

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

部分感測器量測下辨識剪力

構架結構之破壞位置

Identifying Damage Locations of Shear Building
Structures Under Sparse Sensors

研究生：黃智嵩

指導教授：洪士林 博士

中華民國 一〇三年七月

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

部分感測器量測下辨識剪力



研究生：黃智嵩

指導教授：洪士林 博士

中華民國 一〇三年七月

部分感測器量測下辨識剪力構架結構之破壞位置

Identifying Damage Locations of Shear Building

Structures Under Sparse Sensors

研究 生：黃智嵩

Student : Chih-Sung Huang

指 導 教 授：洪士林

Advisor : Dr. Shih-Lin Hung

國 立 交 通 大 學

土 木 工 程 系

碩 士 論 文

Submitted to Department of Civil Engineering

College of Engineering 8

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Civil Engineering

July 2014

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇三年七月

部分感測器量測下辨識剪力構架結構之破壞位置

研究生：黃智嵩

指導教授：洪士林 博士

國立交通大學土木工程學系碩士班

摘要

結構物會因材料老化或受外力作用而產生損壞，所以一套不斷監測結構物健康狀況的系統是有其必要性。結構健康監測在土木工程中逐漸受到重視，而破壞位置辨識為結構健康監測重要的一環。大部分破壞位置辨識均需利用模態資訊，因此需要在所有的自由度上安裝感測器。但因為成本與安裝位置限制的關係，在現實中通常只使用少數感測器。此時就必須使用模態擴展技術來得到每個自由度上的模態資訊，舊有的模態擴展技術需要利用結構參數來進行，因為結構參數的改變對擴展結果有所影響。故本研究利用雲線擬合來擴展，達到不需要任何結構參數的擴展方法。利用 matlab 軟體建造數值模型，模型均為剪力構件。運用少量模態資訊進行雲線擬合，配合虛擬樓層策略與線搜尋來增加模態的精確度，再透過有效質量與雲線擬合精度來決定感測器數目。擴展結果由 MAC(Modal Accuracy Criteria)來比較。研究結果顯示當結構參數差越多時，本論文提出的雲線擴展方法在低頻模態下效果較佳，且當結構參數變異性不大時擴展結果越好。再來利用雲線擬合的擴展結果進行破壞位置辨識以達到僅需要部分感測器量測下辨識結構之破壞位置，在感測器誤差在萬分之一的狀況與結構參數變異性不大下，破壞位置辨識具有高可信度。

關鍵字：結構健康監測系統、破壞位置辨識、模態擴展、少量感測器

Identifying Damage Locations of Shear Building Structures Under Sparse Sensors

Student : Chih-Sung Huang

Advisor : Dr. Shih-Lin Hung

Department of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

Structures may be damaged due to ageing of material or by external force. It is necessary to acquire accurate and real-time information on the structure condition. For this purpose, structure health monitoring (SHM) for civil engineering has received considerable attention. Identify damage locations is one important research of structure health monitoring. Many damage detection method has been developed in last decade. Most of damage detection method use complete mode shapes information. In practical cases, we often use sparse sensors because of the high cost of sensor. Mode shape expansion techniques deal with these condition in order to acquire all degrees of freedom's mode shape information. But traditional expansion techniques can't expand well due to the change of structure parameter. This study use spline curve-fitting to expand mode shape information without using any structure parameter. Use pseudo story strategy and line search strategy to improve expanded mode shape information accuracy. Then use expanded mode shape information on damage detection. This study use matlab to simulate shear building structure. The result show that the expansion method of this study is better than traditional expansion method in lower mode. Also, this study identify damage locations successfully in the absence of sensor error.

Keywords: structural health monitoring (SHM), damage detection, modal expansion,

sparse sensors

誌謝

在研究的歷程中，最要感謝的是我的指導教授洪士林老師，這二年來的指導和教誨，在我研究出現瓶頸和迷惘時為我指點迷津，使我在口試時更加順利。再來感謝黃炯憲老師、林昌佑老師和詹君治學長於課餘時間撥冗參加學生的口試，並給予許多寶貴的意見，使我的論文更加完整，在此也謝謝老師們的指導。

感謝大學長這二年來，不論是在簡報製作、專業知識和研究態度，給我很大的幫助，並且在準備論文與口試期間，花了許多時間閱讀並修改我的論文，同時也指出了許多缺失，無論在專業知識與待人處事上，都讓我獲益良多，在此致上深深的謝意。

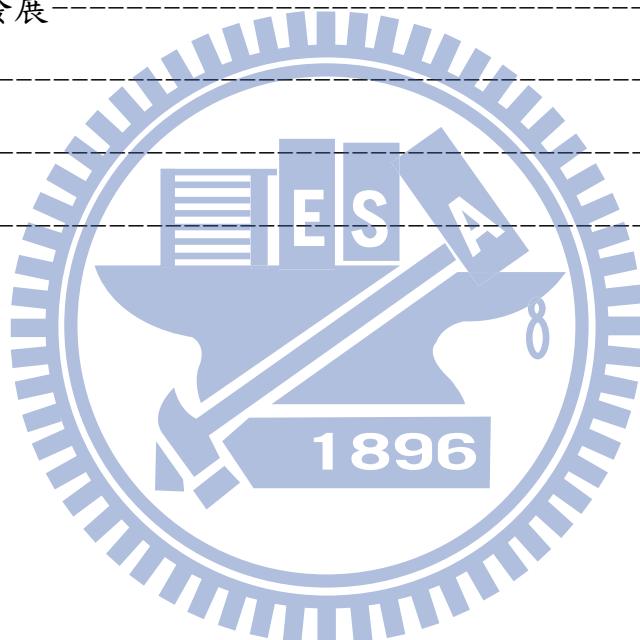
感謝子陽學長、銘澤學長、錦鴻學長、義洋學長、奇霖學長在課業和論文方面給予的協助和建議，使我在面臨困難之時，提供意見與鼓勵。感謝研究所同窗好友君廷、允璿、建文和瑋桓也在我需要幫忙時，不管是生活、課業、程式、研究、論文方面給予的協助。提供相關資訊供我參考。

最後，將本論文獻給我的父母，因為你們的教導、奉獻、鼓勵與支持，給與我最大的動力，使得我能專心致力於我的研究上，並且順利的畢業，一路走來受到許多人的幫助，在這鄭重的感謝所有曾經幫助過我的人。

目錄

摘要	I
Abstract	II
誌謝	III
目錄	IV
圖目錄	VI
表目錄	VIII
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機	5
1.3 研究目的	5
1.4 研究步驟	6
1.5 論文架構	6
第二章 文獻回顧	7
2.1 模態擴展	7
2.1.1 Guyan expansion	8
2.1.2 IRS expansion	9
2.2 感測器最佳化配置	10
2.3 模態參與因子	13
2.4 模態確認指標	14
2.5 破壞檢測	15
第三章 研究方法	17
3.1 雲線擬合法	17
3.2 虛擬樓層策略	19

3.3 線搜尋策略-----	20
3.4 破壞位置檢測方法-----	21
第四章 結果分析與探討-----	24
4.1 建立模型-----	25
4.2 模態擴展-----	30
4.3 破壞位置辨識-----	33
第五章 結論與未來發展-----	36
5.1 結論-----	36
5.2 未來發展-----	37
參考文獻-----	38
附圖-----	40
附表-----	54



圖目錄

圖4-1、十個自由度懸臂梁模型-----	25
圖4-2、七層樓剪力構架模型-----	28
圖3-1、雲線擬合流程圖-----	40
圖3-2、破壞位置辨識流程圖-----	41
圖4-3、模型1-1、第一模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	42
圖4-4、模型1-1、第二模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	42
圖4-5、模型1-1、第三模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	43
圖4-6、模型1-1、第一模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	43
圖4-7、模型1-1、第二模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	44
圖4-8、模型1-1、第三模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	44
圖4-9、模型1-1、第一模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	45
圖4-10、模型1-1、第二模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	45
圖4-11、模型1-1、第三模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	46

圖4-12、模型2-1、第一模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	46
圖4-13、模型2-1、第二模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	47
圖4-14、模型2-1、第三模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	47
圖4-15、模型2-1、第一模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	48
圖4-16、模型2-1、第二模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	48
圖4-17、模型2-1、第三模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	49
圖4-18、模型2-1、第一模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	49
圖4-19、模型2-1、第二模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	50
圖4-20、模型2-1、第三模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果-----	50
圖4-21、模型1-1、不同破壞程度不同、3th破壞基底模態差異函數--	51
圖4-22、模型1-1、不同破壞程度不同、5th破壞基底模態差異函數--	51
圖4-23、模型1-1、不同破壞程度不同、8th破壞基底模態差異函數--	52
圖4-24、模型2-1、不同破壞程度不同、3th破壞基底模態差異函數--	52
圖4-25、模型2-1、不同破壞程度不同、5th破壞基底模態差異函數--	53
圖4-26、模型2-1、不同破壞程度不同、7th破壞基底模態差異函數--	53

表目錄

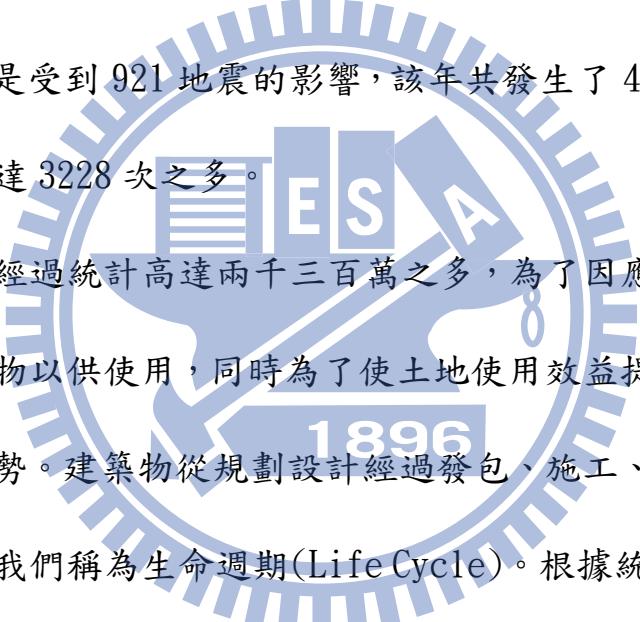
表4-1、十個自由度懸臂梁有效質量-----	26
表4-2、十個自由度懸臂梁質量矩陣-----	26
表4-3、十個自由度懸臂梁勁度矩陣-----	26
表4-4、十個自由度懸臂梁模態資訊-----	27
表4-5、七層樓剪力構架有效質量-----	29
表4-6、七層樓剪力構架質量矩陣-----	29
表4-7、七層樓剪力構架質量矩陣-----	29
表4-8、七層樓剪力構架質量矩陣-----	29
表 4-9、模型 1-1，不同感測器數量 EFI 擺放與平均擺放擬合結果--	54
表 4-10、模型 2-1，不同感測器數量 EFI 擺放與平均擺放擬合結果--	54
表4-11、模型1-1，平均擺放法、不同感測器數量、加入虛擬樓層策略的差別-----	55
表4-12、模型2-1，平均擺放法、不同感測器數量、加入虛擬樓層策略的差別-----	55
表4-13、模型1、不同擴展方法所產生的模態、模型1-1當設計結構參數-----	56
表4-14、模型2、不同擴展方法所產生的模態、模型2-1當設計結構參數-----	57
表4-15、模型1-1、模擬單樓層破壞10%時基底擬合模態差異矩陣---	58
表4-16、模型2-1、模擬單樓層破壞10%時基底擬合模態差異矩陣---	58
表4-17、模型1-2、模擬單樓層破壞15%時破壞指標-----	59
表4-18、模型1-2、模擬單樓層破壞20%時破壞指標-----	59
表4-19、模型1-3、模擬單樓層破壞15%時破壞指標-----	60

表4-20、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標-----	60
表4-21、模型2-2、模擬單樓層破壞15%時破壞指標-----	61
表4-21、模型2-2、模擬單樓層破壞20%時破壞指標-----	61
表4-21、模型2-3、模擬單樓層破壞15%時破壞指標-----	62
表4-21、模型2-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標-----	62
表4-25、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標、感測器亂數誤差 1%-----	63
表4-25、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標、感測器亂數誤差 0.1%-----	63
表4-25、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標、感測器亂數誤差 0.02%-----	64
表4-25、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標、感測器亂數誤差 0.02%-----	64

第一章 緒論

1.1 研究背景

台灣位於歐亞大陸板塊與菲律賓海板塊之交界處，屬於一個多地震的國家。根據中央氣象局 2001~2012 年的地震資料統計，台灣地區平均每年約發生 22000 次地震，其中約有 500 次為有感地震，而過去一百年中規模大於 7 的地震共有 39 次。地震發生次數最多的一年在 1999 年，主要是受到 921 地震的影響，該年共發生了 49919 次地震，其中有感地震達 3228 次之多。



台灣人口經過統計高達兩千三百萬之多，為了因應人口需求，建造了許多建築物以供使用，同時為了使土地使用效益提高，建築物有逐漸增高的趨勢。建築物從規劃設計經過發包、施工、營運、維護到拆除廢棄階段我們稱為生命週期(Life Cycle)。根據統計一棟建築物平均生命週期為 30 年，此時可以換算一棟建築物在生命週期中會遭遇到高達 60 萬次地震。建築物受到地震的影響而產生大小不同的損壞，甚至影響其結構安全性。為了預防建築物損壞造成重大的生命及財產上的損失，此時我們就需要一套完整的結構健康監測(Structural Health Monitoring)來評估建築物的健康狀況。

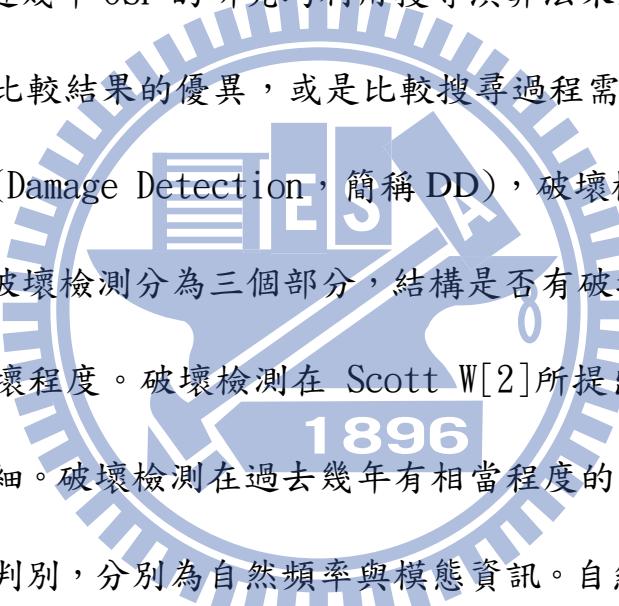
結構健康監測(Structural Health Monitoring，簡稱 SHM)是一種

檢測結構物狀態的監測概念。這概念下有許多研究方向，例如：感測器設計、感測器最佳化佈置、破壞檢測…等，不同的研究分別處理不同的問題。

感測器設計(Sensor)，感測器有位移計、速度計、加速度計之分，這些感測器顧名思義的，位移計就是量測出位移，速度計就是量測出速度而加速度計就是量測加速度。近年來因為無線的著重發展，有線感測器逐漸被無線感測器所取代。無線感測器的研究大多在探討感測器的性能與取得資料的可靠度。其中感測器的性能我們可以簡單的舉例像是採樣頻率、無線工作距離或是改善耗電量使感測器工作時間拉長，或是如何運用睡眠與喚醒機制來增加感測器工作時間等問題。

感測器最佳化佈置(Optimal Sensor Placement，簡稱 OSP)，在進行健康監測時，需要一定程度的有效資料，當然準確度越高的健康監測，需要的有效資料當然越多。但感測器的造價與維護昂貴，成本有限的狀況造成我們有感測器數量上的限制，同時結構物也因為使用的問題有安裝位置的限制。因此如何挑選在可安裝的位置上佈置有限的感測器，同時求得最有效的資料，是一個重要的議題。當結構物自由度少時，用很簡單的試誤法就可以解決這個問題。但是結構物自由度很多時，我們就需要一個有效率且能計算出優良結果的系統來解決這個問題。OSP 又分為以直接計算法與運用最佳化搜尋演算法計算

感測器位置這兩種大方法，配合目標函數像是費雪訊息矩陣，動能矩陣，應變能矩陣，模態均方差等。其中直接計算法以 EFI(effective independence method)最為有名[1]，而配合最佳化搜尋演算法像是基因演算法(GA)、螞蟻演算法(AA)、粒子群優化演算法(PSO)…等。直接計算法的優點就是計算快速，缺點是答案為區域最佳解。而配合搜尋演算法的優點是答案較為正確，有機率尋找到最佳解，但缺點是計算時間長。近幾年 OSP 的研究均利用搜尋演算法來處理，利用不同的搜尋方法來比較結果的優異，或是比較搜尋過程需求的時間。



破壞檢測(Damage Detection, 簡稱 DD)，破壞檢測是結構健康監測的一環，破壞檢測分為三個部分，結構是否有破壞，結構破壞的位置與結構破壞程度。破壞檢測在 Scott W[2]所提出的破壞檢測統整介紹的很詳細。破壞檢測在過去幾年有相當程度的進步，一般由兩個結構特性來判別，分別為自然頻率與模態資訊。自然頻率因為結構的破壞，而會跟著改變，稱為頻率偏移量(frequency-shift)，像是 Silva 和 Gomes [3]與 Brincker [4]所發表的論文，此時可以簡單的由自然頻率偏移量來判斷結構物是否發生破壞。假如要進而辨識破壞位置時，很難運用自然頻率的變化量來判斷結構參數的改變位置尤其是僅有少數破壞與少量破壞程度時。所以利用模態辨識破壞位置，模態是唯一與位置有關的結構特性。其中有很多種方法，像是利用：

模態改變量、模態曲率改變量、韌度矩陣…等。提出利用模態資訊創造韌度矩陣並施加均佈力來產生位移。利用位移在健康結構物與破壞後結構物的不同，進而判斷破壞位置。Sung 於 2014 年提出了一篇利用調整破壞門檻來辨識多點破壞位置的方法[6]。經過這些人的努力，有各式各樣的破壞位置辨識方法。要判斷破壞程度時則成為一個最佳化的問題。我們要如何尋找一組數值模型，使得數值模型的模型模態資訊與我們量測到的模型模態資訊之間的差異為最小。

因為金錢或是安裝位置有限的條件下，導致無法在每個自由度上擺設感測器。此時只有在部分節點擺設感測器，也就是代表只有部分模態資訊，稱為不完全量測。在這不完全量測狀況下，有兩種大方向來擴展出整體模態資訊，一個稱為模型資訊縮階(Model Reduction)，另一個稱為模型資訊擴展(Model Expansion)。模型資訊縮階利用部分感測器資訊加上近似的質量矩陣或是近似的勁度矩陣，再運用矩陣切割及重新排列的技術，推導出轉換矩陣。利用此轉換矩陣擴展出整體模態以逼近真實模態。其中較為有名的像是 Guyan Expansion [7]、Improved Reduced System Expansion (IRS) [8] 、System-equivalent-reduction Expansion Process (SEREP) [9] 。而模型資訊擴展的方法是利用高次多程方程式進行擬合，擬合出未擺放感測器的結點來當作模態資訊。

1.2 研究動機

使用模型資訊縮階與擴展技術時，需要近似的勁度或是質量矩陣也就是近似的模型參數來做逼近。當近似的模型參數與真實的模型參數相差不多時，擴展結果會越接近真實模態，但反之相差越遠時，擴展結果會越差。往往我們會利用設計模型參數來當作近似的模型參數，以進行模型資訊縮階與擴展技術。現實狀況下，因為材料與人為因素，真實結構物與設計結構物往往會有所差異，且無法得知真實結構物與設計結構物的差異程度，所以也無法評估設計參數是否近似於真實參數。因此本論文要發展一個新的破壞位置辨識方法，運用部分感測器量測下進行整體的破壞位置辨識，但不使用近似模型參數。

