

# 國立交通大學

理學院科技與數位學習學程

碩 士 論 文

不同合作學習法在小數除法學習成效之提升-  
以國中七年級為例

The Learning Achievement of Different Cooperative Learning into  
Enhancement of Seventh Graders' Decimal Division Learning

研 究 生：黃晶雅

指導教授：李榮耀 教授

中 華 民 國 一 〇 二 年 六 月

不同合作學習法在除法學習成效之提升-  
以國中七年級為例

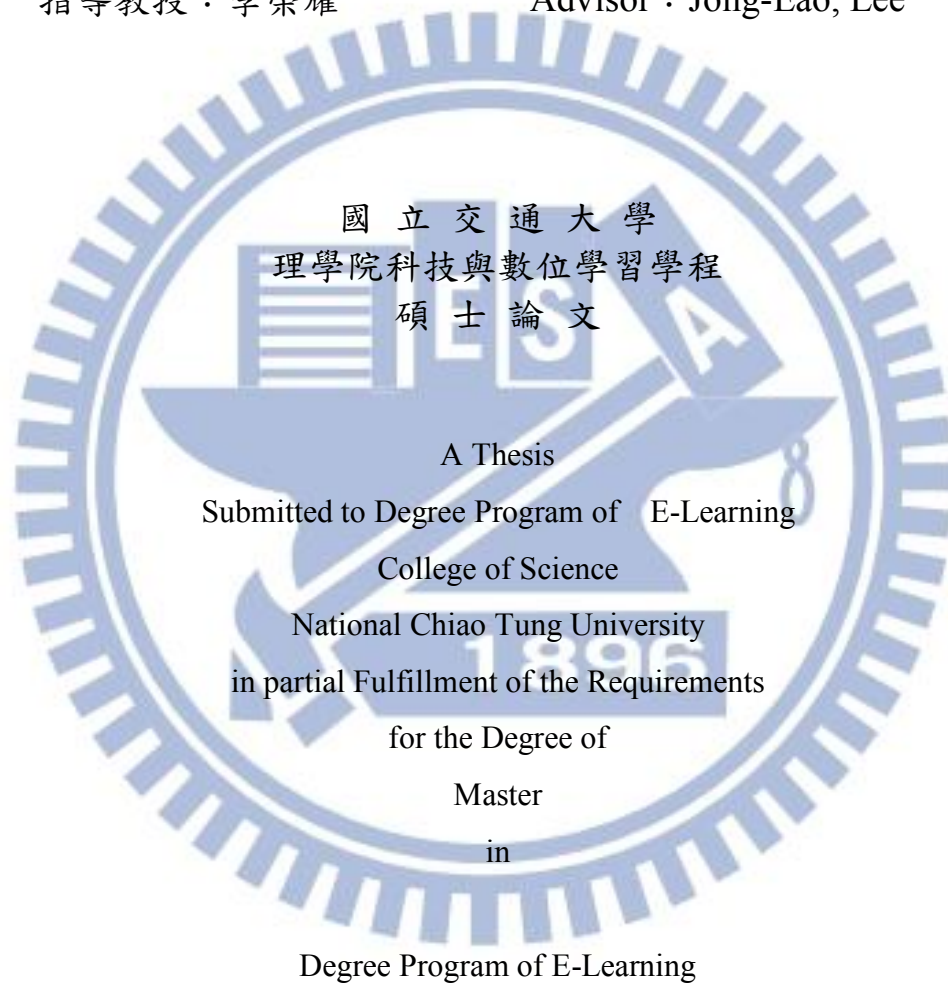
The Learning Achievement of Different Cooperative Learning into  
Enhancement of Seventh Graders' Division Learning

研究生：黃晶雅

Student：Ching-Ya, Huang

指導教授：李榮耀

Advisor：Jong-Eao, Lee



國立交通大學  
理學院科技與數位學習學程  
碩士論文  
A Thesis  
Submitted to Degree Program of E-Learning  
College of Science  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in

Degree Program of E-Learning

June 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇二年六月

# 不同合作學習法在小數除法學習成效之提升- 以國中七年級為例

學生：黃晶雅

指導教授：李榮耀 教授

國立交通大學理學院科技與數位學習學程

## 摘要

本論文研究目的主要為分析國中學生在小數除法計算中常見的錯誤，並以不同合作學習法將常見的錯誤觀念釐清，提升學生在除法基礎運算的能力。本研究為準實驗研究法，以暑期輔導的班級進行教學實驗，結果為兩種不同合作學習法雖然在前測、後測、密度測驗無顯著差異，但進行之後都可提升該班學生的除法學習成效，並在密度運算達到正向學習遷移。而思考分組分享法(TPS)學習的學生，對整個課程滿意度較高。

關鍵詞：合作學習、補救教學、學習遷移

# The Learning Achievement of Different Cooperative Learning into Enhancement of Seventh Graders' Decimal Division Learning

Student : Ching-Ya, Huang

Advisor : Jong-Eao, Lee

Degree Program of E-Learning  
College of Science  
National Chiao Tung University

## Abstract

The purpose of this thesis is to analyze the common mistake of junior high school students in decimal division calculation, and to enhance the students' ability of division calculation by different cooperative learning. The research is a quasi-experimental design. The researcher put into practice in summer subsidiary course. According to teaching experimental results, there have been no significant difference in pre-test, post-test and density test. But cooperative learning can enhance division learning effectiveness and is contributive to density calculation. The students of TPS method felt more satisfied with the course as a whole.

**Keywords :** Cooperative Learning ,Remedial Instruction, Transfer of Learning

## 誌謝

感謝這一路來給予我支持、鼓勵的所有人。謝謝我的指導教授-李榮耀教授，給予我指導，並給予建議、規畫論文的進度，我才能順利完成論文；謝謝口試委員們的勉勵；謝謝我的母親，幫我打點家裡的一切，照顧孩子，想跟母親說一聲：「媽媽，您辛苦了，謝謝您！」；謝謝我的先生，不辭辛勞的接送我到交通大學唸書，一直給我鼓勵、打氣；謝謝我的研究夥伴們，這一路來幸好有你們互相扶持、督促；謝謝我的主任，鼓勵我進修、開闊視野；謝謝我的學生們，讓我堅持、給予我回饋。謝謝交通大學碩士在職專班數位學習組，這兩年來的學習，除了學會一些教材製作的技巧，也讓我獲得許多新知，更重要的是，充實我的心靈，讓我會用不同角度去看待事情。感謝老天爺，賜給我這一切！



# 目 錄

摘要.....	III
ABSTRACT.....	IV
目 錄.....	VI
表目錄.....	VIII
圖目錄.....	IX
<b>第一章 緒論.....</b>	<b>1</b>
1.1 研究動機.....	1
1.2 研究目的.....	6
1.3 研究問題.....	7
1.4 研究限制.....	7
1.5 名詞解釋.....	8
<b>第二章 文獻探討.....</b>	<b>9</b>
2.1 現今國中自然教材中需應用數學計算之單元分析.....	9
2.2 學生常見之迷思概念.....	18
2.3 補救教學.....	23
2.4 學習金字塔.....	28
2.5 合作學習法之活化教學.....	31
<b>第三章 研究方法.....</b>	<b>43</b>
3.1 研究對象.....	43
3.2 研究設計.....	44
3.3 研究流程.....	50
3.4 研究工具.....	51
3.5 資料分析.....	52
<b>第四章 研究結果與探討.....</b>	<b>53</b>
4.1 學生整數、小數除法錯誤類型分析.....	53
4.2 學生的除法學習成就表現比較.....	60
4.2.1 實驗組與對照組之測驗成績比較分析.....	60
4.2.2 實驗組與對照組之前測-後測，前測-密度測驗成績比較分析.....	62
4.2.3 實驗組與對照組之高成就、中成就、低成就前測-後測，前測-密度測驗成績分析.....	64
4.2.4 實驗組與對照組之高成就、中成就、低成就測驗成績分析.....	66

4.3 學生的學習態度及合作學習法回饋表現比較 .....	71
4.3.1 實驗組與對照組對數學學習的自我認知感分析.....	72
4.3.2 實驗組與對照組對數學合作學習課程滿意度分析.....	74
4.4 小組日誌及教師教學觀察記錄 .....	78
<b>第五章 結論與建議.....</b>	<b>82</b>
5.1 研究結論 .....	82
5.2 研究建議.....	84
<b>參考文獻 .....</b>	<b>86</b>
<b>附錄一、學生學習態度問卷(認知感).....</b>	<b>90</b>
<b>附錄二、學生學習態度問卷(回饋卷).....</b>	<b>92</b>
<b>附錄三、除法前測卷.....</b>	<b>93</b>
<b>附錄四、除法後測卷.....</b>	<b>94</b>
<b>附錄五、求下列各物質的密度(請以小數表示).....</b>	<b>95</b>
<b>附錄六、施測題目中學生的錯誤類型.....</b>	<b>96</b>
<b>附錄七、學生除法高層次解題類型實例.....</b>	<b>100</b>

## 表目錄

表 1、研究者學校學生國中三個年級不同學習成就學生的學習狀況 .....	3
表 2、一百零一學年度康軒自然與生活科技領域教材單元 .....	10
表 3、低學習成就學生特色 .....	25
表 4、本教學實驗研究的各種變項與內容 .....	44
表 5、調整後的教學法 .....	45
表 6、獎勵點數累積 .....	46
表 7、國中七年級新生小數除法學習成效提升研究之十二堂課進度表 .....	48
表 8、對照組 STAD 與實驗組 TPS 前測成績比較 .....	60
表 9、對照組 STAD 與實驗組 TPS 後測成績比較 .....	61
表 10、對照組 STAD 與實驗組 TPS 密度測驗成績比較 .....	61
表 11、對照組 STAD 與實驗組 TPS 進步分數成績比較 .....	61
表 12、對照組 STAD 前測—後測成績比較 .....	62
表 13、實驗組 TPS 前測—後測成績比較 .....	63
表 14、對照組 STAD 前測—密度測驗成績比較 .....	63
表 15、實驗組 TPS 前測—密度測驗成績比較 .....	63
表 16、對照組 STAD 高成就、中成就、低成就前測—後測成績比較 .....	64
表 17、實驗組 TPS 高成就、中成就、低成就前測—後測成績比較 .....	65
表 18、對照組 STAD 高成就、中成就、低成就前測—密度測驗成績比較 .....	65
表 19、實驗組 TPS 高成就、中成就、低成就前測—密度測驗成績比較 .....	66
表 20、對照組 STAD 與實驗組 TPS 高成就學生前測成績比較 .....	67
表 21、對照組 STAD 與實驗組 TPS 高成就學生後測成績比較 .....	67
表 22、對照組 STAD 與實驗組 TPS 高成就學生密度測驗成績比較 .....	67
表 23、對照組 STAD 與實驗組 TPS 高成就學生進步成績比較 .....	68
表 24、對照組 STAD 與實驗組 TPS 中成就學生前測成績比較 .....	68
表 25、對照組 STAD 與實驗組 TPS 中成就學生後測成績比較 .....	69
表 26、對照組 STAD 與實驗組 TPS 中成就學生密度測驗成績比較 .....	69
表 27、對照組 STAD 與實驗組 TPS 中成就學生進步成績比較 .....	69
表 28、對照組 STAD 與實驗組 TPS 低成就學生前測成績比較 .....	70
表 29、對照組 STAD 與實驗組 TPS 低成就學生後測成績比較 .....	70
表 30、對照組 STAD 與實驗組 TPS 低成就學生密度測驗成績比較 .....	70
表 31、對照組 STAD 與實驗組 TPS 低成就學生進步成績比較 .....	71
表 32、對數學學習的自我認知感 .....	73
表 33、對合作學習課程滿意度 .....	74



## 圖目錄

圖 1、學習金字塔(LEARNING PYRAMID).....	30
圖 2、STAD 分組方式 .....	47
圖 3、TPS 分組方式 .....	48
圖 4、座位安排.....	48
圖 5、教學實驗流程圖.....	51



# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機

研究者學校位於苗栗縣靠近台中市的區域，低收入戶、中低收入戶、失親、單親、寄親、隔代教養、外籍配偶子女為數不少，即便不屬於前述五種，也可能因家中子女眾多或是和父母年齡差距過大(差距達四十五歲)、家中經濟能力不佳而常常繳不出學習費用，學校常常要為這些學生申請補助協助就學，而學區內的家長對孩子學業普遍要求不高，一來是希望孩子快樂學習沒有壓力，社經地位低的家長和學生並不像四五十年代的弱勢家庭認為可以靠教育翻身，晉身到更好的社會階層。二來是因為忙於生計對學生課業上的關心較少，學生學業成就不高。學校沒有亮眼的升學成績，所以學生外流情況一年比一年嚴重，研究者剛到這間學校，學校全數二十二班，每班將近四十人，來到這間學校已經接近十年，現今只剩十四班，每班約二十到三十人不等。剛到這間學校的前五年，大部分的學生都具備基本數學運算能力，但看題目列式能力不足；然而近五年，學區內國小名列前茅的學生來本校就讀意願不高，於是校內競爭力逐年下降，一個班上裡面數學基本運算有障礙或不熟練基本運算的學生約占了班上的二分之一以上。學區附近無任何一家書店，只有唯一一家文具店，實屬文化刺激弱勢地區，在家庭背景和地區皆屬弱勢的影響之下，文化刺激不足，學生上進意願不高，於是間接造成學生在學業上的表現普遍屬於低成就(楊肅棟，2001)。目前全國國民中學皆是常態編班，在一個班上，學生的學習速度不同，學習反應不一，對於基層教師而言，「把每個孩子帶起來」實在不容易。

九年一貫將國中小的學習領域分為七大領域八大科目，而研究者是擔任自然領域教學的老師，自然領域即是將生物、理化、地科與生活科技合併為一個領域，研究者所任教的學校採為合科教學為主，在學校的規畫之下，每個班級通常在國

中七年級到國中九年級都是由同一位老師擔任自然科領域教學。在教學的過程體認到多數學生隨著年級的增長對學習興趣的低落，而逐漸放棄學習，一直努力思考原因所在，希望能改善現況。

國中七年級的自然科目主要以生物內容為主，多數升上國中的七年級同學對這方面感興趣都願意學習，上課互動良好，願意發表想法，也願意花時間去準備這堂課。但是升上國中八年級之後，很明顯的發現學生在自然領域的學習動機、學習意願、學習成績有明顯的落差。若將班上學生分為三個族群，高學習成就學生、中學習成就學生、低學習成就學生，則國中七年級的自然領域學習中，三個不同學習成就的學生成績差異不大，在段考成績的表現，全班的平均約可達70~80分，而最低分的同學至少還能維持在60分邊緣；但到了國中八年級，在自然領域的學習，成績屬於高學習成就的學生還能維持在自己的水準，但是中學習成就的學生，成績開始往下降，有些是逐次下降，有些是大衰退；而國中八年級下學期時，在自然領域的學業成績表現，班上只剩下兩個族群，高學習成就學生和低學習成就學生，呈現M字型分布，在學習態度的表現，高學習成就學生能跟上教師的教學步驟，並有成就感；原先屬於中學習成就的學生，仍是努力聽課，但是某些單元的學習跟不上教學進度，還沒學會就又要學新的，他們只能就他們能理解、學得會的單元盡力學習；對於原先屬於低學習成就的學生，學習對他們而言只是一種交差了事。表1為研究者針對學校學生國中三個年級不同學習成就學生的學習狀況所作整理。

在表1，我們可發現國中九年級低學習成就學生放棄學習的情況為一種嚴重消極的態度，而國中七年級的低學習成就學生，對學習並不至於完全放棄，還是會願意多少學一點。所以我們若是能提早協助低學習成就學生解決學習困擾，或許能避免學生隨著年齡增長而開始放棄學習。

表 1、研究者學校學生國中三個年級不同學習成就學生的學習狀況

	國中七年級	國中八年級	國中九年級
高學習成就學生	1. 會主動閱讀相關生物資料，偶爾會在老師的要求以外多寫一些作業。上課常常會舉手發言表達自己的看法。	1. 跟得上進度，會跟教師互動，有意願多學一些。	1. 跟得上進度，比較會跟教師互動，也會主動找題目來練習。
中學習成就學生	2. 非常安份守己，上課認真，寫作業用心，對於自然科的學習有成就感，也會關心自己段考成績的表現。	1. 會努力配合老師的教學要求，在課業表現開始出現感到困擾的情況，成績較一年級時退步，想提升成績，卻沒有好方法。	1. 上課會抄筆記、回家會寫功課、完全配合老師的步驟，但不會主動找習題練習，學業成績表現趨向低學習成就。
低學習成就學生	1. 偶爾會上課發呆。對生物知識的學習有好奇心、也有興趣，會提問。作業有時會缺交。	1. 難以引起學習動機，成績下降幅度大，上課發呆次數增多。作業缺交情形增加，但在老師注意的情況下仍願意抄筆記。	1. 完全放棄學習，不聽課、不抄筆記、不寫作業。嚴重者甚至上課就直接趴在桌上。

在和同校的同領域其他老師討論學生的這種狀況，我們發現這並不是單一班級的現象，而是學生的普遍現象，而且在研究者任教的學校是一年比一年更普及。學生在八年級的成就表現更是對堅持學習的影響關鍵，在討論的過程中，我們發現學生在密度單元，中後段學生的瓶頸即浮現。密度單元通常是安排在國中八年級上學期的第一章，也是學生在自然領域理化部分遇到的第一個運用數學計算的觀念，學生可以理解密度的意義、公式，也能根據已知的線索列出正確的式子，但是對於將密度轉成計算數字結果還是有障礙，因為學生對除法的意義、及橫式除法轉成直式除法仍是觀念不清，最基本的除數、被除數分不清楚，化成直式除法後，怎麼除又一再困擾著他們，他們不知道如何取適當的商數，若是數字再有小數點出現，低學習成就的學生幾乎是棄筆投降，直接空白，表明他不會處理小數點，基本的運算能力不足是影響他們在國中八年級以後在自然領域學習動機降低的原因，畢竟在理化方面是需要很多數學能力來輔助學習的，而且近年來研究者任教學校的學生數學運算能力較為低落，尤其是在小數除法運算有許多迷思概念，於是更早放棄學習。在教導理化的過程，發現學生對於有計算的學習單元有相當大的排斥感，而近幾年連簡單基礎的理化計算問題(例如：密度、濃度)，學生一樣排斥，只要是數字、只要需要計算，他們的直覺就是「我不會！」，於是將理化視為困難的科目，選擇放棄學習。因為一開始學習八年級自然與生活科技理化單元的部分，急需使用到自己不熟練的數學運算，對研究者學校的學生而言可能就形成挫折，於是學生在腦海中形成刻板印像，認為自然與生活科技就是一門艱難的學習領域，即使之後的課程中等偏易，學生也因一開始形成的刻板印像而拒絕學習。所以在一開始的學習學生就能學會，進而提升成就感，方能引導學生繼續加深加廣學習。學習宛如蓋房子，地基若不紮實，如何繼續向上延伸進而更上一層樓呢？如果學生具備基礎的運算能力，對於學生學習自然領域有更大的幫助，可形成跨領域的正向學習遷移。

我們常說數學為科學之母，其實學數學不只是學計算能力，更重要的是在學習數學的過程中學會思考、培養解決問題的能力，基礎的計算實應是學生在學習

每個學科前都該有的基本能力。在這個科技發達的世代，曾有人主張：「數學計算不會沒關係，只要會按計算機就好。」但也要有正確的觀念才能列出正確的數學式子、按對計算機。若是在除法的計算中，分不清除數和被除數，即使有功能強大計算機，也未必能正確使用。在加、減、乘、除四則運算中，對多數學生而言，除法是最困難的計算，除法結合了乘法和減法兩種運算，學生必須會基本的乘法和減法運算，方能將之結合進行運算。本研究希望釐清學生在除法計算的迷失觀念，藉此加強除法運算能力及思考判斷能力，除了可以協助學生日後在理化科計算部分的學習，也希望可以在釐清觀念的過程中學會思考計算結果是否合理、做有意義的推測以選擇正確的方法。

十二年國民基本教育勢在必行，將於民國一百零三年全面實施，屆時所有的國中生將進行大會考，大會考的成績目前分為三個等級，精熟、基礎、待加強，未達待加強程度的學生將於高中時進行補救教學，而數學科方面將加考計算題，這是和之前基測大不相同的地方，可見計算能力有提升之重要性。但是等到高中才來進行補救教學是否為時已晚呢？本研究在不影響正常教學的原則下進行，原先是針對考完基測的國中九年級學生進行，進行完前測之後了解學生的情況，要進行教學時，發現難以進行下去，主要是學生的心態，因為免試入學擴大招生、公私立學校學費齊一的政策，及少子化的問題，高中招生已出現供過於求的現象，全部的國中九年級學生幾乎都有學校繼續升學，差別只在於他們就讀學校的類型（高中、高職、五專）和聲望（名校、社區高中），學生覺得回過頭來釐清或是學習自己仍需加強的除法觀念是沒意義且浪費時間，而且選擇高職、五專的學生，因為已有分科別了，學生認為自己所選的科別，例如：美容、觀光，將來不需要使用到除法，再者因為沒有基測的包袱了，有些學生請假沒來上課、或是以公假名義去參加其他活動，上課出席狀況不佳，所以後來研究者把研究對象更改為剛從國小畢業的國中七年級新生。由此可知，補救教學的實施實在不可拖延至高中，不少學生已完全放棄學業，對學習無意願，隨著年齡增長，自主性更高，更不願意積極參與補救教學。

從針對學習落後的學生補救教學教育文獻中，許多教師嘗試以多媒體、電子白板或是合作學習的模式來進行，研究者和指導教授及任教學校的數學領域教師討論，大家都有一個共同的想法，傳統黑板教學的效果在某些單元仍是無法被多媒體或是科技教學所取代，千萬不可因噎廢食，或是過度強調多媒體教材，所以研究者幾經思考決定以合作學習為主要進行補救教學模式，並以多媒體教學為輔助。在教學現場中，我們發現學生多數都喜歡分組學習，但是當老師分組教學時，學生在做什麼呢？身為教師的我們又如何確保每位學生在合作學習過程中都投入其中呢？合作學習的方式很多種，哪一種是在這個除法補救教學單元比較適用的合作學習方式？研究者將以學生小組成就區分法 (Student's Teams Achievement Divisions, STAD) 及思考分組分享法 (Think-Pair-Share, TPS)，兩種不同的合作教學來進行研究及比較，希望能利用合作學習中的互動，讓學生從教中學，提升學生的學習成就感，加強學生的學習動機。

