成之向量 \overline{w} ,其向量式則為:

$$A\overline{w} = \begin{bmatrix} w_{1} / w_{1} & w_{1} / w_{2} & \cdots & w_{1} / w_{n} \\ w_{2} / w_{1} & w_{2} / w_{2} & \cdots & w_{2} / w_{n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ w_{n} / w_{1} & w_{n} / w_{2} & \cdots & w_{n} / w_{n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{1} \\ w_{2} \\ \vdots \\ w_{n} \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_{1} \\ w_{2} \\ \vdots \\ w_{n} \end{bmatrix}$$

$$(4-2)$$

亦為,

$$A \times \bar{W} = n\bar{W} \tag{4-3}$$

由於在成對評比時,評比者係憑其主觀判斷而決定 a_{ij} 值,其與真實的 w_i / w_j 值必有某種程度的差異,故在求解成對比較矩陣之特徵向量時,需檢定其一致性。

特徵向量的求解可經由電腦計算出精確值,惟若對準確度要求不高時,則可由四種 常態化方式求出近似值,其中又以下列方法之精確度較高,數學式如下:

$$W_{i} = \frac{\left(\prod_{j} a_{ij}\right)^{\frac{1}{n}}}{\sum_{i} \left(\prod_{j} a_{ij}\right)^{\frac{1}{n}}}$$
 $i, j = 1, 2, 3,, n$ (4-4)

(2) 成對比較矩陣 A 之最大特徵值 λ_{max} (Eigen value):

將所求得之特徵向量 \overline{w} 與成對比較矩陣A相乘,得一向量 \overline{w}^* ,

$$A \times W = n \, \overline{w}^* \tag{4-5}$$

將 \overline{w}^* 中每一元素除以原向量 \overline{w} 之對應元素,結果加總並求其平均值,即為最大特徵值 λ_{\max} 。數學式如下:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i} \frac{w_i^*}{w_i} \right) \tag{4-6}$$

5. 一致性檢定,計算各方案之相對優勢值

Saaty 建議以一致性指標(Consistence Index, CI)與一致性比例(Consistence Ratio, CR),據以檢定評比者前後判斷之一致性。

(1) 一致性指標(CI):

$$CI = \frac{\lambda_{\text{max}} - n}{n - 1} \tag{4-7}$$

CI 值可作為判斷一致性程度高低的衡量基準,CI 值愈小則一致性愈高,一般若 $CI \leq 0.1$,則成對比較矩陣就具有可接受之一致性。

(2) 一致性比例(CR):

成對比較矩陣在階數及名目尺度數已知下所產生之 CI 值稱為隨機性指標(Random Index; RI)。而一致性比例即為:

$$CR = \frac{CI}{RI} \tag{4-8}$$

若 CR ≤ 0.1 時,則成對比較矩陣之一致性程度即可接受。

Saaty 曾模擬 1 至 11 階矩陣之隨機指標 (RI) 值,如表 4-2 所示,其為 AHP 一致性檢定之依據。

表 4.2 隨機指標表

階數 n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
RI	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51

至於整體層級的一致性亦應予以評量,其整體一致性比例即為:

$$CRH = \frac{CIH}{RIH} \tag{4-9}$$

其中 CRH 為整體層級之一致性比例,CIH 為整體層級之一致性指標,RIH 即為整體層級之隨機指標;同樣地,若 $CRH \leq 0.1$ 時,則整體層級之一致性程度即可接受。

最後將各層級對應上一層級不同準則的特徵向量合併成一優先矩陣,再將每一層級 優先矩陣串聯(相乘),求得綜合特徵向量,即為最下層各決策方案對最高層級目標的 優先值,代表各決策方案對應於決策目標的相對優先順序,以決定最終目標的最適方案。

4.1.4 AHP法實務應用之優、缺點

AHP模式理論深具實用價值,亦具解決諸多決策問題之特性,因此目前已經被廣泛地應用於許多領域之中。由理論探討與實務應用經驗中,可歸納AHP法應用分析於複雜決策問題之優、缺點【Beltonand Gear,(1983、1985); Waston and Freeling,(1982)(1983)】:

1. 優點:

