

# 國立交通大學

理學院網路學習學程

碩士論文

多方塊虛擬教具的開發與教學研究



Research on the development and teaching of virtual  
manipulative – Example of polyominoes explorations

研究生：王智弘

指導教授：袁 媛 教授

中華民國 九十五年 七月

# 多方塊虛擬教具的開發與教學研究

Research on the development and teaching of virtual  
manipulative – Example of polyominoes explorations

研究生：王智弘

Student : Chih-Hung Wang

指導教授：袁 媛

Advisor : Yuan Yuan

國立交通大學  
理學院網路學習學程  
碩士論文



Submitted to Degree Program of E-Learning

College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Degree Program of E-Learning

July 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年七月

# 多方塊虛擬教具的開發與教學研究

學生：王智弘

指導教授：袁媛教授

國立交通大學理學院專班網路學習組

## 摘要

本研究主要是使用 Flash 開發一個可以提供國中數學教師進行多方塊組合教學活動的多方塊數學電子軟體學習平台，可以讓學生進行多方塊組合樣式的探索活動。進而依據學習相關理論，對學生實施多方塊組合課程之教學活動，來比較多方塊數學電子軟體教學環境與傳統教具教學的環境對學習者學習多方塊組合學習成就的差異，並從教學歷程中觀察學生解題策略的產生及多方塊數學電子軟體教學對學生學習的影響。

本研究採不等組前後測準實驗研究設計，以台北縣一所國中的兩個班級學生為研究樣本，實驗組的學生接受多方塊數學電子軟體教學，控制組的學生接受對等的傳統教具教學，並以研究者自行設計之多方塊組合測驗、學習單及心得及感想問卷為主要工具。實驗研究主要發現如下：

- 一、使用數學電子軟體教學和傳統教具教學對學生學習多方塊組合的效果具同等效果。
- 二、在數學電子軟體教學環境下學習多方塊組合的學生中，低分組學生比高分組學生有較大的進步空間。
- 三、在數學電子軟體教學環境下學習多方塊組合的學生中，男生學習表現比女生學習表現好。
- 四、多方塊數學電子軟教學時學生產生新的數學思維，並在解題策略上有所成長。
- 五、使用多方塊電子軟體教學確實可以提升學生的學習興趣。

最後根據研究結果與發現，提出若干建議以做為教師教學改進與未來研究之參考。

關鍵字：數學、解題、多方塊、虛擬教具

# Research on the development and teaching of virtual manipulative – Example of polyominoes explorations

Student : Chih-Hung Wang

Advisors : Dr. Yuan Yuan

Degree Program of E-Learning of College of Science  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

This study supplies a virtual manipulative of polyominoes exploration for the students and the mathematical teachers in junior high school in order to support teachers' mathematical teaching and the student's exploration. The virtual manipulative was developed by Flash. The purposes of this investigation compare with the diversities of teaching environment, the learning effects, the problem-solving strategies and influence of the students in the virtual manipulative and physical manipulatives.

The study applied the nonequivalent-groups pretest-posttest quasi-experimental design. The samples are 60 second-year students from different classes in a junior high school in Taipei County. The researcher randomly selected one class as the experiment group and the other one as the control group. Students in the experiment group were taught by the virtual manipulative. Students in the control group were taught by the physical manipulative.

Major results of this study are as following:

1. The learning effect in experiment group is as effective as in the control group.
2. In the teaching environment of using the virtual manipulative of polyominoes, the low-achieving students have more promotion than high-achieving students.
3. In the teaching environment of using the virtual manipulative of polyominoes, the female students have better performance than male students.
4. The students' new mathematical thinking and problem-solving strategies grow further when the researcher practice the virtual manipulative of polyominoes exploration in the class.
5. By utilizing the virtual manipulative in class, the students raise their interest in mathematical learning.

Based on results of this research, suggestions for teaching and future study were provided.