## 1.2 研究目的

本研究主要是從研究者的教學現場出發，以學生在學習基礎上的除法運算為主軸，將學生常見的小數除法計算錯誤作為觀念澄清教材，以傳統板書及多媒體教材進行教學，採用兩種不同的合作教學法，學生小組成就區分法 (Student's Teams Achievement Divisions, STAD) 及思考分組分享法 (Think-Pair-Share, TPS)，進行合作學習的課程，對班上學生進行數學除法能力提升之教學，對原本學習成就好的學生當做複習，對原本學習成就差的學生當做補救教學，希望有助於學生在自然與生活科技領域之學習及應用。希望藉由教學實驗研究達到以下研究目的：

- 一、了解並分析國中學生在整數、小數除法計算中常見的錯誤。
- 二、將常見的錯誤觀念釐清，提升學生在除法基礎運算的能力，以助於日後的學習。

### 1.3 研究問題

本研究依據研究目的，以準實驗研究法進行教學實驗，期望能透過實驗結果回答下列問題：

- 一、學生在不同合作學習法的學習成效表現是否有差異。
- 二、學生在不同合作學習法的課程學習滿意度是否有差異。

### 1.4 研究限制

#### 一、研究者

研究者雖有數學教師證，修過四十學分，但本身並非數學本科系出身，多年都以擔任自然科學為主，而數學是專業學科，在內容教材設計上，會以有助於日後自然學科學習為主，所以有背景限制。

#### 二、研究對象限制

本研究僅以苗栗縣南部的一所國中，暑期輔導課的兩個班各三十名學生作為研究樣本，參與研究對象以國小升國中的七年級新生為主，此學區學生外流嚴重，研究樣本不具普遍代表性，只適合推論到與本實驗類似之學校的學生。其他地區的學生背景和學習條件未必相同，所以不一定能推論到其他區域或其他樣本。

#### 三、研究課程限制

本研究的課程單元是數學的小數除法單元，學生都曾學過除法，所以研究結果不宜推論至其他數學單元或是沒學過除法的學生。

#### 四、學生的心態

本研究課程是在暑期輔導課進行，沒有考試及分數的壓力，未必每一位學生都是以全力以赴的態度參與課程，學習效果不一定是最佳狀況。



## 1.5 名詞解釋

### 一、迷思概念

學生在學習前既有的錯誤刻板印象或是在學習過程中因為某些特殊原因而產生錯誤的想法。本研究所指的迷思概念主要是針對學生在數學整數和小數除法運算單元進行分析。

### 二、學習金字塔理論

這是由美國的教育學家 Edgar Dale 在 1969 年提出，將學習分成被動學習和主動學習，如果只是單純接收資訊的被動學習，兩週後所記得內容將低於 50%；將資訊吸收再藉由討論、教導和別人分享的主動學習，兩週後所記得的資訊將高於 50%。本研究中的合作學習法就是一種主動學習。

### 三、補救教學

補救教學即教師對未達成教學目標的學生或學習有困難的學生診斷其學習困難之處，針對學習困難的地方進行一連串積極性教學活動，幫助學生再學習。本研究教學課程為學生都學過的除法運算，於 2012 年七月針對全班進行授課十二節，希望能達成在班級內進行補救教學之功效。

### 四、學習遷移

學生在一種情境上學習到的規則、技巧，若是遇到類似的情境或是延伸的情境則是會對上述兩種新情境的學習產生影響。本研究所指的學習遷移，主要是指學生的數學除法運算技巧對自然領域學習的影響。

### 五、合作學習法

教師將學生進行分組，小組的組員在互相協助中力求進步，藉由團隊精神提高個人學習成效。本研究所使用的兩種合作學習法分別是以學生小組成就區分法 (STAD) 及思考分組分享法 (TPS) 為本，再依研究者的實務需求進行修改的合作學習法。

## 第二章 文獻探討

研究者將在本章分別探討第一節現今國中自然教材中需應用數學計算能力單元之分析、第二節學生常見之迷思概念、第三節補救教學、第四節合作學習法之活化教學。

### 2.1 現今國中自然教材中需應用數學計算之單元分析

#### 【自然與生活科技領域教材單元】

在科學的領域中，我們常需要以數學為基礎來驗證科學的真實性，或是給予數學定義以便進行科學現象的解釋，所以常有師長告誡學生，：「要認真學數學，數學好，自然科學才能學得好。」學生的數學先備知識將會影響自然科學的學習，具備正確的數學觀念及運算技能有助於學生在自然科學領域的學習，形成正向學習遷移；反之，數學基礎能力不佳，學生將因此形成學習困境，以致於學習成就低，而產生抗拒學習的心理狀態。所以研究者將在此單元探討分析國中自然教材中的數學單元。因現行的教科書內容大同小異，所以研究者將以任教學校多年來使用的自然領域教科書版本（康軒版）為主，分析自然科教材中數學運算技能單元的探討。自然與生活科技領域教材需運用到數學計算的單元整理歸納如表 2。由表 2 可知，目前國中的自然與生活科技領域的教科書，國中七年級仍是以生物為主，國中八年級以理化為主，國中九年級以理化、地球科學為主，比例為 6：5，生活科技則是分散在三個年級。國中七年級的部分需要利用數學計算的單元不多，但國中八年級需要數學計算來輔佐自然科學觀念的單元最多，國中九年級可能是因為地球科學單元的比重和理化單元的比重接近，所以並沒有像國中八年級的教材幾乎每個單元都需要利用到數學技能。

表 2、一百零一學年度康軒自然與生活科技領域教材單元

七年級	數學運算	八年級	數學運算	九年級	數學運算
孕育生命的世界	×	基本測量	◎	直線運動	◎
生物體的構造	×	物質的世界	◎	力與運動	◎
養分	◎	波動與聲音	◎	功與能	◎
生物的運輸作用	×	光	◎	基本的靜電現象與電路	◎
生物的協調作用	×	溫度與熱	◎	水與陸地	×
生物的恆定性	×	元素與化合物	◎	板塊運動與地球歷史	×
科技進步的推手	×	建造家園	×	運動中的天體	×
資訊與生活	×	化學反應	◎	動力與運輸	×
生殖	×	氧化與還原	×	電的應用	◎
遺傳	◎	酸、鹼、鹽	◎	電流與磁現象	×

演化	×	反應速率 與平衡	×	千變萬化 的天氣	×
地球上的 生物	×	有機化合 物	×	永續發展	×
生態系	◎	力與壓力	◎	科技你我 他	×
人類與環 境	×	適材適用	×		
圖的妙用	×				
鴻「圖」大 展	×				
× 代表該單元無數學概念或運算能力 ◎ 代表該單元有數學概念及運算能力					

研究者將針對任教學校的自然領域教科書中需要數學技能的單元，探討任教學校的學生在數學運算技能的學習狀況。各單元探討如下：

- 一、養分：數學運算能力主要是食物的熱能計算，由蛋白質、脂質和醣類每克的大卡數計算食物的熱能，例如：開心糖含有 5 克醣類、1 克脂質，則開心糖含有熱量 29 大卡。這個觀念，主要是利用加法、乘法的結合。多數學生都能勝任，需提醒在計算時增加細心度。
- 二、遺傳：數學運算能力主要是應用棋盤方格法來推算子代性狀發生機率。從棋

	T	t
T	TT	Tt
t	Tt	tt

盤方格法的結果看出比例、寫出比值。例如： $\frac{1}{4}$ ，在此棋盤格中，隱性性狀 tt 占了  $\frac{1}{4}=25\%$ 。有些學生無法寫出正確比值、不知如何將分數轉換成百分比。

三、生態系：數學運算能力主要是以捉放法估計生物族群大小，計算公式為

$$\frac{\text{總記號數}}{\text{總群體數}} = \frac{\text{捕捉記號數}}{\text{捕捉總數}}$$
，例如：在一山林中，抓到山羌 10 隻

並將之做記號，再放回群體，經過一個月後，隨意抓到 50 隻山羌，其中有記號的有 5 隻，則可列式求得山林中的山羌總數，假設山羌

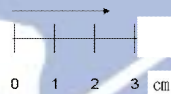
總數為  $x$ ，則可列式： $\frac{10}{x} = \frac{5}{50}$ ， $x = 100$ ，由此可知群體總數約為

100 隻。多數學生看完敘述不會列式，列式後不會利用交叉相乘求解，或不懂使用一元一次方程式求未知數。

四、基本測量：數學運算能力主要是使用估計值、簡易的單位換算、測量平均值計算、密度計算，學生須懂得取估計值，了解不同單位的關係，

$$\text{密度} = \frac{\text{質量}}{\text{體積}}$$
。例如：

(1) 下圖箭頭長度約為 2.3 cm。



(2)  $3.2\text{m} = 320\text{cm}$ 。

(3) A 物體積  $10\text{cm}^3$ ，質量 2g，則 A 的密度  $= 2 \div 10 = 0.2\text{g/cm}^3$ 。

部分學生不會取適合的估計值，對於不同單位的大小關係不清楚，除法計算有迷思概念、基本除法技能不熟練。

五、物質的世界：數學運算能力主要是重量百分濃度、體積百分濃度，其中

$$\text{濃度} = \frac{\text{溶質}}{\text{溶液}} \times 100\%$$
。例如：5g 糖溶於 20g 水中的糖水重量

$$\text{百分濃度} = \frac{5}{25} \times 100\% = 20\%$$
。有些學生對於  $\times 100\%$  計算不了

解，以致於忽略這部分的計算、基本除法計算基礎能力有待加強。

六、波動與聲音：數學運算能力主要是週期和頻率互為倒數、波速計算、回聲波

求距離，其中

$$(1) T \times f = 1 \text{ (週期} \times \text{頻率} = 1)$$

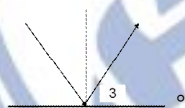
$$(2) f \times \lambda = V \text{ (頻率} \times \text{波長} = \text{波速)}$$

(3) 聲速求距離，例子如下：聲音在水中的速度為 1500m/s，有一船的聲納發出聲音於 4 秒後收到回聲，則海底深度為  $1500 \times 4 \div 2 = 3000$  (m)。在此單元學生需會善用公式，熟悉乘法，或是利用已知項求未知項。但是我們發現有些學生對於倒數的定義不清楚，而且計算類形增多，學生不會選擇適當的公式或是利用基本定義求解，不會根據文字敘述列出數學計算式子。

七、光：數學運算能力主要是光速求距離、光反射的角度關係，學生在學習時需了解科學記號、指數、了解互餘的關係找出角度大小，例如：

(1) 太陽發出的光需經 500 秒到地球，則兩星球間的距離  
 $= 3 \times 10^8 \times 500 = 1.5 \times 10^{11}$  (m)

(2) 下圖為光的反射圖，若入射角為 30 度，則  $\angle 3 = 60$  度。



但仍有部分學生不會將數值寫成科學記號，指數的運算不熟悉，未熟記互餘的意義，角度判斷有問題。

八、溫度與熱：數學運算能力主要是溫標換算、熱量變化的計算，學生需有比例觀念，需會善用  $\Delta H = ms\Delta T$  求熱量計算公式，例如：

(1) 一自設溫標，以水的冰點為  $20^\circ \text{€}$ ，水的沸點為  $70^\circ \text{€}$ ，則  $30^\circ \text{€}$  相當於  $X^\circ \text{€}$ ，由下式可知  $X = 20$ 。

$$(70 - 20) : (70 - 30) = (100 - 0) : (100 - X)$$

(2) 30g 的水上升  $2^\circ \text{C}$  需吸熱  $= 30 \times 1 \times 2 = 60$  卡。

在比例的部分，學生不會外項乘積 = 內項乘積，比值部分不會交叉相乘，無法從文字敘述列出符合公式的算式。

九、元素與化合物：數學運算能力主要是以元素符號的標示計算質量數、中子數、電子數、質子數，例如： ${}_{11}^{23}\text{Na}$  代表：原子序＝質子數＝電子數＝11，質量數＝23，中子數＝12。此部分為基本的加法、減法運算，了解科學意義的情況下，多數學生都能依據已知線索找出未知的數目。

十、化學反應：數學運算能力主要是質量守恆定律、分子量的求法、原子量、莫耳數、質量的關係，例如：

(1) 反應物總質量＝生成物總質量。

(2)  $\text{NaOH}$  分子量＝23＋16＋1＝40。

(3) 5mol 水有 90g，相當於  $5 \times 6 \times 10^{23}$  個水分子。

研究者發現學生最大困擾在於莫耳數的換算，因  $1\text{mol} = 6 \times 10^{23}$  個，數值甚大，容易讓學生心生恐懼及混淆。

十一、酸、鹼、鹽：數學運算能力主要是莫耳濃度、酸鹼中和時的定量，例如：

(1) 40g 的  $\text{NaOH}$  配製成 10 公升的溶液時，其莫耳濃度＝0.1M。

(2) 10mL，5M 的  $\text{HCl}$  水溶液需要加入 500mL，0.1M 的  $\text{NaOH}$  水溶液才能完全中和。

此莫耳濃度需先算出莫耳數才能求莫耳濃度，或是計算酸鹼中和所需的液體體積，若是莫耳的先備知識不足，學生在此單元的數學計算學習將感到困難。

十二、力與壓力：數學運算能力主要是合力大小計算、壓力計算、帕斯卡原理、浮力計算，例如：

(1) 方向相同，合力相加；方向相反，合力相減。

$$(2) P = \frac{F}{A}$$

$$(3) \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$(4) B = W_{\text{空}} - W_{\text{液}} = \text{排開的液體重} = V_{\text{液}} \times D_{\text{液}}$$

在此單元的學習需要用到數學公式增多，對於定義不夠明確了解的情況下，學生開始會產生混淆。學生最大的困難在於浮力的計算，光憑文字敘述也不一定將適合的線索放入公式中計算。

十三、直線運動：數學運算能力主要是單擺週期、位移與路徑長、速率和速度、等速度運動、平均加速度、等加速度運動、自由落體運動，例如：

(1) 從時間和擺動次數關係圖找出單擺週期。

(2)  $\Delta X = X_2 - X_1$ ，位移 = 速度時間關係圖所圍成的曲線面積。

$$(3) V = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1}$$

$$(4) a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

$$(5) V_{\text{末}} = V_{\text{初}} + a \Delta t$$

$$\Delta X = V_{\text{初}} \times \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$V_{\text{末}}^2 = V_{\text{初}}^2 + 2a \Delta X$$

此單元物理運算公式多，且有許多座標關係圖出現，未必只是代公式求結果即可，還必須了解各種關係圖的意義，從關係圖找線索。學生的學習負荷增重許多。在此單元教導時，研究者及學校內的其他教師還發現每一班平均有一半的人不會求梯形和三角形的面積。每一班都有人連矩形面積算法都完全不會。

十四、力與運動：數學運算能力主要是牛頓第二運動定律，例如： $F = m \times a$ ，物理計算公式雖然只有一個，但卻具備了前一單元的觀念及各種計算公式，並且要看懂  $m-a$  座標關係圖及利用  $V-t$  關係圖。對學生而言並不容易學習。



十五、功與能：數學運算能力主要是功的計算、功率的計算、動能計算、重力位能計算、力學能守恆、力矩計算、槓桿原理，例如：

$$(1) W = F \times \Delta X$$

$$(2) P = \frac{W}{t}$$

$$(3) E_k = \frac{1}{2} mV^2$$

$$(4) U = mgh$$

$$(5) \text{力學能} = \text{動能} + \text{位能}$$

$$(6) \text{力矩} = \text{力} \times \text{力臂}$$

$$(7) \text{順時鐘方向力矩} = \text{逆時鐘方向力矩}$$

在力矩和槓桿原理的學習中，具備數學基礎能力的學生，學習較無困擾，也比較有成就感。其他的物理運算公式雖然是新觀念也可能需要利用前單元的一些觀念，但是並不複雜，所以學習困擾較無前兩單元來得沉重。

十六、基本的靜電現象與電路：數學運算能力主要是電流的計算、電阻的計算，

例如：

$$(1) I = \frac{Q}{t}$$

$$(2) R = \frac{V}{I}$$

本單元又是一個新觀念的開始，若是學生不因前幾單元的影響對自然科學感到困擾和排斥，學生具備除法和乘法技能，並能判斷線索，將能勝任此單元的計算問題。

十七、電的應用：數學運算能力主要是電能計算、電功率計算，例如：

$$(1) E = Q \times V = I \times V \times t = I^2 \times R \times t = \frac{V^2}{R} \times t$$

$$(2) P = \frac{E}{t} = \frac{Q \times V}{t} = I \times V = I^2 \times R = \frac{V^2}{R}$$

對學生而言，物理運算公式又變多了，學生需熟記公式，並依據線索選擇適當的公式運算，本單元困難度不高，只要學生不放棄學習，一樣可以學會並應用。

由以上可知，自然領域越往高年級發展，學習知識越多越深奧，數學運算也越複雜；有些新學習的單元可能是曾經學習過的單元之延伸，需應用到已學過的知識。若是先前學習的單元沒打好基礎，對之後單元的學習會形成負向學習遷移，可能形成錯誤的迷思概念。簡易的數學運算能力不佳，將會形成學生的學習阻力，學習負荷將會日漸加重，學生也可能因為長期的學不會，或是迷思未獲得澄清，在學習上總是低成就而開始排斥學習，拒絕學習，認為自然領域是一門困難的學科，即使之後學習的單元不需應用到數學計算，也因感到困難的刻板印象而不願嘗試。以下則是將研究者任教學校三個年級的學生在自然領域學習的數學運算困擾所做的分析：

- 一、七年級自然：課程以生物為主，數學計算的特色主要是基本的整數加法、乘法、除法、比例，且計算數字幾乎都是整數。而學生數學運算的學習困擾為食物熱量以加法為主，需多加練習。生殖機率以分數表示，多數人皆可理解，但若是換成小數，則有部分學生不會換算，生態系裡的抓放法不會列式。
- 二、八年級自然：課程以理化為主，數學計算的特色主要是基本的加法、減法、乘法、除法計算、比與比值計算，而且數字變化大（分數、小數或是更大的數值計算）、計算公式多。而學生數學運算的學習困擾為非整除的計算不會算，看到過大或是小數位過多的數值會心生畏懼，單位換算不會，列式即使正確但基本運算不夠熟練。
- 三、九年級自然：課程以理化、地球科學為主，數學計算的特色主要是加減乘除四則應用、懂得列式、善用公式是重點、需理解每個數值所代表的含意。計

算公式更多。有些公式可能是前單元延伸，於是運算方面的學習環環相扣。而學生數學運算的學習困擾為不會列式、不會代公式、不會求面積、不理解各項數值所代表的意義、不會想到應用曾經學過的知識進行新公式的推導或線索整理、看不懂關係圖、無法說明關係圖的意義、不能從關係圖找出數據線索。

## 2.2 學生常見之迷思概念

### 【迷思概念之特色】

謝青龍(1995)認為所謂的迷思概念就是學生的想法或所持有的概念，和目前學者們公認的概念不一，而迷思概念通常是在教師教學前或是教師教學過程中，學生對某一種概念，因為一些因素而形成。所以迷思概念是指觀念、見解或是想法有誤解，在數學上的迷思概念通常是由學生自行建構而成，將自己的經驗給予合理化的一種解釋。但學生可能因心智未成熟或是學習基礎不夠扎實，於是忽略許多必須列入考慮的因素，所以迷思概念為一種不完整的解釋。(陳鉅逸等人，2010)

戴政吉(2001)提出學生迷思概念的來源主要可歸納為以下五種：

- 一、經驗：日常生活經驗或是直接的實驗經驗。
- 二、用語：平日的用語或是隱喻使用。
- 三、教學：非正式或正式教學。
- 四、同儕：同儕之間信念及文化。
- 五、學校：教師的教學過程以及教科書內容。

由此可知學生的平日經驗，或是師長們有意無意的口語表達都深深影響著學生學習，我們習慣的觀念或是說法，都是讓孩童建構知識的一個來源，若是沒和孩童深入談話了解他們對這些觀念或說法的解讀，迷思概念可能就在無形中日積

月累漸漸成形。迷思概念有何特性？對學齡孩童學習的影響為何呢？鍾勝校

(1994) 提出迷思概念的八大特性：

- 一、過程性：迷思概念通常是在概念發展或概念學習的過程中產生。
- 二、不完備性：迷思概念會影響學生對問題的思考周全性，使得學生呈現出來的知識可能是片面性或不完整的概念。
- 三、非正統性：迷思概念有別於專家學者的、正統的觀念。
- 四、思考性：迷思概念會造成直覺、錯誤類比的思考方式，因而產生不正確推理或不成熟的思考結果，但迷思概念都含有概念思考的成分。
- 五、個別性：很多迷思概念是學習者將資訊內化，以自己的經驗解釋、建構出屬於自己的意義，成為個人特有的迷思概念。
- 六、普遍性：有些迷思概念會出現在某些年齡層或是某些特定文化族群。
- 七、不穩定性：有些缺乏正確概念的學習者，概念學習無依據可循，所以其所產生的迷思概念具有相當不穩定性，容易產生也容易消失。
- 八、頑固性：有些學習者對特定的迷思概念根深蒂固，難以改變。

由以上可知有些迷思概念通常根深蒂固在學習者心中，未必能輕易改變，所以對學生影響甚大，學生在前一階段學習過程產生的迷思概念常會影響現階段學習或是影響其他領域的學習，造成負向學習遷移，而且不容易消除；當學生在面對日常生活問題，也習慣使用自己過去錯誤的方法或憑直覺處理，在處理過程可能會遭遇許多挫折。

### 【數學中的迷思概念】

Marilyn Nickson (2000) 發現對於數學運算的正確性，多數學生通常就是以自己所計算的結果作為判斷依據，而非以符號運算法則或是數字法則來判斷。判斷依據的建立主要是在學生之前學習整數和小數概念時所形成的，整數是學生在學習數學時最先學到的基本概念，當學生學習整數運算時常見的迷思概念如