1.3 研究目的

本論文首先運用雲形線(Spline)擬合來進行低頻模態的擴展，利用這擴展方法，得到不需近似結構參數的擴展法。再利用擴展出的近似第一模態到破壞位置辨識上，並透過數值模擬剪力構架模型，數值模型說明近似第一模態可用於剪力構架的破壞位置辨識。

1.4 研究步驟

本研究過程包含下列七個主要內容：

1. 利用雲形線插值找出整體模態。
2. 提出虛擬樓層策略改良模態準確度。
3. 利用線搜尋策略來尋找虛擬樓層位置。
4. 判斷已知點對於擬合的差異。
5. 進行破壞位置辨識。
6. 進行敏感度分析。
7. 討論如何減少模態誤差。

1.5 論文架構

本論文分為五章，各章節的主要內容如下：第一章為緒論，講解本研究之背景、動機、目的及研究步驟。第二章為文獻回顧，首先介紹部分模態擴展，還有本論文用到的指標和本論文的比較或參考對像。第三章為研究方法，首先介紹雲形線插值法得到擴展結果，並且提出虛擬樓層擬合來增加其他模態的精度，再來介紹如何利用擴展結果來辨識破壞位置。第四章為數值模擬案例與數值結果分析，第五章為結論與未來發展。

第二章 文獻回顧

本章為介紹本研究所運用到的方法或是本研究所比較的對像計算方法。總共分為五個部分，第一部分介紹模態擴展的核心概念，裡面包括兩種較為有名的擴展方法，第二部分為 EFI 配置方法，第三部分介紹了有效質量的計算方法，第四部分為模態確認指數，用來比較擬合的好壞程度，第五部分為破壞檢測概念與破壞位置的辨識的方法。

2.1 模態擴展



感測器的數量有限或是部份節點不適合擺設感測器的原因，只能在部分節點上擺設感測器，這個情況稱為不完整量測。在不完整量測狀況下，為了得到每個節點上的資訊，衍生出模態資訊縮階與擴張的技術，模態資訊縮階與擴張主要是針對如何運用有擺放感測器的模態資訊，推導出未擺放感測器的模態資訊。其中較為有名的有 Guyan Expansion、IRS Expansion、SEREP，此三種方法因為成果良好，使終是各種模態擴展方法的比較對象。直到 2014 年 Liu Fushun[10]所提出的擴展方法也是與這三種方法做比較，而 SEREP 因為已知條件包含部分完整模態和近似勁度與質量矩陣本研究不與此方法做比較。

2. 1. 1 Guyan Expansion

在此介紹一下 Guyan Expansion 與 IRS Expansion 兩個擴展方法，本研究會與這兩種方法來做比較，證明擴展結果的優異，Guyan Expansion 於 1965 年提出，下式是無阻尼的動力方程

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [0] \quad (2-1)$$

將有裝設感測器的位置稱為主項，自由度定義為 m 。而未擺放感測器的位置稱為從項，自由度為 s 。此時重新排列質量矩陣與勁度矩陣把主項的自由度聚在一起和從項分開，並且在主項上加上外力(f_m)像是下式

$$\begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{x}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

此時忽略慣性力可以得到下式

$$K_{sm}x_m + K_{ss}x_s = 0 \quad (2-3)$$

可以推導成

$$\begin{bmatrix} x_m \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -[K_{ss}]^{-1}[K_{ms}] \end{bmatrix} x_m \quad (2-4)$$

也就是

$$\begin{bmatrix} \Phi_m \\ \Phi_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -[K_{ss}]^{-1}[K_{ms}] \end{bmatrix} \Phi_m \quad (2-5)$$

因此定義 T_S 為轉換矩陣。

$$T_S = \begin{bmatrix} I \\ -[K_{ss}]^{-1}[K_{ms}] \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

如此就可以運用主項的模態(Φ_m)加上轉換矩陣推出從項的模態(Φ_s)，以上為 Guyan Expansion 運用近似勁度矩陣去擴展的推導過程，將主項與從項合併為近似的整體模態。

2.1.2 IRS Expansion

另外一個有名的方法稱為 Improved Reduced System(IRS)由 O' Callahan 於 1989 年提出，此法是基於 Guyan Expansion 的原理繼續加以改善，擴展過程增加近似質量矩陣來增加逼近準確度

$$T_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [K_{ss}]^{-1} \end{bmatrix} [M_n] [T_S] [M_a]^{-1} [K_a] \quad (2-7)$$

$$[M_R] = [T_S]^T [M_n] [T_S] \quad (2-8)$$

$$[K_R] = [T_S]^T [K_a] [T_S] \quad (2-9)$$

$[M_R]$ 、 $[K_R]$ 分別為 Guyan Expansion 推導的縮減質量與縮減勁度矩陣

$$[T_{IRS}] = [T_S] + [T_I] \quad (2-10)$$

IRS Expansion 轉換矩陣為 $[T_{IRS}]$ ，如此可得到擴展後的模態資訊

$$\begin{bmatrix} \Phi_m \\ \Phi_s \end{bmatrix} = [T_{IRS}] \Phi_m \quad (2-11)$$

以上為 IRS 運用近似勁度矩陣與質量矩陣推導出轉換矩陣的過程，此方法會比 Guyan Expansion 法來的優異原因為多利用到了近似質量矩陣的參加，以上為兩種有名的擴展方法，許多研究均拿此兩種方法做為比較的對像。

2.2 感測器最佳化配置

感測器最佳化配置問題是一種組合最佳化的問題，目的是探討感測器的位置，假設有 n 個位置可供放置，但有 m 個感測器，簡單來看是一個 C_m^n 的排列組合。如果結構物是一個簡單的幾何形狀且自由度不多的情況下，運用試誤法就可以簡單的找到最佳解。但是對於大型結構物，因為自由度過多，利用試誤法來找出最佳解需要非常多的時間，此時就需要一個有效率的系統來處理這個問題。處理方法分為兩種，一種是利用直接計算法，另外一種方法是利用最佳化搜尋演算法。此兩種方法均要配合目標函數，目標函數種類很多，例如：費雪訊息矩陣、動能矩陣、應變能矩陣、模態均方差。不同目標函數計算方法不同，各自都有各自的代表意義，目的是讓計算出的結果能夠表示該節點的模態資訊最為重要，像是有名的(Effective Independence Method, 簡稱 EFI)，此方法所使用的目標函數為(Fisher information matrix，簡稱 FIM)。

在這特別介紹 EFI 運用到的費雪訊息矩陣(FIM)，當一個結構物有 n 個模態，而此時模態矩陣 Φ 會是一個 $n \times n$ 的矩陣，當只有 m 個模態資訊時，模態矩陣 Φ 會是一個 $n \times m$ 的矩陣，我們在此稱為部分模態矩陣，本指標估計與真實模態誤差的共變異數矩陣來求得有效不偏估計量，其中有效不偏估計量意味著變異數為最小，變異數越小意味

著線性獨立並與實際模態越接近，而 FIM 為共變異數的反矩陣，其 FIM 的計算方法為

$$FIM = \Phi^T \Phi \quad (2-12)$$

Φ : 模態矩陣

T : 轉置

本文在這介紹 EFI(effective independence method)感測器配置方法，在 2005 年 Meo 針對橋梁之感測器配置方法的比較[11]，以及 2011 年 Marano 針對鐵塔之感測器配置方法之比較[12]，均表示 EFI 成果較好。此方法所使用的目標函數為(Fisher information matrix，簡稱 FIM)，這邊介紹 EFI 是如何決定擺設位置，過程與之後的範例配合：

- (1) 透過部分模態振型矩陣轉置($\tilde{\Phi}^T$)與部分模態振型矩陣($\tilde{\Phi}$)相乘，得到 FIM 矩陣，此時矩陣為方陣，矩陣的大小取決於幾個模態。
- (2) 求 FIM 矩陣之特徵值(λ)與特徵向量(φ)。
- (3) 將 $\tilde{\Phi}$ 與 φ 相乘成為一個 η 矩陣。
- (4) $\tilde{\eta} = [\eta] \times [\eta]$ ，這裡的 \times 意思為矩陣內同位置元素互相相乘，在此因前後矩陣皆相同，所以結果會成為同位置元素的平方。
- (5) 代入 $F_E = \tilde{\eta} \lambda^{-1}$ 。
- (6) 將 F_E 中各行的元素進行相互相加，再加以正規化得矩陣 E_D 。

- (7) 尋找出 E_D 矩陣中除了零以外的最小值，假設最小值為第 i 列。
- (8) 將 $\tilde{\Phi}$ 中第 i 列的值刪除。
- (9) 之後重複從 FIM 重新計算(1)到(6)步驟。
- (10) 重複計算，直到剩餘 $\tilde{\Phi}$ 列數與欲放置的感測器數量相同為止，此時 $\tilde{\Phi}$ 所對應到相對自由度，該自由度即為感測器擺放位置。

範例：

(1) $\tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.5 & 1 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}$ 此為部分模態振型，第一行為第一個模態振型下各節點之位移。FIM = $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ ，透過 $FIM = \Phi^T \Phi$ 得到 FIM。

(2) $\varphi = \begin{bmatrix} -0.8219 & 0.5696 \\ 0.5696 & 0.8219 \end{bmatrix}$, $\lambda = \begin{bmatrix} 0.1140 & 0 \\ 0 & 4.3860 \end{bmatrix}$ ，分別為特徵向量與特徵矩陣。

(3) $\eta = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.5 & 1 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.8219 & 0.5696 \\ 0.5696 & 0.8219 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2523 & 1.3915 \\ 0.1586 & 1.1067 \\ 0.1586 & 1.1067 \end{bmatrix}$, η 為 $\tilde{\Phi}$ 與 φ 相乘。

(4) $\tilde{\eta} = \begin{bmatrix} 0.0637 & 1.9363 \\ 0.0252 & 1.2248 \\ 0.0252 & 1.2248 \end{bmatrix}$ ，為 η 內各元素的平方。

(5) $F_E = \begin{bmatrix} 0.5585 & 0.4415 \\ 0.2207 & 0.2793 \\ 0.2207 & 0.2793 \end{bmatrix}$ ，為 $F_E = \tilde{\eta} \lambda^{-1}$ 。

(6) $E_D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$ ，將 F_E 中第一行和第二行相加，再加以正規化得。

由上述 E_D 可看出各個自由度的貢獻度，每次迭代刪除貢獻度最小的自由度，直到剩餘自由度與欲擺放感測器數目相同。因為 EFI 每次

迭代都會不同，無法經過一次計算就得到感測器擺放位置。EFI 感測器配置方法是一種直接計算法，所以每次計算結果相同。

2.3 模態參與因子

根據內政部營建署建築物耐震設計規範及解說-第三章動力分析方法，多震態反應譜疊加法規定。所考慮之震態數目應使 x 向，y 向及扭轉方向之有效質量和均已超過建築物總質量的 90%。有效質量的計算方法在 T. Irvine [13]於 2013 年講解的非常清楚，首先下式是單向無阻尼多自由度方程式

$$\hat{m} = \Phi^T M \Phi \quad (2-14)$$

\hat{m} : 為一個單位化矩陣

Φ : 模態矩陣

下式為一個係數向量(L)

$$L_i = \Phi_i^T M r \quad (2-15)$$

Φ_i : 第 i 個模態

r : 影響向量，表示地表有一單位力的位移時各自由度的位移量

$$m_{eff,i} = \frac{L_i^2}{\hat{m}_{ii}} \quad (2-16)$$

$m_{eff,i}$: 為第 i 個模態的有效質量

以下為一個範例：

$$M = \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 600 & -300 & 0 \\ -300 & 600 & -300 \\ 0 & -300 & 300 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0.0232 & 0.0521 & -0.0418 \\ -0.0418 & 0.0232 & 0.0521 \\ -0.0521 & -0.0418 & -0.0232 \end{bmatrix}$$

$$\hat{m} = \Phi^T M \Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} -0.0232 \\ -0.0418 \\ -0.0521 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -23.419$$

$$m_{eff,1} = \frac{(-23.419)^2}{1} = 548.4496$$

可以得出第一個模態參與的狀況下有效質量為 548.4496，總質量為 600，可以計算得有效質量和占了 91.141%，以上為有效質量的計算方法。

2.4 模態確認指標(MAC)

模態確認指標是一個判斷假設的模態是否與真實模態接近的指標，利用的是向量之相依與否的特性，而根據此特性也可以判定兩條向量是否正交，由 Carne 和 Dohmann 於 1995 年提出 [14]

$$MAC_{ij} = \frac{(\Phi_i^T \Phi_j)^2}{(\Phi_i^T \Phi_i)(\Phi_j^T \Phi_j)} \quad (2-17)$$

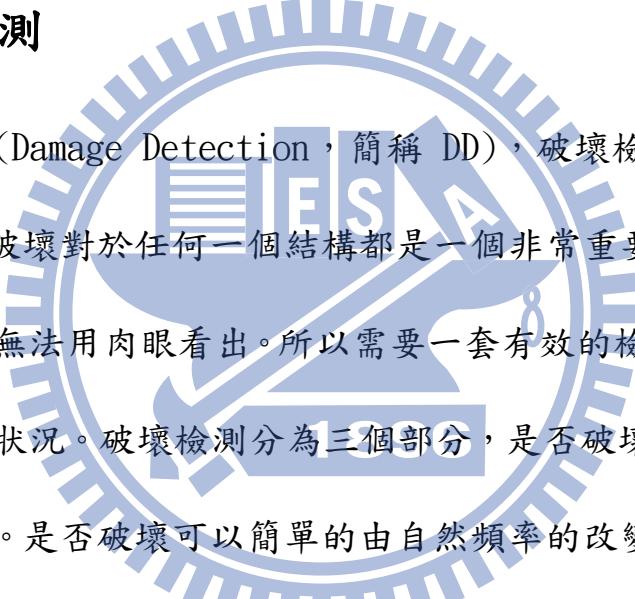
Φ_i 與 Φ_j : 分別表示假設的模態與真實的模態

T : 轉置

模態確認矩陣介於 0 到 1 之間，0 代表了兩條向量沒有或是很小的相

關性，而 1 則代表模態向量非常相似，是利用兩條向量間相依與否，同時也就是向量間的正交性。模態的基本原理，兩個不同模態間會有互相正交的特性，當兩條不同模態，使用模態確認矩陣，則答案會趨近於 0，本研究利用擬合的模態與真實的模態做模態確認矩陣來判定是否接近真實。

2.5 破壞檢測



破壞檢測(Damage Detection，簡稱 DD)，破壞檢測屬於結構健康監測一環。破壞對於任何一個結構都是一個非常重要的問題，因為某些微小破壞無法用肉眼看出来。所以需要一套有效的檢測方法來判斷結構物的破壞狀況。破壞檢測分為三個部分，是否破壞、破壞位置辨識與破壞程度。是否破壞可以簡單的由自然頻率的改變，來判斷是否破壞。破壞位置就需要與位置有關的模態資訊，而判斷破壞程度則需要更多資訊像是模態資訊與自然頻率同時。

破壞位置辨識已發展一段時間，像是 Pandey[15]提出利用比較健康結構物與破壞結構物的模態曲率變化量，來辨識破壞位置，而 Aktan[16]提出利用量測出模態創造韌度矩陣，藉由施加外力產生位移探討健康狀況與破壞狀況的不同來辨識破壞位置。假設總自由度為 n ，則完整的模態資訊為 $(\Phi_{n \times n})$ ，完整的自然頻率矩陣為 $(\Lambda_{n \times n})$ ，推

導出韌度矩陣(G)

$$G = \Phi_{n \times n} \Lambda_{m \times m}^{-1} \Phi_{n \times n}^T \quad (2-18)$$

此時可以得到完整的韌度矩陣，但是只有部分模態資訊 m 個時($\Phi_{n \times m}$)，而部分自然頻率矩陣為($\Lambda_{m \times m}$)，我們可以推導得到近似的韌度矩陣(G_m)

$$G_m = \Phi_{n \times m} \Lambda_{m \times m}^{-1} \Phi_{n \times m}^T \quad (2-19)$$

再施加均佈力於韌度矩陣上得到位移

$$u = G_m f \quad (2-20)$$

得到位移之後，計算層間位移(u_i^{IS})，層間位移為每樓層的相對位移

$$u_i^{IS} = u_{i+1} - u_i \quad (2-21)$$

比較健康狀況下(u_I^{IS})與破壞後(u_D^{IS})層間位移的不同

$$\Delta u^{IS} = u_D^{IS} - u_I^{IS} \quad (2-22)$$

藉由此指標來辨識破壞位置。此方法原理為，當勁度的減少力量相同時，位移會增加，藉由此健康結構物與破壞後結構物的不同來判定破壞位置。

第三章 研究方法

本章分為四個部分，第一部分介紹雲形線插值法的概念與計算方法，第二部分為如何配合虛擬樓層策略來使其他模態精度提高，第三部分為如何利用線搜尋策略尋找虛擬點位置，第四部分介紹本論文使用的破壞位置辨識方法。

3.1 雲線擬合法



曲線擬合法(Curve fitting)有分為兩大類，一類是線性迴歸(Regression)，而另外一類是線性插值法(Interpolation)。線性插值法與線性迴歸差別在於前者會通過已知點，其中線性插值法又有很
多種，像是 Vandermonde，Lagrange，Newton，Spline…等。雲線
是一種利用一元三次方程式的擬合方法，跟其他擬合法不同的地方在
於，較重視擬合曲線通過已知點時的圓滑性。限制條件為要通過已知
點且在已知點上的斜率與曲率要相等。首先我們假設只有 m 個感測器，
感測器分別放在不同結點上，感測器位置定為 x ($x = 1, 2, 3 \dots, m$)，
感測器讀到的模態分別為 $\Phi_j(i)$ ($i = 1, 2, 3 \dots, m$)， j 代表第 j 模態，此
時假設有裝設感測器的位置為已知點進行擬合，得到整體得模態。用
數學式來看雲線擬合的概念為利用一個三次方的曲線來進行擬合，

數學公式為

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (3-1)$$

當有三個已知點(x_1 、 x_2 、 x_3)時會有兩條雲線($f_1(x)$ 、 $f_2(x)$)進行內插，數學式如下

$$f_1(x) = a_1x^3 + b_1x^2 + c_1x + d_1 \quad \text{for } x_1 \leq x \leq x_2 \quad (3-2)$$

$$f_2(x) = a_2x^3 + b_2x^2 + c_2x + d_2 \quad \text{for } x_2 \leq x \leq x_3 \quad (3-3)$$

限制條件為已知點的位置、兩條線通過的已知點斜率與曲率要相同。由公式可以看出兩條雲線時就有 8 個未知數要決定，而限制條件僅有 6 個，此時會多出 2 個係數。不管已知點的多少，會發現均會多出 2 個係數，此時假設最前與最後兩條線為一次線性來解決。本論文利用模態確認指標(MAC)來比較擬合後得到的模態資訊與真實的模態資訊，判斷擬合結果。這時發現低頻的模態可以有效率的利用雲線擬合擴展出整體模態，高頻的時候，則會因為已知條件不足，擬合效果較差。

3.2 虛擬樓層策略

由上述可知，我們雲線擬合在碰到其他低頻或是高頻模態時，擬合結果效果較不好。所以本論文提出虛擬樓層雲線擬合策略來增加其他模態的精度。虛擬樓層雲線擬合的原理是使雲線擬合的未知係數誤差擴展到虛擬樓層中，藉以減少雲線擬合的誤差的方法，因為無法得知真實模態，所以利用模態之間互相有正交性(orthogonal)這點。已知條件為第一模態，增加一個虛擬樓層，虛擬樓層的位置為 vx ，虛擬樓層的位移為 $\Phi_i(vp)$ ，虛擬樓層與最後一個感測器的距離與最後一個感測器到倒數第二個感測器等距，擬合時運用虛擬樓層的位移改變內插結果，此時套用到先前所舉出的案例，則有四個已知點(x_1 、 x_2 、 x_3 ， vx)時會有三條雲線($f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ 、 $f_3(x)$)進行內插，目的是藉由虛擬點的位移來微調擬合結果，使擬合結果較接近真實模態資訊，但無法得知真實模態為何，也就無法決定虛擬點的位移，所以利用模態之間的正交性。使其他加入虛擬樓層策略雲線擬合的低頻模態與雲線擬合的第一模態相互正交。目標函數為

$$\text{Min } \mathcal{G}(\Phi_i(vp)) = \text{abs}(\Phi_{\text{spline},1}^T \Phi_{\text{spline},i}) \quad (3-4)$$