Keyword: mathematics, problem-solving, polyominoes, virtual manipulatives

## 誌 謝

風雨過後，坐在窗前，讓微風在臉上徐徐的散步著，遠處的景色因風雨的洗刷更顯美好，心中的回憶一古腦兒浮現了出來。故事是這樣開始的，三年前三個昔日同事齊坐茶坊討論著試題，準備隔日整裝上戰場應戰，然而這次的戰事唯我存活了下來，心中卻留下了不能患難與共的遺憾，曾有不如歸去的念頭；隔年同事們整裝再戰也都獲得了勝利。令人欣喜的是我們同時完成了我們的研究，我們都帶著滿滿的收穫，共同分享彼此的喜悅。

在著手論文期間，首先當仁不讓地，便是要感謝指導教授袁媛老師，不論是在論文方法的啟迪，或討論中思考的激盪，都使我獲益良多，且老師嚴謹卻不嚴厲的指導風格，常讓我備感溫暖，也懂得如何讓我繼續堅持下去，引領著我一步步地走向成功。現在論文完成了，帶著感恩的心，要對老師說：「老師您辛苦了！」，在這裏同時也要感謝交通大學李榮耀教授、中央大學單維彰教授，在百忙中能撥空詳加批閱論文，並提供寶貴意見，讓我的視野更加寬廣。

在研究期間，承蒙我的好朋友劉賢建老師的熱心幫忙及鼓勵，讓我得以度過挫折與困難，堅持到最後，順利的完成論文，真的非常的感謝。也要謝謝我們同組成員張世明老師、蔡宜璋老師及謝銘祥老師，在相互的討論中成長。也要感謝關心我的專班同學們及我的同事們，有人督促我，有人給我加油，有人給我意見，有人給我鼓勵，希望我可以早日完成論文，謝謝大家！

另，在研究生涯中，父親、母親、岳父、岳母以及手足的支持，讓我備感溫馨，也要謝謝老婆，你真的好累好辛苦，謝謝體貼的女兒，一起陪我渡過這段研究日子，謝謝大家！

彩霞滿天，思緒乘風而起，過往種種，終將化為星辰點點，在心中閃耀不已，當再度回首時，不留下一絲遺憾。

智弘 謹識  
2006年七月

# 目 錄

	頁次
中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
誌 謝 .....	iii
目 錄 .....	iv
表目錄 .....	vi
圖目錄 .....	vii
第一章 緒論 .....	1
第一節 研究動機 .....	1
第二節 研究目的和假設 .....	3
第三節 名詞釋義 .....	3
第二章 文獻探討 .....	4
第一節 問題解決能力的探討 .....	4
第二節 多方塊 (Polyominoes) 的探討 .....	8
第三節 虛擬教具和實體教具的探討 .....	17
第三章 研究設計與方法 .....	22
第一節 研究設計 .....	22
第二節 研究對象 .....	24
第三節 「多方塊組合」數學電子軟體之研究與開發 .....	25
第四節 研究工具 .....	35
第五節 資料分析 .....	37
第四章 研究結果與討論 .....	38
第一節 多方塊組合教學模組實施之後對數學解題的影響 .....	38
第二節 學生歷程和反應分析 .....	41
第三節 教師的反省與成長 .....	56
第五章 結論與建議 .....	58
第一節 結論 .....	58
第二節 建議 .....	60
參考文獻 .....	62
中文部份 .....	62
英文部分 .....	63
附件一 多方塊的平面組合教學設計及學習單 .....	67
附件二 多方塊組合學習多方塊組合測驗 .....	82