下：(陳銜逸等人，2010)。

- 一、忽視進位、退位，學生在加法、乘法中忘記進位，在除法和減法中忘記退位，除了是學生的粗心造成，也可能是學生的位值概念需要再加強。
- 二、減法中不考慮被減數、減數的意義，習慣以大數減小數的方式處理每個位值的計算，例如： $236-199=163$ ，學生用 2 減 1，9 減 3，9 減 6。
- 三、判斷數值大小受整數概念影響，只比較數碼多寡卻忽略位值的意義，例如： $328 > 27$ ，在整數中，三個數碼的數一定比二個數碼的數大；但， $3.28 < 27$ ，在小數中，未必數碼多就比較大。
- 四、乘以 10 的運算受整數計算影響，造成日後學習迷思，例如： $16 \times 10 = 160$ ，整數乘以 10，即是在原數字後多一個 0；但  $1.6 \times 10 = 16$ ，學生可能會認為  $1.6 \times 10 = 1.60$ 。
- 五、文字題中的關鍵字對學生造成誤導，例如：「和」是加法、「差」是減法、「倍」是乘法、「平分」是除法，以上關鍵字皆需配合文字題的前後意義，才知是何種運算法。
- 六、除法中不考慮被除數、除數的意義，認為被除數一定比除數大，於是直接大數除以小數，例如： $6 \div 30 = 5$ ，學生算成  $30 \div 6$ 。此迷思概念會對日後的分數、小數除法學習形成嚴重的負向學習遷移。
- 七、「乘法越乘越大，除法越除越小」的觀念只適用於整數範圍，小數、分數及負數領域未必符合此現象。

以上概念可能是學生在學習正整數運算時，因練習、經驗或是教師課堂上表達的語意而自行歸納的特性，若學生沒有釐清這些概念的適用範圍，便會對日後的分數、小數及負數的學習形成迷思概念，影響新觀念的學習。

研究者平日教課的觀察中發現，多數的學生看到除法的計算有小數數值，會選擇直接放棄作答，學生表示因為不懂小數，對小數基本加法、減法感到困惑，從學生的練習中，也可發現學生在小數加法和減法的直式運算，就已經沒有對齊

的觀念，或是忽略小數點，直接將小數當做整數處理，小數對學生而言是一門困難的學習課程，主要是因為受之前學習整數概念的影響，學生對小數產生太多迷思。陳鈺逸等（2010）將學生常見的小數迷思概念整理如下：

一、小數意義迷思：這部分的迷思主要是受整數概念的影響，而產生混淆。

（一）小數點之後的數字當成整數而造成讀法錯誤，例如：0.21 讀成「零點二十一」（劉曼麗，1998）。

（二）不考慮最小的位值而認為小數點後任何位值的零，都可省略，例如二十點零二寫成「20.2」（劉曼麗，2002）。

（三）沒有釐清 1 與純小數之間的大小關係，例如： $0.999999 > 1$ 。

（四）小數當成整數（劉曼麗，1998）。

（五）小數和整數的位名混淆，例如：將 0.31 中的 3 當作十位數（陳永峰，1998；劉曼麗，2002）。

二、小數位值迷思：對小數位值基本概念的缺乏，以至於忽視小數點存在，例如：27.6 寫成 276，小數位值的迷思概念將會造成在小數加減法的直式運算中對齊不正確，導致於錯誤的運算結果（潘耀圭，1982）。

三、小數化聚迷思：對整數和小數的關係不清楚的學生，會直接將個數與單位值合成，例如：62 個 0.1 = 0.62（劉曼麗，1998）。

四、小數比較大小迷思：在純小數的部分，部分學生受整數法則影響，認為小數點後的數字越多值越大，例如： $0.567 > 0.65$ ；也有部分學生受分數法則影響，以為小數點後的數字越多值越小，例如： $0.231 < 0.21$ （吳昭容，1996；郭孟儒，2002；劉曼麗，2002）。

五、單複名數轉換迷思：部分學生在單位換算時，直接將單位小的部分當作小數部分，例如：6 公斤 20 克 = 6.20 公斤，將 20 克視為小數部分（陳永峰，1998）。

六、小數和分數關係迷思：當分數轉換為小數時，將分子、分母其一視為整數部分，另一項則視為小數部分，例如： $\frac{1}{4} = 1.4$  或 4.1（劉曼麗，2002）。而當

兩位小數轉換為分數時，會直接將分母寫成 10，例如： $0.12 = \frac{12}{10}$ （艾如昀，1994；劉曼麗，1998）。

加法、減法、乘法是最基本的運算方式，其中除法更是半數學生的夢魘，學生最熟練的是加法，乘法則是加法的累積，在熟記九九乘法的情況下，學生對於乘法運算也相當有把握；對於減法，少數有退位的困擾，各個位數的運算總是習慣以大減小，對於退位借十並沒有牢記在心；除法是這四種運算最困難的運算法。除法是減法和乘法的結合，學生常常不知如何取適當的商數，而且其他三種運算法都是從位數小的個位數、十位數往位數大的百位數、千位數開始計算，獨獨除法與這三種運算法的運算順序相反，除法是從位數大往位數小進行運算，還必須根據商數的位數來決定每一次的運算位數，對於初學者而言，是頗有難度的運算法。

以下是學習者在學習數學除法時所遭遇的困難（吳信輝，2005）：

- 一、將橫式算則改寫為直式算則時，容易將數字寫在錯誤的位置，將除數和被除數混淆。
- 二、當有連續的 0 數值運算，會有借錯位的現象。
- 三、面對大數值的運算會感到恐懼。
- 四、對於需要退位的除法直式算則，感到困擾。

在小數的運算中，基本的加法、減法中，有部分學生不知應該以小數點位置為對齊點，而乘法運算結果的乘積又搞不清楚小數點所該放置的位置，若是學生沒將整數除法學習好，便會影響小數除法的學習，無法進行良好的學習遷移，多了一個小數點的存在，無疑就是雪上加霜，學生原本已感混亂的整數除法運算更難以抽絲剝繭、破除迷思、解決困境。舊的迷思概念無法澄清，反而還衍生出新的迷思概念，陳銜逸等(2010)綜合艾如昀(1994)、吳昭容(1996)、陳永峰(1998)、劉曼麗(2002)、劉曼麗和侯淑芬(2007, 2008)的文獻，將學童在小數乘除過

程中常見的迷思整理如下：

- 一、乘會變大，除會變小，例如：認為  $30 \times 0.9 > 30$ 。
- 二、乘法運算時，積數的小數點位置放錯，例如：認為  $12.3 \times 3 = 3.69$ ，事實上，小數點應從低位數往左取。
- 三、乘法運算時，忽視小數點，例如：認為  $3.2 \times 2.2 = 704$ ，事實上，此運算結果的積之小數位數應有兩位，即被乘數和乘數小數位數的和。
- 四、乘法運算時，直式算則使用不當，例如：

$$\begin{array}{r} 0.12 \\ \times 3.1 \\ \hline 12 \\ 3.6 \\ \hline 3.72 \end{array}$$

- 五、乘法運算時，將 0 省略後才取小數點，例如：認為  $2.2 \times 0.5 = 0.110$ ，事實上應為  $1.10$ ，將小數點位數取好後，才將小數點後最後一位的 0 省略。
- 六、任一數和純小數（0 點幾）相乘，答案總是小於 1，例如：認為  $0.27 \times 30 = 0.81 < 1$ 。
- 七、除法運算時，習慣「大數值」÷「小數值」，例如：認為  $0.2 \div 0.4 = 0.4 \div 0.2$ 。
- 八、除法運算時，餘數小數點位置放錯，例如： $2.19 \div 1.3$ ，認為餘數是 11。

$$\begin{array}{r} 1.6 \\ 1.3 \overline{) 2.19} \\ \underline{13} \\ 89 \\ \underline{78} \\ 11 \end{array}$$

所以身為教師需掌握學生的迷思概念，才能針對這些迷思概念進行即刻澄清並給予加強，以此作為教學依據，使其不成為學生延伸學習的絆腳石。對於被迷思概念困惑、產生阻礙學習的學生，更應把握機會給予補救教學，使其跟得上其他同學，才不致於因學習過度落後而放棄學習。

## 2.3 補救教學

在「親子天下雜誌 33 期」裡的一篇文章『十二年國教新挑戰：搶救「無動



力世代」』針對學生在課堂上學習的調查中，有 67.8% 的學生表示在課堂上少有機會表達自己的想法；而 68.3% 的學生在課堂上沒有小組討論；45.1% 的學生，功課學習上的問題，不會找同學幫忙。學生在課堂的學習時，是相當孤獨、無助的。學習跟不上的同學，不斷的學習只會不斷和班上學習跟得上的同學差距更大。所以近年來我們教育界出現了「向芬蘭學習」的聲音。林志成（2011）在中時電子報提出這不只是因為芬蘭學生在 P I S A（國際學生能力評量計畫）、T I M S S（國際數學與科學教育普查）及 P I R L S（國際閱讀素養研究）等評比名列前茅，更重要的是芬蘭的教育核心價值，堅持每一位孩子都要公平受教，秉持「一個也不能少」的平等精神，所以芬蘭政府投入大筆經費針對學習成就落後的低成就學生，屬於後百分之二十弱勢學生確實實施補救教學。我國教育部亦在民國 95 年啟動攜手計畫課後扶助方案，希望能提昇有學習困擾的學習弱勢學生之基礎學習能力，並協助這些學生在義務教育的過程中培養終身學習的能力，已建立電腦化測驗系統，支援全國國民中學及國民小學學習落後學生進行鑑定，並且可以分析、追蹤、累積各校參與攜手計畫的學生學習進展資訊。現今的國民小學及國民中學補救教學資源平台學生管理系統也針對補救教學學生建立個案管理，以協助長期追蹤輔導。

### 【低成就學生】

李咏吟（1990）指出所謂低成就學生即無法發揮學習潛力而成績表現不佳，主因是缺乏努力、正確的學習方法及良好的學習習慣，並非是由智力因素所造成。早期學者將低成就學生界定為智力正常的學生在學業上成績表現明顯低於自己的能力水準，近期的學者則將低成就學生分為三類，第一類如同早期學者的界定為學業成績表現明顯低於其能力水準的學生；第二類則是指學業成就明顯低於整個班級的平均水準；第三類即成績低落者，是指學業成績不及格，且落後於其他學生許多者（張新仁，2001）。需要進行補救教學的低學習成就學生大多具有以下特色，我們以表 3 表示：

表 3、低學習成就學生特色

學業表現	日常行為表現
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在學習測驗表現，基本作答技巧低。</li> <li>2. 學業成績上的表現較差。</li> <li>3. 閱讀、數學程度明顯比一般學生低。</li> <li>4. 對學業感到挫折感。</li> <li>5. 作業未能準時完成，或是完全抄襲同學。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 依賴性較重，需多給予注意。</li> <li>2. 對於有興趣的科目，傾向明顯且固著。</li> <li>3. 注意力不容易集中，學習容易分心。</li> <li>4. 在學習上較無耐心、缺乏動機以致於學習態度不佳。</li> <li>5. 對於自我掌控或社會性規範，感到困難。</li> <li>6. 需要更多學習時間。</li> <li>7. 不喜歡作業。</li> <li>8. 習慣性遲到或是出席頻率低。</li> <li>9. 家庭支援少。</li> </ol>

資料來源：張新仁（2000，補救教學面面觀，載於邱上真等主編：補救教學與實務，1-40。高雄市：國立高雄師大特教中心。）

對於學習低成就的學生，若能給予合適的補救教學，將學生的迷思概念澄清，充實學習基礎，將有助於學生未來的學習。李宏基（2010）認為教師不可把補救教學當作是將教材內容重複教一遍，應該要根據補救教學原則設計一套適合學習困難學生的教材，並在課堂中協助學生找回對學習的自信，可以透過小組合作學習提升學生的學習動機。關於補救教學的原則，Otto, McMenemy, Smith（1973）提出了以下十點：

- 一、學習者參與合作。
- 二、學生的學習程度為教學依據。

- 三、教材、教學都應步驟化。
- 四、即時的回饋及適度給予增強。
- 五、讓學習者覺得學習有意義、教材有意義。
- 六、指導學生記憶。
- 七、建立良好的友誼有助於提升學習成效。
- 八、使學習者具有學習動機。
- 九、可在課堂上給予充分練習，減少課後壓力。
- 十、讓學習者在參與過程中，培養成功經驗。

### 【十二年國教之補救教學】

教育部實施的補救教學計畫之前身為「攜手計畫課後扶助方案」，是針對低學習成就和身分弱勢的學生所進行的補救教學，採不強迫，由家長同意、學生自願參加，但有些學生並不願意參加，因為雙低的標準，害怕自己的學業低成就會被標籤化，也害怕自己弱勢的家庭背景會成為同學間嘲笑的主題。依據現今的補救教學作業要點一百零一學年度的國民中學七年級和八年級學生，參加補救教學線上評量測驗之標準化測驗結果屬於低學習成就者，不再限於需具備弱勢身分，都應接受補救教學。

國文、英文、數學是基本工具學科，攸關其他科目、其他領域的學習，也是進行下階段學習必須具備的學習能力，所以十二年國民基本教育實施之後的國中七、八、九年級在國文、英文、數學三科成績表現屬於後 35% 的學生，在接受篩選測驗之後仍未達基本學習標準的學生，即是教育部所謂「學習低成就學生」。後 35% 是指在全國國中七、八、九年級各年級國中生總數的後 35%，並非是一個班級或一間學校的後 35%。但若屬偏遠地區或具有其他特殊原因經地方政府同意，篩選範圍可放寬至 40%，而班級人數未達十人者，則全班進行施測。而篩選測驗的時間為每年九月，翌年二月及六月為「學習成長測驗」實施，就是成長追蹤測驗，將透過電腦做補救教學前後的完整「全紀錄」，也可供教師作為教學調整的參考，符合「評量—教學—再評量」的補救教學循環歷程。補救教學的

編班方式原則為將學生抽離原班或進行協同教學。(教育部，2013，補救教學作業要點)而協同教學的方式非常多元，可以大班教學，或是分組討論、個別學習輔導。在本研究中，研究者希望能嘗試在同一班級內以不同的合作學習法進行分組討論學習，讓低學習成就的學生能在班上進行補救教學。將學生抽離原班，無形間容易產生標籤化效應，反而讓低學習成就者感到自卑，甚至對補救教學產生厭惡感，而無法達到補救教學的成效。

臺灣的教育環境，因現實的家長期望、學校升學壓力，往往是考試引導教學，學生為了考試學習，為了改善國中生的學習生態，紓解升學壓力，教育部將在民國一百零三年全面實施十二年國民基本教育，教育部亦公開規定，各高中職及五專學校在十二年國教實施之後，以免試入學登記為主要升學模式，入學依據不得訂定任何條件，當登記人數超過錄取人數時則採用比序制度，總統也在今年（一〇二年）的元旦文告宣布，預定在民國一〇三年全面實施的十二年國民基本教育，以非強迫、非義務、免試入學為主要原則，十年來作為升學依據的國中基本學力測驗也將走入歷史，但為維持十二年國教後學生的基本學力，仍會舉行國中教育會考，希望能「有效監控前期中等教育學力」並達到「適度減低考試壓力」的目的，並在「降低壓力以活化學習」和「確保品質以維持競爭力」兩個目標中取得平衡點。教育會考的題目主要是「難易適中」，會比國中基本學力測驗試題的「中間偏易」較有難度，會考成績為標準參照，分為三等級，分別為「精熟」、「基礎」、「待加強」，成績可作為高中職、五專新生學習輔導之參考，決定是否給予「待加強」等級的學生進行補救教學。數學科「精熟」、「基礎」、「待加強」三個等級的描述如下（103年國中教育會考問與答，2012）：

- 一、精熟：能將數學概念連結、建立適當的數學方法解題及論證。
- 二、基礎：理解數學基本概念、能操作算則並將之應用於解題。
- 三、待加強：認識數學基本概念、操作簡易算則。

在未來的數學會考裡，將增加非選擇題的試題，可能是作圖題，也可能是運算題。若是運算題，只會操作簡易算則仍屬「待加強」的等級。

為確保國民中學學生具備國語文、英語、數學三工具學科的基本學力，十二

年國民基本教育實施之後，國中七年級學生，若是經由補救教學評量系統測驗篩選屬於「學習低成就」，學校將為其安排補救教學課程，而且教育部為確保學生素質也修訂「國民小學及國民中學學生成績評量準則」，原本畢業要求為學科只需兩個領域及格提高為四個領域（教育部十二年國民基本教育宣導手冊 101.08.29），在學習上，學生除了面對會考還要達到畢業成績門檻，所以補救教學對低學習成就學生而言是相當重要，如何在班級內進行補救教學更是對老師的一大挑戰。邱孟德、鍾靜（2010）提到在同儕小組合作的學習氛圍中，藉由組員互相鼓勵建立小組間一個安全溫暖的學習環境，數學學習成就屬於低成就的學生將能得以安心進行學習活動，對於課堂活動的參與度將會提高也更積極，有助於讓數學學習低成就的學生從安靜等待解答、抄筆記，轉變為仔細聆聽其他人想法，進而提出自己的疑惑處，減少對學習的排斥感，所以合作學習可作為教師進行班級內補救教學的方法之一。

## 2.4 學習金字塔

目前大部分國中教師都是採用直接講述法進行多數課程，對教師而言，這是一種最方便而且有效率的教學方法，可以如期完成課程進度，當有趕進度壓力時，這是最快速的教學法。而我們的學生是否能在此種快速教學法獲得最佳的學習效率呢？

雖然學生可能從師長的教導獲取知識及技能，但學生常常是在教導同儕的過程中真正弄懂一個新技巧或是新的概念。所以十九世紀的英國教育學家 Joseph Lancaster 建立了一種「導生模式」的制度，鼓勵較年長或較優秀的學長去教導年紀較小的學弟，嘗試「以孩子教孩子」的方式同時教導一千多名學生。這種導生模式的教學法，減少了師生之間代溝的問題（Armstrong, Thomas, 1987）。當大人教導小孩子，常常是以自己的觀點出發去看事情而有盲點，大人最常對還沒學會的孩子說：「怎麼連這個也不懂？」「這種問題很簡單，怎麼都學不會！」「題

目很簡單怎麼也要算那麼久？」，最後的結果就是大人教得很生氣，小孩因不被了解而感到很挫折，面對大人的質疑便心生自卑；而同儕之間的教與學，因年齡、學習經驗接近、較容易互相了解，可能就會減少彼此之間的鴻溝。哈佛大學教授 Mazur (1997) 以「青少年幫助青少年成功」(youth helping youth succeed) 為理念中心提出同儕教學法，就是教學方式以學生為中心，讓學生確實參與教學中的「教」與「學」。

美國教育學家 Edgar Dale 所研究發展出學習金字塔的論點，這是依據不同學習法，學習者在學習一段時間之後所記得的學習內容比率繪製而成的金字塔圖表，如圖 1，金字塔可分為兩大部分，金字塔的上半部屬於被動學習，學習保存率低於 50%；金字塔的底部屬於主動學習，學習保存高於 50%，越往金字塔底部發展，兩星期之後的學習保存率越高。若是學生能學以致用，會的學生指導學習落後的同學，便是將上課內容立即應用的最佳機會，這種學習效果，高達百分之九十，在課程進度緊迫的情況之下，教師往往忽略了這個部分，其實當學生試著以教師的身分指導其他同儕學習時，首先教導者會自然而然地要求自己對內容要相當熟悉，而在教導的過程中，就像是再做一次知識統整，因為學生之間的溝通主要是以語言呈現為主，教導者必須把自己所想的、所知道的轉化成其他人能理解的表達方式。從此學習金字塔可知，學生的親自參與度高就是一種高效能的主動學習（梁彩玲，2002）。

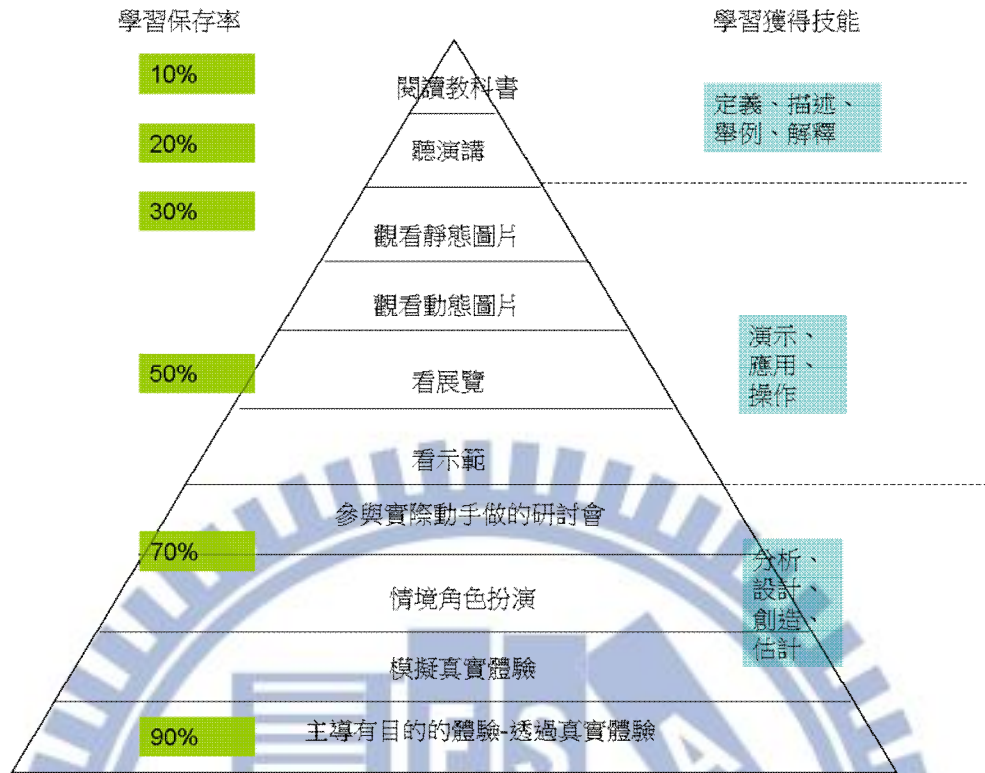


圖 1、學習金字塔(Learning Pyramid)

資料來源：

取自 E. Dale, *Audiovisual Methods in Teaching*, 1969, NY: Dryden Press.