利用 $\Phi_i(vp)$ 改變使擬合第*i*模態與擬合第一模態正交。

經過多次測試發現虛擬樓層的位移與擬合低頻模態正交性是一個單峰問題，本研究運用線搜尋策略(Line Search)來尋找虛擬點的

位置。線搜尋策略優點為計算快速且初始步伐足夠小時，可以找到最佳解。由加入虛擬樓層策略的結果可以得到，確實使其他低頻模態往正確模態逼近，進而減少感測器的需求量。如此本研究運用雲線擬合，配合虛擬樓層策略，達到不需要任何初始的質量或勁度矩陣，即可進行低頻的模態擴展。

3.3 線搜尋策略

線搜尋策略是一種進行迭代來求得某個函數($f(x)$)最佳解的方法，此策略在處理單峰問題時具有優越的效果，今天我們的目標函數為尋找最小值 $f(x)$ ，首先我們有初始位置(x_0)與初始步伐(Δ)與門檻值(threshold)，搜尋方向的判斷方式由初始位置往兩邊各走一步計算也就是比較 $f(x_0 + \Delta)$ 與 $f(x_0 - \Delta)$ ，比較兩邊答案何種較好，就往好的方向搜尋

$$p \leftarrow 1 \quad if \quad f(x_0 + \Delta) \leq f(x_0 - \Delta) \quad (2-18)$$

$$p \leftarrow -1 \quad if \quad f(x_0 - \Delta) < f(x_0 + \Delta) \quad (2-19)$$

其中 k 代表迭代次數

步幅越小，迭代的計算次數越多，為了減少計算時間，我們就讓搜尋過程每一代的步幅開始擴大，其中擴大係數為(C_k)而步伐為(s_k)

$$C_k = \Delta \times 2^k \quad (2-20)$$

$$s_k = C_k \times p \quad (2-21)$$

當遇到結果較差時判定最佳解位於這步與上一步之間，也就是

$$f(x_0 + s_{k+1}) < f(x_0 + s_k) \quad (2-22)$$

讓 $(x_0 + s_k)$ 取代初始位置 (x_0) 。如此重複上述步驟重新計算，直到我們的結果不再進步，達到門檻值，也就是下式

$$f(x_0 + s_{k+1}) - f(x_0 + s_k) \leq \text{threshold} \quad (2-23)$$

利用此方法我們就可以尋找到最小值，當步伐足夠小時，我們可以簡單得到單峰問題的最佳解。

3.4 破壞位置檢測方法

由上述方法，本研究可以利用少量感測器擴展出近似低頻模態，本研究嘗試將這近似低頻模態運用在破壞檢測上。破壞檢測有分為破壞位置辨識與破壞程度，其中破壞程度越小，越難辨識成功而破壞位置有分為單點破壞與多點破壞，其中多點破壞辨識較難。

經過多次測試，發現不同破壞位置下，把健康結構物的第一模態 (Φ_1^I) 減去結構物第 k 自由度破壞後的第一模態 $(\Phi_1^{D,k})$ ，儘管破壞程度不同，所展現出來的圖形只有些微差異，導致不同破壞程度圖形經過正規化後會趨近於同一條線，本研究稱為模態差異函數 $(\Phi^{diff,k})$

$$\Phi^{diff,k} = \frac{(\Phi_1^I - \Phi_1^{D,k})}{\max(\text{abs}(\Phi_1^I - \Phi_1^{D,k}))} \quad (3-6)$$

最重要的這個特性在本研究所使用的雲線擬合下也不會消失，

$(\Phi_{spline,1}^I)$ 為健康結構物雲線擬合後第一模態， $(\Phi_{spline,1}^{D,k})$ 為結構物第k自由度破壞後的雲線擬合後的第一模態，經過正規化後，本研究稱為擬合模態差異函數($\Phi_{spline}^{diff,k}$)

$$\Phi_{spline}^{diff,k} = \frac{\Phi_{spline,1}^I - \Phi_{spline,1}^{D,k}}{\max(\text{abs}(\Phi_{spline,1}^I - \Phi_{spline,1}^{D,k}))} \quad (3-7)$$

當總自由度為n個時， $\Phi_{spline}^{diff,k}$ 為一個 $n \times 1$ 的向量，也就是假使已經得知每個不同破壞位置的擬合模態差異函數時，我們可以建造一個數據庫(Data base)，稱為基底擬合模態差異矩陣(Ω)

$$\Omega = [\Phi_{spline,base}^{diff,1} \ \Phi_{spline,base}^{diff,2} \ \dots \ \Phi_{spline,base}^{diff,n}] \quad (3-8)$$

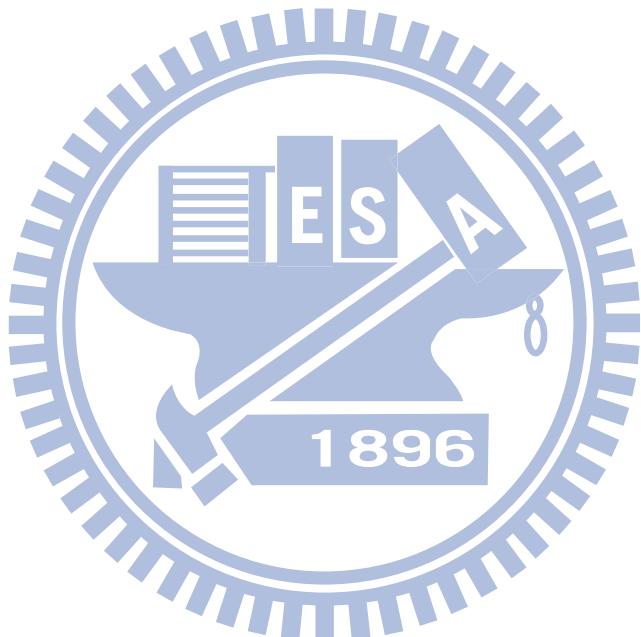
當總自由度為n個時， Ω 為一個 $n \times n$ 的矩陣，第k行代表第k層破壞所對應的基底擬合模態差異函數，此時再與我們現實碰到的未知的破壞位置(Case)的擬合差異函數($\Phi_{spline,case}^{diff}$)做出破壞指標(Index)，公式如下

$$\text{Index}(k) = \sum_{n=1}^N \text{abs}(\Phi_{spline,data}^{diff,k}(n) - \Phi_{spline,case}^{diff}(n)) \quad (3-9)$$

當有n個自由度，就可以創造n個破壞指標(Index)，此時我們尋找破壞指標中最小的值即可得到破壞位置

$$\text{Index}(k) = \min(\text{Index}(1), \text{Index}(2), \dots, \text{Index}(n)) \quad (3-10)$$

破壞指標中最小的值代表向量越相近，也就代表了現況的擬合模態差異函數與基底中擬合模態差異函數差異越小。流程圖如圖 3-2，首先利用設計結構參數建造基底擬合模態差異矩陣，再拿現實結構參數做擬合模態差異函數，用這兩個資料做破壞指標判斷破壞位置。



第四章 結果分析與探討

此章將詳細說明本研究之數值模擬過程，以及分析所得到的結果。

本研究使用 matlab 程式來進行模擬，因為本研究針對類懸臂梁式結構，可以簡單編寫質量矩陣與勁度矩陣來進行模擬。

模態擴展的結果分為三個部分，一個部分為感測器利用有名的 EFI 擺放位置與平均擺放兩種分別，比較何者雲線擬合程度較佳。第二個部分是加入虛擬樓層策略的比較，證明加入虛擬樓層策略確實增加模態擴展的精度。第三部分為與前面提及較為有名 Guyan Expansion 與 IRS Expansion 這兩種方法擴展出來的部分模態做比較。

破壞位置辨識的結果分為四個部分，首先證明僅管破壞程度不同，經過正規化後有同一個趨勢。第二部分把每種不同破壞程度與位置不同來分別討論。第三部分為模擬真實況狀，當設計結構參數與真實結構參數有所差異時，本論文的方法能夠接受到何種程度上的差異。最後進行敏感度分析，藉由亂數增加模態資訊來模擬感測器的讀取誤差。

4.1 建立模型

本研究主要目標為剪力構架，利用 matlab 建造數值模型，計算出特徵值與特徵向量，特徵向量代表了模態資訊。刪除掉未擺放感測器自由度上的特徵向量來模擬未擺放感測器的狀態。

I. 模型 1-1(Case1-1): 懸臂梁(圖 4-1)

自由度:20 個

質量:均為 2000 kg

勁度:均為 290 kN/m

模型之目的:模型 1-1 為設計時結構內懸臂梁，利用簡單結構驗證本研究的所提出的方法。因為材料與人為的關係，現況結構會與設計結構有所差異，利用在勁度上亂數增加或減少 10%、20% 模擬現況結構參數，為模型 1-2 與模型 1-3。因為模型 1-2 與 1-3 的勁度是亂數增加或減少，故本論文不擺出這兩模型的基本資料。

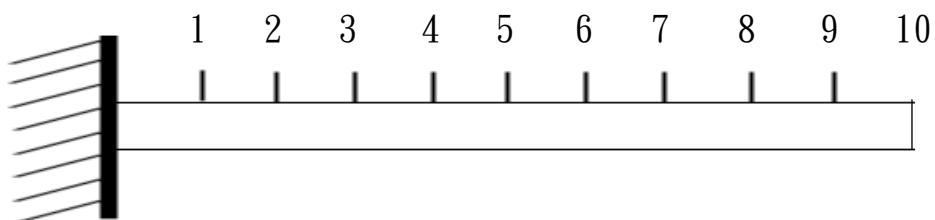


圖4-1、十個自由度懸臂梁模型

表4-1、十個自由度懸臂梁有效質量

有效質量	前一個模態	前二個模態	前三個模態	前四個模態	前五個模態
所占總質量 百分比	84.79%	93.93%	97.02%	98.45%	99.20%
有效質量	前六個模態	前七個模態	前八個模態	前九個模態	前十個模態
所占總質量 百分比	99.61%	99.83%	99.94%	99.99%	100%

表4-2、十個自由度懸臂梁的質量矩陣

自由度	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th	9th	10th
[M] (kg)	2000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	2000	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	2000	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	2000	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	2000	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	2000	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	2000	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2000

表4-3、十個自由度懸臂梁的勁度矩陣

自由度	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th	9th	10th
[M] (kN/m)	580	-290	0	0	0	0	0	0	0	0
	-290	580	-290	0	0	0	0	0	0	0
	0	-290	580	-290	0	0	0	0	0	0
	0	0	-290	580	-290	0	0	0	0	0
	0	0	0	-290	580	-290	0	0	0	0
	0	0	0	0	-290	580	-290	0	0	0
	0	0	0	0	0	-290	580	-290	0	0
	0	0	0	0	0	0	-290	580	-290	0
	0	0	0	0	0	0	0	-290	580	-290
	0	0	0	0	0	0	0	0	-290	290

表4-4、十個自由度懸臂梁模態資訊

	第一模態	第二模態	第三模態	第四模態	第五模態	第六模態	第七模態	第八模態	第九模態	第十模態
1st	0.0015	-0.0042	-0.0066	0.0085	-0.0095	0.0097	-0.0091	0.0076	0.0055	-0.0029
2nd	0.0029	-0.0076	-0.0097	0.0085	-0.0042	-0.0015	0.0066	-0.0095	-0.0091	0.0055
3rd	0.0042	-0.0095	-0.0076	0.0000	0.0076	-0.0095	0.0042	0.0042	0.0095	-0.0076
4th	0.0055	-0.0095	-0.0015	-0.0085	0.0076	0.0029	-0.0097	0.0042	-0.0066	0.0091
5th	0.0066	-0.0076	0.0055	-0.0085	-0.0042	0.0091	0.0029	-0.0095	0.0015	-0.0097
6th	0.0076	-0.0042	0.0095	0.0000	-0.0095	-0.0042	0.0076	0.0076	0.0042	0.0095
7th	0.0085	0.0000	0.0085	0.0085	0.0000	-0.0085	-0.0085	0.0000	-0.0085	-0.0085
8th	0.0091	0.0042	0.0029	0.0085	0.0095	0.0055	-0.0015	-0.0076	0.0097	0.0066
9th	0.0095	0.0076	-0.0042	0.0000	0.0042	0.0076	0.0095	0.0095	-0.0076	-0.0042
10th	0.0097	0.0095	-0.0091	-0.0085	-0.0076	-0.0066	-0.0055	-0.0042	0.0029	0.0015

II. 模型 2-1(Case2-1): 剪力構架(圖 4-1)

自由度: 7 個

質量: 第一層到第六層均為 2000 kg

第七層為 1000 kg

勁度: 第一層為 2000 kN/m

第二層為 1800 kN/m

第三層到第七層為 600 kN/m

模型二目的:模擬設計時的結構參數，為七層樓剪力構架。為了模擬真實狀況，在勁度上亂數增加或減少 10%、20% 模擬現況結構參數，稱為模型 2-2 與模型 2-3，測試本論文的方法不同模型上效果。

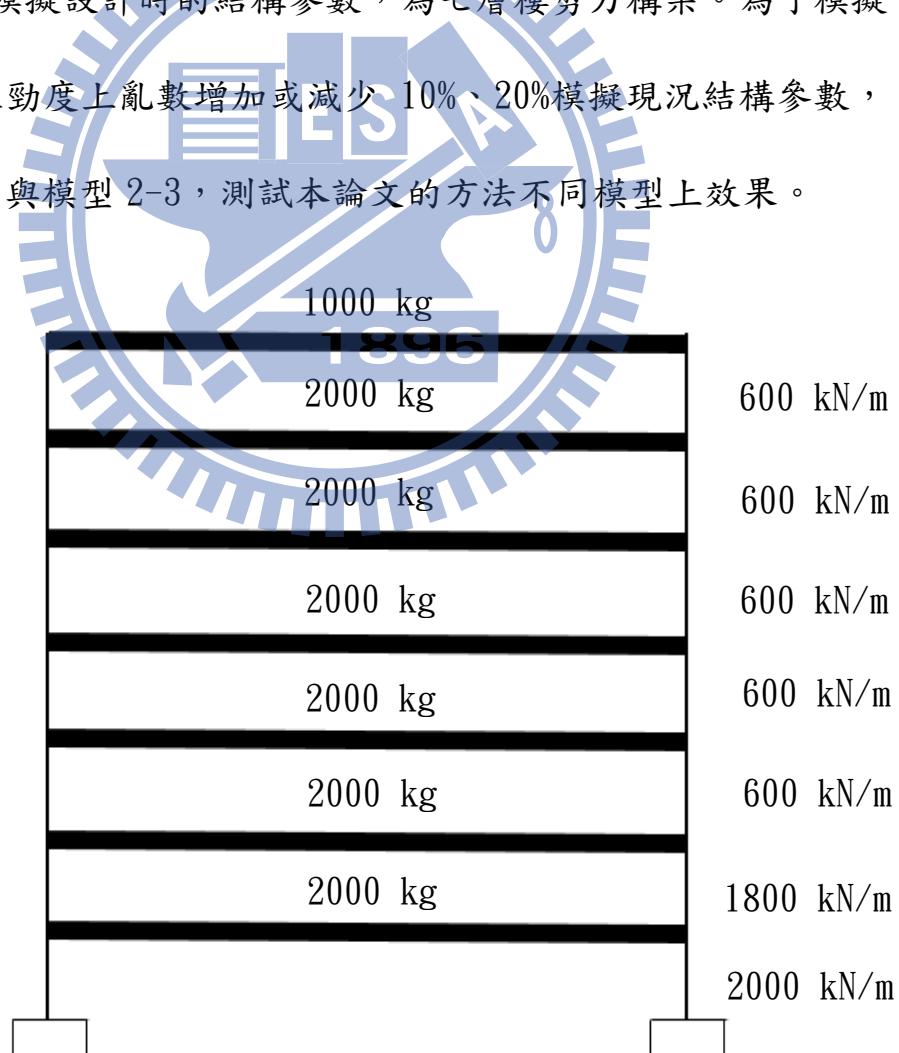


圖 4-2、七層樓剪力構架模型

表4-5、七層樓剪力構架有效質量

有效質量	前一個 模態	前二個 模態	前三個 模態	前四個 模態	前五個 模態	前六個 模態	前七個 模態
所占總質量 百分比	73.87%	85.92%	93.48%	97.41%	98.33%	98.40%	100%

表4-6、七層樓剪力構架質量矩陣

	第一層	第二層	第三層	第四層	第五層	第六層	第七層
[M] (kg)	2000	0	0	0	0	0	0
	0	2000	0	0	0	0	0
	0	0	2000	0	0	0	0
	0	0	0	2000	0	0	0
	0	0	0	0	2000	0	0
	0	0	0	0	0	2000	0
	0	0	0	0	0	0	1000

表4-7、七層樓剪力構架勁度矩陣

	第一層	第二層	第三層	第四層	第五層	第六層	第七層
[K] (kN/m)	3800	-1800	0	0	0	0	0
	-1800	2400	-600	0	0	0	0
	0	-600	1200	-600	0	0	0
	0	0	-600	1200	-600	0	0
	0	0	0	-600	1200	-600	0
	0	0	0	0	-600	1200	-600
	0	0	0	0	0	-600	600

表4-8、七層樓剪力構架模態資訊

模態資訊	第一模態	第二模態	第三模態	第四模態	第五模態	第六模態	第七模態
第一層	-0.0011	0.0038	0.0072	0.0082	-0.0054	-0.0018	-0.0182
第二層	-0.0024	0.0072	0.0115	0.0107	-0.0055	-0.0015	0.0128
第三層	-0.0059	0.0129	0.0070	-0.0079	0.0126	0.0053	-0.0020
第四層	-0.0089	0.0102	-0.0081	-0.0073	-0.0110	-0.0087	0.0003
第五層	-0.0113	0.0010	-0.0109	0.0110	0.0018	0.0113	-0.0001
第六層	-0.0128	-0.0088	0.0029	0.0026	0.0086	-0.0130	0.0000
第七層	-0.0133	-0.0130	0.0123	-0.0121	-0.0131	0.0136	-0.0000

4.2 模態擴展

分為四個部分：EFI 擺放位置與平均擺放、加入虛擬樓層策略、與 Guyan Expansion 和 IRS Expansion 比較、決定感測器數目。

A. EFI 擺放位置與平均擺放的雲線擬合結果

利用 matlab 編寫 EFI 擺放法，並把 EFI 的計算出的擺放位置進行雲線擬合，與平均擺放法決定感測器位置進行雲線擬合的結果相互比較。結果表示方法為，將兩個模態向量做模態確認指標(MAC)來表示。模型 1-1 利用 EFI 擺放法與平均擺放法計算得到感測器位置之後雲線擬合的結果如圖 4-3~圖 4-11，利用 MAC 表示結果如表 4-9。模型 2-1 的利用 EFI 擺放法與平均擺放法計算得到感測器位置之後雲線擬合的結果如圖 4-11~圖 4-20，利用 MAC 表示結果如表 4-10。感測器數目由 2 個逐漸增加到 4 個，雲線擬合結果包括前三個模態。由上述結果可以看出，平均擺放法整體比 EFI 擺放方法來的較為優異，但是當結構物勁度為非均值狀況下時，平均擺放法並非為最佳的擺放方式。EFI 擺放方法得到結果較差原因為 EFI 擺放方法考慮到了全部的模態資訊，導致感測器擺放計算結果會過近，使部分區間沒有被已知點包含或是部分區間已知點過遠。因此本研究之後的擺放方法均用平均擺放來決定感測器位置。