附件三 心得及感想問卷..... 90  
附件四 多方塊數學電子軟體演示老師評估問卷 ..... 91



## 表目錄

表 2-1-1 專家對問題分類的定義.....	5
表 2-1-2 引用的理論 Polya、Lester、Schoenfeld 和 Mayer 解題的相關研究 .....	5
表 2-1-3 Polya、Lester、Schoenfeld 和 Mayer 解題歷程探討.....	6
表 2-2-1 多方塊拼塊的種類.....	8
表 2-2-2 多方塊組合、旋轉及對稱說明表.....	12
表 2-2-3 多方塊組合流程表.....	13
表 2-2-4 多方塊的組合圖形表.....	15
表 2-2-5 多方塊的組合圖形個數表.....	16
表 2-3-1 傳統教具的分類.....	17
表 2-3-2 虛擬教具的分類.....	19
表 2-3-3 行動研究探討使用虛擬教具學習數學的效果.....	20
表 3-1-1 不等組前後測準實驗設計.....	22
表 3-2-1 研究樣本人數統計表.....	24
表 3-3-1 軟體意見及修正表.....	26
表 3-3-2 方塊按鈕區說明.....	29
表 3-3-3 工具區元件說明.....	30
表 3-3-4 元件功能列表.....	32
表 3-5-1 實驗研究假設的統計方法.....	37
表 4-1-1 實驗組與控制組在「多方塊組合測驗」後測表現統計量及差異分析 .....	38
表 4-1-2 實驗組高分組及低分組「多方塊組合測驗」後測減前測統計量及差 異分析.....	39
表 4-1-3 實驗組不同性別的學生在「多方塊組合測驗」後測表現統計量及差 異分析.....	40
表 4-2-1 前測時學生出現重覆圖形統計表.....	42
表 4-2-2 多方塊組合數學電子軟體教學和傳統教具教學的解題統計表.....	45
表 4-2-3 後測時學生出現重覆圖形統計表.....	49
表 4-2-4 前測和後測學生出現重覆圖形比較表.....	49
表 4-2-5 傳統教具和數學電子軟體環境的比較.....	50



## 圖目錄

圖 2-1-1 多方塊的組合的教學歷程 .....	7
圖 3-1-1 研究流程圖 .....	23
圖 3-3-1 多方塊的歷史介面 .....	27
圖 3-3-2 多方塊數學電子軟體工具說明介面 .....	27
圖 3-3-3 多方塊數學電子軟體操作介面 .....	28
圖 3-3-4 方塊按鈕操作後圖示 .....	29
圖 3-3-5 剪開鈕的操作說明 .....	30
圖 3-3-6 移動鈕的操作說明 .....	31
圖 3-3-7 旋轉鈕的操作說明 .....	31
圖 3-3-8 合併鈕的操作說明 .....	31
圖 3-3-9 顏色鈕和色塊鈕的操作說明 .....	32
圖 3-3-10 多方塊教學說明 .....	33
圖 3-3-11 方塊總個數操作說明 .....	33
圖 3-3-12 刪除組合圖形說明 .....	34
圖 4-2-1 阿峰前測的想法 .....	42
圖 4-2-2 小盈前測的想法 .....	42
圖 4-2-3 小怡前測的想法 .....	42
圖 4-2-4 阿緯前測的想法 .....	43
圖 4-2-5 累加排列學生的做法 .....	44
圖 4-2-6 逐減排列學生的做法 .....	44
圖 4-2-7 學生的符號 .....	46
圖 4-2-8 學生會思考到對稱圖形產生 .....	47
圖 4-2-9 學生會解決對稱產生的問題 .....	47
圖 4-2-10 實驗組的學生進行分享 .....	48
圖 4-2-11 學生後測時專注神態 .....	48
圖 4-2-12 傳統和電子教具拼塊區域比較 .....	50
圖 4-2-13 傳統和電子教具有無合併功能比較 .....	50
圖 4-2-14 傳統和電子教具有無旋轉功能比較 .....	51
圖 4-2-15 使用膠水（合併）功能的合併結果 .....	52
圖 4-2-16 實驗組的學生認真的模樣 .....	53
圖 4-2-17 控制組學生組合圖形時較易分心 .....	54