美國哲學家和教育學家 Dewey 倡導做中學 (learning by doing) 的觀念，他主張：「做 (doing) 本身性質就是思考或是在事務間進行有意義的連結，學習效果就此達成，所以要讓孩童有事可做 (something to do)，便是讓孩童有事可學 (something to learn)。」傳統教學上因為有趕進度的壓力，時間有限的情況之下，教師授課未必有機會讓學生親自做，即使讓學生動手做，可能只是照著步驟進行，未必有時間導引學生在過程當中思考，積極嘗試，少了思考的「做」是不具備學習意義的。Dewey「做中學」之學習精義是依循「情境—思考—學習—知識」的模式，而學習和知識的形成是學生主動建構內化意義的結果(吳木崑，2009)。合作教學倡導的是小組討論、激盪腦力，學生是學習的主體，這種精神符合了杜威的「做中學」理念，提高了學生的學習親自參與度，組員帶領組員間的討論就是屬於學習金字塔底端「有目的的主導體驗」，將可提高學生的學習保

存率。

## 2.5 合作學習法之活化教學

這個世代的學生有主見，渴望被傾聽，更希望有表達自我的機會，傳統的教學方法「老師教、學生聽」勢必要進行些微調整，所以教育部推出「活化教學」的觀念，希望老師們能站在學生的立場，以學生真的學得會的方式指導學生，而不再只是老師自己講，在親子天下雜誌的調查中高達 83.9% 的學生認為分組學習是有幫助的，希望老師改變教學方式，採用分組學習。分組合作學習讓學生上課可以討論，同儕之間也可以互相學習，逐漸帶動共同學習的氣氛，進而引領學生「想要」主動學習（何琦瑜、賓靜蓀、張瀨文，2012）。

### 【合作學習法的優點】

在目前的常態編班架構之下，每一個班級內的學生個別差異非常明顯，許多科目學業成就呈現「雙峰現象」，教師必須運用智慧思考採用合適的教學法，讓學生在學習上有成功的機會。近年來教育部推行十二年國教，不斷地提倡活化教學，希望能夠紓解國中生的升學壓力，也能改變現今的教學學習型態，讓學生成為學習的主體不再只是一句口號，合作學習便是提倡活化教學的一個重點，所以教育部特地在全國舉辦分組合作學習專業培訓工作坊，希望能讓教師們充電，把這股活化教學的力量帶回校園內。在教育部的前一波教育改革「九年一貫課程改革」中，明訂十大基本能力其中一項為「欣賞、表現與創新，表達、溝通與分享，尊重、關懷與團隊合作，獨立思考與解決問題」呼應了課程改革的基本理念，希望接受國民基本教育的學子能夠「自我表達、獨立思考、與人溝通、包容異己、團隊合作」（教育部，1998），以上都點出了合作精神，現今的社會不再是只靠單打獨鬥就能成功，企業界最講求的就是團隊，一個新產品的研發常常是一個研發小組所設計的，團隊合作可以超越一個人的力量，創造出超越一個人的成就，



造福更多人的幸福。日本東京大學大學院教育學研究科教授佐藤學博士提倡學習共同體，讓學生成為教室主人的概念，認為教師應該在課程中經由提問及設計活動、實作或作業讓學生分組討論、交流想法以獲得刺激產生多元思考，以此拓展開闊學生自己的視野，激發學生學習潛能，並讓孩子體會到團隊合作的意義、感受其重要性及趣味性。佐藤學博士特別提出小組人數的設計不可超過四人，避免有「閒置」人力而不參與小組學習（康軒教育專刊第一期，2012）。

黃政傑、林佩璇(1996)提出以下兩個近年來合作學習教學法受到重視的原因：

- 一、異質性的分組可讓學習能力高的學生指導學習能力差的學生，經驗豐富的學生藉由分享、交流協助經驗貧乏的學生進行學習，以提高學習成效。
- 二、小組組員間的合作學習是解除能力隔離、增進人與人互動、提升人際關係的好機會。

王岱伊（2002）將合作學習的優點列舉如下：

- 一、在團體中的合作學習，觀點與經驗將會更多樣化，學習者會有更深一層的思考與了解。而且合作學習更能支持並鼓勵組員間經驗和知識分享。
- 二、以學習者為主動參與者的合作學習中，有助於學習者主動參與學習，進而建構知識。
- 三、合作學習組員的認同感、參與感與歸屬感將在合作學習的互動中油然而生。
- 四、學習者的新舊知識將透過合作學習的歷程獲得整合及成長，在經常性的發表、分享、交流中，修正自己在學習中的迷思概念。

鄭心惠（2000）亦針對1988年Johnson & Johnson所歸納合作學習促進學習成效的原因整理為以下五點：

- 一、組員間的討論過程可建立高層次的認知策略。
- 二、當組員間的觀點、意見不同而有衝突時，組員為了解決爭議，學習動機因而

增強，便願意對教材有更深層的了解。

三、討論是口頭表達的最佳練習機會，每次的口頭表達都有助於統整認知，資訊獲得的短期記憶將在此過程轉為長期記憶。

四、同儕間的互動，例如：糾正、支持、回饋和鼓勵，促使組員對於學習付出更多努力。

五、異質性的分組，將使學生獲得更多元化的觀點。

### 【合作學習法的分組模式】

進行合作學習的第一步就是將學生分成數個小組，王岱伊（2002）將合作學習的分組方式歸類為以下四種：

一、學生自行選組：這是多數學生最喜歡的分組模式，學生可以與平日熟悉或是交情甚好的同學一組，優點是因為志同道合且已有良好友誼基礎，所以較易溝通，合作學習也比較能順利進行，缺點則是容易造成學生落單，或是被排擠。

二、隨機分組：對於初次進到該班級上課的教師，通常在還未認識學生之前即以點號碼的方式分組，或是對學生已有基本認識的教師，則是採用電腦隨機、亂數表、籤筒抽籤或是抽撲克牌組隊，優點是可避免學生落單、多數學生對於這種分組比較不會感到不滿。

三、互補分組：即所謂的異質分組，依據學生的人格特質、成績、成長背景或其他特性分組，小組內的組員每個人的分組特質有明顯差異，例如學業成績表現好與學業成績表現不好的人一組。此分組方式的優點是讓學生可以學習和自己不同特質的人相處，將來進入社會、職場可提早適應環境上的不公平、不平等現象。缺點是，若是小組中，有組員不付出努力的個性可能會拖累全組、或是搭順風車直接獲取小組成果、成績，以致於小組中的其他成員會對教師此種分組模式感到不能接受，而影響學習氣氛。而且組員間有時落

差過大，難以互相對話及溝通。

四、平衡分組：此種分組方式將小組中每位組員給予角色設定，分組時將符合角色設定的同學分派至各組別。例如：研究者曾在研習中聽過其他教師分享，組員的角色設定為：精進長、文書長、總務長、器材長，每一組都有這四種角色的組員。優點是每位組員都有工作安排，不會有閒置人員，缺點是在一個班上未必有剛好符合此種角色的人數，可能過多亦可能不足，或是學生不喜歡教師安排的角色，而希望自己選擇組員角色。

### 【合作教學法種類】

合作學習教學法的種類甚多，依據 Slavin (1995) 的分類，可分為學生小組成就區分法(Student's Team Achievement Division, STAD)、小組遊戲比賽法(Team Game Tournament, TGT)、拼圖法第二代(JIGSAW II)、小組協助法(Team Accelerated Instruction, TAI)。以下為這四種合作學習法的適用範圍、流程及特點整理：

#### 一、學生小組成就區分法(Student's Team Achievement Division, STAD)

(一) 適用年級及學科範圍：

1. 國小二年級到高中。
2. 社會科、外文、科學、數學等有單一標準答案的學科。

(二) 教學流程：

1. 向全班介紹要學習的教材。
2. 採異質分組，4~5 人為一組。
3. 小考進行平常性評量。
4. 計算個別進步分數。
5. 利用各種方法公佈與小組表揚。

(三) 特色：

1. 小考可提供立即回饋。
2. 進步分數為砥礪依據。
3. 多數學科適用，也是最多教學者使用的合作學習法。
4. 對於教導單一觀念或測驗題目只有一個答案時最為有效。

## 二、小組遊戲比賽法(Team Game Tournament, TGT)

### (一) 適用年級及學科範圍：

1. 國小二年級到高中。
2. 社會科、外文、科學、數學。

### (二) 教學流程：

1. 向全班介紹要學習的教材。
2. 採異質分組，4~5 人為一組。
3. 每一單元作業完成後將進行成就測驗競賽。
4. 將各組中的學習者依能力分派至各競賽桌，每個競賽桌測驗不同。
5. 依競賽表現重新調整能力系統。調整方式：競賽桌的第一名晉升至前一競賽桌，第二名留在原競賽桌，第三名降退至後一競賽桌。

### (三) 特色：

1. 競爭機會公平。
2. 以遊戲競賽取代小考，讓學生感到競賽樂趣。
3. 小組學習為異質方式；學習競賽為同質方式。

## 三、拼圖法第二代 (Jigsaw II)

### (一) 適用年級及學科範圍：

1. 國小三年級到高中。
2. 社會、文學、科學、適合資料搜尋的學科或可分割成數個小主題的教材。

### (二) 教學流程：

1. 異質分組。

2. 教師依組員人數將教材分成若干個小主題，每個組員除了要閱讀全部教材並精研熟讀自己負責的一個小主題。
3. 每組負責同一個小主題的組員需互相討論形成該小主題的專家小組。
4. 返回原小組教導同組的組員。
5. 進行小考，計算個別進步分數。
6. 公佈與小組表揚。

(三) 特色：

1. 可增加閱讀、討論、傾聽、教學指導技巧。
2. 小考可提供立即回饋。
3. 可培養學生良好的研究態度。
4. 專家小組的設計觀念，增加不同組別間的互動且具交互依賴。

四、小組協助法或小組加速教學法 (Team Assisted Individualization, TAI ; Team Accelerated Instruction, TAI)

(一) 適用年級及學科範圍：

1. 國小二年級到國中八年級。
2. 數學科。

(二) 教學流程：

1. 分組為 4~5 人的異質分組。
2. 進行安置測驗作為選擇適合各個組員程度的個別化教學教材依據。組員的個別化教學教材內容包括三部分：
  - (1) 說明頁。
  - (2) 技巧練習頁。
  - (3) 形成性測驗。
3. 學生在小組內依自己的程度和學習速率進行自我教學，在學習中遇到困難，由組內其他成員協助解決。

4. 在形成性測驗未達標準的各組中程度相同的組員，將安排在一起形成教學小組，由老師協助學生進行自我學習。
5. 進行小組評分和表揚。
6. 教師需在停止個別化教學後，利用一星期的時間綜合整理學習內容進行全班性的單元教學。

(三) 特色：

1. 可很快學會數學技巧。
2. 充分的教材準備可減少課堂時間的浪費。
3. 融合了小組合作學習和個別化教學。
4. 小組成員的學習單元依組員本身程度而不同。
5. 安置測驗作為學生能力程度依據。
6. 教學小組的成立。

研究者所進行之教學實驗，主要是兩種不同合作教學法進行兩個班級的教學，一班是使用約翰霍普金斯大學的教授 Robert E. Slavin，與他的同事所發展的小組成就區分法 (Student's Team Achievement Division, STAD)；另一班則是採用由美國馬里蘭大學的教授，Frank Lyman 發展出來的思考分組分享法 (Think-Pair-Share, TPS)，為合作教學法中最容易實施且最簡單的一種教學法，實施流程如下 (Lyman, F., 1987)：

- 一、兩個學生為一組，並坐在一起。
- 二、教師在一開始上課就提出問題，讓每個學生獨自花 2-3 分鐘來思考 (Think)。
- 三、獨自思考完之後，小組中的二個人彼此分享答案，可討論直到達成共識 (Pair)。
- 四、每一組學生向全班或是其他組別的人分享他們這一組所達成的共識 (Share)。

此教學法的優點為：

- 一、實施方便，所以適合完全不了解合作學習法的老師或學生進行。

二、小組人數兩人，所以每個人都有發表想法的機會，且較能鼓勵對不喜歡引人注意、個性安靜的學生參與。

三、人際的互動可激勵對該學科沒興趣的同學參與。

四、教師可藉由在活動中傾聽學生的分享以及結束時收集學生的回應來評估學生了解的程度。

五、教師可提問不同種類、程度的問題。

六、在人數多的大班級使用不但有效率且非常受歡迎。

(<http://serc.carleton.edu/introgeo/interactive/tpshare.html>)

所以如何分組或是採用何種合作教學法，能達到小組合作學習的成效，考驗著教師們的智慧，學生是有思想、有個性的個體，對於這種分組不是只單單考慮到人數問題，還有更高層次的問題值得思考。

### 【合作學習法中的教師角色】

溫士亘（2011）提出教師在班上進行合作學習的突破主要為三點：教與學是以學生為中心、學習不再強調個人競爭而是著重於同儕互助、面對常態編班中學生之間的個別差異。鄭心惠（2000）認為在兩人以上小團體中的合作學習，只有良好的互動品質才能使合作學習產生良好的學習成效，而互動品質主要是取決於同儕之間的幫助、回饋及相處，而老師適時的介入更能提升組員間的互動品質。在團體的討論裡，學生在傾聽其他組員的解釋和想法的過程中，會逐漸建立彼此之間的尊重和依存關係的責任感。這就是數學的社會性和一種學習歷程。老師創造一個適合學習可以引發學生在教室裡互動的氛圍，並適時不刻意的介入小組討論，提高學習效率（Marilyn Nickson，2000）。綜合以上可知教師在合作學習中扮演著關鍵角色，以下將對合作學習進行的三個階段裡教師角色的工作及介入小組討論進行探討（Johnson, Johnson, & Holubec，1993）：

#### 一、教學準備階段

（一）詳述課程目標：教師要在課程一開始進行時清楚說明課程目標、小組目標

及學生的學習任務，並傳授學生合作學習技巧以及人際互動方法，以利合作學習活動順暢，讓學生有效學習。

(二) 決定分組方式：就人數而言，佐藤學博士特別提出小組人數的設計不可超過四人，避免有「閒置」人力而不參與小組學習。(康軒教育專刊第一期，2012) 眾多的分組方式該如何取捨，並沒有一定的準則，得參考教學目的或課程目標做決定。同質性分組適用於精熟熟練的教學目標取向。異質性分組則適用於增強對課程長期記憶或是擴展思考的課程取向，亦適用於班級內的補救教學，以學業高成就者協助學業低成就者。

(三) 安排學習空間：學生的學習空間多半是在教室，組員的座位安排影響組員間的溝通及交流，小組間座位安排得宜則可減少討論時的彼此干擾。為讓教師能適時介入小組並給予協組，小組間亦得留適當通道以便教師穿梭各組之間。

(四) 教材設計：合作學習進行之初，學生之間可能不熟悉，或是對合作學習技巧不了解，可能還會停留在單打獨鬥的學習習慣，所以每一組只有一份教材，讓學生必須一起看這份教材。等學生彼此熟稔對合作學習技巧有所掌握時，再給予每人一份教材。教材設計以能整合各個組員們的經驗、資訊為佳。

(五) 組員角色安排：分派組員角色可促進小組內積極互賴，給學生角色就是賦予學生任務可提升學生的學習責任感，讓學生體認自己在小組中的重要性，以提升參與感。

## 二、教學進行階段

(一) 解釋小組學習任務及目標：教師需讓學生了解現階段的學習任務，及達成任務所需要經過的程序或是實施步驟。

(二) 界定學習成功標準：多數專家建議在課業上的標準採用「標準參照」，而



合作學習運作之初，教師需明確讓學生了解自己的行為表現標準及課業表現程度，只要學生在課業或行為表現達到預設標準，即可為小組加分。

(三) 確認小組合作架構：小組內必須積極互賴有「患難與共」的想法，避免學生將小組學習任務交給少數組員進行，所以教師可藉由觀察組員的參與度、個別測驗、抽問學生，強調這是個人績效和團隊合作並重的學習。教師亦可建立全班共同學習目標，推動小組之間的互助合作，已完成任務的小組，其組員可至其他進度落後的小組引導完成學習任務。

(四) 小組間的巡視與介入：在小組合作教學的活動中，教師需不斷地巡視，觀察小組的討論情形、觀察個別學生的參與情況；當學生感到疑惑、缺乏討論技巧或是合作學習技巧時，教師要及時介入給予引導或是解惑，切勿過度介入。教師需多一點耐心，讓學生在困境中發揮合作精神、激發腦力，找出自己的方法，

### 三、教學評量階段

(一) 評量學習成效：教師可以非正式評量如口頭提問，或是正式評量如小組書面報告來評估學生是否有達到預設學習成效，若是有分數的評分，根據專家的建議，以標準參照為佳，才不會淪為個人間的惡性競爭。

(二) 協助討論技巧：教師在合作學習活動告一段落時，可帶領學生分享合作學習的情形，並引導學生反省，討論有助於合作學習的策略，及在合作學習歷程中需改進之處。

### 【合作學習法的限制】

透過合作學習可使學生更正確的表達數學，在表達和討論中形成成熟的思考方式，使用合作學習的過程中，同組中的成功解題學生即為最佳典範，其他組員可以觀摩或模仿，培養出對解題的察覺能力。當學生獲得成功解題的信心時，心生愉悅將更樂於參與數學學習活動。即使無法完成解題，同儕之間的鼓勵、合作，也可增長知識和見聞，可提升學習的主動性（陳映含，2011）。但合作學習未能在教育現場普及實施、教師也未必能充分利用，黃政傑、林佩璇（1996）提出原因為以下六點：

一、了解不足：由於多數老師仍是以傳統教學為主，對合作教學法的內涵、實施方式並無深入了解。

二、條件限制：小組學習的座位安排方式，學生更容易互相對話，造成秩序掌控不易。學校的教師風氣若是不傾向突破創新，可能會遭受到其他同事評論而停滯不前。

三、現實困境：家長期待升學壓力、學校要求短期的教學績效、教材分量多或是授課進度急切。

四、空間限制：中學是以班為單位，每人一張獨立桌椅，一般教室的學生座位安排並不適合合作教學進行；若要在一般教室進行小組合作教學，學生需搬椅子併桌，可能會耽誤課程時間或是造成秩序混亂。

五、引導不易：大部分的學生從小都是屬於個別競爭學習，要求對自己的學習負責，未必願意為別的同學的學習負責任，也不見得願意接收別人為自己的學習負責。

六、不確定及危險性：因為傳統學校教育學習份量和學習時間不成比例，合作學習不確定是否能達到學校績效，各個班級學習風氣不同，是否適用於合作教學，仍是值得觀察，一般而言，學習成就低的班級，秩序較難管理，維持學生之間的合作學習且專注於課業上並不容易。加上秩序掌控不易，教室座位空間安排仍需併桌搬椅子，可能會有突發的危險性。

合作學習教學法在實際實施上也會因一些不可預料的因素而遭遇困難影響到整個小組學習成效，這些常見的實際困難如下所述：

- 一、組員個人行為表現不良影響其他組員或干擾小組討論。
- 二、組員個性差異導至彼此合不來，影響團隊合作精神。
- 三、組員的缺席，會影響小組進度或測驗成績。
- 四、小組時間因自我掌控能力不佳而未能善用時間。
- 五、組員學習能力差距太大，使得學生無法進行小組合作學習。

所以身為教師的我們若只是食古不化地遵循合作學習法的教學程序，而未斟酌考量現實因素進行教學調整或是結合其他教學法，就無法發揮合作學習的精神，遑論合作學習的學習成效（黃政傑、林佩璇，1996）。



## 第三章 研究方法

本章主要目的為研究設計及實施，全章共分為五小節，分別為研究對象、研究設計、研究流程、研究工具、資料分析。

### 3.1 研究對象

一開始研究者是希望能針對除法觀念運算能力落後的低成就同學進行研究，並請幾位除法觀念運算能力學習成就高的同學擔任小組的精進長，期望能達到補救教學之成效，但經過詢問，願意參與的學生不到五名，人數過少，而本區學生家長也比較尊重學子的意願，並不想在課餘時間補救或學習，擔心學生過於勞累，且多數學生較被動、懶散、回去不寫功課亦不會複習，認為學習就是在課堂上完成，不希望學習佔用課餘時間。之後研究者決定在國中基本學力測驗至國中九年級學生畢業典禮前的這段時間針對任教班學生進行研究教學，因當時研究者所任教的學校九年級的自然、英文、數學課程是採分組教學，而研究者所任教的班級學生皆屬於數學低成就，希望能在他們畢業前補強他們的除法基本運算能力並澄清他們在除法觀念上的迷思。但因低學習成就的九年級學生對學習的心態呈現完全放棄，鼓勵和處罰都無用，他們自主的心態受老師影響小，加上基測結束，部分同學可能請病假、事假或是協助校務擔任公差導致上課出席率並不完整。最後研究者決定選擇剛從國小畢業即將升上國中七年級且有報名參加暑期輔導課的新生，研究者學校的暑期輔導課上課內容的原則，是以複習、銜接為主，除法迷思概念的澄清及除法運算的複習正是符合學校暑期輔導課的原則，也無教學進度壓力，更適合合作學習的進行，對於國中七年級新生而言以除法學習為主的暑期輔導課，一方面可為程度好的同學進行複習、另一方面對程度低的同學進行補救教學及迷思概念澄清；而合作學習也有助於他們提早熟識國中同學、建立

友誼情感。

### 3.2 研究設計

#### 【教學實驗變項】

本教學研究採準實驗設計來比較不同合作學習法對學生學習成效的影響，由於學校有一定的編班及排課準則，所以只能應用現有的班級進行實驗分組教學，一來保持班級的完整性，二來不影響學校正常運作。研究者任教學校規模不大，一個年級五個班，全校合計十四個班級，參加暑期輔導課的情況並不踴躍，全校暑期輔導開班數只有六班，其中七年級新生開課三個班級，所以每種合作學習法只能各取一個七年級班級進行教學研究。本準實驗研究法的各種變項與內容如表 4：

表 4、本教學實驗研究的各種變項與內容

變項	變項內容	內容說明
無關干擾變項	學生來源 教材內容 教學時數	苗栗縣某國中七年級新生。 除法迷思概念澄清及除法運算複習。 12 堂暑期輔導課。
自變項	分組人數及合作教學法	對照組為以四人一組的 STAD 合作學習法。 (其中有兩組人數為五人) 實驗組為以二人一組的 TPS 合作學習法。