B. 加入虛擬樓層策略

此時加入虛擬樓層策略，模型 1-1 與模型 2-1 利用 MAC 表示的結果分別如表 4-11 與表 4-12。感測器數目由 2 個逐漸增加到 4 個，比較模態為第二模態與第三模態。由表可以得到，不管是第二模態與第三模態，加入虛擬樓層策略，雲線擬合後的模態均較未加入虛擬樓層策略前來得好。但是當結構物勁度或質量非均值時，會影響到線搜尋策略是否收斂，且加入虛擬樓層策略時，效果會較差。當結構物勁度或質量變異性越高時，加入虛擬樓層策略效果越差。藉由此兩個模型驗證，加入虛擬樓層策略可以確實使感測器需求量降低或是在相同感測器數量下，增加雲線擬合後的模態精度。

C. 與其他擴展方法比較

此時我們把虛擬樓層雲線擴展後的結果與 Guyan Expansion 和 IRS Expansion 來做比較。先前介紹過，不管是 Guyan Expansion 或是 IRS Expansion 方法，均需要近似的結構參數。故本研究利用設計時的結構參數也就是模型 1-1 的結構參數，當近似的結構參數，而模型 1-2 與模型 1-3 當擴展模態的結構參數也就是現況結構參數，結果如表 4-13。模型 2 的部分一樣是利用模型 2-1 的結構參數當近似結構參數，而模型 2-2 與 2-3 當現況結構參數，結果如表 4-13。利用 MAC 來表示擴展後的結果，感測器數目由 2 個逐漸增加到 4 個。由表

4-13 可以看出當實際結構參數與設計結構參數相差 10%時，以前的擴展方法會比本研究所提出的雲線擬合法來的優異，但是當相差增加到 20%時，本研究的方法會比以前的擴展方法來的好。由表 4-14 得到，當結構物勁度或質量非均值時，設計結構參數與實際結構參數相差到 20%的狀況下，本研究的方法有時會比以前擴展方法來的差。原因為雲線擬合法在非均值的結構參數下，擴展結果本來就比較差。以上兩個案例驗證出，當近似結構參數與實際結構參數有所差異時，本研究所提出的雲線擬合法會比以前的擴展方法來的優良，甚至在無法得知近似結構參數的狀況下，本研究方法可以進行擴展。

D. 決定感測器數目

由以上結果，可以得到不同感測器數目下的擬合結果，藉由這些擬合結果可以進而決定感測器數目。模型 1-1 的案例，經過有效質量計算得知，必須有前兩個模態參與動力分析，規定擬合的近似模態 MAC 值要高於 0.95 時，由表 4-11 可以得到，用兩個感測器時，第二模態 MAC 值到 0.9495，而用三個感測器時，第二模態 MAC 值到 0.9971，故決定模型 1-1，規定近似模態資訊 $MAC > 0.95$ 的狀況下，決定放三個感測器，並且運用平均擺放法決定感測器位置。

4.3 破壞位置辨識

由前部分所得到擬合的近似模態資訊，本研究將這近似模態資訊運用在破壞位置辨識上。利用勁度上的折減來模擬破壞，破壞的程度也就是勁度上的折減程度。舉例破壞 10% 則代表勁度乘 0.9 來模擬。破壞位置辨識的結果分為三個部分：破壞程度不同、破壞位置辨識、敏感度分析。

A. 破壞程度不同

本研究首先判斷當破壞位置相同時，破壞程度不同的狀況下，擬合模態差異矩陣是否會有差異。感測器數目由上一節的結果可以看出，使用 3 個感測器時，模型 1-1 與模型 2-1 的第一模態擬合結果 MAC 值可高達 0.99 以上，所以在破壞位置辨識這部分均只使用 3 個感測器，並且以平均擺放法來決定感測器位置。利用模型 1-1 當做設計結構參數，建造基底擬合模態差異函數在破壞程度 10%~90% 的狀況。模型 1-1 為 10 個自由度模型，故有 10 個可能破壞位置，建造出來的基底擬合模態差異函數資料龐大，故僅表示第 3、5、10 自由度的基底擬合模態差異函數，分別代表低、中、高樓層。模型 1-1 結果如圖 4-21~圖 4-23，可以看出儘管破壞程度不同，相同破壞位置下，基底模擬合模態差異函數僅有些微差異，而不同破壞位置的基底擬合模態差異函數相差甚遠。模型 2-1 結果如圖 4-24~圖 4-26，表示出第 3、5、7 層破壞程度不同時，基底模擬合模態差異函數。

壞程度 10%~90%的基底擬合模態差異函數。可以看出與模型 1-1 有相同結果。故可以驗證，僅管破壞程度不同，數據庫中的基底擬合模態差異矩陣不須依照不同破壞程度而建造基底擬合模態差異函數。

B. 破壞位置辨識

本研究僅考慮單點破壞的狀況，結構物參數分為設計結構參數與現況結構參數，通常會有設計結構參數而無法得知現況結構參數。故本研究利用設計結構參數建造數據庫資料，也就是基底擬合模態差異矩陣。而利用模擬的現況結構參數依照破壞位置不同建造擬合模態差異函數，進行破壞位置辨識。首先由模型 1-1 當設計結構參數建造破壞 10%的基底擬合模態差異矩陣，如表 4-15。而模型 1-2 與模型 1-3 當現況結構參數，分別在破壞 15%與破壞 20%的狀況下，建造不同破壞位置的擬合模態差異函數，也就是有 4 種擬合模態差異函數，模型 1-2 不同破壞位置在 15%破壞下的擬合模態差異函數、模型 1-2 不同破壞位置在 20%破壞下的擬合模態差異函數、模型 1-3 不同破壞位置在 15%破壞下的擬合模態差異函數與模型 1-3 不同破壞位置在 20%破壞下的擬合模態差異函數。利用先前建造的基底擬合模態差異矩陣與不同破壞位置擬合模態差異函數，建造破壞指標進行破壞位置辨識。結果如表 4-17 與表 4-18，表中 Casel-2_1_15%代表現況模型 1-2，破壞位置第一個自由度，破壞程度 15%。而 k=1 代表運用設計結構參

數建造第一個自由度破壞時基底模態差異函數做破壞指標。如表可以看出當設計結構參數與現況結構參數勁度亂數增加或減少 20%時，本論文所提出的破壞位置辨識方法可成功辨識。模型 2 的案例為利用模型 2-1 當設計結構參數，模型 2-2 與模型 2-3 當現況結構參數。破壞程度分為 15%與 20%，一樣利用設計結構參數建造基底擬合模態差異矩陣的數據庫，而用模型 2-2 與模型 2-3 計算破壞時基底模態差異函數，做破壞指標辨識破壞位置。結果如表 4-19~表 4-20，可以看出當質量或勁度有變化的地方，本論文所提出的破壞位置辨識會失敗。因為雲線擬合法對於結構物質量或勁度有變化的地方，無法優良的擬合，導致破壞位置辨識也發生誤判。

C. 敏感度分析

本論文藉由在模態資訊上增加亂數誤差來模擬感測器讀取資料的誤差。模型 1-1 為設計結構參數，而模型 1-3 為現況結構參數，探討感測器誤差在 1%、0.1%、0.02%、0.01%下進行破壞位置辨識的正確率。結果如表 4-25~表 4-28，感測器誤差為由 1%逐漸縮小到 0.01%時，本論文所提出的破壞位置辨識方法才可行。由於低頻模態對於破壞較不敏感，高頻模態敏感度則較高，因此對於低頻的模態精度必須達到很高才可行。

第五章 結論與未來發展

通過第四章所得到的數據分析，得到了如何在極少數的感測器下，進行低頻上得擴展，以下為本研究所得到的結論，與對此研究可延伸討論的問題。

5.1 結論

1. 本論文建議的方法可利用有效質量與設計模型模態決定最少感測器擺放數量與位置。
2. 雲線擬合法可直接由少量模態資訊創造低頻模態，其中感測器擺放方式以平均擺放優於 EFI 摆放。
3. 虛擬樓層策略利用第一模態輔助雲線擬合計算確實有效提高其他模態精度，進一步降低感測器需求量。
4. 當模態精度足夠時，使用雲線擬合模態差異函數與基底雲線擬合差異矩陣，成功的進行破壞位置辨識。
5. 本論文發表的破壞指標，經數值實驗證實，在設計結構參數與現況結構參數差異在 10% 以下時，均可成功辨識破壞位置。

5.2 未來發展

1. 本研究目前只進行單點破壞狀況下的破壞位置辨識，破壞位置的辨識會依據破壞程度大小與破壞的位置的多寡而改變辨識難度，破壞位置越多，越容易發生誤判，且現實狀況下幾乎不可能只有單一自由度破壞。
2. 本研究進行敏感度分析得到模態精度需要到達萬分之一，這在現實狀況下很難達到，大多數的地震資訊採樣頻率為 200Hz，得到模態資訊誤差最小為百分之一程度而已，所以是必要尋找能夠使感測器精度提高像是提高採樣頻率或是利用多筆資料平均模態資訊或是改變破壞指標，以增加誤差容許程度來達到感測器誤差的需求。



參考文獻

- [1] D.C. Kammer, “Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures.” in Proc. American Control Conference, pp. 2984–2990, 1990.
- [2] S.W. Doebling, Charles R. Farrar, Michael B. Prime, D.W. Shevitz, ” Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review.” 1996.
- [3] J. Silva, and A. Gomes, “Crack Identification of Simple Structural Elements Through the use of Natural Frequency Variations: The Inverse Problem.” International Modal Analysis Conference, pp. 1728 – 1735. 1994.
- [4] R. Brincker, P. Anderson and P.H. Kirkegaard, “Damage Detection in Laboratory Concrete Beams.” International Modal Analysis Conference, pp. 668 – 674. 1995, 1995.
- [5] S.H. Sung, H.J. Jung and H.Y. Jung “Damage detection for beam-type structures using normalized curvature of a uniform load surface.” Journal of Sound and Vibration, vol. 332, pp. 1501–1519, 2013.
- [6] S.H. Sung, K.Y. Koo and H.J. Jung, “Damage detection of cantilever beam-type structures using baseline modification.” Journal of Sound and Vibration, vol. 333, pp. 4123–4138, 2014.
- [7] R.J. Guyan, “Reduction of Stiffness and Mass Matrices.” AIAA Journal, Vol. 3, pp. 380–381, 1965.

- [8] J. C. O' Callahan, "A Procedure for an Improved Reduced System (IRS) Model." 7th International Modal Analysis Conference, pp. 471–479, 1989.
- [9] J. O' Callahan, P. Li, "SEREP Expansion." International Modal Analysis Conference, Vol. 14, pp. 29–37, 1989.
- [10] Liu Fushun, Chen Wenwen1 and Wang Weiying, "An expansion method dealing with spatial incompleteness of measured mode shapes of beam structures" Applied Mathematics & Information Sciences, Vol. 8, pp. 651–656, 2014.
- [11] M. Meo and G. Zumpano, "On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure." Engineering Structures, Vol. 27, pp. 1488–1497, 2005.
- [12] G. C. Marano, G. Monti and G. Quaranta, "Comparison of different optimum criteria for sensor placement in lattice towers." The Structural Design of Tall and Special Buildings, Vol. 20, pp. 1048–1056, 2011.
- [13] T. Irvine, "Effective modal mass & modal participation factors." Vibrationdata, 2012.
- [14] T. G. Carne, C. R. Dohrmann, "A modal test design strategy for model correlation." International Modal Analysis Conference, 1995
- [15] A. K. Pandey and M. Biswas, "Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility." Journal of Sound and Vibration, Vol. 169, pp. 3 – 17. 1994.
- [16] T. Toksoy and A. E. Aktan, "Bridge-condition Assessment by Modal Flexibility." Experimental Mechanics, Vol. 34, pp. 271 – 278, 1994.