# 第一章 緒論

數學研究需要問題，問題的解決鍛鍊了研究者的力量，通過解決問題，他發現新的方法及新觀點並擴大他的世界。

— David Hilbert

## 第一節 研究動機

我們相信，假如要學生瞭解數學，從解題中瞭解比直接教學更有幫助。近年來，政府與民間訴求教育改革，在數學領域方面，教育部也於民國八十九年公布九年一貫課程暫行綱要，推展以生活為中心、配合學生身心發展歷程，能表達、溝通分享知能與問題解決能力的課程與教學。在 1989 年，托浪斯及其同仁將解決問題產生的創造思考融入美國學校課程與教學的努力視為「寧靜革命」(Torrance & Goff, 1989)，也就是說解題的教學持續在美國進行著，解題教學的結果也影響著教學。在 1989 年，美國全國數學教師會 (The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM)《學校數學課程和評鑑標準》指出，解題應是「所有數學教學中一個最基本的目標，也是所有數學活動中不可或缺的部份」，學生應「使用解題方法來探究及瞭解數學內容」。到 2000 年，NCTM 的《學校數學的原則和標準》更強烈指出「解題不僅是學習數學的目標，也是主要的學習方法。」過去二十年來，解題一直是數學家的重要課題，而解題更被數學教育家認為是數學學習的焦點 (Kilpatrick, 1978; Silver, 1985; Schoenfeld, 1994)。因此「問題解決」不管是在過去、現在和未來仍應是數學的核心。當前國內正大力推展教育改革之際，固然遭遇到許多阻礙與挫折，身為第一陣線的老師若能發展問題本位課程與教學，在國內當也可能創造另一個「寧靜革命」培養具備批判思考、解決問題、自我指導學習、與人協同合作等能力的新世紀學生 (周天賜, 2003)。

教師要如何引導學生從千變萬化的事物 (就課程來講，指的是數、量、形) 中，找到一些規律、探討事物變化的一些模式，甚而預測後續的變化呢？在七十年代風靡一時的「俄羅斯方塊」遊戲，從觀察我們發現其組合圖形是由四個小方塊組合而成，陸續在往後的「俄羅斯方塊」的改良版中發現有一個方塊及兩個方塊組合的加入，甚至有五個方塊組合加入遊戲中。在九章出版社出版的《多方塊 POLYOMIMOEES—多方塊的數學問題、拼圖謎題與遊戲》中提到「多方塊不僅是好玩的遊戲，它更是數學上幾何學、組合學、圖論等

有密切的關係，在驗證一些圖形是否能拼出時，我們更常用歸納法、反證法、抽屜原理、對偶原理等數學上的高等技巧。」這些小方塊的組合讓許多人著迷。然而，多方塊的組合是非常有挑戰性的，要找出其全部的組合圖形無法用一般的方法找出，組合時必須找尋規則，而這些規則的關鍵比較難被發現，所以在組合圖形時許多思維會隨之產生（Golomb,1994）。研究者曾經以傳統教具做過教學，發現如果只利用傳統的教學模式、傳統的教具、素材，教師將浪費許多時間在製作教具及題目的呈現上，而無法專注於引導深層的思考。

資訊科技是一種問題解決工具，合作學習的工具，也是訊息傳遞的工具。誠如 Thomas（1998）所說，資訊科技的發展與應用，使過去許多難以呈現的學科教材，或根本不可能呈現的現象，出現新的學習方法和機會，也使學習更為落實（丁凡譯，1998）。目前美國中學教育注重學生在課堂與老師及同儕合作學習的表現，包括能相互提問、邏輯思考、解決問題及發展創意成果。老師也愈來愈積極參加學區舉辦的工作坊，提昇運用科技教具的能力及教學的專業發展（謝佩璇，2004）。十九世紀的裴斯塔洛齊（Johann Heinrich Pestalozzi）以及後來的福祿貝爾（Friedrich Froebel）與蒙特梭利（Maria Montessori）都倡導使用教具，皮亞傑（Jean Piaget）的認知發展論則為這種教育概念建立了理論基礎，他認為兒童建構知識的發展過程必須經歷具體運思期（7~11 歲）之後，才能進入形式運思期（11 歲以上），而教具正好提供兒童一個具體的思考媒介。研究顯示：在數學課程中使用教具的學生通常比不使用教具的學生表現得更好（Raphael & Wahlstorm, 1989；Sowell, 1989）。