依變項	學習成效	在數學除法運算能力的學習成效。
	態度	對於合作教學法的學習態度表現。
	跨領域的學習遷移成效	在理化密度計算能力的學習成效。

### 【實驗教學法】

本教學實驗的對照組是以學生小組成就區分法（以下簡稱為 STAD）進行、實驗組是以思考分組分享法（以下簡稱為 TPS）進行，但考慮本研究對象的特性及教學公平性，STAD 教學法及 TPS 教學法都做一些修改，每堂課以計點數的方式做為累積，點數是由個人表現和小組表現合計，最後一堂課學生則根據自己的點數多寡參加抽獎活動，點數多抽獎次數多，為避免學生覺得教師對不同班級有差別待遇，實施 TPS 教學法的班級亦是如同 STAD 教學法班級給予獎勵。每次上課都要求每小組寫一篇上課日誌，日誌內容可以是今日數學課學到的知識、上課或是小組間的趣事、也可以是希望課堂改進之處。表 5 為調整後的教學法：

表 5、調整後的教學法

調整後的 STAD 教學法流程（對照組）	調整後的 TPS 法流程（實驗組）
1. 進行前測，作為分組依據。	1. 進行前測，作為分組依據。
2. 說明教學目標、點數制度及獎勵。	2. 說明教學目標、點數制度及獎勵。
3. 4~5 人異質分組。	3. 2 人一組採異質分組。
4. 教材以多媒體教學、傳統教學呈現。	4. 教材以多媒體教學、傳統教學呈現。
5. 每堂課給小組一個主題進行思考及討論。	5. 教師於課堂中針對教材內容向學生提出問題。
6. 給予小組每人一份題目練習，練習完	6. 每一個學生獨立思考 2 分鐘。

<p>後請小組互相核對及討論。</p> <p>7. 討論結束後，由教師統一公佈正確答案。</p> <p>8. 每堂課都將進行簡單的隨機小考。(1題)</p> <p>9. 除法單元結束後進行後測。</p> <p>10. 密度單元教學。</p> <p>11. 密度單元計算測驗。</p> <p>12. 課程結束進行回饋與獎勵。</p>	<p>7. 小組討論 2 分鐘。</p> <p>8. 進行分享。</p> <p>9. 給予小組題目練習，練習完後互相核對及討論。</p> <p>10. 討論結束，由教師隨機抽點組別分享答案。</p> <p>11. 教師於學生練習、討論期間巡視並觀察是否有特殊想法的學生，鼓勵其對全班進行分享計算流程。</p> <p>12. 除法單元結束後進行後測。</p> <p>13. 密度單元教學。</p> <p>14. 密度單元計算測驗。</p> <p>15. 課程結束進行回饋與獎勵。</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### 【獎勵制度】

獎勵以計點數的方式做為累積，點數累積設計希望能達到激勵學生求進步的精神並能讓每位學生都有參與抽獎機會作為學習鼓勵。表 6 即獎勵點數累積方法。

表 6、獎勵點數累積

調整後的 STAD 合作學習法	調整後的 TPS 合作學習法
<p>1. 每人給與基本點數 10 點。</p> <p>2. 以前測為基準，依後測進步分數直接加點數。例如：進步一分加一點，進步十分加十點。</p> <p>3. 每次小考隨堂測驗正確者一題給予</p>	<p>1. 每人給與基本點數 10 點。</p> <p>2. 以前測為基準，依後測進步分數直接加點數。例如：進步一分加一點，進步十分加十點。</p> <p>3. 每次主動和全班分享者整組給予 5</p>

5 點。	點，能提出與眾不同想法者給予 10 點。
4. 練習題目正確者一題給予 1 點。	4. 練習題目正確者一題給予 1 點。
5. 該組前測學習成就最低者，若有進步一分，整組再給予 2 點。	5. 該組前測學習成就最低者，若有進步一分，整組再給予 2 點。
6. 達 30 點者於最後一堂課獲得抽獎卷進行抽獎，多餘點數可折換校內優點。	6. 達 30 點者於最後一堂課獲得抽獎卷進行抽獎，多餘點數可折換校內優點。

### 【分組方式】

一、STAD 採四到五人異質分組，根據學生前測成績給予每位同學編號，最高分者為 1 號，最低分者為 30 號，先設定第二組和第七組為五人，其他組別則為四人。採 S 型常態分組。

一	二	三	四	五	六	七
1	2	3	4	5	6	7
14	13	12	11	10	9	8
15	16	17	18	19	20	21
28	27	26	25	24	23	22
	29					30

圖 2、STAD 分組方式

二、TPS 採二人一組之異質分組，根據學生前測成績給予每位同學編號，最高分者為 1 號，最低分者為 30 號，採 S 型常態分組。分成十五組，此種分組結果將造成編號越少的組別，組員程度落差越大，其中第一組兩人程度落差最大，第十五組兩人程度相當。



一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16

圖 3、TPS 分組方式

**【座位安排】**

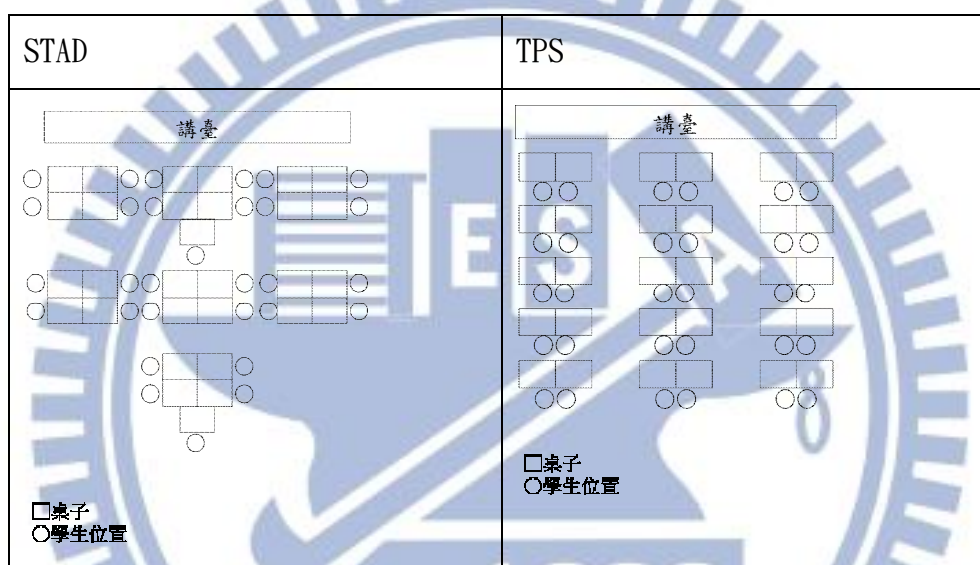


圖 4、座位安排

**【課程進度表及教師介入】**

表 7 為此教學實驗的課程進度表，將說明十二堂課的規劃及教學重點、教師如何協助及介入。

表 7、國中七年級新生小數除法學習成效提升研究之十二堂課進度表

每節 45 分鐘	課程內容及教師教學重點	教師教學及介入
第一節課	1. 實施前測。 2. 了解班上學生在除法運算上的基礎能力，以進行分組。	1. 讓會的學生有充分時間完成作答。 2. 先算完的同學，給予空白紙

		張默寫九九乘法，無法默寫完九九乘法的同學，則利用放學後完成。
第二節課	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 分組及說明、介紹暑期課程、課前數學學習態度問卷、認識除數、被除數。</li> <li>2. 能正確判別除數和被除數。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 提醒同學每次上課前要先分組座好。</li> <li>2. 黑板教學、多媒體教學並用。</li> </ol>
第三節課	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 橫式除法轉直式除法、了解減法、乘法在除法中的應用。</li> <li>2. 了解除法的意義及在日常生活中的應用。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 討論時間，教師需鼓勵同學開口參與，並各組巡視。</li> <li>2. 黑板教學、多媒體教學並用。</li> </ol>
第四節課	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 小數和整數的比較。</li> <li>2. 分辨大數除以小數及小數除以大數的差異性，找規律性。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 討論時間，教師需鼓勵同學開口參與，並各組巡視。</li> <li>2. 黑板教學、多媒體教學並用。</li> </ol>
第五節課	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 基礎整數除法複習(大÷小)。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 於練習時間，教師需多加巡視，觀察同學練習情況。</li> <li>2. 黑板教學。</li> </ol>
第六節課	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 基礎整數除法(小÷大)。</li> <li>2. 帶入商加小數點、補0的觀念。</li> <li>3. 直式除法計算之對齊重要性。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 於練習時間，教師需多加巡視，觀察同學練習情況。</li> <li>2. 黑板教學。</li> </ol>
第七節課	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 小數點的除法：小數的對齊、去小數點、補小數點、小數點移為、補0。</li> <li>2. 應用題的延伸。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 黑板教學。</li> <li>2. 應用題的延伸，是希望學生能自行設計需使用除法的應用題。</li> </ol>

第八節課	1. 計算錯誤中常見的迷思概念澄清。	1. 以多媒體簡報呈現錯誤的算法。 2. 要求每一組將所看到的錯誤計算紀錄、討論，並給予 TPS 合作學習組分享發表時間。
第九節課	1. 除法計算後測。	1. 讓會的學生有充分時間完成作答。
第十節課	1. 密度觀念、密度計算。 2. 以小學學過的人口密度觀念帶入自然科學中的密度觀念。 3. 學會判斷密度大小及密度計算。 4. 讓學生了解密度的計算是一種除法的應用題。	1. 密度為自然領域的觀念，而密度的計算主要是以除法為主，希望學生能做正向的跨領域學習遷移。 2. 黑板教學。
第十一節課	1. 密度計算測驗。	1. 讓會的學生有充分時間完成作答。
第十二節課	1. 數學學習態度問卷完成。 2. 進行表揚，肯定學生的學習態度。 3. 讓學生了解數學為科學之母。	1. 讓每個學生都能有抽獎的機會，減少對數學的排斥感。 2. 發給學生點數統計卷，並進行抽獎活動。

### 3.3 研究流程

本教學實驗內容為根據研究目的及相關文獻探討所設計，研究架構如圖 5：

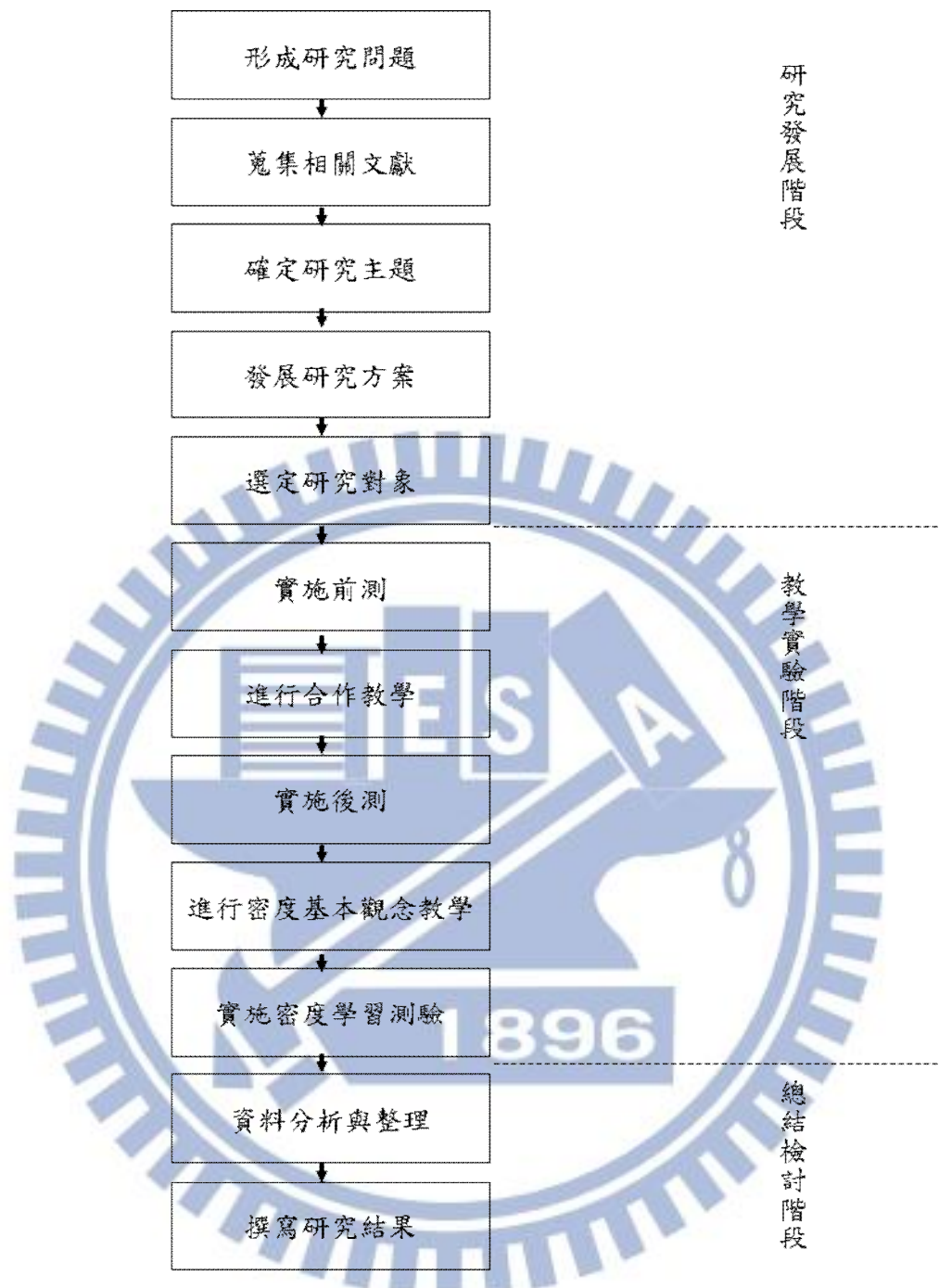


圖 5、教學實驗流程圖

### 3.4 研究工具

因研究者主要以自然領域教學為主，第一次設計前測的試卷，為 25 題計算題，經校內三位數學教師及三位自然教師進行逐題審查，覺得並不適用於本校學生，主因為題數過多、數字看起來複雜的題目偏多、小數除法亦偏多，對本校多

數學生而言很容易因為看到這樣試卷的設計，就在一開始選擇放棄作答，經由其他教師的建議，希望試卷的設計是讓學生願意動筆寫和寫得完為優先考量，尤其是第一題的設計更是學生是否願意作答的關鍵，所以題目改採中間偏易，題數為 20 題。除法後測試卷及密度計算測驗，也是以 20 題中間偏易的題目為主，再經由校內三位數學教師及三位自然教師進行審查。在本研究中，研究者再自行設計兩份學習態度問卷，一份於課程開始前給學生進行問卷填寫，希望在課程進行前了解學生自己對數學學習態度認知的狀況；另一份回饋單問卷於課程結束後發給學生填寫，以了解學生對合作學習法的態度。此兩份問卷於設計完後請三位數學教師協助審查。

### 3.5 資料分析

本研究以 SPSS 軟體將測驗成績、課程進行前的數學學習態度認知問卷進行單因子變異數分析，探究實驗組與對照組的前測測驗及數學學習態度是否有顯著差異。對於前測—後測的學習成就測驗採成對樣本 T 檢定分析，以探討在不同合作學習方式之後，學生的學習成就是否有顯著差異。對於前測—密度的學習成就測驗採成對樣本 T 檢定分析，以探討在不同合作學習方式之後，學生數學除法到密度運算的學習遷移是否有顯著差異。對於實驗組與對照組的回饋單問卷進行單因子變異數分析，以探討在不同合作學習方式之後，學生對合作學習法的喜愛是否有顯著差異。

## 第四章 研究結果與探討

本研究目的為了解並分析國中學生在除法計算的常見錯誤，並將常見的錯誤觀念釐清，透過不同合作學習法以提升學生在整數、小數除法基礎運算的能力，希望有助於日後的學習。本章共分為四小節，分別為學生整數、小數除法錯誤類型分析、學生的除法學習成就表現比較、學生的學習態度及合作學習法回饋表現比較、小組日記及教師教學觀察記錄。

### 4.1 學生整數、小數除法錯誤類型分析

#### 【錯誤類型】

作為研究的前測題目，研究者於一百學年度下學期對全校 398 位學生進行施測，本小節將針對這 398 位學生在施測題目中的錯誤類型做整理及分析。

一、不會小數目除以大數目，習慣以大數目除以小數目。

例如：(一)  $8 \div 128 = 16$                       (二)  $18 \div 72 = 4$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 8 \overline{) 128} \\ \underline{128} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 \\ 18 \overline{) 72} \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

二、小數位數去錯，有的是將被除數去小數點之後在除數多補一個 0，有的是看除數、被除數的小數位數一樣多，便直接將小數點去掉，沒有考慮位數大小的問題。

例如：(一)  $162.5 \div 5 = 3.25$                       (二)  $0.0004 \div 0.0032 = 0.125$

$$\begin{array}{r} 3.25 \\ 50 \overline{) 162.5} \\ \underline{150} \\ 125 \\ \underline{100} \\ 250 \\ \underline{250} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0.0125 \\ 32 \overline{) 0.40} \\ \underline{32} \\ 80 \\ \underline{64} \\ 160 \\ \underline{160} \\ 0 \end{array}$$

三：不會加小數點，學生直接將小數的除法當成整數除法運算，沒有小數點的觀念。

例如：(一)  $35900 \div 200 = 1795$       (二)  $67 \div 335 = 2$

$$\begin{array}{r}
 1795 \\
 200 \overline{) 35900} \\
 \underline{200} \phantom{00} \\
 15900 \\
 \underline{14000} \phantom{00} \\
 19000 \\
 \underline{18000} \phantom{00} \\
 10000 \\
 \underline{10000} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2 \\
 335 \overline{) 670} \\
 \underline{670} \\
 0
 \end{array}$$

四、不會去小數點，擁有小數的觀念，但在運算中，不知如何處理小數點，有的直接當成整數除法運算，有的則是毫無頭緒地憑感覺處理。

例如：(一)  $0.0004 \div 0.0032 = 0.00012$       (二)  $0.0291 \div 0.097 = 3$

$$\begin{array}{r}
 0.00012 \\
 0.0032 \overline{) 0.00040} \\
 \underline{0.00032} \phantom{00} \\
 80 \\
 \underline{64} \phantom{00} \\
 160 \\
 \underline{160} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 97 \overline{) 291} \\
 \underline{291} \\
 0
 \end{array}$$

五、沒對齊，學生沒有將數字或位數對齊的習慣，造成商數錯誤。

例如：(一)  $903 \div 7 = 12.9$       (二)  $40640 \div 80000 = 0.58$

$$\begin{array}{r}
 12.9 \\
 7 \overline{) 903} \\
 \underline{7} \phantom{00} \\
 20 \\
 \underline{14} \phantom{00} \\
 63 \\
 \underline{63} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0.58 \\
 80000 \overline{) 406400} \\
 \underline{400000} \phantom{00} \\
 64000 \\
 \underline{64000} \\
 0
 \end{array}$$

六、乘法有誤，除法需運用到乘法，乘法不熟練或是乘法錯誤，商數便不正確。

例如：(一)  $903 \div 7 = 127$       (二)  $28.016 \div 0.0008 = 45020$

$$\begin{array}{r} 127 \\ 7 \overline{) 903} \\ \underline{7} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45020 \\ 8 \overline{) 280160} \\ \underline{24} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

七、除數、被除數搞不清楚，學生很明顯的除數、被除數的意義混淆，以為除號前面為除數，除號後面為被除數。

例如：(一)  $396 \div 3.6 = 0.0909$  (二)  $3.369 \div 1.123 = 0.33$

$$\begin{array}{r} 0.00909 \\ 396 \overline{) 3.600} \\ \underline{3564} \\ 3600 \\ \underline{3564} \\ 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.33 \\ 3.369 \overline{) 11230} \\ \underline{10107} \\ 11230 \\ \underline{10100} \\ 11230 \end{array}$$

八、商數多補或少一個零，看到小數就頭痛，對於 0 的敏感度不夠，不知道如何補 0，運算過程補 0，商數卻沒跟著一起補 0。

例如：(一)  $40640 \div 80000 = 0.5008$  (二)  $40640 \div 80000 = 0.58$

$$\begin{array}{r} 0.5008 \\ 80000 \overline{) 406400} \\ \underline{400000} \\ 64000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.58 \\ 80000 \overline{) 406400} \\ \underline{400000} \\ 6400 \end{array}$$

九、未將商數的小數點放在正確位置，除數和被除數都懂得去小數點，但確不知商數的小數點應該擺置在哪一個位置。

例如：(一)  $3.369 \div 1.123 = 0.003$  (二)  $5 \div 62.5 = 0.008$

$$\begin{array}{r} 0.003 \\ 1123 \overline{) 3369} \\ \underline{3369} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.008 \\ 62.5 \overline{) 5000} \\ \underline{5000} \\ 0 \end{array}$$

十、算到個位數自動停止，學生仍停留在正整數除法的想法階段，並不會想利用



小數的觀念繼續運算。除法算到個位數，直接寫餘數，不會想再算下去。

例如：(一)  $35900 \div 200 = 178 \dots 100$  (二)  $3702 \div 1234 = 3 \dots 400$

$$\begin{array}{r}
 178 \\
 200 \overline{) 35900} \\
 \underline{200} \\
 1590 \\
 \underline{1400} \\
 900 \\
 \underline{800} \\
 100
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 1234 \overline{) 3702} \\
 \underline{3302} \\
 400
 \end{array}$$

十一、題目抄錯，主要是不夠細心造成，在橫式除法轉換為直式除法的過程中，常將數值寫錯。

例如：(一)  $28.016 \div 0.0008 = 3520$  (二)  $0.0004 \div 0.0032 = 1.25$

$$\begin{array}{r}
 3520 \\
 8 \overline{) 28160} \\
 \underline{24} \\
 41 \\
 \underline{40} \\
 16 \\
 \underline{16} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1.25 \\
 0.0032 \overline{) 0.0040} \\
 \underline{32} \\
 80 \\
 \underline{64} \\
 160 \\
 \underline{160} \\
 0
 \end{array}$$

十二、不會取適當的商數，一開始的商數不知道如何取，或是取錯方向，將會對接下來的運算形成很大的障礙。

例如：(一)  $35900 \div 200 = 279.5$  (二)  $162.5 \div 5 = 25.5$

$$\begin{array}{r}
 279.5 \\
 200 \overline{) 35900} \\
 \underline{200} \\
 1590 \\
 \underline{1400} \\
 1900 \\
 \underline{1800} \\
 1000 \\
 \underline{1000} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 25.5 \\
 5 \overline{) 162.5} \\
 \underline{100} \\
 62 \\
 \underline{50} \\
 12 \\
 \underline{10} \\
 25 \\
 \underline{25} \\
 0
 \end{array}$$