附圖

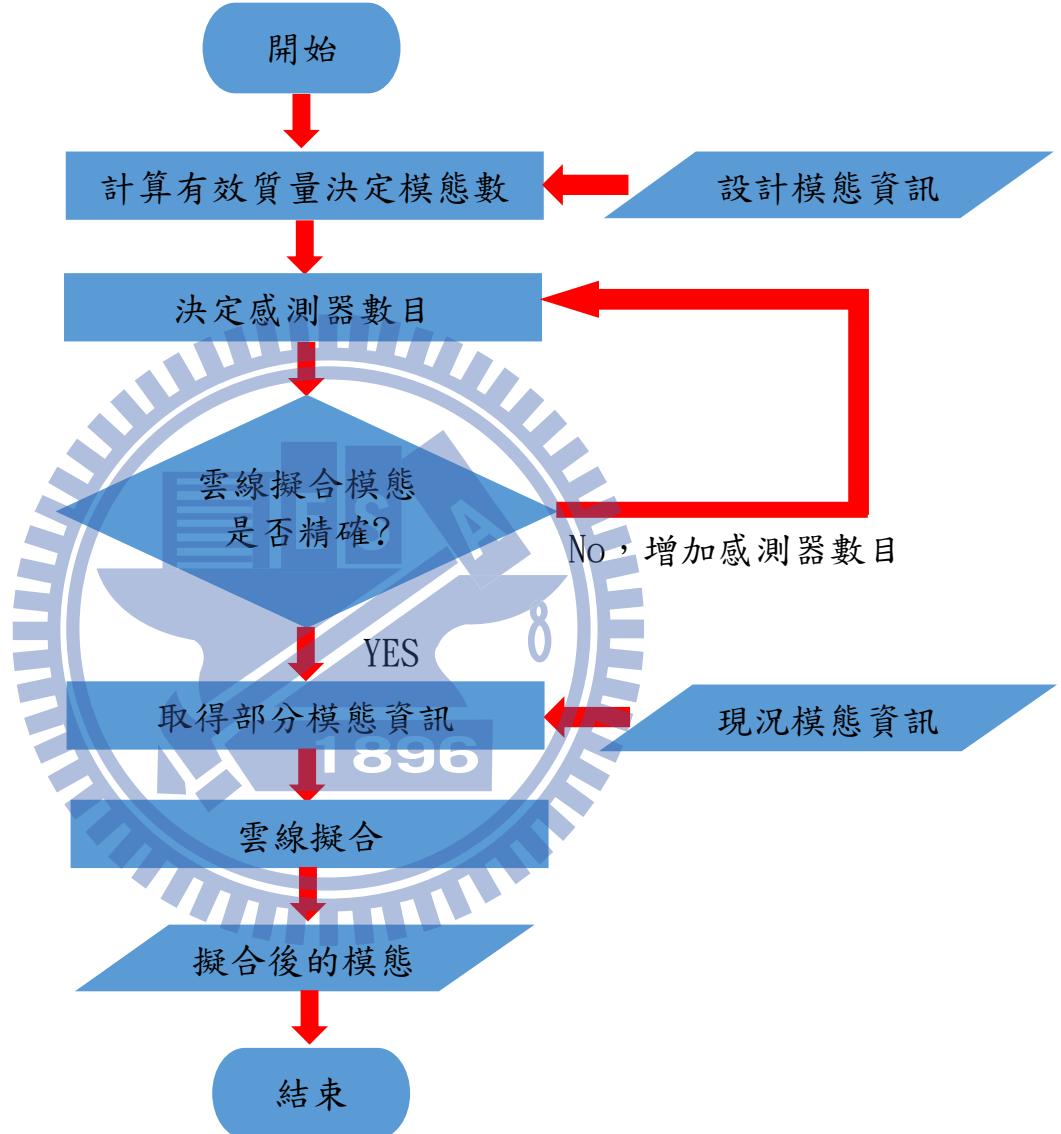


圖3-1、雲線擬合流程圖

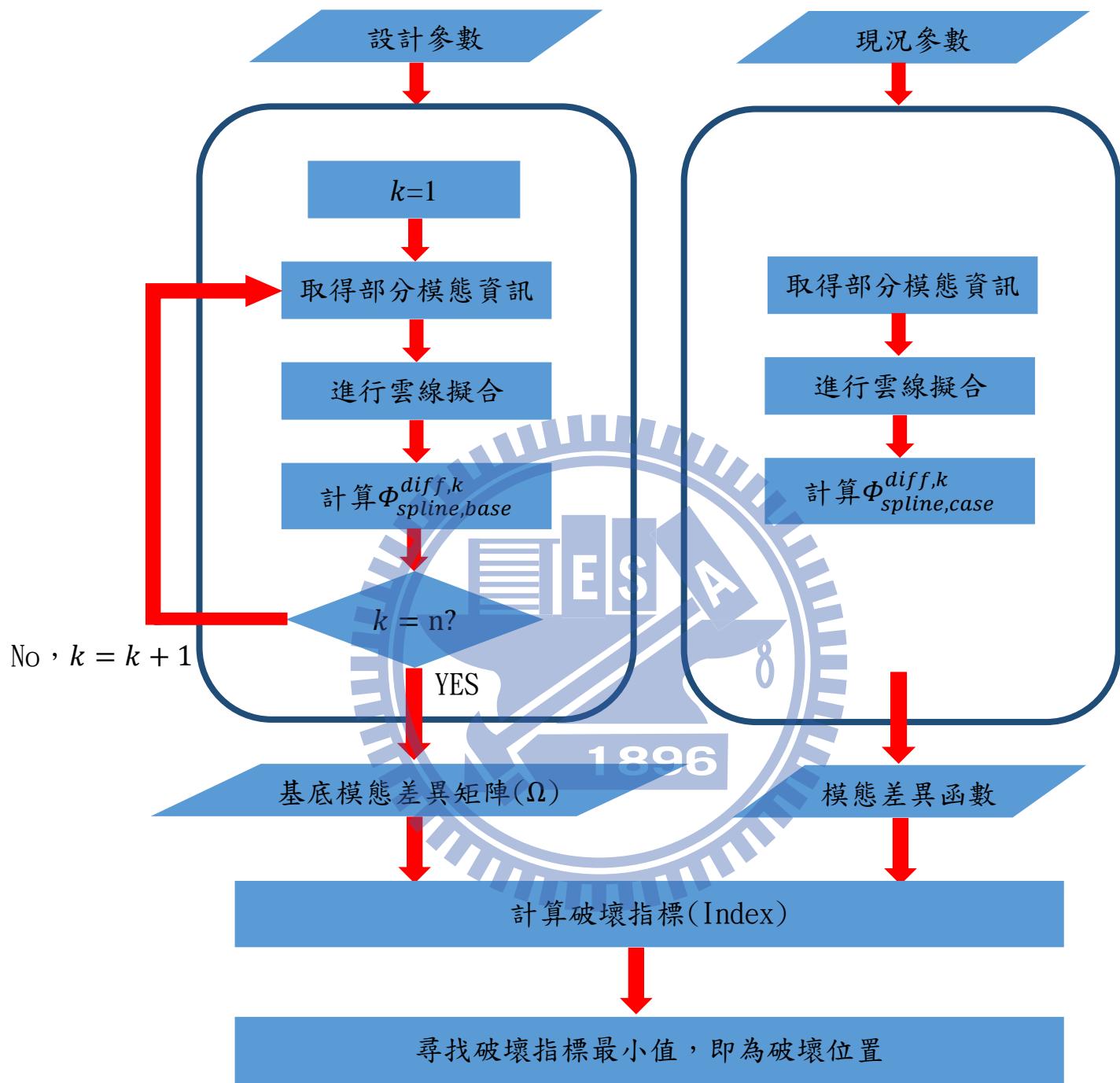


圖3-2、破壞位置辨識流程圖

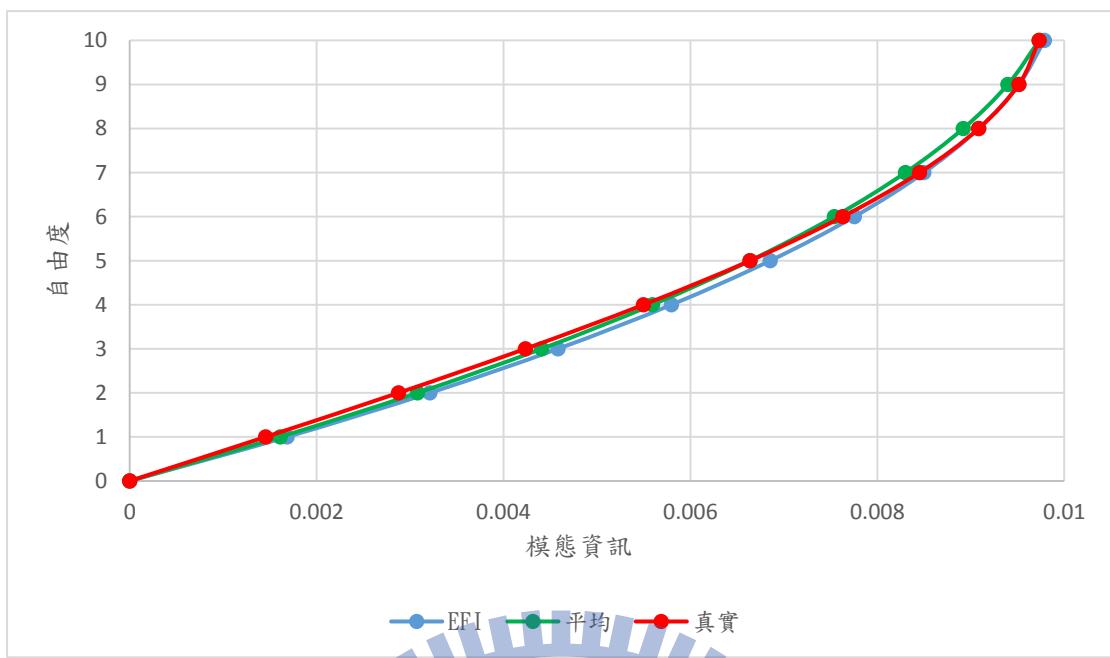


圖4-3、模型1-1、第一模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

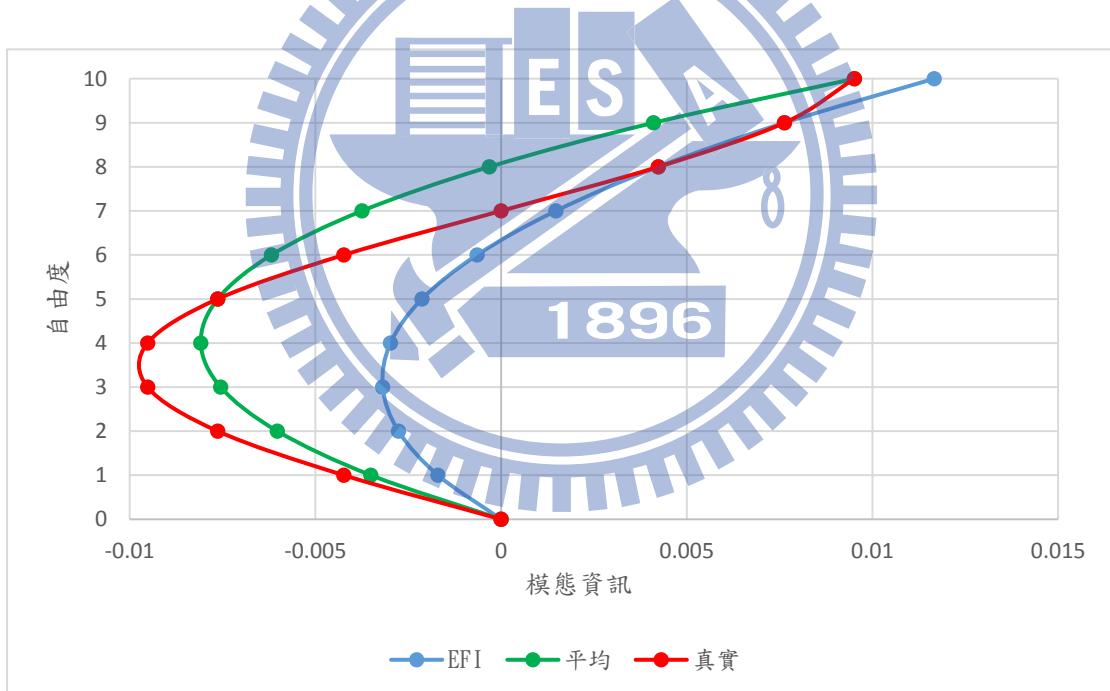


圖4-4、模型1-1、第二模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

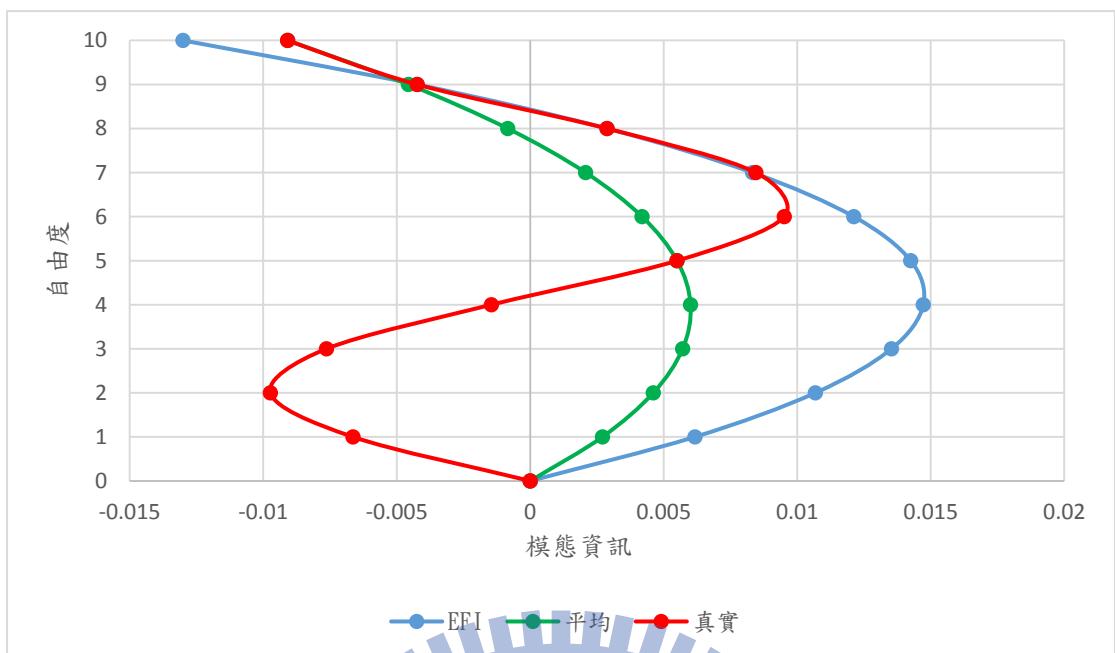


圖4-5、模型1-1、第三模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

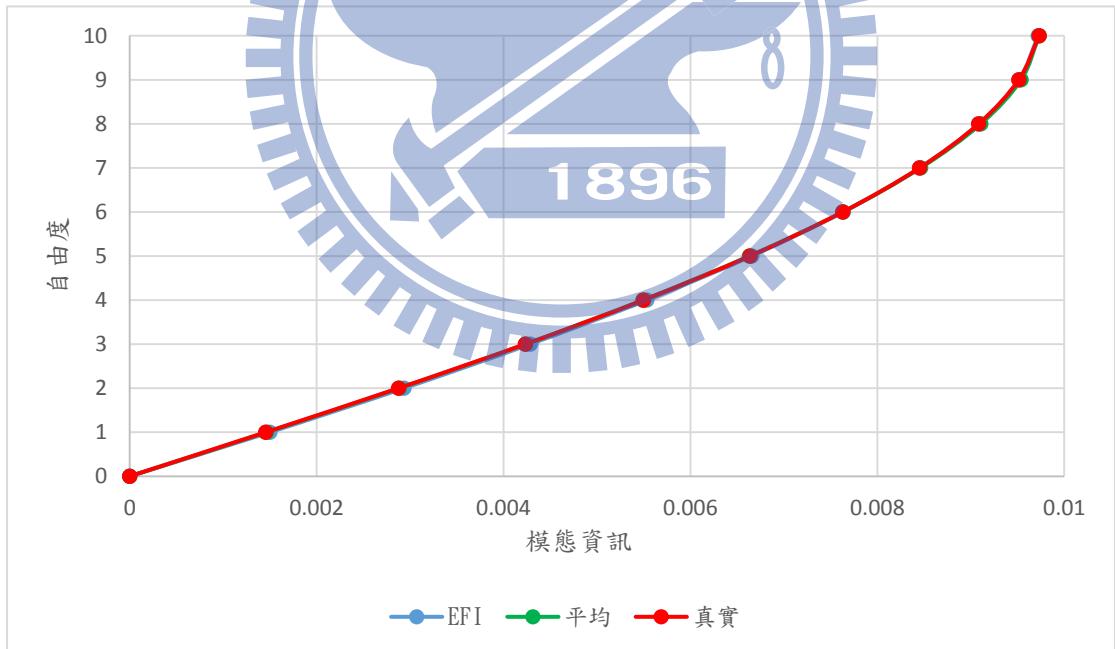


圖4-6、模型1-1、第一模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

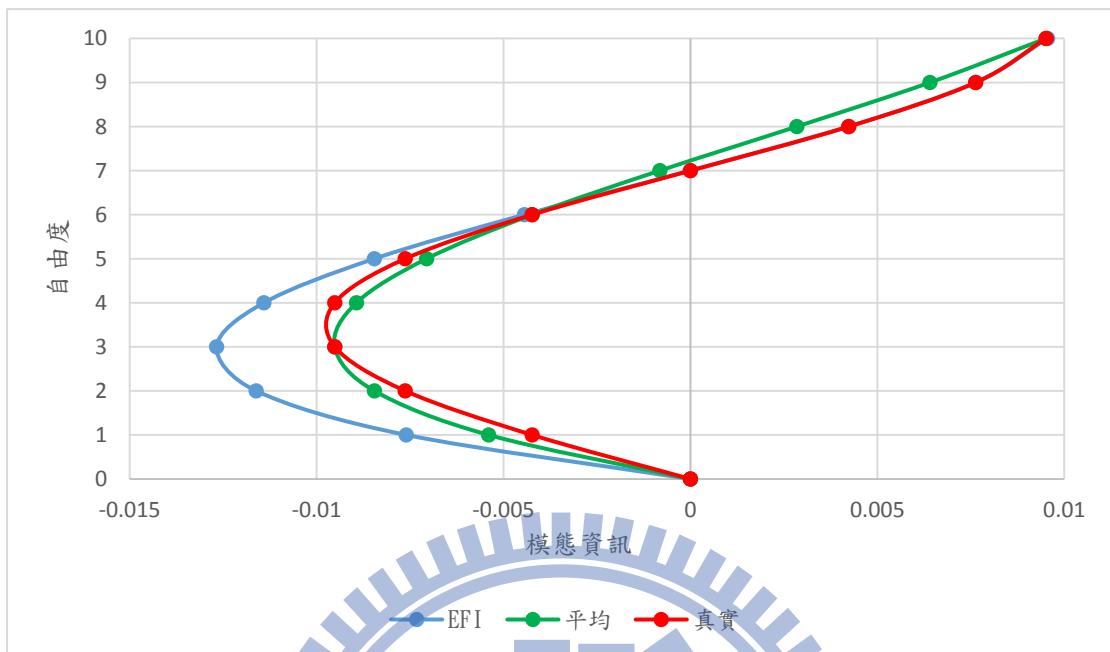


圖4-7、模型1-1、第二模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

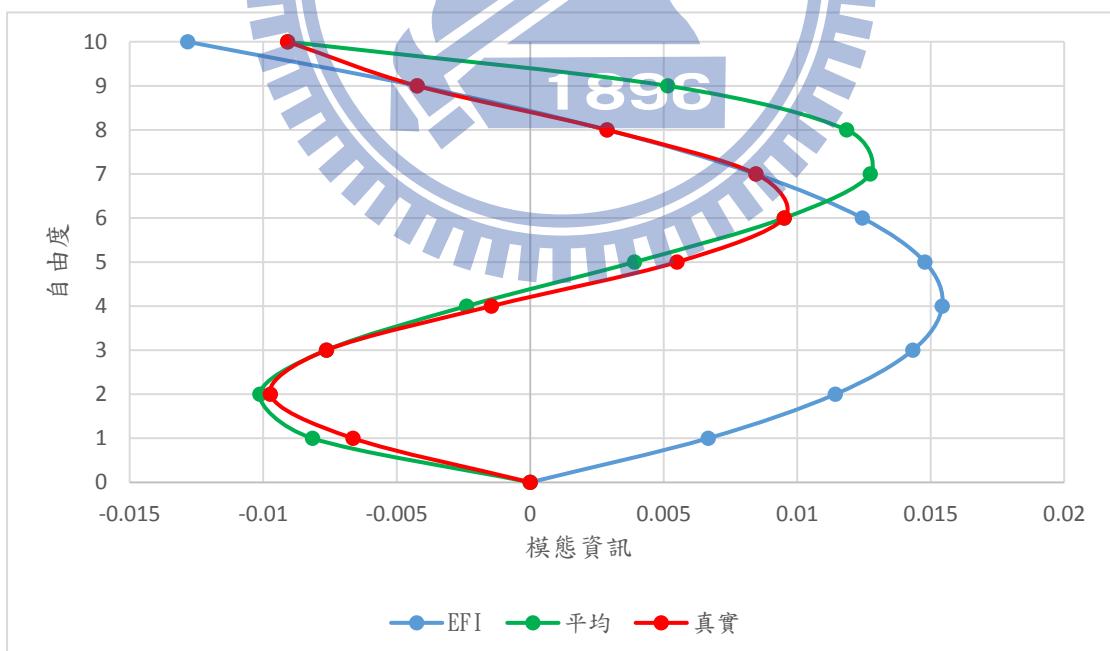


圖4-8、模型1-1、第三模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

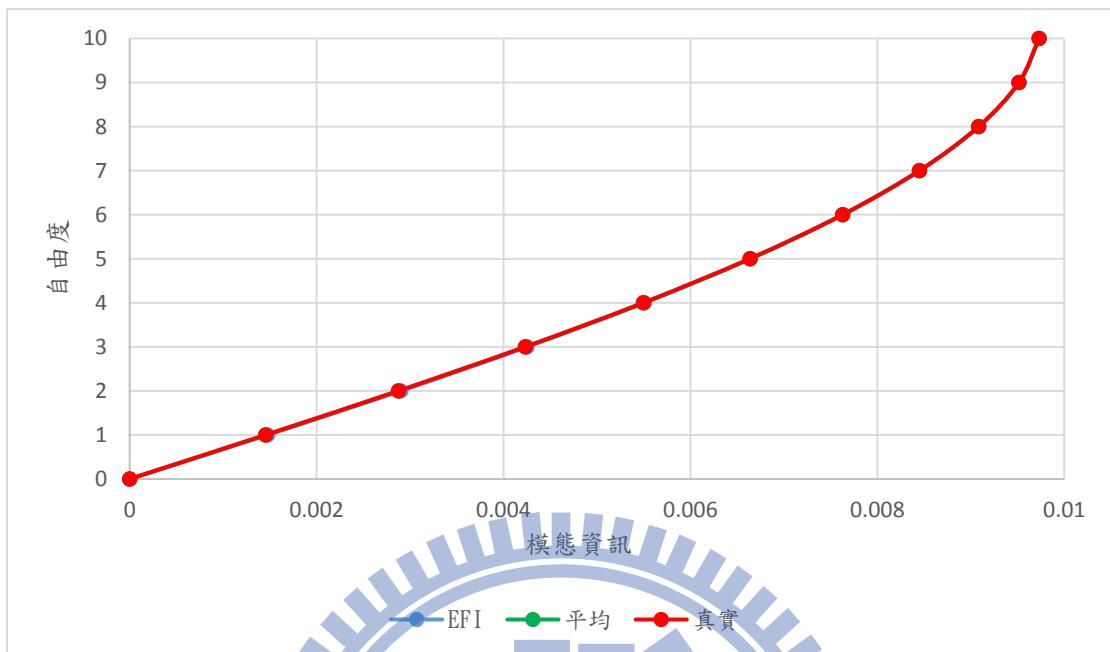


圖4-9、模型1-1、第一模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

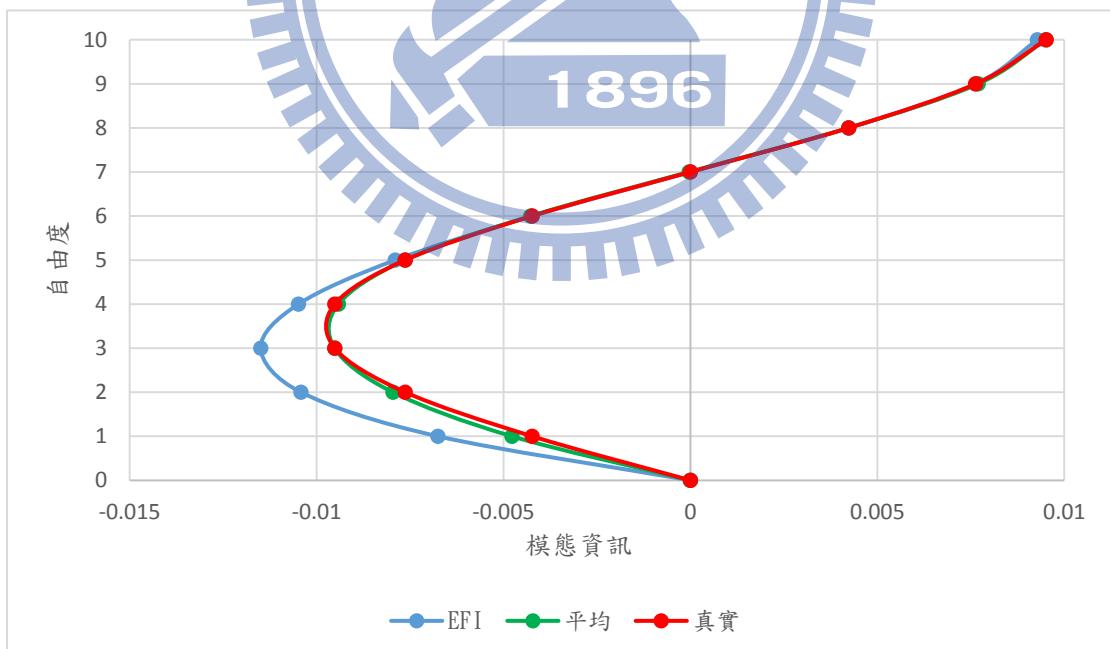


圖4-10、模型1-1、第二模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

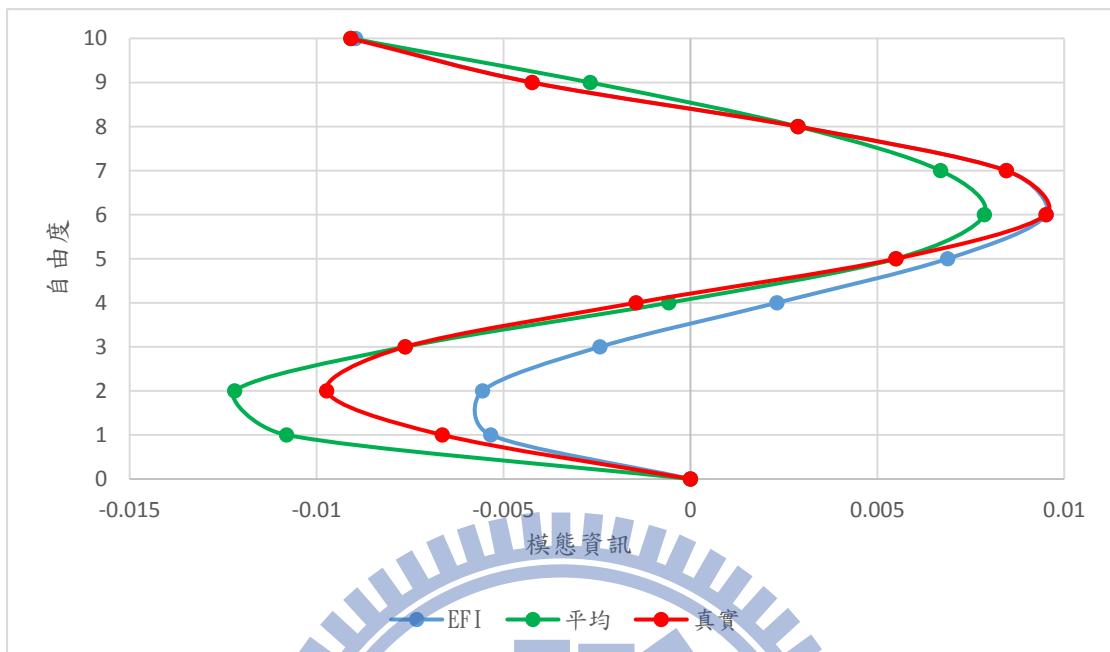


圖4-11、模型1-1、第三模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

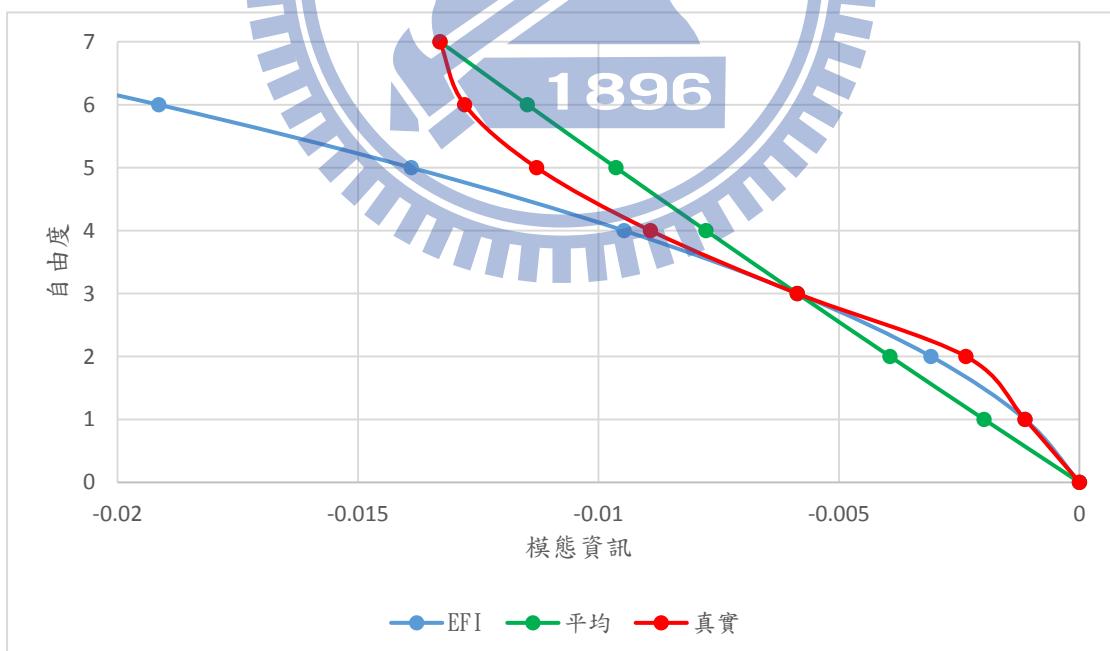


圖4-12、模型2-1、第一模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

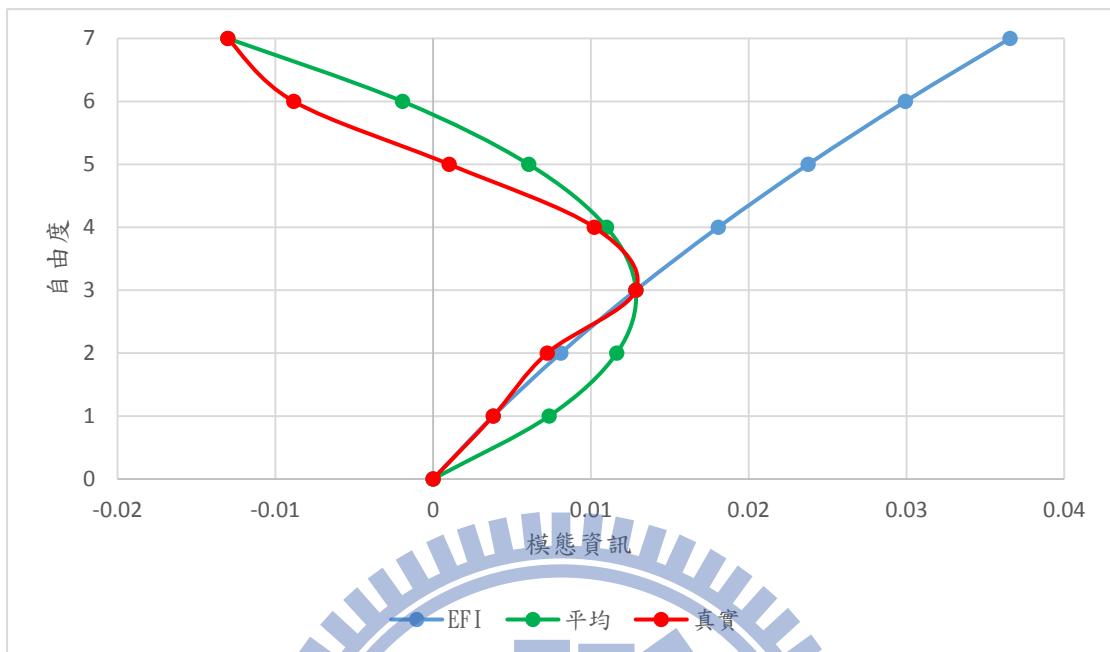