- (1) 將複雜的評估問題簡化成簡明之層級分析系統,清楚地瞭解所有評估準則間 之隸屬關係。
- (2) 經由層級中各因素權重之計算,可作為決策或評估之依據。而利用成對比較 矩陣之特徵值來檢定每個成對比較矩陣之一致性,增加分析結果之可信度。
- (3) 利用名目尺度量化因素之間的關係,以解決因無法量化或以幣值衡量之因素,而需藉助於主觀判斷之問題。

2. 缺點:

- (1) AHP法在實際應用時,會因人們思考上的限制或資訊取得的困難,使得在各層級所列出決策屬性,在意涵上往往會有不具互斥特性的缺點,造成評估結果逆轉等不合理現象。
 - (2) AHP 法在實際應用時為整合不同專家或學者的意見,以作為其對決策評估 的依據結果時。Saaty(1980)在整合群體意見時所使用之幾何平均數,不適用 於決策者對各決策屬性之認知差異很大時,對部分評估者亦可能會產生他們 的權重無法反映在評估結果之問題,導致決策無法真正反映現實面。
 - (3) 當層級數增加時,則所有評估準則間成對比較次數將呈指數型態成長,容易使評比者因回答問題過多而思緒混淆,造成模式精確度降低,以致評估結果可能與現實有所差異。

在評估、衡量多準則之決策問題時,於1983年,Laarhoven與Pedrycz利用模糊集合理論及模糊算數之應用,加以演化Saaty之傳統AHP法,發展模糊層級分析法(FAHP)以提高精確度及解決問題。

4.2 模糊集合理論 (Fuzzy set theory)

模糊集合理論(Fuzzy set theory)的觀念,於1965 年由美國加州柏克萊大學Zadeh 教授所提出。在本質上,人類的思維、推理及對週遭事物的感知(perceive)大部分都是具有模糊性的,模糊理論即強調針對模糊的訊息或是不完全的資料,其不需經過繁瑣複雜的演算過程,仍能作出正確判斷的特色,目的在以模糊的數學分析方法取代傳統的數量方法,旨在解決現實環境中之不確定性(uncertainty)與模糊性(fuzziness)資料,以利進行決策分析。

4.2.1 模糊集合概念

為表示模糊概念,Zadeh 教授將普通集合論中的絕對隸屬函數靈活化,以隸屬函數 (membership function)來說明,若模糊數A為一模糊集,則其隸屬函數為

$$\mu_A: X \to [0,1], x \in X \tag{4-10}$$

當A值域= $\{0,1\}$ 時, $\mu_A(x)$ 蛻化成一個普通子集的特徵函數,A 即成為一個普通子集。模糊集合的高度(Height)即表示 x 在 A 中之隸屬程度(Degree of Membership),其值愈接近1,則表示 x 隸屬於 A 的程度愈強。另外,至少有一元素之隸屬程度為1之模糊集合,其稱為標準化(Normalization)的模糊集合。

4.2.2 模糊數(Fuzzy Numbers)

模糊數(fuzzy numbers)乃為信賴區間(Confidence Interval)概念之擴充,結合可能性分析之 α 水準(Level a Presumption) 與 α 水準信賴區間之性質。模糊數為實數中之一模糊子集,其隸屬函數 $\mu_{A}(x)$ 須滿足下列基本條件(Dubois and Prade,1980):

1. $\mu_A(x)$ 為凸模糊子集(Convex Fuzzy Subset)。

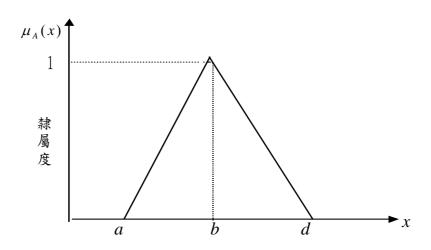
$$\mu_A(x) \ge \mu_A(x_1) \cap \mu_A(x_2), \forall x \in [x_1, x_2]$$
 (4-11)

2. $\mu_A(x)$ 為正規化模糊子集(Normality of A Fuzzy Subset)。

$$\mu_{\Lambda}(x) = 1, x \in X \tag{4-12}$$

3. $\mu_A(x)$ 為區段連續。

模糊數一般分為三角模糊數(Triangular Fuzzy Numbers) 與梯形模糊數(Flat or Trapezoidal Fuzzy Numbers),其圖形如圖4.2、圖4.3 所示。