十三、運算正確，卻在寫答案時，產生筆誤，主要是學生的細心度不夠。

例如：(一)  $3.369 \div 1.123 = 0.3$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 1.123 \overline{) 3.369} \\ \underline{3\ 369} \\ 0 \end{array}$$

Ans : 0.3

十四、忽略小數點。

例如：(一)  $396 \div 3.6$

$$= 396 \div 36$$

$$= 11$$

十五、除數去了小數點，直接在被除數後面補0，沒有考慮被除數的小數點。

例如：(一)  $2.9 \div 14.5 = 2$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 14.5 \overline{) 290} \\ \underline{290} \\ 0 \end{array}$$

### 【學生作答分析】

在試卷回收之後，針對試卷完全空白、半數空白及課業成績不佳但試卷全寫完的學生進行簡單訪談，希望了解學生試卷空白的原因或是在作題目時的想法。施測試卷呈現完全空白的學生，經過訪談可歸納為以下原因：

- 一、部分學生完全不會九九乘法，部分學生雖然會背九九乘法但表示不常使用，所以已淡忘，以致於非常不熟練，而無法進行除法運算。
- 二、對於除法的基本定義及運算方式完全不會。
- 三、對數學有相當大的排斥感，只要看到數學試卷，連題目都不想看看，更遑論動筆計算。
- 四、學生直接表明自己是資源班的學生（學習障礙類型非智能障礙），認為不會、試卷空白是很合理的行為，不認為自己有學習責任。

施測試卷呈現部分空白的學生，經過訪談可歸納為以下原因：

- 一、學生本身計算慢所以算不完，有的是因為從第一題按順序開始計算，在自己覺得困難的題目花過多時間，答題沒有先選擇自己會的題目進行，以致於自己會的題目也沒算到。
- 二、對於小數計算完全不會，所以小數計算題目直接空白。
- 三、覺得有些題目數字看起來很複雜，不想算。
- 四、只會大數目除以小數目的題目，其他計算類型不會。

部分學校試卷常空白沒寫、課業成績不佳的學生，在這次施測試卷全寫完，研究者從他們在試卷上作答所留下的計算過程，及向協助施測老師的詢問，發現這群學生有認真在完成試卷。經過簡單訪談，將這群學生在作答感受和答對情況分成以下三類：

- 一、部分學生表示很難得有一張試卷，自己看得懂也知道怎麼作答，很久沒有如此有成就感了，但這些學生的試卷答對率並不高，主因是雖然知道如何運算，但在除法運算中有許多迷思概念，這些迷思概念造成學生無法正確運算。
- 二、部分學生覺得題目看起來很簡單，但算起來好麻煩，尤其是小數除法的部分，這部分學生的試卷答對率也不高，從學生作答的試卷可知，有些迷思概念困擾著他們，造成他們認為計算很麻煩的感覺。
- 三、少部分的學生質疑題目是否真的這麼簡單，這群學生其實計算基礎都非常扎實，試卷答對率較前兩種學生高。造成這群學生學校試卷常空白沒寫、課業成績不佳的原因，可能是習得無助感，國中課程和國小課程的落差，他們並未做良好的銜接及調適，對於新課程的困難，在沒有尋求協助或求助無門的情況之下，他們以半放棄的態度去面對。

當任課老師協助施測時，研究者請協助教師在施測過程中對學生進行觀察，以下為施測教師在觀察中發現的現象：

- 一、原以為學生 20 分鐘就可以算完的題目，沒想到學生竟然算了一節課。連程度好的學生計算都很慢。
- 二、學生在作答過程直接詢問老師：小數目除以大數目，如何算？
- 三、很久沒看到學生這麼努力算數學了。
- 四、平時拿到考卷就趴著的人，竟然也拿筆開始算。這是一個值得深思的問題。
- 五、這不是國小程度的題目嗎？怎麼那麼多國三學生不會算或算錯呢？

研究者也發現有些題目答對率高的學生未必會一開始就直接進行除法，這些題目答對率高的學生會利用分數概念進行高層次解題，此種解法可分兩類：

- 一、會先利用分數觀念先化簡，再進行除法計算。

例如：(一)  $8 \div 128 = 0.0625$       (二)  $98 \div 14 = 7$

Handwritten calculations for  $8 \div 128$  and  $98 \div 14$ . The first calculation shows 8 divided by 128 resulting in 0.0625. The second shows 98 divided by 14 resulting in 7.

- 二、利用分數觀念化簡，再將分母擴分為 100，即可從分子看出答案。

例如：(一)  $18 \div 72 = \frac{18}{72}$       (二)  $162.5 \div 5 = \frac{162.5}{5}$

$$= \frac{2}{8} \qquad = \frac{1625}{50}$$

$$= \frac{1}{4} \qquad = \frac{3250}{100}$$

$$= \frac{25}{100} \qquad = 32.5$$

$$= 0.25$$

## 4.2 學生的除法學習成就表現比較

### 4.2.1 實驗組與對照組之測驗成績比較分析

本研究所使用的除法前測、後測及密度測驗，是採用計算題 20 題，總分 20 分。前測的目的地是為了瞭解實驗組與對照組在教學實驗前所具備的先備知識及迷思概念，並了解兩組前測是否有顯著差異。後測代表不同合作學習法實驗之後，實驗組與對照組學習成效。密度測驗代表不同合作學習法實驗之後，學生從數學除法到密度運算的學習遷移是否有學習成效。對於前測、後測、密度的學習成就測驗採單因子變異數分析，分敘述如下：

一、由表 8 可知，實驗組與對照組的平均成績，以實驗組 13.37 略高於控制組 13.20，兩組成績經單因子變異數分析的結果，顯著性  $p=.901>.05$ ，未達顯著差異，所以兩組學生在學習前的先備知識當作沒有差異存在。

表 8、對照組 STAD 與實驗組 TPS 前測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD	30	13.20	5.40	40.9%	.016	.901
TPS	30	13.37	4.90	36.6%		

二、由表 9 可知，兩組在實施合作學習法後的後測成績，以實驗組 16.63 高於控制組 14.90，兩組成績經單因子變異數分析的結果，顯著性  $p=.179>0.05$ ，未達顯著差異，所以兩組學生在學習後的學習成效並無顯著的差異存在。但變異係數較前測都有降低趨勢，實驗組的變異係數降低了 13.4%。

表 9、對照組 STAD 與實驗組 TPS 後測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD	30	14.90	5.81	39.0%	1.854	.179
TPS	30	16.63	3.85	23.2%		

三、由表 10 可知，兩組在實施合作學習法後的密度測驗成績，以實驗組 17.43 高於控制組 15.80，兩組成績經單因子變異數分析的結果，顯著性  $p = .168 > 0.05$ ，未達顯著差異，所以兩組學生在密度學習後的學習成效並無顯著的差異存在。但變異係數較前測、後測都有降低趨勢。

表 10、對照組 STAD 與實驗組 TPS 密度測驗成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD	30	15.80	5.42	34.3%	1.947	.168
TPS	30	17.43	3.42	19.6%		

四、表 11 的進步分數計算方式是將後測成績減去前測成績的差值，由本表可知兩組在實施合作學習法後的後測和前測相比的進步成績，以實驗組 3.27 高於控制組 1.70，兩組成績經單因子變異數分析的結果，顯著性  $p = .011 < 0.05$ ，已達顯著差異，所以兩組學生在不同合作學習法後的測驗進步學習表現，有顯著的差異存在。兩組的平均分數都為正值，代表兩組的平均都是進步狀況，實驗組進步情況和對照組進步情況有明顯差異。

表 11、對照組 STAD 與實驗組 TPS 進步分數成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	F 檢定	顯著性
STAD	30	1.70	2.17	6.929	.011
TPS	30	3.27	2.43		

## 五、小結

實驗組與對照組前測、後測、密度測驗成績比較並無達顯著差異，進步成績表現則是有明顯差異，實驗組優於對照組。且實驗組在後測、密度測驗變異係數縮小的狀況較對照組更為明顯。

### 4.2.2 實驗組與照組之前測-後測，前測-密度測驗成績比較分析

本部分的比較樣本屬於相依樣本，所以採成對樣本 T 檢定 (Paired-Sample T test)，以分析了解在不同教學法進行之後，對照組和實驗組的學生學習成就表現是否和合作學習法實施之前有所差異。結果如下列各點：

一、由表 12 可知對照組在前測的平均成績為 13.20，後測平均成績為 14.90，經過成對樣本 T 檢定分析的結果，顯著性  $p=.000 < 0.05$ ，達顯著差異，所以可推論 STAD 合作學習前後，對照組的學習成效有達到顯著差異。變異係數降低 1.1%，對照組差異性降低不大。

表 12、對照組 STAD 前測—後測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	相關性	顯著性
前測	30	13.20	5.40	40.1%	.928	.000
後測	30	14.90	5.81	39.0%		

二、由表 13 可知實驗組在前測的平均成績為 13.37，後測平均成績為 16.63，經過成對樣本 T 檢定分析的結果，顯著性  $p=.000 < 0.05$ ，達顯著差異，所以可推論 TPS 合作學習前後，實驗組的學習成效有達到顯著差異。變異係數降低 13.4%，實驗組差異性降低許多。

表 13、實驗組 TPS 前測－後測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	相關性	顯著性
前測	30	13.37	4.90	36.6%	.872	.000
後測	30	16.63	3.85	23.2%		

三、由表 14 可知對照組在前測的平均成績為 13.20，密度平均成績為 15.80，經過成對樣本 T 檢定分析的結果，顯著性  $p=.000 < 0.05$ ，達顯著差異，所以可推論 STAD 合作學習前後，對照組的學習成效有達到顯著差異。變異係數降低 6.6%，對照組組內差異性降低。

表 14、對照組 STAD 前測－密度測驗成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	相關性	顯著性
前測	30	13.20	5.40	40.9%	.873	.000
密度	30	15.80	5.42	34.3%		

四、由表 15 可知實驗組在前測的平均成績為 13.37，密度平均成績為 17.43，經過 T 檢定分析的結果，顯著性  $p=.000 < 0.05$ ，達顯著差異，所以可推論 TPS 合作學習前後，實驗組的學習成效有達到顯著差異。變異係數降低 17%，實驗組組內差異性降低許多。

表 15、實驗組 TPS 前測－密度測驗成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	相關性	顯著性
前測	30	13.37	4.90	36.6%	.672	.000
密度	30	17.43	3.42	19.6%		

## 五、小結



無論是實驗組還是對照組，在進行合作學習法之後，各組的除法後測及密度測驗都和教學法實施前的前測有顯著差異存在，顯著性皆是  $p=.000 < 0.05$ ，變異係數都有降低，代表組內學生的差異減少，實驗組的變異係數降低幅度較對照組來得大，是否為 TPS 合作學習較能增加學生對課程的參與度以致於減少班級內學習的離散程度，或是有其他因素造成，這都值得研究者繼續討論及分析。

#### 4.2.3 實驗組與對照組之高成就、中成就、低成就前測-後測，前測-密度測驗成績分析

本部分將實驗組、對照組的成員再依前測測驗分數表現細分為高成就組、中成就組、低成就組，分別做組內的前測-後測，前測-密度測驗成績比較分析，了解在實施合作學習法之後，高成就、中成就、低成就的學生學習成效是否有顯著性的差異，結果分析如以下各點：

一、由表 16 可知，經過成對樣本 T 檢定分析的結果，發現對照組的高成就、中成就、低成就的學生在實驗教學後，只有低成就的學生顯著性  $p=.000 < 0.05$ ，達顯著差異，但低成就組的學生變異係數大，差異性大，合作學習法實施之後，變異係數更大，差異性更大，整個對照組的變異係數大，推測可能是受低成就組的學生影響。

表 16、對照組 STAD 高成就、中成就、低成就前測—後測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	相關性	顯著性
高前測	10	18.10	1.10	6.1%	.470	.170
高後測	10	18.70	1.57	8.4%		
中前測	10	14.50	1.58	10.9%	.030	.934
中後測	10	17.70	1.16	6.6%		

低前測	10	7.00	4.35	62.1%	.925	.000
低後測	10	8.30	5.64	68.0%		

二、由表 17 可知，經過成對樣本 T 檢定分析的結果，發現實驗組的高成就、中成就、低成就的學生在實驗教學後，高成就學生顯著性  $p=.023 < 0.05$ ，低成就的學生顯著性  $p=.003 < 0.05$ ，兩組皆達顯著差異，低成就組的學生在教學法實施之後，變異係數降低了 10.2%，組內離散性縮小。

表 17、實驗組 TPS 高成就、中成就、低成就前測—後測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	相關性	顯著性
高前測	10	18.20	1.40	7.7%	.704	.023
高後測	10	19.30	0.95	4.9%		
中前測	10	14.20	1.32	9.2%	.298	.403
中後測	10	17.80	1.82	10.2%		
低前測	10	7.70	3.34	43.3%	.837	.003
低後測	10	12.80	4.24	33.1%		

三、由表 18 可知，經過成對樣本 T 檢定分析的結果，發現對照組的高成就、中成就、低成就的學生在實驗教學後，發現只有低成就的學生顯著性  $p=.002 < 0.05$ ，達顯著差異。其他兩組學生均未達顯著差異。

表 18、對照組 STAD 高成就、中成就、低成就前測—密度測驗成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	相關性	顯著性
高前測	10	18.10	1.10	6.1%	.279	.434
高密測	10	19.30	1.34	6.9%		
中前測	10	14.50	1.58	10.0%	.102	.779

中密測	10	17.60	2.07	11.8%		
低前測	10	7.00	4.35	62.1%	.850	.002
低密測	10	10.50	6.35	60.5%		

四、由表 19 可知，經過成對樣本 T 檢定分析的結果，發現實驗組的高成就、中成就、低成就的學生在實驗教學後，發現實驗組的低成就學生顯著性  $p = .014 < 0.05$ ，達顯著差異。

表 19、實驗組 TPS 高成就、中成就、低成就前測－密度測驗成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	相關性	顯著性
高前測	10	18.20	1.40	7.7%	.237	.510
高密測	10	18.80	1.48	7.9%		
中前測	10	14.20	1.32	9.3%	.619	.056
中密測	10	18.30	1.42	7.6%		
低前測	10	7.70	3.34	43.4%	.743	.014
低密測	10	15.20	5.01	33.0%		

#### 五、小結

對照組和實驗組都是低成就組的學生變異係數大，其中對照組的低成就學生變異係數更高達 60%。對照組和實驗組的低成就組學生在進行合作學習之後，學習成效都達顯著差異，對照組和實驗組的中成就學生並無顯著差異性，而進行 TPS 合作學習法實驗組的高成就學生在前測－後測成績有顯著差異存在。以 STAD 合作學習的對照組高成就學生則無顯著差異。

#### 4.2.4 實驗組與對照組之高成就、中成就、低成就測驗成績分析

本部分將把實驗組和對照組之高成就、中成就、低成就學生的前測、後測、密度測驗成績做實驗組和對照組的組間比較分析，分析結果如以下各點：

一、由表 20 可知，兩組學生平均分數只差 0.1，變異係數都低於 10%，其中實驗組的變異係數略高於對照組 1.6%，顯著性  $p=.861 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的高成就學生在實施合作學習前並無顯著性差異。

表 20、對照組 STAD 與實驗組 TPS 高成就學生前測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 高	10	18.10	1.10	6.1%	.032	.861
TPS 高	10	18.20	1.40	7.7%		

二、由表 21 可知，兩組學生平均分數差距略微升高 0.6，對照組的變異係數提高 2.3%，實驗組變異係數反而降低 2.8%，顯著性  $p=.314 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的高成就學生在實施合作學習後並無顯著性差異。

表 21、對照組 STAD 與實驗組 TPS 高成就學生後測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 高	10	18.70	1.57	8.4%	1.073	.314
TPS 高	10	19.30	0.95	4.9%		

三、由表 22 可知，在密度測驗的表現，是對照組的平均分數高於實驗組 0.5 分，對照組的變異係數較實驗組變異係數低 1%，顯著性  $p=.438 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的高成就學生在實施合作學習法進行除法單元複習後，對密度學習遷移成效並無顯著性差異。

表 22、對照組 STAD 與實驗組 TPS 高成就學生密度測驗成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 高	10	19.30	1.34	6.9%	.630	.438
TPS 高	10	18.80	1.48	7.9%		

四、由表 23 可知，在進步成績的表現，實驗組的平均分數高於對照組 0.5 分，顯著性  $p=.376 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的高成就學生在實施合作學習法進行除法單元複習後，進步成績並無顯著性差異。

表 23、對照組 STAD 與實驗組 TPS 高成就學生進步成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	F 檢定	顯著性
STAD 高	10	0.60	1.43	.824	.376
TPS 高	10	1.10	0.99		

六、由表 24 可知，兩組的中學生在前測成績顯著性  $p=.650 > 0.05$ ，顯著差異並不存在，代表兩組中成就學生在實施合作學習法前無顯著差異。平均分數的表現是對照組高於實驗組學生 0.3 分。

表 24、對照組 STAD 與實驗組 TPS 中成就學生前測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 中	10	14.50	1.58	10.9%	.213	.650
TPS 中	10	14.20	1.32	9.3%		

六、由表 25 可知，兩組的中成就學生平均分數差距縮小為 0.1，對照組的變異係數較合作學習法實施之前降低 4.4%，實驗組的變異係數較合作學習法實施之前反而提高了 0.9%，顯著性  $p=.885 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的中成就學生在實施合作學習後並無顯著性差異。

表 25、對照組 STAD 與實驗組 TPS 中成就學生後測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 中	10	17.70	1.16	6.5%	.022	.885
TPS 中	10	17.80	1.81	10.2%		

七、由表 26 可知，兩組的中學生在此部分的顯著性  $p=.389 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的中成就學生在實施合作學習法之後對密度的學習遷移並無顯著的差異。

表 26、對照組 STAD 與實驗組 TPS 中成就學生密度測驗成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 中	10	17.60	2.07	11.8%	.781	.389
TPS 中	10	18.30	1.42	7.6%		

八、由表 27 可知，兩組的中學生在進步成績部分的顯著性  $p=.646 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的中成就學生在實施合作學習法之後成績進步並無顯著的差異。

表 27、對照組 STAD 與實驗組 TPS 中成就學生進步成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	F 檢定	顯著性
STAD 中	10	3.2000	1.93218	.218	.646
TPS 中	10	3.6000	1.89737		

九、由表 28 可知，兩組的低成就學生在前測成績部分的顯著性  $p=.691 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的低成就學生在實施合作學習法之前並無顯著的差異。但對照組的變異係數較實驗組的變異係數大 18.7%。

表 28、對照組 STAD 與實驗組 TPS 低成就學生前測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 低	10	7.00	4.35	62.1%	.163	.691
TPS 低	10	7.70	3.34	43.4%		

十、由表 29 可知，兩組的低成就學生在後測成績部分的顯著性  $p=.059 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的低成就學生在實施合作學習法之後並無顯著的差異。但對照組的變異係數較合作學習法進行前增大了 5.9%。

表 29、對照組 STAD 與實驗組 TPS 低成就學生後測成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 低	10	8.30	5.64	68.0	4.071	.059
TPS 低	10	12.80	4.24	33.1		

十一、由表 30 可知，兩組的低成就學生在密度測驗成績部分的顯著性  $p=.083 > 0.05$ ，無顯著差異存在。代表兩組的低成就學生在實施合作學習法之後對於密度學習遷移並無顯著的差異。

表 30、對照組 STAD 與實驗組 TPS 低成就學生密度測驗成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
STAD 低	10	10.50	6.35	60.5%	3.381	.083
TPS 低	10	15.20	5.01	33.0%		

十二、由表 31 可知，兩組的低成就學生在進步成績部分的顯著性  $p=.002 < 0.05$ ，有顯著差異存在。而實驗組低成就學生的平均進步分數較對照組高

3.8 分，代表在實施 TPS 合作學習法的低成就學生進步成績的表現優於實施 STAD 合作教學法的對照組低成就學生。

表 31、對照組 STAD 與實驗組 TPS 低成就學生進步成績比較

組別	個數	平均分數	標準差	F 檢定	顯著性
STAD 低	10	1.3000	2.31181	13.398	.002
TPS 低	10	5.1000	2.33095		

### 十三、小結

雖然實驗組、對照組的高成就、中成就、低成就學生在前測、後測、密度測驗的平均分數都有些微差距，但顯著性皆高於 0.05，代表無顯著差異存在。唯有進步分數的部分，實驗組和對照組的低成就學生有顯著性差異，且實施 TPS 合作學習法的低成就學生進步成績高於實施 STAD 合作學習法的對照組低成就學生，可推論 TPS 合作學習法的低成就學生進步表現較佳。

### 4.3 學生的學習態度及合作學習法回饋表現比較

在合作學習法課程開始之前，研究者自行設計問卷希望了解學生對數學學習的自我認知感，問卷分成以下四個部分：

A 部分、學生對數學科自我能力認知感有 7 題。

B 部分、學生在面對數學學習的積極感有 9 題。

C 部分、學生對學習數學意義的觀感有 4 題。

D 部分、學生對數學成就感的產生程度 4 題。

其中 B1、B2、B3、B4、B5、B6 及 C4 為反向題。問卷的量表分數採 Likert Scale 的五點量尺「非常同意」計為 5 分、「同意」計為 4 分、「沒意見」計為 3 分、「不



同意」計為 2 分、「非常不同意」計為 1 分，分數越高代表對數學學習的自我認知感態度越正向，分數越低代表對數學學習的自我認知感態度越反向。

在合作學習法課程結束時，研究者亦自行設計回饋問卷希望了解學生在進行合作學習法之後對課程滿意的程度，回饋問卷分成以下五部份：

E 部份、學習意願有 3 題。

F 部份、學習滿意度有 3 題。

G 部份、學習成效有 3 題。

H 部份、合作學習有 5 題。

I 部分、其他：本部份採開放式作答，題目為「在這三週課程中，我覺得最大的收穫及建議是...」

其中 E1、E2、E3 為反向題，回饋問卷的量表分數一樣是採 Likert Scale 的五點量尺，「非常同意」計為 5 分、「同意」計為 4 分、「沒意見」計為 3 分、「不同意」計為 2 分、「非常不同意」計為 1 分，分數越高代表對課程滿意度越正向，分數越低代表對課程滿意度越反向。