圖4-13、模型2-1、第二模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

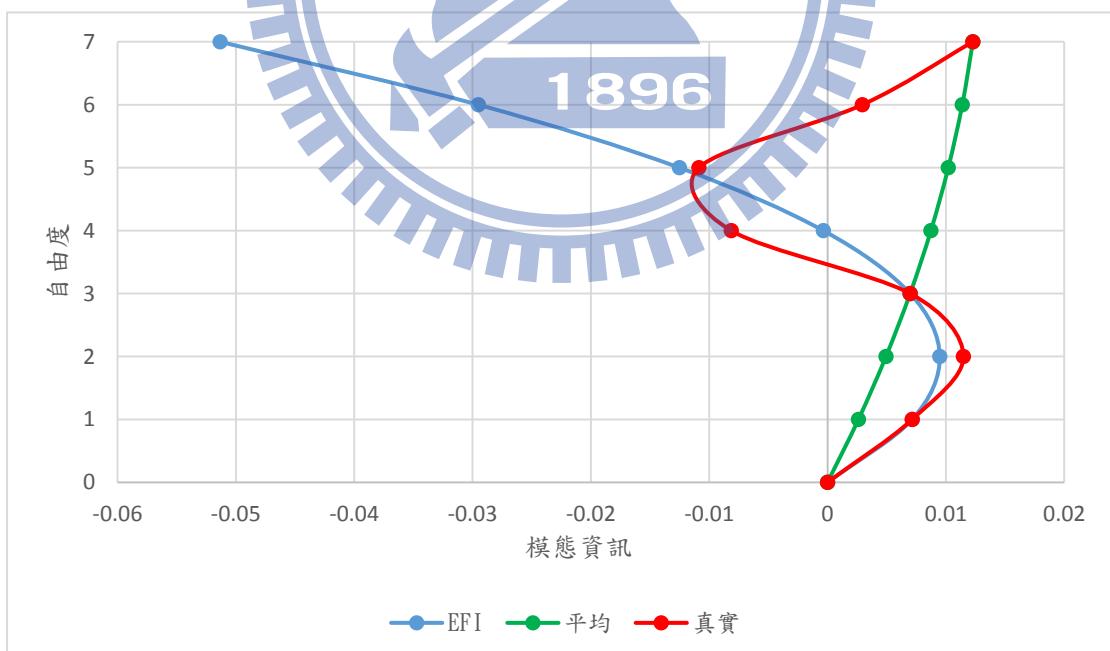


圖4-14、模型2-1、第三模態、2個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

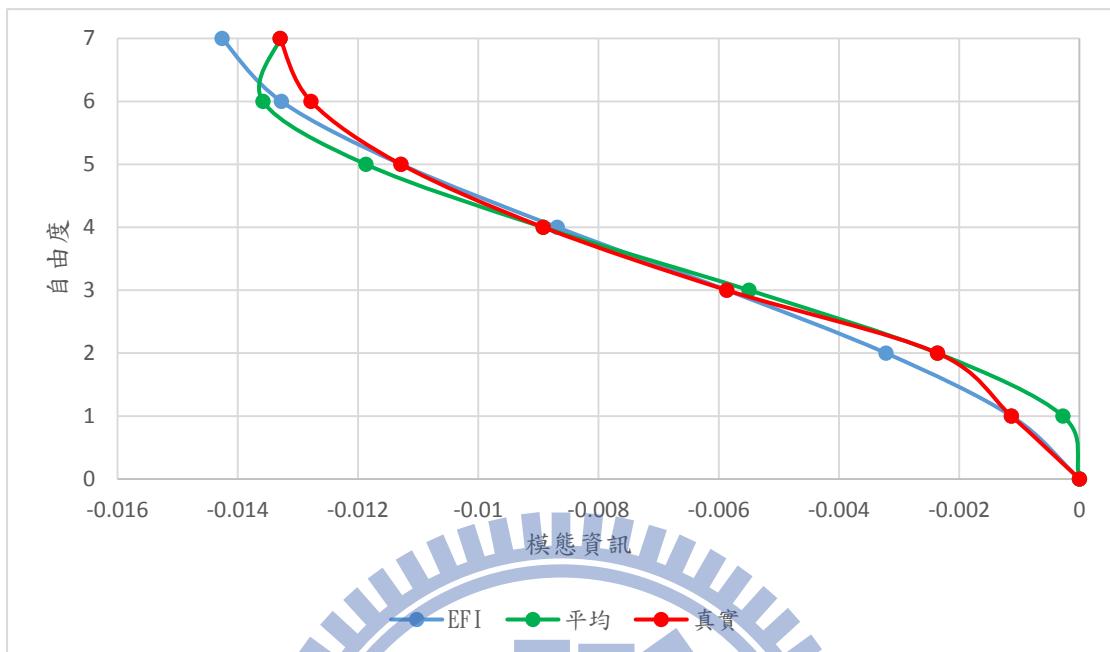


圖4-15、模型2-1、第一模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

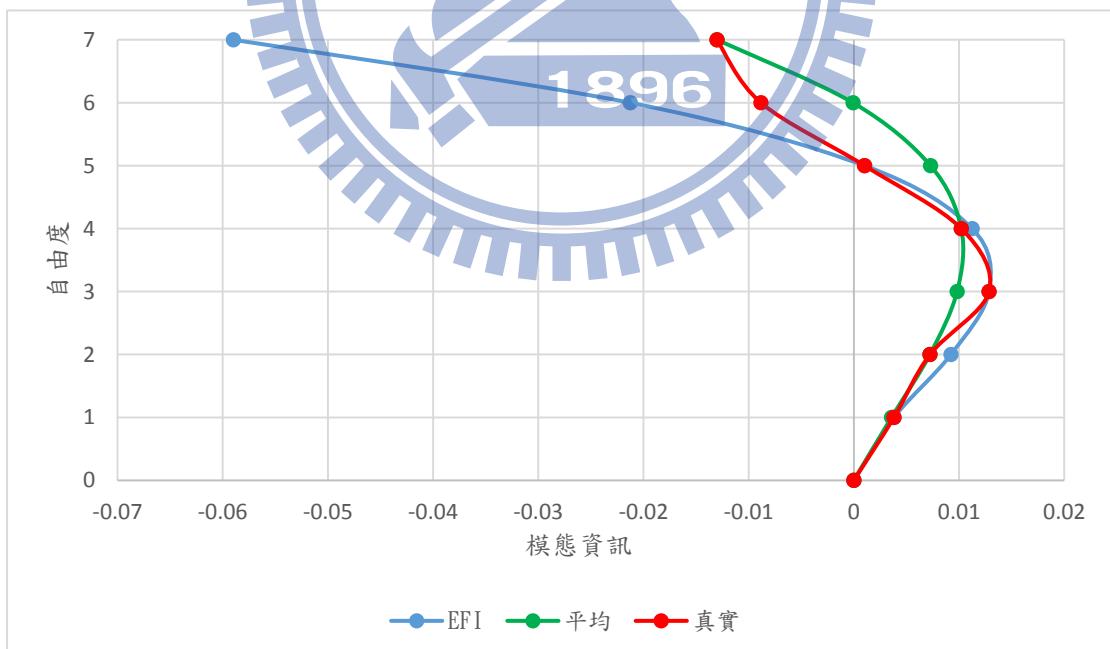


圖4-16、模型2-1、第二模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

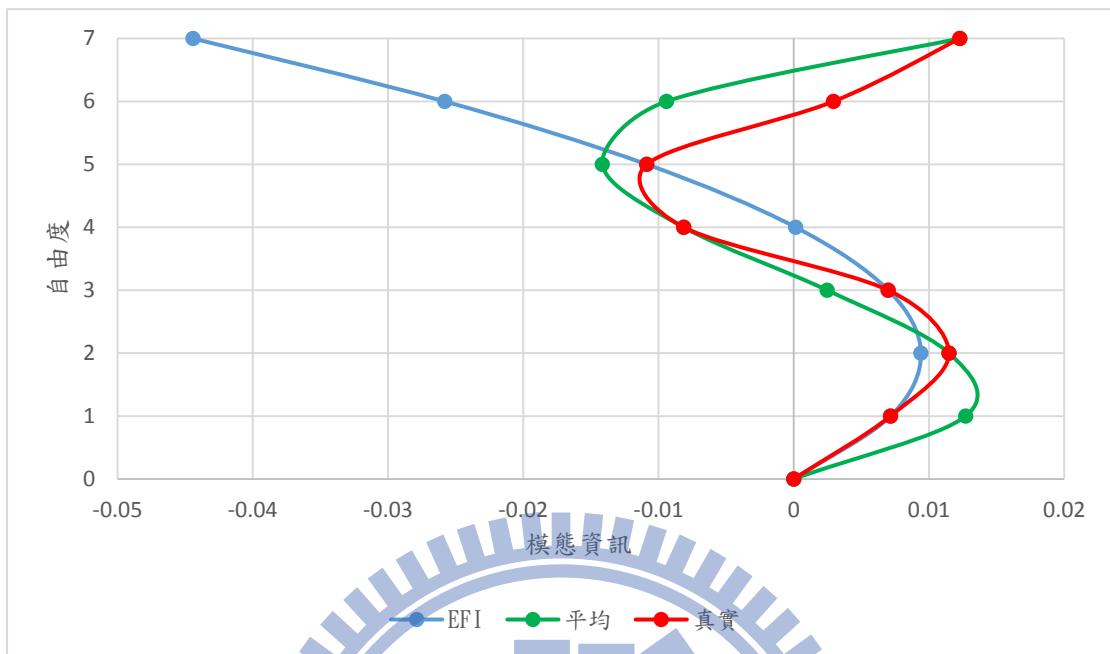


圖4-17、模型2-1、第三模態、3個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

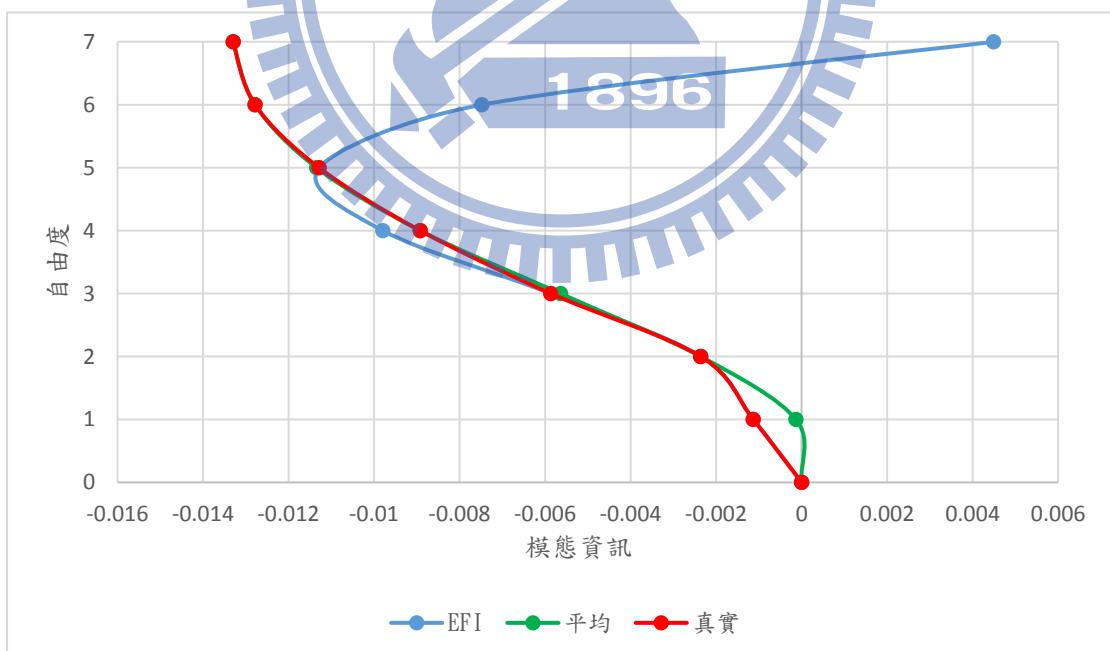


圖4-18、模型2-1、第一模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

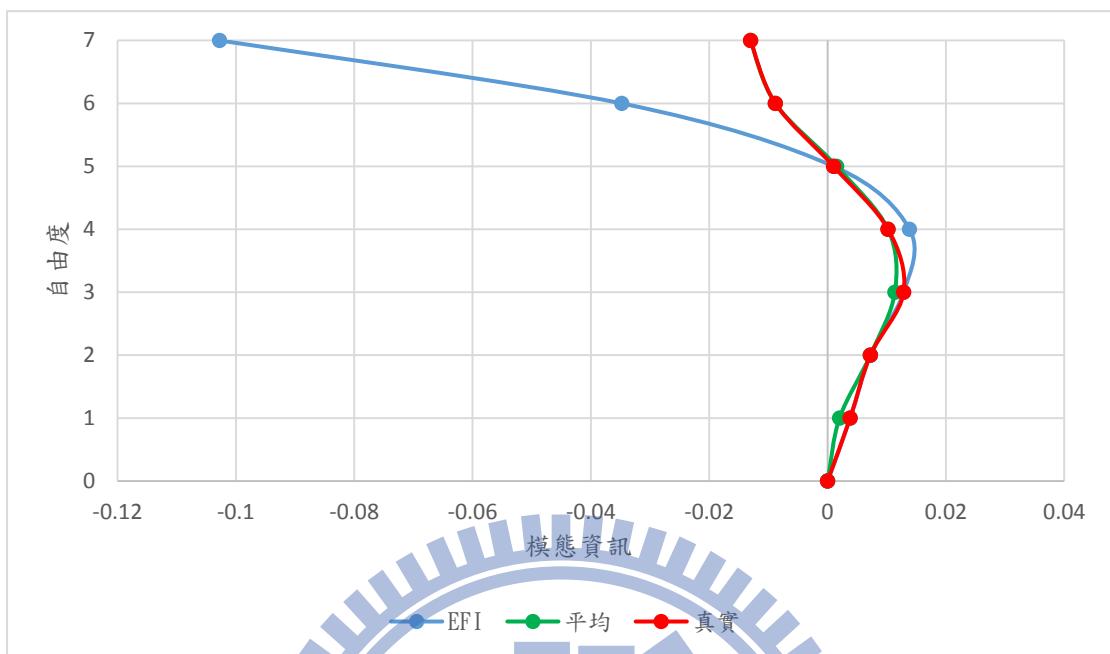


圖4-19、模型2-1、第二模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

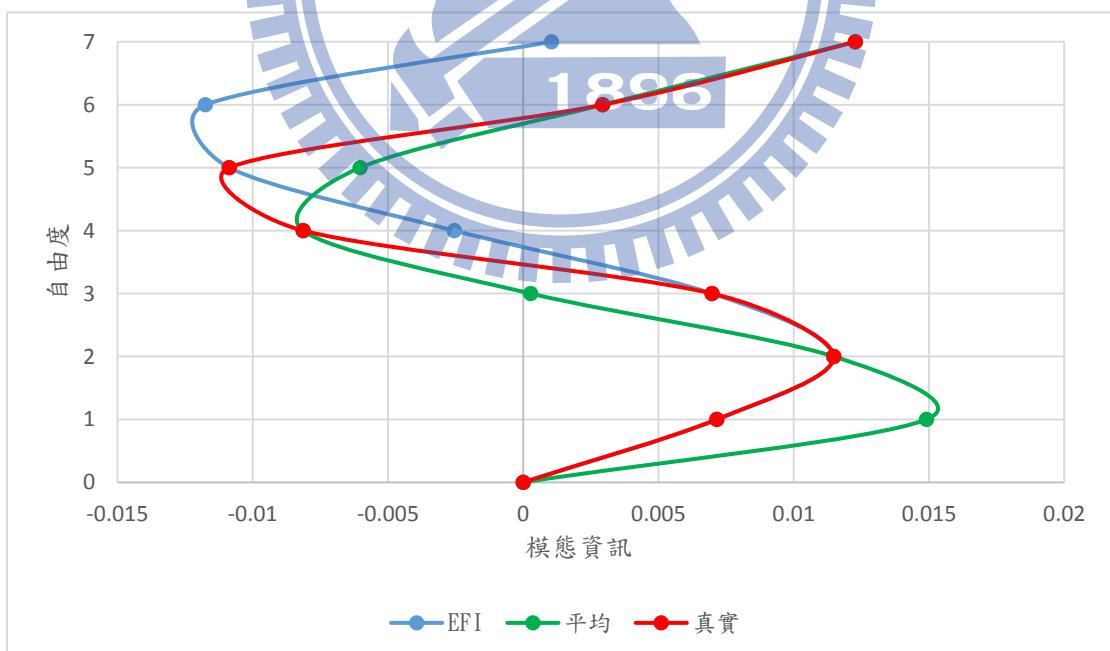


圖4-20、模型2-1、第三模態、4個感測器EFI擺放與平均擺放擬合結果

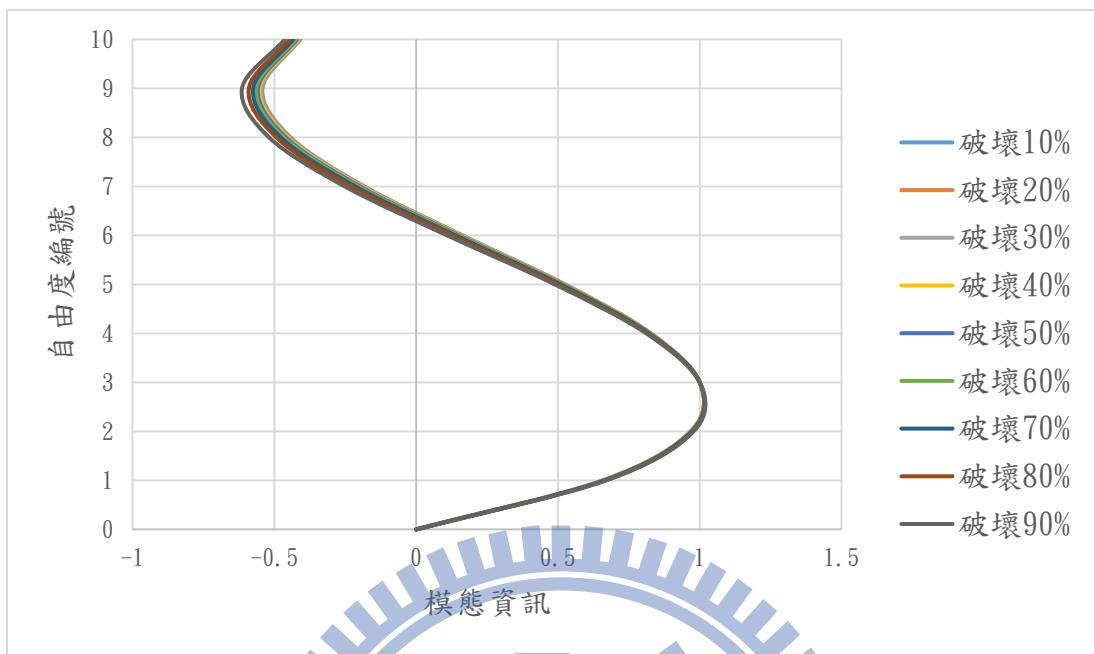


圖4-21、模型1-1，不同破壞程度不同、3th破壞基底模態差異函數

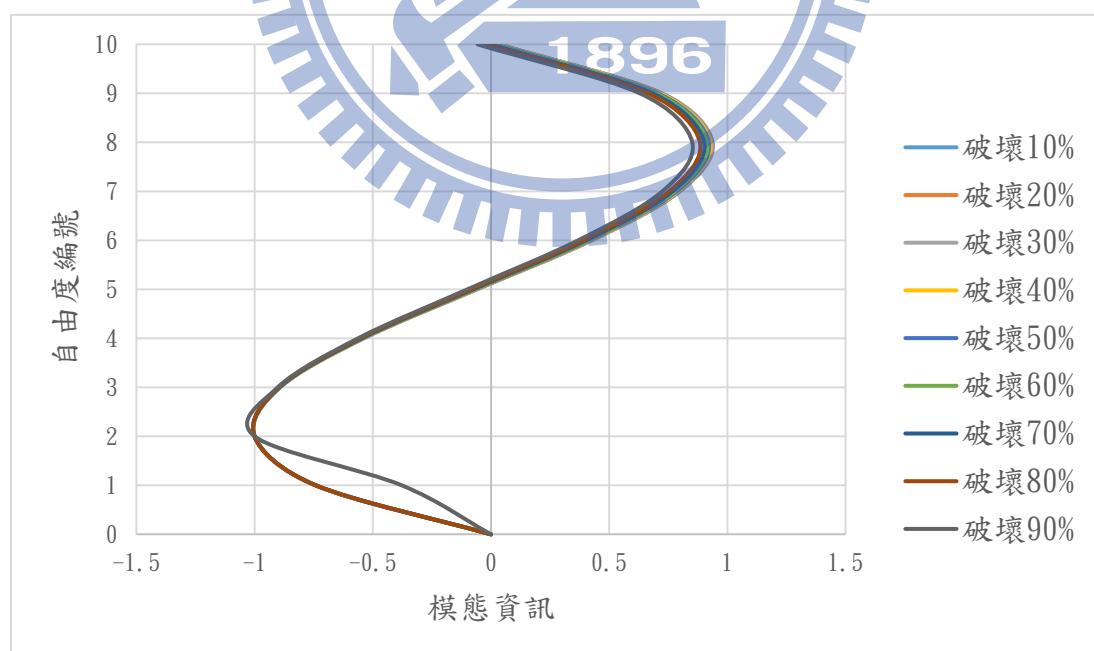


圖4-22、模型1-1，不同破壞程度不同、5th破壞基底模態差異函數

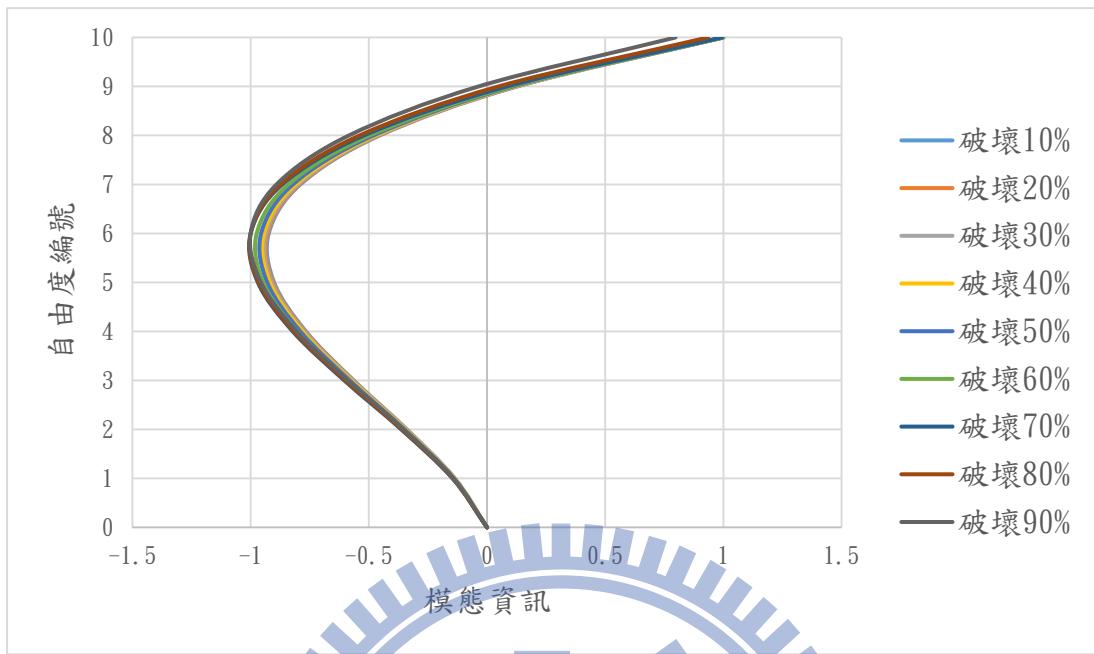


圖4-23、模型1-1，不同破壞程度不同、8th破壞基底模態差異函數

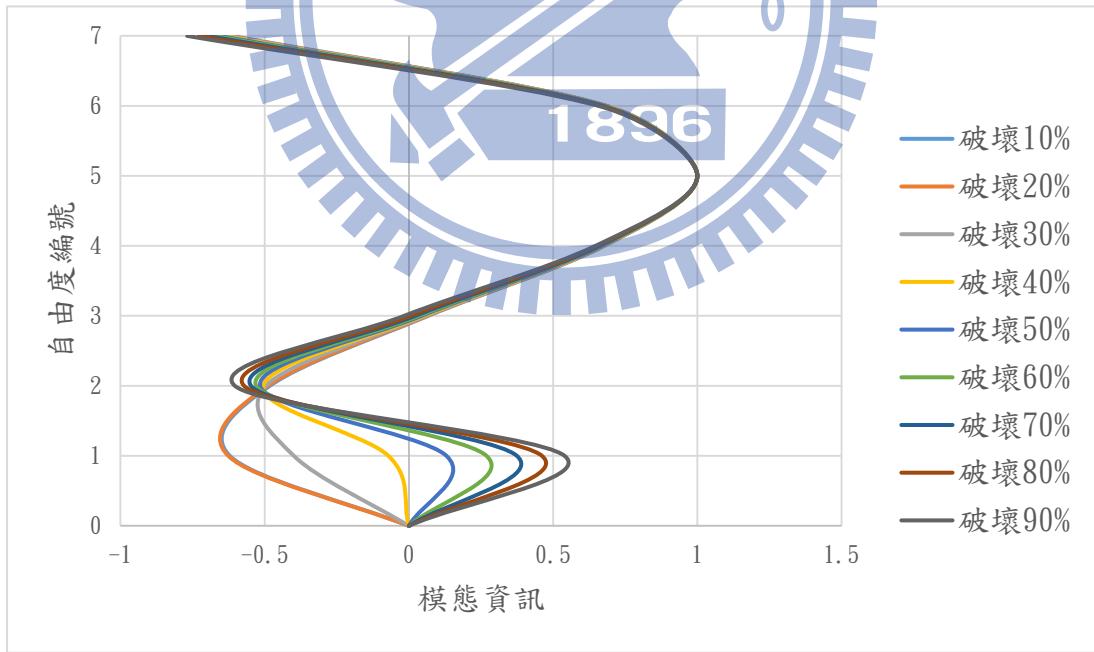


圖4-24、模型2-1，不同破壞程度不同、3th破壞基底模態差異函數

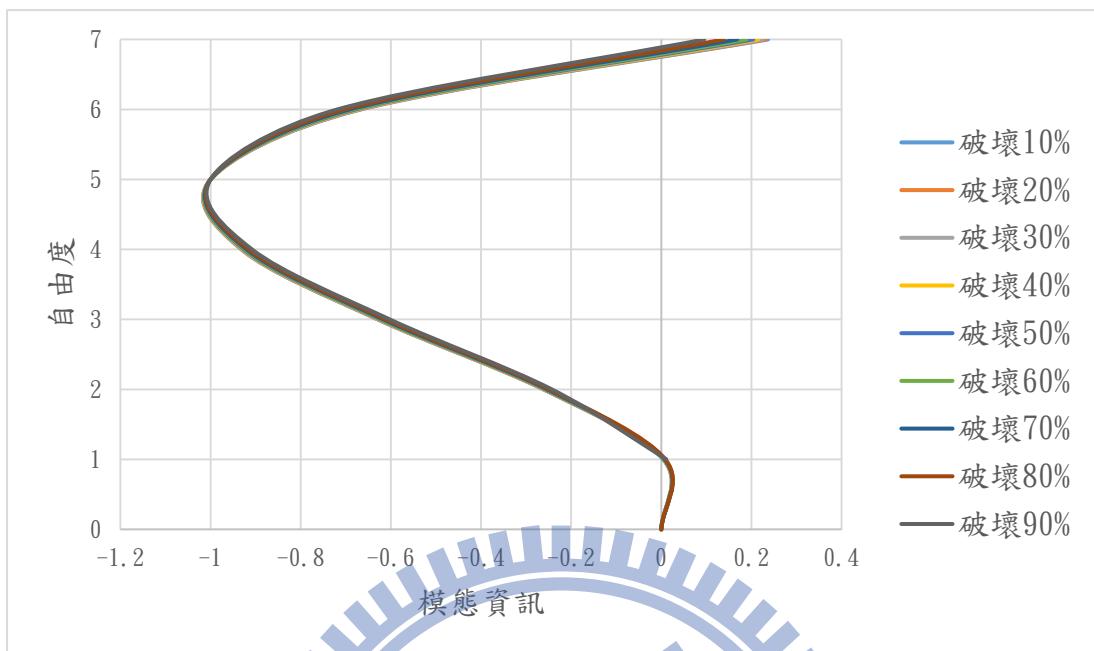


圖4-25、模型2-1，不同破壞程度不同、5th破壞基底模態差異函數

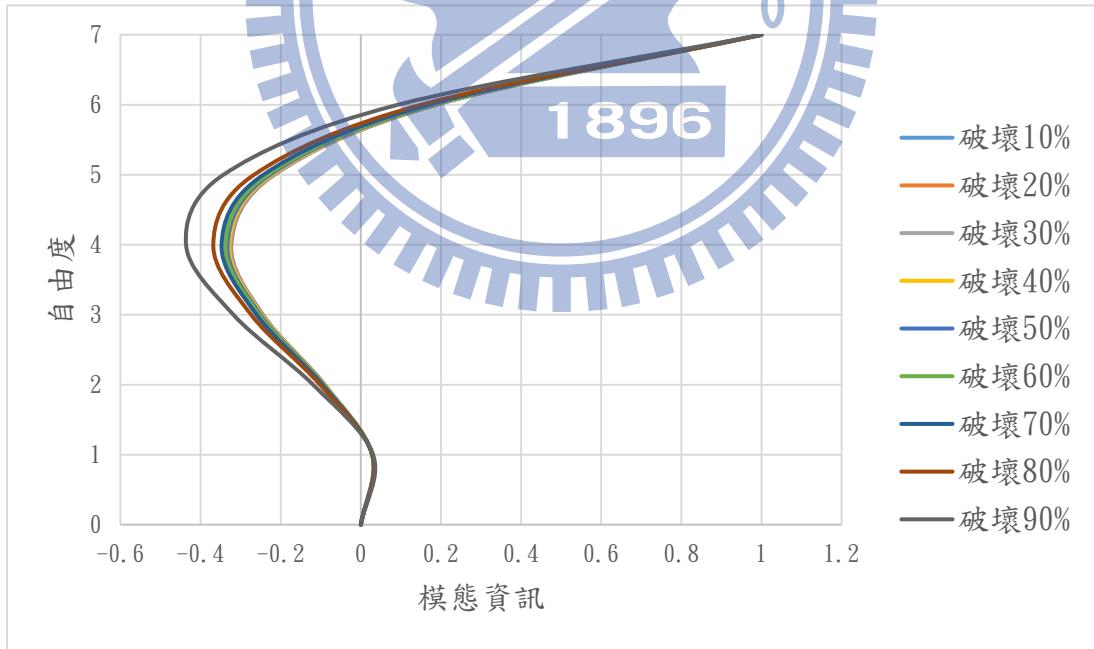