隨著科技的進步，數學教具也有了新的變革（張漢宜，2002）。懂得軟體技術的數學教師們利用電腦的可操控性將傳統教具予以改造，創造出一種新形式的教學工具，國外稱之為虛擬教具（virtual manipulative）。這種教具利用電腦影像模擬出真實教具的模樣，同時提供操弄的介面，讓老師及學生可以透過滑鼠對它進行操作。此外虛擬教具還具有不佔空間、容易複製、分享，課堂上易於整理等優點，也是傳統教具所不及的。目前美國國家科學基金會（National Science Foundation：NSF）與全美數學教師學會（NCTM）正致力於虛擬教具的研究開發，我們在 NCTM 的網站中可以看到豐富的成果。然而，在國內虛擬教具則鮮為人知，檢索全國碩博士論文、教育類期刊雜誌，發現對於虛擬教具的研究開發寥寥可數。

基於以上的研究動機，研究者旨在運用資訊科技，開發數學電子軟體教具，輔助教師教學，設計有關找尋規律及發展解題策略的學習素材，以問題導向的教學模式，加強學生解題策略的形成及解題能力的培養。讓老師樂於教，學生樂於學，提供國民中小學數學教師教學的參考。

## 第二節 研究目的和假設

本研究期望開發多方塊數學電子軟體，並能針對國中二年級學生以多方塊數學電子軟體教學，在教學的活動中，設計問題導向的學習環境，以增進學習者對數學解題策略的產生及學習成效。本研究目的有三：

- 一、透過軟體（Flash MX 2004）設計，開發多方塊數學電子軟體及學習的平台，進行多方塊組合樣式的探索活動。
- 二、依據利用問題學習的相關理論，實施多方塊組合之教學活動，觀察學生解題策略的產生。
- 三、比較多方塊數學電子軟體教學與傳統教具教學的環境，對學習者學習多方塊組合學習成就的差異。

依據上述的研究目的，本研究採準實驗研究設計方式進行，實驗組的學生被實施多方塊數學電子軟體教學，控制組的學生被施以對等的傳統教具教學。根據上述研究目的三，提出下列三個問題假設。

- 一、實驗組與控制組學生在「多方塊組合測驗」後測得分沒有顯著差異。
- 二、實驗組高分組的學生和實驗組低分組的學生在「多方塊組合測驗」後測和前測的得分差距沒有顯著差異。
- 三、實驗組不同性別的學生在「多方塊組合測驗」後測得分沒有顯著差異。



## 第三節 名詞釋義

爲了使研究更具體明確，本節針對本研究涉及到的重要名詞說明如下：

### 一、多方塊

多方塊（Polyominoes）是一數學名詞，它是一些將數個單位正方形以邊相連接而成的幾何形狀。連接的正方形數愈多，則同組的成員愈多。

### 二、虛擬教具

虛擬教具可以看作是一套電腦軟體（程式），用來呈現許多傳統教具可以呈現甚至無法呈現的概念，藉以幫助學生建構數學的抽象概念的學習工具。虛擬教具分爲兩大類：一類是靜態的虛擬教具；另一類是動態的虛擬教具。靜態的虛擬教具實質上就是將傳統的圖像投射在投影布幕，或是繪製於黑板。動態的虛擬教具實質上是一個物體（object），它是藉由電腦軟體技術所繪製出來的立體影像。我們可以透過鍵盤、滑鼠，對它像對實體教具一般進行移動、翻轉、旋轉等操作，甚至於實體教具無法複製、放大、縮小等限制，虛擬教具都可以辦到。而本研究所題的虛擬教具是指動態的虛擬教具。