#### 4.3.1 實驗組與對照組對數學學習的自我認知感分析

以單因子變異數分析實驗組和對照組學生在課程進行前所進行問卷調查「數學學習的自我認知感」，結果如表 32，由表 32 可知，在各個向度的分數都實驗組高於對照組，然而「學生在面對數學學習的積極感」的向度卻是對照組高於實驗組，也有達到顯著差異  $p=.000 < 0.05$ ，但由問卷量表的總分成績來看，顯著性  $p=.053 > 0.05$ ，並未達顯著差異，所以實驗組和對照組的學生在合作學習法進行前對「數學學習的自我認知感」，並無差異存在。

表 32、對數學學習的自我認知感

項目	組別	個數	平均數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
A+B+C+D	STAD	30	84.40	13.51	16.0%	3.905	.053
	TPS	30	90.90	11.92	13.1%		
A	STAD	30	24.10	4.69	19.5%	1.553	.218
	TPS	30	25.50	3.98	15.6%		
B	STAD	30	30.10	7.34	24.4%	21.793	.000
	TPS	30	22.20	5.67	25.5%		
C	STAD	30	15.53	2.45	15.8%	3.774	.057
	TPS	30	16.83	2.73	16.2%		
D	STAD	30	14.67	3.38	23.0%	.900	.347
	TPS	30	15.40	2.55	16.6%		

A：學生對數學科自我能力認知感

B：學生在面對數學學習的積極感

C：學生對學習數學意義的觀感

D：學生對數學成就感的產生程度

A+B+C+D：數學學習的自我認知感

### 4.3.2 實驗組與對照組對數學合作學習課程滿意度分析

以單因子變異數分析實驗組和對照組學生在課程結束所進行回饋單問卷調查「課程滿意度」，結果如表 33，由表 33 可知，在各個向度的分數都實驗組高於對照組，其中「學習滿意度」有達到顯著差異  $p=.016 < 0.05$ ，由回饋單問卷量表的總分成績來看，顯著性  $p=.026 < 0.05$ ，達到顯著差異，所以在經過合作學習後，對合作學習課程的滿意度是有顯著差異存在。

表 33、對合作學習課程滿意度

項目	組別	個數	平均數	標準差	變異係數	F 檢定	顯著性
E+F+G+H	STAD	30	55.30	8.79	15.9%	5.208	.026
	TPS	30	59.90	6.68	11.2%		
E	STAD	30	10.37	3.23	31.1%	3.610	.062
	TPS	30	11.77	2.42	20.6%		
F	STAD	30	12.50	1.93	15.4%	6.192	.016
	TPS	30	13.63	1.59	11.7%		
G	STAD	30	12.13	1.85	15.3%	3.464	.068
	TPS	30	12.97	1.61	12.4%		
H	STAD	30	20.30	4.08	20.1%	1.947	.168

	TPS	30	21.53	2.61	12.1%		
--	-----	----	-------	------	-------	--	--

E：學習意願

F：學習滿意度

G：學習成效

H：合作學習

E+F+G+H：整體課程滿意度

在 I 部份「在這三週課程中，我覺得最大的收獲及建議是...」，實驗組回答的人數多於對照組，將學生的回應整理摘列如下：

#### 一、STAD 的回饋

##### (一) 正向回饋：

1. 謝謝你們的幫助。
2. 會更多數學。學到不同除法、小數。
3. 學到密度算法。同心協力。
4. 上課的時候，老師很活潑、生動，同學也被帶動起來。
5. 跟組員算數學算得很開心。
6. 分組討論使我學到幫助他人很開心。
7. 除法原來很不熟，現在已經學會了。
8. 我的數學除法有加強很多。
9. 希望以後都分組上課。在討論中學很多。
10. 老師的講解讓我除法更好了。
11. 可以學到快速算完題目。
12. 我的算除法速度變快了。
13. 多練習除法可以增加數學的反應力。
14. 除法更熟練，合作學習很好玩。合作得很快樂。
15. 謝謝你們讓我更清楚除法。

16. 我學會了和同學討論的意義，讓我對數學更了解。

17. 讓我加強數學運算。

## (二) 負向回饋

1. 秩序有點吵。

2. 陪了三個禮拜，有一點點辛苦。

3. 我覺得我數學不會應該問老師。

4. 閒閒沒事做就安靜，寫完練習卷就安靜，噓！

5. 我的組員加油一點。

## 二、TPS 的回饋

### (一) 正向回饋：

1. 謝謝我的夥伴，教了我很多。謝謝你幫我找到了我很多錯誤的地方，可以跟你一起討論很開心。

2. 謝謝你在我不知道怎麼分享的時後幫助我。

3. 我會除法了。我本來不會的除法變成我會了。

4. 除法和乘法合作更佳，也對數學的方式更加喜愛，也更加把自己的數學方式放大。加強國小最粗心大意的算式。

5. 分組比一個人算更容易，也可以幫助別人，這次數學課讓我更有自信挑戰數學。

6. 老師與同學的講解讓我知道小數除法怎麼算比較好算、比較快。

7. 我學到如何把小數除法改成分數計算。

8. 學會和同學相處，對除法的了解進步很多，也學會了密度的公式、計算過程。

9. 學會表達自己的意見。

10. 加強了除法的計算能力。除法變得比較好，也不會因數字大而混亂。發現更多除法的計算方式，更會運用除法。

11. 在這三週我學到了如何運用除法，和如何跟自己的夥伴討論。

12. 謝謝老師的指導。
13. 這三週最大的收穫就是把除法練得更熟練了。
14. 讓我進一步對數學產生一種期待。
15. 我學到了如何使我的運算更快、更準確的方法，也學到了待人處事的道理。
16. 認識一些本來不會的數學和朋友，也讓我對除法有更大的信心，了解到一些充分的知識。
17. 清楚了解除數和被除數應該要放在哪裡，還有在計算時也可以用分數來除的方式，還有人和人互相尊重的道理。
18. 最大的收穫是可以問夥伴，寫完數學練習卷，可以跟夥伴討論，如果有錯可以彼此糾正，以前上數學課從來沒有這樣。
19. 合作方式，我覺得還不錯，有助於我的數學成長。

(二) 負向回饋：

1. 希望我的夥伴上課不要太吵。
2. 希望我的夥伴可以更善於發言，不要老是叫我上臺。

由以上可知，無論是對照組或實驗組對合作學習法多數為正向回饋，對照組的正向回饋並無太多文字著墨，多為簡明扼要回答，無法從中確實感受學生對合作學習課程的期待及收穫。對照組中的負向回饋主要是覺得合作學習法上課秩序較吵鬧，影響學習；另一部分的負向回饋主要是學習低成就者在小組中無法得到想要的協助，所以覺得還是傾向請求老師協助，以及屬於可以給予協助的中高成就者，覺得將不會的同學教到會是一件很困難的事，也覺得很辛苦，希望能各自對自己的學習負責，不要小組一起承擔學習責任。實驗組的正向回饋多於對照組許多，還有一些學生提到情意方面的正向回饋，例如：待人處事的道理、人與人互相尊重。可以從實驗組的同學在這一題的文字回饋中感受到學生很用心地寫下自己的感受，及在課程中獲得的自信感。至於實驗組的負向回饋也是針對秩序方面，另一項則是希望分享的工作能夠兩人均分。

## 【小結】

實驗組與對照組的學生在課程進行前對自我能力的認知感上，問卷量表總分並無達到顯著差異，但其中一個向度「學生在面對數學學習的積極感」，依學生所填的問卷結果有顯著差異存在，對照組較實驗組積極；但在經過兩種不同合作學習課程之後，對於課程滿意度、學習滿意度已達顯著性，所以實驗組對整體課程滿意度、學習滿意都較對照組來得高。加上學生在回饋單給予的文字意見，可以推論 TPS 合作學習法可提升學生對課程及學習滿意度。

### 4.4 小組日誌及教師教學觀察記錄

為了解學習狀況，研究者在課程進行時，請每一組選出一位精進長，負責督促整組，協助組員；同時選出一位文書長，負責書寫小組日誌的工作，記錄每堂課課堂上發生的點點滴滴或是提出課堂建議，希望課程進行可以改進的地方，本小節將針對教師所做的觀察記錄及學生的小組日誌進行彙整。

在課程第一天，進行前測施測，每位新生都認真的在計算，學生計算速度落差很大，有人 10 分鐘即計算完成，有人算到下課(一堂課為 45 分鐘，仍是未完成全部的計算)，為避免浪費時間，研究者請計算完成的同學可先默寫九九乘法，大部分的同學九九乘法默寫完全正確，少部分的同学有一兩個地方有錯誤，可能是筆誤或是背錯，約有三到四位同學對九九乘法是到非常不熟稔的狀況，需要再加強。實驗組有一位學生(化名為小明)是完全不會背九九乘法，研究者便和這位學生討論，可否回家將九九乘法背熟，每天下課後到辦公室將已熟記的部分九九乘法背誦給研究者聆聽，學生表示願意配合。對照組有一位資源班的學生(化名為小雄)，會背九九乘法，但是花了一個小時才默寫完成。對照組的另一位資源班學生(化名為小凱)，希望能用背的方式取代默寫，但背得不熟，九九乘法是以拼湊的方式完成。在兩種不同合作學習法教學之後，三位學生皆無進展，可見不管是何種教學法，基本的九九乘法若不熟悉，則很難有所進步，也無法在新

單元的學習表現良好。

在合作學習課程開始就開宗明義、曉以大義的告訴學生，團隊精神的重要性、及將心比心的態度，希望同學有同理心，可以幫助不會的同學給予指導，課程一開始實驗組和對照組的學生，可能因為對彼此不熟悉，所以討論情況不佳，多數學生仍是保持沉默，研究者一開始是以鼓勵的方式帶動學生討論。隨著上課次數的增加，小組合作學習法讓同學之間更加熟識，所以討論狀況較剛開始時改善許多，對於不會的同學，同組的同學會圍過去給予指導，但是有些同學還是不太敢面對自己不太會除法的事實，同學要給予指導時，一直說：「我會！我會！」，直到老師站到旁邊才願意接受同學給的建議。當上到小數的除法，很明顯的可以發現對照組的班上有幾位落後許多的同學，而小組間的同學也發現到了，所以他們都會特別的盯著這幾位同學算術，當他們算錯時，還會主動拿橡皮擦擦乾淨，要求同學重算，我們會發現指導的同學抓著頭髮絞盡心思要表達的認真態度。實驗組這一班的學習態度則是漸入佳境，實驗組一開始上課較對照組安靜許多，常常在討論時看到面面相覷或是各自低頭的狀況，一開始的分享也都屬於被動狀態，需由老師指定或抽籤方式決定負責分享的組別，但是，隨著課堂次數增加，每個同學思考完後會主動進行討論，也會主動教導不會的同學，願意分享的同學增多，小組文書長也在每次的上課日誌反應能聽到其他同學的想法獲益良多，對於自己在數學迷思概念的澄清有很大的幫助，也可以聽到更有效率的計算方法。這一班的同學進步良多，原本不會背九九乘法的小明也開始會自己嘗試去找到合適的數字當作商進行除法，而同學在進行運算的過程，還會想出一些新想法。許多同學都開始期待聽到別人的新想法了，也感受到一些孩子對自己更有自信，成就感也提升了。在讓學生上台分享的過程中，我們可以看到有些學生需要屬於自己的舞臺，當他上台講解時，可以觀察到他盡力想把這場演出做到盡善盡美，絞盡腦汁、手舞足蹈地為同學解說，而台下的同學也喜歡聽他講課，特別認真給與糾正甚至吐槽，即使九九乘法不熟稔的同學也來湊上一腳，糾正臺上同學在計算過程中數字沒有對齊，一開始同學們或許是抱著玩鬧的心態，但教師從旁提點幾



次，學生會開始收斂，並針對關鍵提問或是糾正。研究者發現有些上臺分享的同學，毫不藏私，會將自己會的傾囊相授，有位學生更大方的分享他的除法運算是善用分數的觀念，先進行約分把數字化繁為簡之後，再以直式除法計算，其他同學聽到之後，便有另一組同學將此觀念加深加廣提出了以分數除法運算，若是善用分數擴分觀念將分母擴分成 10、100、1000，便可將除法計算答案一目了然。

整個暑期輔導的課程，只有數學單科目進行分組合作學習非全科分組學習，所以每次上課前的下課都要搬椅子、挪桌子，學生若無法在鐘響前完成，便會影響上課的情緒及延誤上課時間。以 STAD 合作學習法的對照組，每次分組幾乎都會延誤到上課，因為四張桌子合併需要比較多的時間，而學生初期多半只願意搬自己的椅子，常常在進教室後，座位仍是一片狼藉，需由老師提醒，才會互相協助。以 TPS 合作學習的實驗組，只是將兩張桌子合併不像 STAD 小組還需改變桌子的方向，簡單方便許多，比較不會延誤到課程進行，STAD 分組上課最好是能除去學生搬桌椅的因素。而研究者在進行教學的過程中，亦感受到對照組的四人一組，學生常常容易在討論中不知不覺變成聊天狀態，當老師帶領某一組進行討論時，其他組別就會趁老師不注意時鬆懈，在秩序的掌控上，常需花比較多心力。座位安排的情況使得有些學生在課堂中是背對教師，教師無法在課堂上同時觀察到這些學生的學習情況。實驗組的 TPS 兩人一組，其座位安排能讓教師在課堂上同時對每位學生的狀況一覽無遺，學生較不易有懈怠感。

在學生的小組日誌中，屬於對照組的 STAD 合作學習，一開始以抱怨居多，覺得要教同學很累或是其他組員都不幫忙教不會的同學，職責畫分不清是最大的問題，也會抱怨座位的安排會影響看黑板的角度，也有同學覺得小組討論過於吵鬧，覺得這未必有比較好的學習效果，但在幾堂課的磨和期之後，部分學生對於合作學習法抱持贊同態度，認為減少了學習壓力，但還是希望可以在秩序方面有所改進，因為小組之間的討論常會形成互相干擾。而實驗組的 TPS 合作學習小組日誌中，一開始則是以煩惱怎麼討論、分享居多，因為很少有機會站在講臺像老師對全班做正式分享，再來就是對於自己的夥伴彼此之間不熟悉感到困擾。沒有

任何一組提到座位和秩序的問題。學生在第一次課堂進行分享之後，各組便常在日誌裡提到對分享的看法，也表達希望老師能給他勇氣和機會上臺分享，學生在小組日誌裡提到「老師用分組方式，可以讓我們討論，聽到更多不同答案，很好！」，學生表示常在對於如何解釋的困惑中，聽到同學的分享而有一種豁然開朗的收穫感。研究者也從日誌中發現，小組組員程度落差大的，對於課程參與感的喜悅及期待較低，主要都是程度好的同學在主導討論活動及分享活動，程度差的同學只能被動性的配合，而程度好的同學也常在討論時間，轉頭和別組程度相當的同學討論；小組組員程度落差小的，對於課程參與感的喜悅及期待較高。



## 第五章 結論與建議

本研究以國小畢業正要升上國中的國中七年級新生為研究對象，課程內容主要是針對學生的除法觀念、運算能力加強及除法迷思概念澄清進行十二堂課的教學，以不同的合作學習法進行準實驗研究，並藉由合適的前測、後測、密度測驗來評量學生的學習成效，以了解不同的合作學習法對學生的學習成效影響或改變情形。在本章節中將針對研究的發現做綜合討論提出結論，同時提出未來延伸研究或相關研究及教學的建議以供參考。

### 5.1 研究結論

本節依據研究問題及實驗分析結果所歸納出的結論及發現，就以下三部份進行探討，第一部份探討學生在小數除法中常見的錯誤運算；第二部份探討接受不同合作學習法課程學習後的學習成效；第三部份探討學生對不同合作學習法課程學習後的學習滿意度。

#### 一、學生在小數除法中常見的錯誤

以下為研究者針對 398 份 20 題除法試卷學生常見的除法運算錯誤所作的歸納整理：

- (一) 習慣大數目除以小數目。
- (二) 小數位數去錯，有的是將被除數去小數點之後在除數多補一個 0，有的是看除數、被除數的小數位數一樣多，便直接將小數點去掉，沒有考慮位數大小的問題。
- (三) 不會加小數點，學生直接將小數的除法當成整數除法運算，沒有小數點的觀念。
- (四) 不會去小數點，擁有小數的觀念，但在運算中，不知如何處理小數點，有

的直接當成整數除法運算，有的則是毫無頭緒地憑感覺處理。

- (五) 學生沒有將數字或位數對齊的習慣，造成商數錯誤。
- (六) 乘法有誤，除法需運用到乘法，乘法不熟練或是乘法錯誤，商數便不正確。
- (七) 除數、被除數搞不清楚，學生很明顯將除數、被除數的意義混淆，以為除號前面為除數，除號後面為被除數。
- (八) 商數多補或少一個零，看到小數就頭痛，對於 0 的敏感度不夠，不知道如何補 0，運算過程補 0，商數卻沒跟著一起補 0。
- (九) 未將商數的小數點放在正確位置，除數和被除數都懂得去小數點，但卻不知商數的小數點應該擺置在哪一個位置。
- (十) 除法算到個位數，直接寫餘數，不會想再算下去，學生仍停留在正整數除法的想法階段，並不會想利用小數的觀念繼續運算。
- (十一) 在橫式除法轉換為直式除法的過程中，常將數值寫錯。
- (十二) 不會取適當的商數，一開始的商數不知道如何取，或是取錯方向，對接下來的運算形成很大的障礙。
- (十三) 運算正確，卻在寫答案時，產生筆誤。
- (十四) 忽略小數點。
- (十五) 除數去了小數點，直接在被除數後面補 0，沒有考慮被除數的小數點

## 二、接受不同合作學習法課程學習後的學習成效

- (一) 無論是實驗組或對照組，在進行合作學習法的課程之後，兩組學生的整體學習成效在後測及密度測驗上都較前測有顯著的進步(顯著性皆是  $p=.000 < 0.05$ )。可推論兩種不同合作學習法進行之後都可提升學生的除法學習成效，並在密度運算達到正向學習遷移。但在進步分數成績的表現為實施思考分組分享法 (TPS) 的學生優於學生小組成就區分法 (STAD) 的學生 (顯著性  $p=.011 < 0.05$ )。
- (二) 低成就組的學生無論是在對照組或實驗組變異係數都很大，在進行不同合作學習之後，學習成效都達顯著差異，顯示兩種合作學習法都能提升低成

就組學生的除法學習成效及密度計算正向學習遷移效應，但實驗組低成就組學生的變異係數減少（降低 10.2%），顯示思考分組分享法可減少低成就組離散現象。實驗組的高成就學生在前測—後測成績有顯著差異存在（顯著性  $p=.023 < 0.05$ ），對照組高成就學生則無顯著差異。所以推論思考分組分享法有助於高成就組的學生提升學習成效。

（三）實驗組、對照組的高成就、中成就、低成就學生在前測、後測、密度測驗的平均分數都有些微差距，但皆無顯著差異存在（顯著性皆高於 0.05），而在進步分數的表現，低成就組的顯著性  $p=.002 < 0.05$ ，有顯著性差異，實驗組的低成就學生進步成績高於對照組低成就學生，可推論思考分組分享法的低成就學生進步表現較佳。

### 三、探討學生對不同合作學習法課程學習後的學習滿意度

（一）在「數學學習的自我認知感」問卷量表的總分成績來看，顯著性  $p=.053 > 0.05$ ，並未達顯著差異，所以實驗組和對照組的學生在合作學習法進行前對「數學學習的自我認知感」，並無差異存在。代表兩組學生對自己數學能力的認知、數學學習態度的認知有一致性。

（二）由「課程滿意度」，回饋單問卷量表的總分成績來看，顯著性  $p=.026 < 0.05$ ，達到顯著差異，代表以思考分組分享法學習的學生對整個課程滿意度較高。

## 5.2 研究建議

本節將根據以上結論、教師觀察日記及學生學習日記提出以下建議，希望能提供參考給教師教學或是延伸研究者。

- 一、若以 STAD 合作法進行學習，盡量能在專科教室進行以減少排座位困擾，妥善安排每個學生的位置，讓學生能方便面對黑板或是電子白板。
- 二、合作學習法的分組，除了以成績為分組依據以外，若能將學生人格特質列為

考量原因之一，或許可讓學生更能熱衷討論，提升合作學習的成效。

三、STAD 合作學習法可參考 TPS 合作學習法的模式，讓分享取代小考，學生可在聆聽分享的過程中學得更多不同面向的知識及技能。

四、並非每位學生都喜歡合作學習法，也並非所有的課程都適合合作學習法，採用合作學習法的課程若是每一組都有學生具備完整的先備知識，才有學生可帶領討論。對於不喜歡合作學習法且不參與討論的學生，教師需適時給予開導或是讓其個別化教學。

五、在合作學習法進行過程中，教師須掌控好班級秩序，秩序良好才不會影響學生學習。

六、在不影響教學進度的情況下，課程的再次學習，有助於學生澄清迷思觀念，對高成就學生是一種再複習，對中成就學生是一種再加強，對低成就學生則是一種補救教學。

七、並非每個小組在學習過程都有良好的合作學習技巧和互助合作的精神，以至於影響學習成效中，可先給予學生完整的合作學習技巧訓練，再進行課程實施。

## 參考文獻

- 楊肅棟 (2001)。學校、教師、家長與學生特質對原漢學業成就的影響--以台東縣國小為例。臺灣教育社會學研究, 1 (1), 209-247。
- 許崇憲 (2002)。家庭背景因素與子女學業成就之關係：臺灣樣本的後設分析。中正教育, 1 (2), 25-62。
- 康軒 101 學年度國中自然與生活科技領域教科書 (2012)。新北市, 康軒文教。
- 謝青龍 (1995)。從「迷思概念」到「另有架構」的概念改變。科學教育學刊, 180, 23-29。
- 陳銜逸、劉好、林原宏、易正明、游自達、施淑娟、謝閩如、陳靜姿 (2010)。數學教材教法。臺北, 五南。
- 戴政吉 (2001)。國小四年級學生長度與面積迷思概念之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文, 未出版, 屏東市。
- 鍾勝校 (1994)。對科學教育錯誤概念研究之省思。教育研究資訊, 2(3), 89-110。
- 詹勳國、李震甌、莊蕙元、戴政吉、侯美玲 (譯) (2004)。數學的學習與教學-六歲到十八歲 (原作者: Marilyn Nickson)。台北市, 心理出版社。(原著出版年: 2000)
- 劉曼麗 (1998)。國小數學教學實踐課程開發研究—小數認識及加減部分。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC87-2511-S-153-011)。屏東, 國立屏東師範學院。
- 劉曼麗 (2002)。臺灣地區國小學童小數概念研究 (II): 國小學童「小數與小數運算」概念量測工具發展研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC90-2521-S-153-003)。屏東, 國立屏東師範學院。
- 陳永峰 (1998)。國小六年級學童小數知識之研究。國立屏東師範學院國民教育研究所碩士論文, 未出版, 屏東市。