圖4-26、模型2-1，不同破壞程度不同、7th破壞基底模態差異函數

附表

表 4-9、模型 1-1、不同感測器數量 EFI 擺放與平均擺放擬合結果

模型 1-1	2 個感測器		3 個感測器		4 個感測器	
擺放方法	EFI 摆放	平均擺放	EFI 摆放	平均擺放	EFI 摆放	平均擺放
感測器位置	(8, 9)	(5, 10)	(7, 8, 9)	(3, 6, 10)	(6, 7, 8, 9)	(3, 5, 8, 10)
MAC(Φ'_1, Φ_1)	0.9994	0.9997	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
MAC(Φ'_2, Φ_2)	0.6902	0.8834	0.9711	0.9866	0.9813	0.9993
MAC(Φ'_3, Φ_3)	0.0330	0.0408	0.0255	0.7452	0.8787	0.9426

表 4-10、模型 2-1、不同感測器數量 EFI 摆放與平均擺放擬合結果

模型 2-1	2 個感測器		3 個感測器		4 個感測器	
擺放方法	EFI 摆放	平均擺放	EFI 摆放	平均擺放	EFI 摆放	平均擺放
感測器位置	(1, 3)	(3, 7)	(1, 3, 5)	(2, 4, 7)	(1, 2, 3, 5)	(2, 4, 6, 7)
MAC(Φ'_1, Φ_1)	0.9542	0.9881	0.9979	0.9980	0.4252	0.9982
MAC(Φ'_2, Φ_2)	0.0436	0.8460	0.6867	0.7864	0.5715	0.9916
MAC(Φ'_3, Φ_3)	0.0615	0.0513	0.0518	0.7337	0.4268	0.7969

表4-11、模型1-1、平均擺放法、不同感測器數量、加入虛擬樓層策略的差別

模型 1-1	2 個感測器(5, 10)	3 個感測器(3, 6, 10)	4 個感測器(3, 5, 8, 10)
虛擬樓層資料	虛擬樓層位置:15 虛擬樓層位移:-0.0508	虛擬樓層位置:14 虛擬樓層位移:-0.0168	虛擬樓層位置:12 虛擬樓層位移:-0.0019
第二模態	$MAC(\Phi'_2, \Phi_2)$	$MAC(\Phi'_2, \Phi_2)$	$MAC(\Phi'_2, \Phi_2)$
未加入虛擬樓層策略	0.6902	0.9866	0.9993
加入虛擬樓層策略	0.9495	0.9971	0.9998
虛擬樓層資料	虛擬樓層位置:15 虛擬樓層位移:-0.0090	虛擬樓層位置:14 虛擬樓層位移:-0.0091	虛擬樓層位置:12 虛擬樓層位移:-0.0090
第三模態	$MAC(\Phi'_3, \Phi_3)$	$MAC(\Phi'_3, \Phi_3)$	$MAC(\Phi'_3, \Phi_3)$
未加入虛擬樓層策略	0.0408	0.7452	0.9426
加入虛擬樓層策略	0.0501	0.9703	0.9514