## 第二章 文獻探討

本章旨在探討本研究之相關文獻，做為本研究之理論基礎，並藉以建立本研究之架構。全章共分為三節，第一節為問題解決能力的探討，第二節為多方塊（Polyominoes）的探討，第三節為虛擬教具和實體教具的探討。

### 第一節 問題解決能力的探討

#### 一、問題解決的意義

「問題解決」是利用個體已學過的知識技能去滿足情境問題的需要，以獲致解答的過程。「問題解決」在心理學上廣義的定義為有機體在獲得對問題情境的適當反應的過程。狹義的定義是指有目的指向的活動或思維的一種方式，其中原有的知識、經驗和當前問題情境的組成成份必須重新改組、轉換或聯合才能達到既定的目標（王文科，1989）。

在我國九年一貫課程綱要中提到，現階段學校教育的目標應以培養具有獨立思考及「問題解決能力」的學生為標的（教育部，1998）。同時在學習科學的過程中，「問題解決」一直是一個相當受重視的議題（包景濂，2000）。學習者必需不斷的從省思的歷程中，進行有意義的主體建構過程來達成問題解決的目的。由此可知「問題解決」在今日教育與學習上扮演者相當重要的角色。學習者在問題解決的過程中需要重新組織舊有的知識，形成新的知識架構，用來達成一定的目標，當問題被解決的同時，學習者在知識及能力與經驗上也會有所提升。所以研究者為了增加學生的解題能力作了多方塊數學電子軟體來進行教學。

#### 二、問題的分類

問題種類繁多，因此各個專家學者對問題的分類有不同的定義，如表 2-1-1。研究者所製作多方塊軟體教學課程是需要學習者自己操作，自己觀察從中找尋解題的策略，是屬於 Laster 問題結構中半結構的問題，很適合學生思索。

表 2-1-1 專家對問題分類的定義

張春興（2001）認為問題可分為三大類	
1. 結構性問題	按照一定思維方式即可求得答案的問題。
2. 無結構問題	情境不明或因素不定，不易找出解答線索的問題，解決此類問題，無任何固定程序可循。
3. 爭論問題	性質上，爭論問題既無固定結構，又易使人陷入帶有情緒的極端立場。
Laster（1985）依照問題結構，將問題分為三大類	
1. 結構化	結構性良好的問題。
2. 半結構化	大半需要創造思考解決的結構性問題。
3. 非結構化	結構性不良需靠創造思考解決的缺乏清晰結構的問題。
Simon（1973）及Halpern（1984），將問題分為二大類	
1. 結構性問題	指定義清楚的問題型態，結構性問題的解決方法有規則可循。
2. 非結構性問題	不是結構性問題的均屬於非結構性問題。

引自（黃偉銘，2002，19-20頁）

### 三、問題解決的模式

自 Delisle 提出問題導向學習歷程六個步驟後，數學解題歷程的研究受到許多學者的重視（陳淑琳，2001）。目前常被許多解題相關研究所引用的理論主要有 Polya、Lester、Schoenfeld 和 Mayer，例如表 2-1-2。

表 2-1-2 引用的理論 Polya、Lester、Schoenfeld 和 Mayer 解題的相關研究

研究者	作品	引用理論
劉湘川等人 (1993)	問題解決的研究與教學	Polya、Lester、Schoenfeld
涂金堂 (1996)	數學解題之探討	Polya、Lester、Mayer
劉錫麒 (1889)	國小高年級學生數學解題歷程及其相關因素的研究	Polya、Lester、Schoenfeld
黃敏晃 (1985)	譯「數學解題」 (M.G.Kantowski原著)	Polya、Lester、Schoenfeld