- 潘耀圭 (1982)。國民小學中、高年級數學科計算能力分析研究。國民學校教師研習會。
- 吳昭容 (1996)。先前知識對國小學童小數概念學習之影響。國立台灣大學博士論文，未出版，台北市。
- 郭孟儒 (2002)。國小五年級學童小數迷思概念及其成因之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東市。
- 艾如昀 (1994)。國小學生處理小數的歷程與困難。國立中正大學心理研究所碩士論文，未出版，嘉義縣。
- 吳信輝 (2005)。整數概念與計算。載於臺灣心理學會、教育心理學組合著，我可以學得更好，頁 155-182。台北市：心理出版社。
- 劉曼麗、侯淑芬 (2007)。小數乘法的學與教。科學教育月刊，297，37-44。
- 劉曼麗、侯淑芬 (2008)。小數除法的學與教。科學教育月刊，314，27-3
- 何琦瑜、賓靜蓀、張瀨文 (2012)。搶救「無動力世代」。親子天下，33，136-143。
- 李咏吟 (1990)。改進國中低成就學生學習技巧之團體輔導模式。彰化師範大學輔導學報，13，53-77。
- 張新仁 (2001)。實施補救教學之課程與教學設計。國立高雄師範大學教育學系，教育學刊。17，85-106。
- 張新仁 (2000)。補救教學面面觀，載於邱上真等主編：補救教學與實務，1-40。高雄市，國立高雄師大特教中心。
- 李宏基 (2010)。互動式電子白板應用於國小五年級面積補救教學之研究，國立屏東教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東市。
- 教育部 (2013)。補救教學作業要點。台北市，教育部。
- 國立臺灣師範大學心理與教育測驗研究發展中心 (2012)。103 年國中教育會考問與答。台北市，臺師大心測中心。
- 教育部 (2012)。教育部十二年國民基本教育宣導手冊。台北市，教育部。
- 邱孟德、鍾靜 (2010)。運用問題導向學習於數學成就—低落學生之補救教學。



- 載於鍾靜主編，問題導向學習與數學教師專業成長，頁 275—294，國立臺北教育大學。
- 丁凡譯（1998）。因才施教：開啟多元智慧，破除學習困難的迷思。（原作者：Armstrong, Thomas）。台北市，遠流出版。（原著出版年：1987）
- 梁彩玲（2002）。從九年一貫課程談溝通式教學法。白沙人文社會學報，1，143—166。
- 吳木崑（2009）。杜威經驗哲學對課程與教學之啟示。臺北市立教育大學學報，40（1），35-54。
- 康軒文教（2012）。康軒教育專刊第一期，新北市，康軒文教。
- 黃政傑、林佩璇（1996）。合作學習。台北市，五南圖書出版公司。
- 鄭心惠（2000）。合作學習環境中學生分組模式之研究。國立交通大學資訊科學研究所碩士論文，未出版，新竹市。
- 王岱伊（2002）。小組合作學習策略之研究。國立交通大學資訊科學研究所碩士論文，未出版，新竹市。
- 溫士亘（2011）。影響新竹市國中教師使用合作學習因素之探討。國立交通大學理學院應用科技學程研究所碩士論文，未出版，新竹市。
- 陳映含（2011）。發展解題能力數學模式之設計與實驗-以國小四年級數學科補救教學為例。載於鍾靜主編，數學領域輔導團永續經營論文集分享與傳承。國立台北教育大學
- Otto, W. McMenemy, R. A., & Smith, R. J. (1973) Corrective and remedial teaching. Boston: Houghton Mifflin.
- Mazur, E. (1997). Peer instruction: A user's manual. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- E. Dale, Audiovisual Methods in Teaching, 1969, NY: Dryden Press.
- Slavin, R. E. (1995). Cooperative learning: theory, research, practice. Second edition. Boston: Allyn and Bacon.

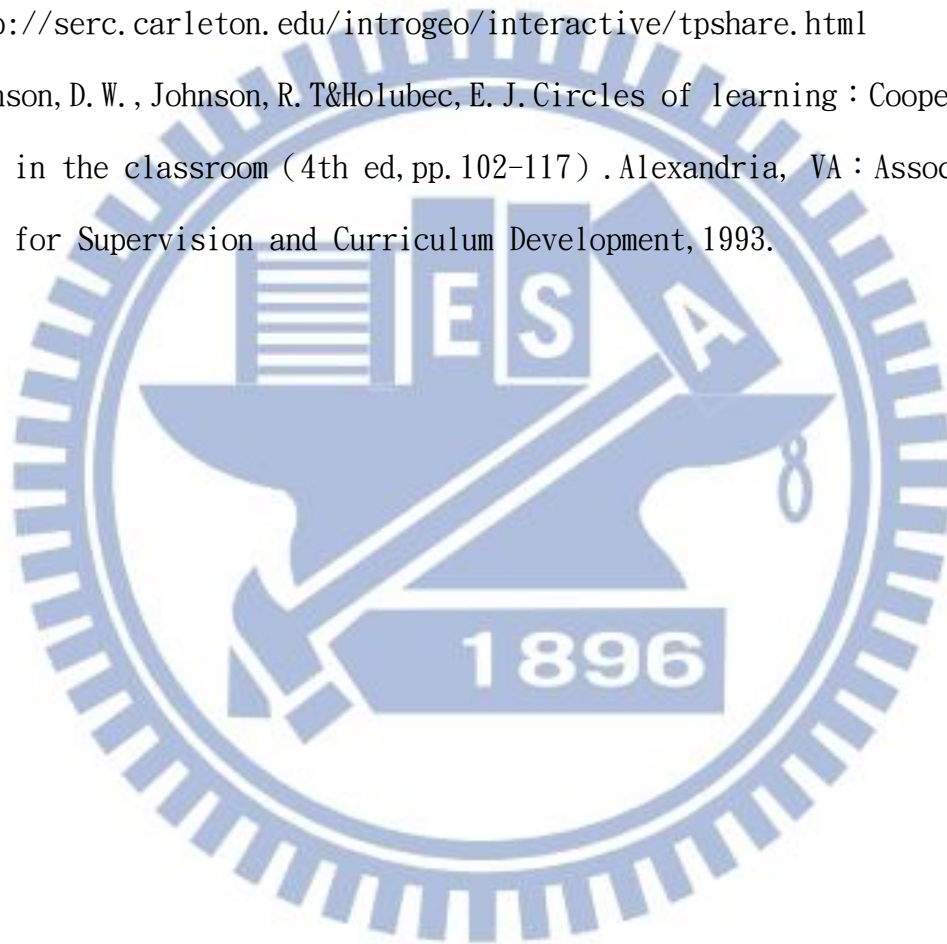
Slavin, R. E. Cooperation learning. Celin Rogers : The social psychology of the primary school. New York : KKY, 1990

Slavin, R. E. Synthesis of research on cooperative learning. Educational Leadership, 48(5), 71-82, 1991

Lyman, F. , 1987, Think-Pair-Share: An expanding teaching technique: MAA-CIE Cooperative News, v. 1, p. 1-2.

<http://serc.carleton.edu/introgeo/interactive/tpshare.html>

Johnson, D. W. , Johnson, R. T&Holubec, E. J. Circles of learning : Cooperation in the classroom (4th ed, pp. 102-117) . Alexandria, VA : Association for Supervision and Curriculum Development, 1993.



## 附錄一、學生學習態度問卷(認知感)

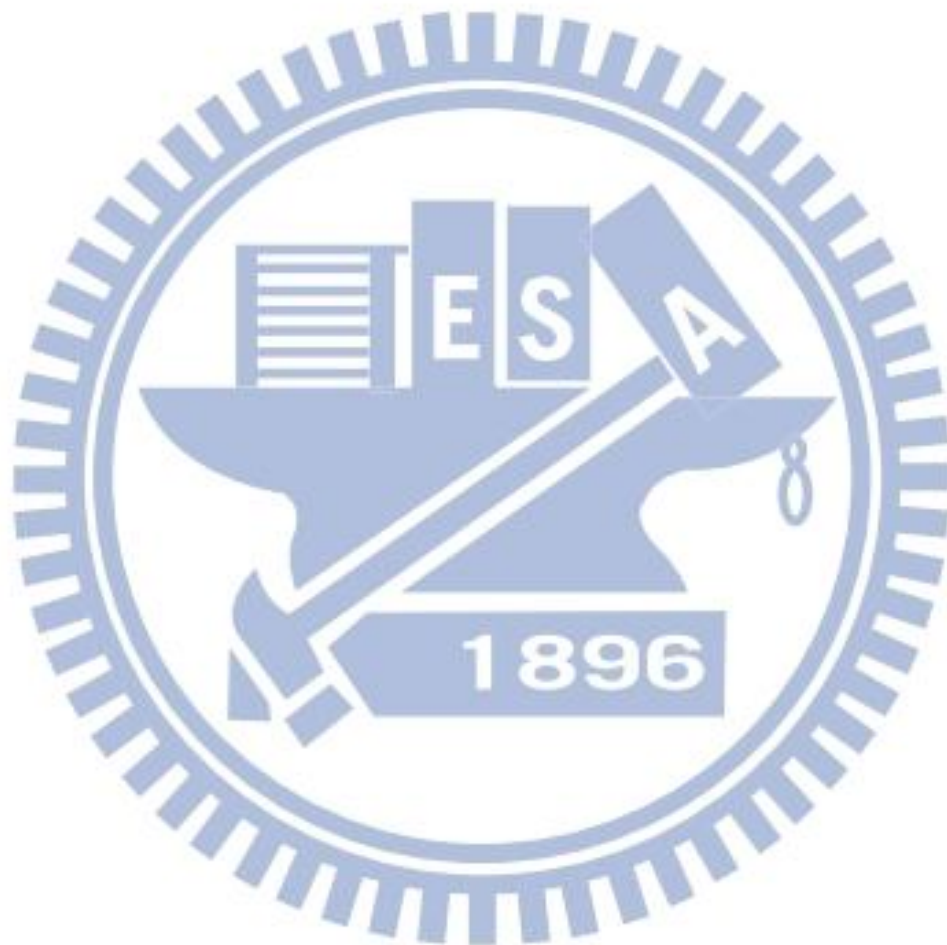
班級：
姓名：

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 畢業國小：\_\_\_\_\_

以下問卷是為瞭解同學們對自己數學基礎運算的認知感，請同學看完每一題敘述之後，根據自己的想法選擇適合的回答，在  內打勾。若有疑問，可舉手問老師。

對數學科學習態度的敘述	同意	非常	同意	沒意見	不同意	非常不同意
<b>A 部份 基礎運算能力</b>						
1.我認為我的加法計算能力不錯	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.我認為我的減法計算能力不錯	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.我認為我的乘法計算能力不錯	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.我認為我的除法計算能力不錯	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.我認為我的數學小數計算能力不錯	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.我相信我可以靠自己解決數學問題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.簡單或困難數學內容，我都有把握學會	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>B 部份 數學學習態度</b>						
1.我只做簡單的數學題目，碰到困難的數學題目，我會想直接放棄	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.在寫數學作業時，我會直接問別人	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.數學對我來說是有困難的	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.我看到數學題目就感到心情不好	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.除了數學考試以外，我很少主動算數學題目	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.數學答案有錯時，我覺得沒有必要了解寫錯的原因	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.學習數學觀念不懂時，我會想辦法去理解	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.數學答案有錯時，我會努力了解寫錯原因	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.我會主動積極去算數學題目	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>C 部份 學習數學意義</b>						
1.我認為數學在日常生活中會用到，所以很重要	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.我認為學數學可以幫助思考，所以很重要	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.我認為學數學的過程能學到解決問題的方法，所以很重要的	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.我認為學數學只是為了應付學校考試	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>D 部份 成就感</b>						

1.做題目產生的自信會讓我覺得很有成就感	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.解決一個數學問題會讓我覺得很有成就感	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.我的數學解法被老師認同時會讓我覺得很有成就感	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.我願意參與數學課，因為我感到數學內容有趣、有挑戰性	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



## 附錄二、學生學習態度問卷(回饋卷)

班級：

姓名：

以下問卷是為了瞭解同學們在上完課之後對數學科課程的學習滿意度，請同學看完每一題敘述之後，根據自己的想法選擇適合的回答，在  內打勾。若有疑問，可舉手問老師喔。

對數學科學習態度的敘述	同意	非常同意	不同意	沒意見	不同意	非常不同意
<b>E 部份學習意願</b>						
1.此次數學課程上課，讓我感到無趣	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.此次數學課程結束與傳統教師講課一般，我的學習意願並無改變	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.此次數學課程與傳統教師講課一般，課程內容並無增加我的學習意願	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>F 部份學習滿意度</b>						
1.此次數學課程結束後，讓我對數學除法的内容獲得較充分的了解	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.此次數學課程，對提高我的數學除法專業知識有幫助	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.如果數學觀念複習加強方式，可選擇合作學習與傳統教師上課兩種方式，我會選擇合作學習方式進行	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>G 部份學習成效</b>						
1.整體而言，我覺得參加此次數學課程後，我對數學除法不足的部分有達到加強效果	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.此次數學課程結束後，我有信心我的除法計算能力會更精熟	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.整體而言，此次數學課程結束後，我感到有收穫	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>H 部份合作學習</b>						
1.我覺得分組合作學習有助於學習數學	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.我覺得我們這一組組員人數剛好	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.我覺得我和我的組員們有互相協助達到學習效果	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.我覺得我可以和我的組員在討論中學習數學	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.我喜歡和同學討論	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### E 部分、其他

1. 在這三週課程中，我覺得最大的收穫及建議是...

---



---

### 附錄三、除法前測卷

(1) $903 \div 7$	(11) $12.5 \div 50$
(2) $5 \div 62.5$	(12) $98 \div 14$
(3) $162.5 \div 5$	(13) $8 \div 128$
(4) $276 \div 12$	(14) $396 \div 3.6$
(5) $18 \div 72$	(15) $942.5 \div 72.5$
(6) $2.9 \div 14.5$	(16) $67 \div 335$
(7) $40640 \div 80000$	(17) $3.369 \div 1.123$
(8) $0.0004 \div 0.0032$	(18) $3702 \div 1234$
(9) $35900 \div 200$	(19) $0.0291 \div 0.097$
(10) $28.016 \div 0.0008$	(20) $6000 \div 50000$

附錄四、除法後測卷

班級：

姓名：

(1) $765 \div 3 =$	(11) $17.5 \div 70 =$
(2) $8 \div 64 =$	(12) $532 \div 14 =$
(3) $69.6 \div 12 =$	(13) $75 \div 300 =$
(4) $1152 \div 160 =$	(14) $3876 \div 10.2 =$
(5) $9 \div 36 =$	(15) $8450.1 \div 1.23 =$
(6) $3.1 \div 15.5 =$	(16) $35 \div 175 =$
(7) $812 \div 4000 =$	(17) $12.816 \div 2.136 =$
(8) $0.3069 \div 0.31 =$	(18) $6792 \div 1132 =$
(9) $63900 \div 500 =$	(19) $0.0008 \div 0.0016 =$
(10) $14.0441 \div 0.0007 =$	(20) $2570 \div 2000 =$

附錄五、求下列各物質的密度（請以小數表示）

班級：

姓名：

(1) 質量 196g，體積 200 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(11) 質量 10.32g，體積 0.3 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(2) 質量 1600g，體積 250 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(12) 質量 15.3g，體積 1.7 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(3) 質量 216g，體積 18 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(13) 質量 3.69g，體積 123 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(4) 質量 289g，體積 17 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(14) 質量 2.91g，體積 9.7 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(5) 質量 34.3g，體積 7 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(15) 質量 28.032g，體積 0.016 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(6) 質量 10g，體積 80 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(16) 質量 67.2g，體積 0.12 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(7) 質量 28g，體積 0.7 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(17) 質量 2.829g，體積 4.1 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(8) 質量 198g，體積 9 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(18) 質量 0.325g，體積 0.25 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(9) 質量 50g，體積 100 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(19) 質量 28.5g，體積 1.9 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>
(10) 質量 165g，體積 250 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>	(20) 質量 320g，體積 2.5 cm <sup>3</sup> ，密度 = _____ g/cm <sup>3</sup>



## 附錄六、施測題目中學生的錯誤類型

一、不會小數目除以大數目，習慣以大數目除以小數目。

例如：(一)  $8 \div 128 = 16$

(二)  $18 \div 72 = 4$

二、小數位數去錯，有的是將被除數去小數點之後在除數多補一個0，有的是看除數、被除數的小數位數一樣多，便直接將小數點去掉，沒有考慮位數大小的問題。

例如：(一)  $162.5 \div 5 = 3.25$

(二)  $0.0004 \div 0.0032 = 0.0125$

三、不會加小數點，學生直接將小數的除法當成整數除法運算，沒有小數點的觀念。例如：(一)  $35900 \div 200 = 1795$  (二)  $67 \div 335 = 2$

四、不會去小數點，擁有小數的觀念，但在運算中，不知如何處理小數點，有的直接當成整數除法運算，有的則是毫無頭緒地憑感覺處理。

例如：(一)  $0.0291 \div 0.097 = 3$

(二)  $0.0004 \div 0.0032 = 0.00012$

$$\textcircled{19} 0.0291 \div 0.097 = 3$$

$$\textcircled{8} 0.0004 \div 0.0032 = 0.0012$$

五、沒對齊，學生沒有將數字或位數對齊的習慣，造成商數錯誤。

例如：(一)  $903 \div 7 = 12.9$  (二)  $40640 \div 80000 = 0.58$

$$\textcircled{1} 903 \div 7 = 12.9$$

$$\textcircled{1} 40640 \div 80000 = 0.58$$

六、乘法有誤，除法需運用到乘法，乘法不熟練或是乘法錯誤，商數便不正確。

例如：(一)  $903 \div 7 = 127$  (二)  $28.016 \div 0.0008 = 45020$

$$\textcircled{1} 903 \div 7 = 127$$

$$\textcircled{19} 28.016 \div 0.0008 = 45020$$

七、除數被除數搞不清楚，學生很明顯的除數、被除數的意義混淆，以為除號前面為除數，除號後面為被除數。例如：

(一)  $3.369 \div 1.123 = 0.33$  (二)  $396 \div 3.6 = 0.0909$

$$\textcircled{17} 3.369 \div 1.123 = 0.33$$

$$\textcircled{4} 396 \div 3.6 = 0.0909$$

八、商數多補或少一個零，看到小數就頭痛，對於0的敏感度不夠，不知道如何補0，運算過程補0，商數卻沒跟著一起補0。例如：

(一)  $40640 \div 80000 = 0.5008$  (二)  $40640 \div 80000 = 0.58$

九、未將商數的小數點放在正確位置，除數和被除數都懂得去小數點，但確不知商數的小數點應該擺置在哪一個位置。例如：

(一)  $3.369 \div 1.123 = 0.003$

(二)  $5 \div 62.5 = 0.008$

十、算到個位數自動停止，學生仍停離在原始正數除法的想法階段，並不會想利用小數的觀念繼續運算。除法算到個位數，直接寫餘數，不會想再算下去。

例如：(一)  $35900 \div 200 = 178$  餘 100

(二)  $3702 \div 1234 = 3$  餘 400

十一、題目抄錯，主要是不夠細心造成，在橫式除法轉換為直式除法的過程中，常將數值寫錯。例如：

(一)  $28.016 \div 0.0008 = 3520$

(二)  $0.0004 \div 0.0032 = 1.25$

十二、不會取適當的商數，一開始的商數不知道如何取，或是取錯方向，將會對接下來的運算形成很大的障礙。例如：

(一)  $35900 \div 200 = 279.5$

(二)  $162.5 \div 5 = 35.5$

$$\textcircled{1} 35900 \div 200 = 299.5$$

$$\textcircled{3} 162.5 \div 5 = 35.6$$

十三、運算正確，卻在寫答案時，產生筆誤，主要是學生的細心度不夠。例如：

(一)  $3.369 \div 1.123 = 0.3$

$$\textcircled{17} 3.369 \div 1.123$$

十四、忽略小數點。例如：

(一)  $396 \div 3.6 = 11$

$$\textcircled{4} 396 \div 3.6$$

$$= 396 \div 36$$

$$= 11$$

十五、除數去了小數點，直接在被除數後面補0，沒有考慮被除數的小數點。例

如：(一)  $2.9 \div 14.5 = 2$

$$\textcircled{6} 2.9 \div 14.5$$

## 附錄七、學生除法高層次解題類型實例

一、會先利用分數觀念先化簡，再進行除法計算。

$$\textcircled{13} \quad 8 \div 128$$

Handwritten student work for  $8 \div 128$ . The student shows a long division process where 128 goes into 1000 (from 10000) 7 times, with a remainder of 80. The final answer is 0.0625, which is written above the division line. There are red checkmarks and a red line through the work.

$$\textcircled{12} \quad 98 \div 14$$

Handwritten student work for  $98 \div 14$ . The student shows a simple division where 14 goes into 98 exactly 7 times. The answer is written as "Ans: 7" with a red checkmark.

二、利用分數觀念化簡，再將分母擴分為 100，即可從分子看出答案。

$$\textcircled{5} \quad 18 \div 72 = \frac{18}{72} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25$$

Handwritten student work for  $18 \div 72$ . The student simplifies the fraction  $\frac{18}{72}$  to  $\frac{2}{8}$ , then to  $\frac{1}{4}$ , and finally to  $\frac{25}{100} = 0.25$ . There are red checkmarks.

$$\textcircled{3} \quad 162.5 \div 5 = \frac{1625}{50} = \frac{3250}{100} = 32.5$$

Handwritten student work for  $162.5 \div 5$ . The student converts 162.5 to  $\frac{1625}{10}$  and divides by 5 to get  $\frac{325}{10}$ , which is then converted to  $\frac{3250}{100} = 32.5$ . There are red checkmarks.