表4-12、模型2-1、平均擺放法、不同感測器數量、加入虛擬樓層策略的差別

模型 2-1	2 個感測器(4, 7)	3 個感測器(2, 4, 7)	4 個感測器(2, 4, 6, 7)
虛擬樓層資料	虛擬樓層位置:10 虛擬樓層位移:-0.0129	虛擬樓層位置:10 虛擬樓層位移:-0.0129	虛擬樓層位置:8 虛擬樓層位移:-0.0131
第二模態	$MAC(\Phi'_2, \Phi_2)$	$MAC(\Phi'_2, \Phi_2)$	$MAC(\Phi'_2, \Phi_2)$
未加入虛擬樓層策略	0.8460	0.7864	0.9916
加入虛擬樓層策略	0.8741	0.9288	0.9918
虛擬樓層資料	虛擬樓層位置:10 虛擬樓層位移:0.4803	虛擬樓層位置:10 虛擬樓層位移:0.0715	虛擬樓層位置:8 虛擬樓層位移:-0.2147
第三模態	$MAC(\Phi'_3, \Phi_3)$	$MAC(\Phi'_3, \Phi_3)$	$MAC(\Phi'_3, \Phi_3)$
未加入虛擬樓層策略	0.0513	0.7337	0.7969
加入虛擬樓層策略	0.7060	0.8189	0.9306

表4-13 模型1、不同擴展方法所產生的模態、模型1-1當設計結構參數

模型 1-2 當現況參數	MAC(Φ'_1, Φ_1)			MAC(Φ'_2, Φ_2)			MAC(Φ'_3, Φ_3)		
感測器數目	2 個	3 個	4 個	2 個	3 個	4 個	2 個	3 個	4 個
Guyan	0.9993	0.9997	0.9999	0.8991	0.9840	0.9943	0.0807	0.8881	0.8747
IRS	1.0000	1.0000	1.0000	0.9867	0.9997	0.9999	0.0127	0.9849	0.9912
Spline	0.9996	1.0000	1.0000	0.9497	0.9976	0.9964	0.0000	0.9745	0.9487
模型 1-3 當現況參數	MAC(Φ'_1, Φ_1)			MAC(Φ'_2, Φ_2)			MAC(Φ'_3, Φ_3)		
感測器數目	2 個	3 個	4 個	2 個	3 個	4 個	2 個	3 個	4 個
Guyan	0.9985	0.9991	0.9997	0.8583	0.9766	0.9898	0.1256	0.9078	0.8983
IRS	0.9996	0.9996	0.9999	0.9675	0.9888	0.9974	0.0320	0.9787	0.9860
Spline	0.9999	0.9997	0.9999	0.9797	0.9943	0.9983	0.0210	0.9760	0.9868

表4-14、不同擴展方法所產生的模態、模型2-1當設計結構參數

模型 2-2 當現況參數	MAC(Φ'_1, Φ_1)			MAC(Φ'_2, Φ_2)			MAC(Φ'_3, Φ_3)		
感測器數目	2 個	3 個	4 個	2 個	3 個	4 個	2 個	3 個	4 個
Guyan	0.9952	0.9985	0.9997	0.9656	0.9557	0.9738	0.0362	0.7844	0.8438
IRS	0.9997	0.9998	1.0000	0.9794	0.9769	0.9987	0.0197	0.9396	0.9247
Spline	0.9877	0.9975	0.9971	0.8718	0.9291	0.9275	0.7086	0.8304	0.8405
模型 2-3 當現況參數	MAC(Φ'_1, Φ_1)			MAC(Φ'_2, Φ_2)			MAC(Φ'_3, Φ_3)		
感測器數目	2 個	3 個	4 個	2 個	3 個	4 個	2 個	3 個	4 個
Guyan	0.9946	0.9989	0.9997	0.9348	0.9678	0.9788	0.0444	0.8509	0.7061
IRS	0.9993	0.9997	0.9997	0.9135	0.9886	0.9896	0.0341	0.9720	0.7995
Spline	0.9918	0.9961	0.9998	0.9275	0.9612	0.9402	0.2182	0.9808	0.7423

表4-15、模型1-1、模擬單樓層破壞10%時基底擬合模態差異矩陣

Ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.6833	0.6748	0.6587	-0.7318	-0.7425	-0.6134	-0.1668	-0.1360	-0.0522	-0.0002
2	0.9903	0.9825	0.9677	-1.0000	-1.0000	-0.8102	-0.3831	-0.3387	-0.1597	-0.0485
3	1.0000	1.0000	1.0000	-0.9191	-0.8922	-0.6932	-0.6117	-0.5635	-0.2891	-0.1183
4	0.7914	0.8042	0.8283	-0.6037	-0.5388	-0.3652	-0.8154	-0.7656	-0.4069	-0.1835
5	0.4434	0.4718	0.5254	-0.1683	-0.0595	0.0709	-0.9573	-0.9004	-0.4798	-0.2175
6	0.0351	0.0799	0.1642	0.2724	0.4261	0.5124	-1.0000	-0.9232	-0.4743	-0.1942
7	-0.3545	-0.2949	-0.1826	0.6039	0.7981	0.8564	-0.9065	-0.7892	-0.3569	-0.0872
8	-0.6465	-0.5757	-0.4422	0.7117	0.9369	1.0000	-0.6398	-0.4538	-0.0944	0.1300
9	-0.7619	-0.6856	-0.5417	0.4811	0.7229	0.8405	-0.1625	0.1277	0.3468	0.4836
10	-0.6216	-0.5477	-0.4084	-0.2023	0.0363	0.2749	0.5623	1.0000	1.0000	1.0000

表4-16、模型2-1、模擬單樓層破壞10%時基底擬合模態差異矩陣

Ω	1	2	3	4	5	6	7
1	0.38	0.38	0.38	0.37	0.37	0.37	-0.40
2	0.66	0.66	0.66	0.65	0.65	0.64	-0.69
3	0.85	0.85	0.85	0.84	0.84	0.83	-0.87
4	0.96	0.96	0.96	0.96	0.95	0.95	-0.98
5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	-1.00
6	0.98	0.98	0.98	0.98	0.99	0.99	-0.96
7	0.90	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94	-0.87

表4-17、模型1-2、模擬單樓層破壞15%時破壞指標

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	破壞位置
Case1-2_1_15%	0.02	0.37	1.09	11.53	12.40	12.14	10.20	10.69	9.07	8.60	1
Case1-2_2_15%	0.38	0.02	0.73	11.24	12.11	11.85	10.24	10.60	8.98	8.40	2
Case1-2_3_15%	1.07	0.68	0.04	10.70	11.57	11.31	10.33	10.45	8.82	8.02	3
Case1-2_4_15%	11.52	11.22	10.65	0.03	1.30	2.66	8.02	7.81	6.50	5.91	4
Case1-2_5_15%	12.39	12.09	11.53	1.25	0.02	1.40	8.77	8.55	7.11	6.50	5
Case1-2_6_15%	12.13	11.83	11.27	2.65	1.41	0.03	8.64	8.42	6.72	6.01	6
Case1-2_7_15%	10.16	10.21	10.30	8.07	8.80	8.67	0.07	1.32	4.09	5.82	7
Case1-2_8_15%	10.68	10.59	10.46	7.87	8.61	8.48	1.33	0.06	2.79	4.52	8
Case1-2_9_15%	9.07	8.98	8.81	6.54	7.14	6.75	4.12	2.78	0.03	1.73	9
Case1-2_10_15%	8.61	8.40	8.00	5.91	6.51	6.03	5.84	4.51	1.73	0.01	10

表4-18、模型1-2、模擬單樓層破壞20%時破壞指標

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	破壞位置
Case1-2_1_20%	0.10	0.29	1.01	11.49	12.35	12.09	10.26	10.73	9.11	8.59	1
Case1-2_2_20%	0.47	0.09	0.63	11.19	12.06	11.80	10.31	10.63	9.01	8.38	2
Case1-2_3_20%	1.13	0.75	0.05	10.67	11.53	11.28	10.39	10.51	8.85	8.02	3
Case1-2_4_20%	11.51	11.21	10.64	0.13	1.23	2.60	8.13	7.92	6.58	5.99	4
Case1-2_5_20%	12.37	12.07	11.51	1.28	0.11	1.37	8.85	8.63	7.17	6.56	5
Case1-2_6_20%	12.11	11.81	11.24	2.63	1.39	0.07	8.68	8.46	6.76	6.05	6
Case1-2_7_20%	10.10	10.15	10.25	8.08	8.81	8.69	0.16	1.35	4.13	5.86	7
Case1-2_8_20%	10.76	10.67	10.60	8.01	8.74	8.61	1.16	0.20	2.96	4.69	8
Case1-2_9_20%	9.10	9.01	8.83	6.58	7.18	6.80	4.05	2.72	0.08	1.79	9
Case1-2_10_20%	8.60	8.39	8.00	5.92	6.52	6.05	5.83	4.49	1.72	0.02	10

表4-19、模型1-3、模擬單樓層破壞15%時破壞指標

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	破壞位置
Case1-3_1_15%	0.01	0.37	1.10	11.54	12.41	12.15	10.22	10.71	9.09	8.62	1
Case1-3_2_15%	0.33	0.05	0.77	11.29	12.15	11.90	10.26	10.64	9.02	8.44	2
Case1-3_3_15%	1.04	0.65	0.07	10.74	11.60	11.34	10.35	10.47	8.85	8.05	3
Case1-3_4_15%	11.47	11.17	10.60	0.11	1.31	2.68	8.08	7.86	6.54	5.98	4
Case1-3_5_15%	12.32	12.02	11.46	1.20	0.10	1.45	8.79	8.57	7.12	6.51	5
Case1-3_6_15%	12.15	11.85	11.28	2.56	1.32	0.09	8.69	8.48	6.78	6.09	6
Case1-3_7_15%	10.08	10.13	10.23	8.09	8.82	8.69	0.19	1.36	4.14	5.87	7
Case1-3_8_15%	10.80	10.71	10.66	8.07	8.81	8.68	1.07	0.28	3.04	4.77	8
Case1-3_9_15%	9.11	9.01	8.84	6.59	7.20	6.82	4.03	2.70	0.10	1.81	9
Case1-3_10_15%	8.60	8.39	8.00	5.92	6.53	6.05	5.82	4.48	1.70	0.04	10

表4-20、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	破壞位置
Case1-3_1_20%	0.21	0.53	1.25	11.61	12.48	12.22	10.13	10.62	9.08	8.61	1
Case1-3_2_20%	0.28	0.18	0.82	11.28	12.14	11.89	10.11	10.52	8.90	8.38	2
Case1-3_3_20%	1.02	0.64	0.16	10.70	11.57	11.31	10.22	10.36	8.74	7.98	3
Case1-3_4_20%	11.53	11.23	10.66	0.08	1.33	2.69	7.96	7.74	6.45	5.85	4
Case1-3_5_20%	12.41	12.11	11.54	1.23	0.05	1.42	8.72	8.51	7.08	6.46	5
Case1-3_6_20%	12.14	11.84	11.28	2.67	1.42	0.04	8.62	8.40	6.70	5.99	6
Case1-3_7_20%	10.12	10.17	10.26	8.10	8.84	8.71	0.13	1.27	4.05	5.78	7
Case1-3_8_20%	10.61	10.52	10.39	7.88	8.62	8.49	1.40	0.12	2.72	4.45	8
Case1-3_9_20%	9.03	8.94	8.77	6.56	7.16	6.75	4.15	2.81	0.06	1.70	9
Case1-3_10_20%	8.59	8.38	7.98	5.91	6.52	6.04	5.86	4.52	1.75	0.03	10

表4-21、模型2-2、模擬單樓層破壞15%時破壞指標

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	破壞位置
Case2-2_1_15%	0.47	0.35	6.95	6.68	6.48	6.55	5.57	2
Case2-2_2_15%	0.59	0.42	6.91	6.57	6.53	6.53	5.50	2
Case2-3_3_15%	6.74	6.68	0.67	0.85	7.42	6.97	5.10	3
Case2-2_4_15%	6.71	6.57	1.38	0.41	6.97	6.52	4.65	4
Case2-2_5_15%	5.92	5.99	7.55	6.85	0.30	2.02	4.23	5
Case2-2_6_15%	6.91	6.89	8.14	7.44	0.96	1.15	3.35	5
Case2-2_7_15%	5.69	5.60	5.91	5.21	3.47	1.56	0.65	7

表4-22、模型2-2、模擬單樓層破壞20%時破壞指標

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	破壞位置
Case2-2_1_20%	0.31	0.15	7.11	6.78	6.30	6.44	5.57	2
Case2-2_2_20%	0.45	0.29	7.06	6.66	6.36	6.42	5.49	2
Case2-3_3_20%	6.41	6.36	0.95	1.18	7.01	6.56	4.69	3
Case2-2_4_20%	6.53	6.39	1.64	0.56	6.66	6.21	4.34	4
Case2-2_5_20%	5.93	6.00	7.58	6.88	0.27	1.96	4.17	5
Case2-2_6_20%	6.93	6.91	8.18	7.48	1.01	1.11	3.31	5
Case2-2_7_20%	5.68	5.59	5.90	5.20	3.49	1.58	0.64	7

表4-23、模型2-3、模擬單樓層破壞15%時破壞指標

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	破壞位置
Case2-3_1_15%	0.40	0.28	7.00	6.73	6.43	6.52	5.58	2
Case2-3_2_15%	0.55	0.39	6.95	6.60	6.49	6.50	5.50	2
Case2-3_3_15%	6.82	6.76	0.57	0.80	7.44	6.99	5.12	3
Case2-3_4_15%	6.81	6.67	1.36	0.29	6.95	6.50	4.63	4
Case2-3_5_15%	5.98	6.05	7.56	6.86	0.21	2.02	4.23	5
Case2-3_6_15%	7.00	6.98	8.13	7.43	1.055	1.057	3.26	5
Case2-3_7_15%	5.70	5.61	5.88	5.18	3.50	1.59	0.62	7

表4-24、模型2-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	破壞位置
Case2-3_1_20%	0.55	0.39	6.93	6.60	6.51	6.53	5.51	2
Case2-3_2_20%	0.65	0.49	6.90	6.51	6.55	6.51	5.45	2
Case2-3_3_20%	5.78	5.73	1.65	1.76	7.11	6.62	4.74	3
Case2-3_4_20%	5.90	5.76	2.17	1.25	6.73	6.24	4.36	4
Case2-3_5_20%	5.84	5.91	7.55	6.85	0.40	1.99	4.18	5
Case2-3_6_20%	6.83	6.81	8.19	7.50	0.94	1.18	3.38	5
Case2-3_7_20%	5.66	5.57	5.92	5.22	3.50	1.59	0.64	7

表4-25、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標、感測器亂數誤差1%

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	破壞位置
Case1-3_1_20%	3.08	6.77	6.53	2.27	7.09	7.26	5.50	7.50	7.31	5.91	4
Case1-3_2_20%	2.96	7.41	7.14	2.81	7.42	7.84	5.64	8.05	7.45	6.27	4
Case1-3_3_20%	4.10	7.49	7.28	3.79	8.58	7.99	7.07	8.25	8.88	7.41	4
Case1-3_4_20%	6.65	7.80	8.69	5.43	10.10	8.38	8.62	7.63	10.54	9.12	4
Case1-3_5_20%	4.84	7.49	7.45	4.42	8.59	7.53	7.28	7.83	8.98	7.57	4
Case1-3_6_20%	6.74	3.91	4.75	3.48	6.08	4.32	5.56	3.81	6.36	5.05	4
Case1-3_7_20%	4.45	7.47	7.20	3.95	7.41	7.54	6.33	7.59	7.44	6.73	4
Case1-3_8_20%	5.19	7.32	7.04	4.58	7.75	7.38	6.98	7.44	7.70	7.20	4
Case1-3_9_20%	7.07	6.22	7.04	5.88	8.58	6.71	8.18	5.92	8.60	8.10	4
Case1-3_10_20%	5.18	7.14	7.08	4.81	8.37	7.29	7.55	7.46	8.53	7.30	4

表4-26、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標、感測器亂數誤差0.1%

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	破壞位置
Case1-3_1_20%	5.22	2.29	4.64	9.98	9.32	9.36	11.64	9.51	7.37	10.08	2
Case1-3_2_20%	3.52	0.94	2.48	9.62	8.63	8.69	11.35	9.22	7.08	11.10	2
Case1-3_3_20%	5.16	2.06	3.80	9.67	8.68	8.74	11.51	9.38	7.24	10.30	2
Case1-3_4_20%	6.92	7.99	7.03	3.16	3.10	3.67	4.60	3.19	3.89	5.95	5
Case1-3_5_20%	7.86	9.37	8.17	3.03	2.97	3.40	3.58	2.48	3.90	5.56	8
Case1-3_6_20%	6.45	8.53	6.88	2.31	1.53	1.96	3.17	1.73	2.75	6.15	5
Case1-3_7_20%	11.71	9.97	10.80	9.72	9.74	9.78	8.67	8.41	7.59	6.98	10
Case1-3_8_20%	8.37	7.70	8.23	8.14	7.43	7.99	6.95	6.38	4.83	5.44	9
Case1-3_9_20%	6.85	5.66	5.94	6.71	5.81	5.80	6.59	5.26	3.19	6.13	9
Case1-3_10_20%	5.54	7.67	6.11	3.08	1.90	2.19	3.47	1.89	1.85	6.09	9

表4-27、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標、感測器亂數誤差0.02%

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	破壞位置
Case1-3_1_20%	1.67	1.08	1.16	11.07	11.56	11.85	9.90	8.99	8.71	6.54	2
Case1-3_2_20%	1.75	1.09	0.73	11.32	11.80	12.09	10.44	9.53	9.26	6.86	3
Case1-3_3_20%	2.86	2.01	0.58	10.15	10.63	10.92	10.64	9.58	9.12	6.05	3
Case1-3_4_20%	11.72	11.25	10.41	0.60	1.82	2.16	8.40	8.70	8.46	7.20	4
Case1-3_5_20%	12.53	12.07	11.23	1.24	0.44	0.93	9.33	9.57	9.18	7.39	5
Case1-3_6_20%	11.90	11.43	10.59	2.56	1.12	0.89	8.92	9.16	8.75	6.42	6
Case1-3_7_20%	10.49	10.44	10.62	7.47	8.05	7.61	1.85	2.94	3.33	7.04	7
Case1-3_8_20%	10.07	10.03	10.30	8.09	8.66	8.22	2.48	2.12	1.89	5.78	9
Case1-3_9_20%	9.97	9.58	8.93	5.85	5.78	5.42	6.60	5.19	4.03	2.48	10
Case1-3_10_20%	9.85	9.26	8.59	6.07	5.16	4.74	9.51	8.11	7.09	3.36	10

表4-28、模型1-3、模擬單樓層破壞20%時破壞指標、感測器亂數誤差0.01%

Index(k)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	破壞位置
Case1-3_1_20%	0.20	0.36	1.21	11.45	12.40	12.05	10.08	10.31	9.55	10.07	1
Case1-3_2_20%	0.46	0.16	0.78	11.06	12.00	11.66	10.08	10.28	9.38	9.75	2
Case1-3_3_20%	0.96	0.55	0.33	10.67	11.61	11.27	10.13	10.32	9.25	9.51	3
Case1-3_4_20%	11.16	10.97	10.15	0.28	1.18	2.78	8.14	8.26	6.43	5.41	4
Case1-3_5_20%	11.93	11.74	10.91	1.10	0.48	1.70	8.72	8.85	6.87	5.49	5
Case1-3_6_20%	11.62	11.42	10.60	2.85	1.79	0.37	8.80	8.92	6.94	4.70	6
Case1-3_7_20%	10.06	10.10	9.87	7.22	7.92	8.00	1.02	1.54	3.36	6.16	7
Case1-3_8_20%	10.28	10.32	10.11	7.80	8.50	8.58	1.49	0.85	2.43	5.24	8
Case1-3_9_20%	9.10	9.08	8.67	6.25	6.86	6.70	3.90	2.95	0.79	2.76	9
Case1-3_10_20%	8.52	8.42	7.77	5.69	6.20	5.82	6.12	5.07	2.27	1.51	10