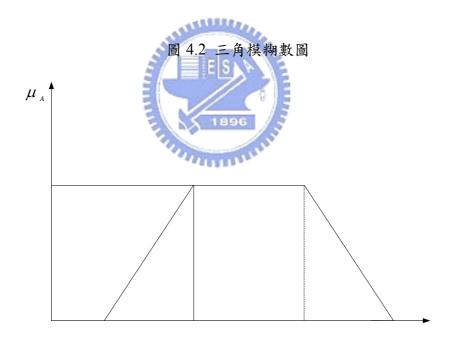


圖 4.3 梯型模糊數

為方便於模糊數之實際應用,一般皆以數學方式來表示模糊數的特性。任一模糊數 $\mu_{\scriptscriptstyle A} = \left(a,b,c,d\right),$ 其隸屬函數可定義為:

$$\mu_{A}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & , & a \le x \le b \\ 1 & , & b \le x \le c \\ \frac{x-d}{c-d} & , & c \le x \le d \\ 0 & , & otherwise \end{cases}$$
 (4-13)

由上式可知,當b=c時, $\mu_{\scriptscriptstyle A}$ 為三角模糊數;當 $b\neq c$ 時, $\mu_{\scriptscriptstyle A}$ 為梯形模糊數。此外, [b,c]之區間值為 $\mu_{\scriptscriptstyle A}$ 最有可能出現的數值,即當決策者所有有的資訊愈少,此區間距離 也愈大,亦即愈模糊。

4.2.3 模糊數運算

依據模糊數的性質及擴張原理,假設有二模糊數 $\stackrel{\sim}{A}$ 、 $\stackrel{\sim}{B}$,則其運算如下所示:

$$\widetilde{A}=(l_1,m_1,u_1)$$
 $\widetilde{B}=(l_2,m_2,u_2)$

1. 模糊數加法

模糊數加法
$$(l_1,m_1,u_1)\oplus (l_2,m_2,u_2)=(l_1+l_2,m_1+m_2,u_1+u_2)$$
 模糊數減法
$$(4-14)$$

2. 模糊數減法

$$(l_1, m_1, u_1)\Theta(l_2, m_2, u_2) = (l_1 - l_2, m_1 - m_2, u_1 - u_2)$$
(4-15)

3. 模糊數乘法

$$(l_1, m_1, u_1) \otimes (l_2, m_2, u_2) = (l_1 l_2, m_1 m_2, u_1 u_2) \tag{4-16}$$

4. 模糊數的除法

$$(l_1, m_1, u_1) \div (l_2, m_2, u_2) = (l_1/u_2, m_1/m_2, u_1/l_2)$$
(4-17)

5. 模糊數的倒數

$$\widetilde{A}^{-1} = (l_1, m_1, u_1)^{-1} = (\frac{1}{u_1}, \frac{1}{m_1}, \frac{1}{l_1})$$
(4-18)

6. 模糊數的開根號

$$\widetilde{A}^{\frac{1}{n}} = (l_1, m_1, u_1)^{\frac{1}{n}} = (l_1^{1/n}, m_1^{1/n}, u_1^{1/n})$$
(4-19)

4.2.4 α-截集

 α -截集(α -cut 或 α -level)係將模糊集合轉變成明確集合的工具,其定義如下: 對於給定之實數 α ($0 \le \alpha \le 1$)

$$A_{\alpha} = \left\{ x \middle| \mu_{A}(x) \ge \alpha \right\} \tag{4-20}$$

其稱為模糊集 A 的 α-截集,當 $\alpha \le \mu_A(x) \le 1$, $x \in A_\alpha$,α 稱為置信水準或稱為門 檻值, $\alpha \in [0,1]$ 。

 A_{α} 的意義為X對A的隸屬度大於或等於 α 值的數值所成的集合,如圖 2.4 所示。當決策環境、資訊為明確且可獲得時,其 α 值越大;反之,當決策環境、資訊充滿不確定性時,就可選擇較低的 α 值。

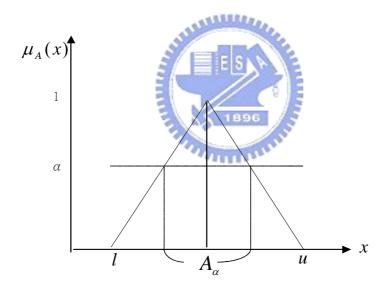


圖 4.4 α 截集示意圖

4.2.5 模糊貼近度

貼近度是衡量兩模糊集合接近程度之度量,若函數N(A,B)為模糊集A與B之貼近 度,則:

1. 對稱性

$$N(A,B) = N(B,A) \tag{4-21}$$

2. 自身性

$$N(A,A) = 1 \tag{4-22}$$

3. 傳遞性

$$C \subseteq B \subseteq A \Rightarrow N(A,C) \le N(A,B) \land N(B,C) \tag{4-23}$$

贴近度之法則,則有以下五種:

1. Hamming 貼近度

$$N(A,B) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i} [A(\mu_i) - B(\mu_i)]$$
 (4-24)

2. Euclid 貼近度

Euclid 貼近度
$$N(A,B) = 1 - \frac{1}{n^{\frac{1}{2}}} \sum_{i} \left[\left[A(\mu_{i}) - B(\mu_{i}) \right]^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(4-25)

3. 極大極小貼近度

$$N(A,B) = \frac{\sum_{i} [A(\mu_i) \wedge B(\mu_i)]}{\sum_{i} [A(\mu_i) \vee B(\mu_i)]}$$

$$(4-26)$$

4. 極小平均貼近度

$$N(A,B) = \frac{\sum_{i} [A(\mu_{i}) \wedge B(\mu_{i})]}{\frac{1}{2} \sum_{i} [A(\mu_{i}) + B(\mu_{i})]}$$
(4-28)

5. 指數法

$$N(A,B) = \exp\left[\frac{-\|A(\mu_i) - B(\mu_i)\|}{\sum_{i} [A(\mu_i) \vee B(\mu_i)]}\right]$$
(4-29)

4.2.6 三角模糊數之正規化

為研究上之需要,有時必須將一組數值正規化處理,使其總和為 1 ,而在應用上有二種方式,一為 Chen & Hwang 在 1992 年【20】所提出,另一則由 Chang & Lee 在 1995年所提出【19】。

1. Chen & Hwang (1992)

其正規化式為(4-30)至(4-32)式。

$$NLW_{j} = \frac{LW_{j}}{\sum_{j}^{m} RW_{j}} \tag{4-30}$$

$$NMW_{j} = \frac{MW_{j}}{\sum_{j}^{m} MW_{j}}$$

$$(4-31)$$

$$RRW_{j} = \frac{RW_{j}}{\sum_{j}^{m} LW_{j}} \tag{4-32}$$

2. Chang&Lee (1995)

其正規化式子為 (4-33) 至 (4-35

$$NLW_{j} = \frac{LW_{j}}{\left[\left(\sum_{j}^{m} RW_{j}\right) \times \left(\sum_{j}^{m} LW_{j}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$(4-33)$$

$$NMW_{j} = \frac{MW_{j}}{\sum_{j}^{m} MW_{j}} \tag{4-34}$$

$$NRW_{j} = \frac{RW_{j}}{\left[\left(\sum_{j}^{m} RW_{j}\right) \times \left(\sum_{j}^{m} LW_{j}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$(4-35)$$

4.3 模糊層級分析法(Fuzzy AHP)

Laarhoven 和 Pedrycz(1983)利用模糊理論之概念,解決傳統 AHP 法具有不精確性等問題,而後續之研究中 Pedrycz(1983)、Buckley(1985)以及 Boender(1989) 【17】,則進一步提出將整體 AHP 過程模糊化之 FAHP 模式,本研究於實際應用上亦屬 AHP 法與模糊理論之結合。

Buckley於1985年【16】所提出之模糊層級分析法,係為將Saaty 之AHP法中成對比較值加以模糊化,以順序尺度取代數字比率來表示兩兩要素間相對重要程度,解決成對比較值過於主觀、不精確、模糊等缺失。其利用梯型模糊數以及幾何平均法(Geometric Mean Method)求算各替選方案的最後模糊權重;最後,則以各替選方案模糊權重的特徵函數圖形來排列各替選方案的優先順序。為求實際應用之便利,本研究即針對Buckley之模糊層級分析法(Fuzzy AHP)作一調整,其運算過程如下簡述:

1. 建立模糊成對比較矩陣

依問卷調查之結果,以梯型模糊數表示兩兩比較之模糊成對比較矩陣 \widetilde{A} ,其中 $\widetilde{A} = \left[\widetilde{a}_{ij}\right],\ \widetilde{a}_{ij} = \left[a_{ij},b_{ij},c_{ij},d_{ij}\right]^{\circ}$

在實際應用上,Buckley利用梯形模糊數表示權重值的模糊AHP模式,於計算上過於複雜,因此,本研究中將以三角模糊數表示決策者對兩兩要素間成對重要程度的看法,建立模糊成對比較矩陣 $\stackrel{\sim}{A}$,。

$$\widetilde{A}_{r} = \begin{bmatrix} 1 & \widetilde{a}_{12(U-R)} & \cdots & \widetilde{a}_{1n(U-R)} \\ \widetilde{a}_{21(U-R)} & 1 & \cdots & \widetilde{a}_{2n(U-R)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \widetilde{a}_{n1(U-R)} & \widetilde{a}_{n2(U-R)} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$
(4-36)

$$\widetilde{a}_{ij} = [l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}] \cdot \widetilde{a}_{ij} \cdot \widetilde{a}_{ij} \approx 1, \quad \forall ij = 1, 2 \cdots n$$

其中, l_{ij} :評比者所填寫尺度區間值之最小值。

m;;:評比者所填寫尺度區間值之平均數。

U;;:評比者所填寫尺度區間值之最大值。

若正倒值矩陣 $A=[a_{ij}]$ 具有一致性,則模糊正倒值矩陣 $\widetilde{A}=[\widetilde{a}_{ij}]$ (positive reciprocal matrix) 亦具有一致性。

2. 模糊正倒值矩陣之模糊權重

Buckley 利用幾何平均數的觀念評估各準則之模糊權重,若模糊正倒值矩陣 $\widetilde{A} = [\widetilde{a}_{ii}]$,則其幾何平均值 \widetilde{r} 與模糊權重值 $\overline{\sigma}_i$ 為如下所示:

$$\widetilde{r}_{i} = (\widetilde{a}_{i1} \otimes \cdots \otimes \widetilde{a}_{in})^{1/n} \tag{4-37}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\varpi}}_{i} = \widetilde{\boldsymbol{r}}_{i} \otimes (\widetilde{\boldsymbol{r}}_{1} \oplus \cdots \oplus \widetilde{\boldsymbol{r}}_{n})^{-1} \tag{4-38}$$

3. 解模糊化(defuzzification)

解模糊化在於將模糊推論所得之結果量化為輸出變數的歸屬函數值,以方便模糊排序過程中所使用的工具,解模糊的方式有多種,有重心法(Center of Area, COA)、形心法、平均最大隸屬度法。本研究即利用「重心法」(Teng & Tzeng,1993)對三角模糊數去模糊化求得最佳明確值(best crisp value),其重心法之公式如下:

若三角模糊數 $\tilde{a}_{ii} = \begin{bmatrix} l_{ii}, m_{ii}, u_{ii} \end{bmatrix}$,則其解模糊數值為

$$DF_{ij} = \frac{\left[\left(u_{ij} - l_{ij} \right) + \left(m_{ij} - l_{ij} \right) \right]}{3 + l_{ij}}$$
(4-39)

4. 模糊效用值ũ;

若對第 i 替選方案、第 j 準則之模糊評分(Fuzzy performance scores)為 \widetilde{h}_{ij} ,第 j 準則之權重為 $\widetilde{\sigma}_{ij}$,本研究之指標項目屬性係為質化指標,則將以自然語詞為值(語意尺度)作為模糊評分方式,而非以數作為值的變量。經研究轉換之自然語詞值,即為其模糊評分值。則第 i 替選方案之模糊效用值 \widetilde{u}_{i} 為:

$$\widetilde{u}_{i} = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{\omega}_{j} \widetilde{h}_{ij} \tag{4-40}$$

Buckley 的模糊 AHP 法使用梯形模糊數表示權重值的方式,在計算上較為複雜,因此在實際應用上,通常將之簡化為三角模糊數,而在本研究中,則採用三角模糊數表示權重值,而在權重之求取方式上,亦先求算出各別受訪者結果而再加以處理,屬於 AHP 法與模糊理論之結合。