以下針對 Polya、Lester、Schoenfeld 和 Mayer 的解題歷程來作探討，如表 2-1-3。

表 2-1-3 Polya、Lester、Schoenfeld 和 Mayer 解題歷程探討

Polya解題歷程探討 (Polya, 1945)	
1. 瞭解題意	了解問題問什麼，已知、未知是什麼。
2. 擬定解題計畫	擬定解題的方法、策略和執行步驟。
3. 實行解題計畫	執行計畫。
4. 回顧解答	檢驗答案的合理性、用不同的方法求解或將此方法應用到不同的問題。
Lester解題歷程探討 (Lester, 1985)	
四因子	六階段
1. 問題本身	1. 問題的知覺
2. 解題者	2. 問題的理解
3. 解題歷程	3. 目標分析
4. 解題環境	4. 計畫發展
	5. 計畫執行
	6. 執行程序和答案的評估
Schoenfeld解題歷程探討 (Schoenfeld, 1985, 1992)	
四變項	六階段
1. 資源	1. 讀題：找尋重要條件。
2. 啓發	2. 分析：有系統重述問題。
3. 控制 (關鍵地位)	3. 探索：尋找解路徑。
4. 信念系統	4. 計畫：規畫解題步驟。
	5. 執行：將步驟逐一執行。
	6. 驗證：檢驗答案合理。
Mayer解題歷程探討 (Mayer, 1987, 1992)	
歷程	四階段
問題表徵	問題轉譯：需「語文知識」和「事實知識」。
	問題整合：需「基模的知識」。
問題解決	解題計畫及監控：需「策略的知識」。
	解題執行：需「程序性的知識」。

綜合上述，本研究「多方塊數學電子軟體教學課程」中，因多方塊組合的全部圖形隨著多方塊組合的個數增加而愈顯增加，要找出其全部的組合圖形，必須在組合時找尋其規則的關鍵，所以在組合圖形時許多思維會隨之產生（Golomb,1994）。就結構性而言是屬於半結構化的問題，學生大半需要創造思考來解決多方塊的問題。根據以上的探討，本研究多方塊教學根據 Lester 解題歷程為主，考參 Polya、Schoenfeld 和 Mayer 的解題歷程，以多方塊組合進行教學並加強學習歷程中對相關數學知識或概念的了解，進而產生的多方塊的教學歷程。如圖 2-1-1。

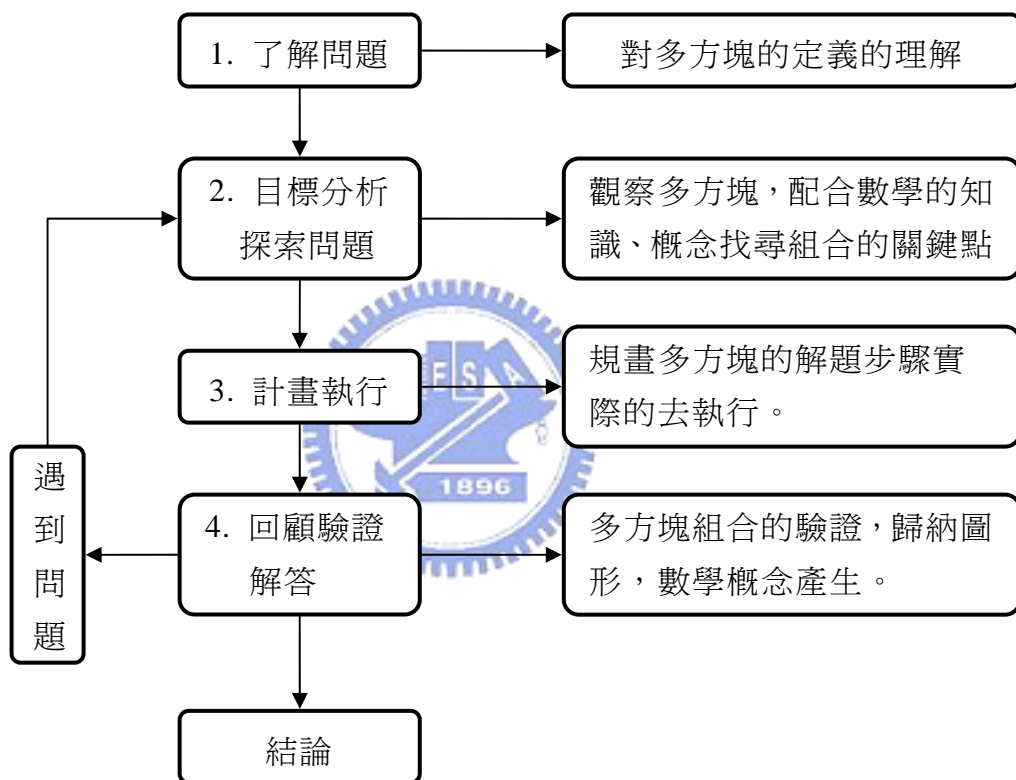


圖 2-1-1 多方塊的組合的教學歷程



## 第二節 多方塊 (Polyominoes) 的探討

本節分別就「多方塊的歷史背景」、「多方塊的拼塊方法」、「多方塊的數學問題」等方面來說明探討。

### 一、多方塊的歷史背景

多方塊迷人之處是因為它須用驚人的技巧以成千上萬種不同的方法組合它。在1920年之前，數學家只探索六方塊以下的情形，直到1953年，哈佛大學的年輕數學家Golomb (1996)才給它正式的定義和命名，並把它當作數學社團中消遣的研究。我們不須是個數學家就能享受多方塊組的千變萬化，很多美妙的結果是由業餘愛好者所發現的，他們之中有工程師、中小學生和家庭主婦。

多方塊不僅是好玩的遊戲，它更與數學上的組合學、幾何學、圖論等有密切的關係，在驗證一些圖形是否能拼出時，我們更常用歸納法、反證法、抽屜原理、對偶原理等數學上的高等技巧。同時它在設計學、教育學、心理學上也有相當之應用。

### 二、多方塊的數學問題

在《九章出版社》出版的《多方塊》一書中提到哈佛大學的數學家Golomb將其對多方塊的研究集結成冊出版，這本書至今仍是多方塊研究的經典。研究者根據其著作《Polyominoes—Puzzles, Patterns, Problems, and Packings Revised and expanded second edition》為主，再參閱其他書籍及網站將多方塊拼塊的問題大致分為三類，如表2-2-1。

表 2-2-1 多方塊拼塊的種類

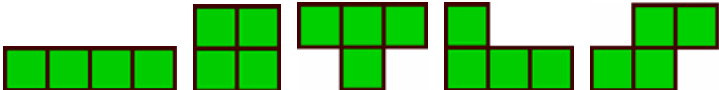
---

(一) 第一類 組合：方塊組合的種類、個數及分析。

---

1. 單方塊的組合：只由多個單位正方形作組合。

例：四方塊的組合：由五個單位方塊組成的圖形有幾種？




共五種。

---

2. 非單方塊組合：並非組合的基本形均為單位正方形所作的組合。

例：雙格方塊 (domino) 和三格方塊 (Trimino)



的組合有幾種？

---

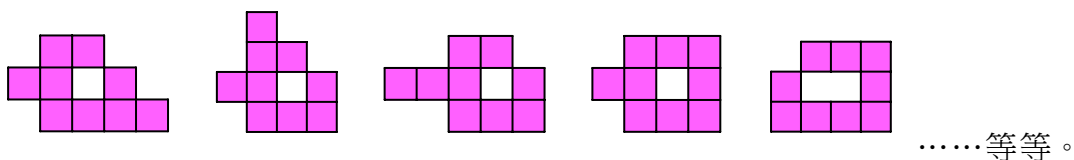
(續後頁)

表 2-2-1 多方塊拼塊的種類（接前頁）

（一）第一類 組合：方塊組合的種類、個數及分析。

3. 分析：組合圖形的種類分析。

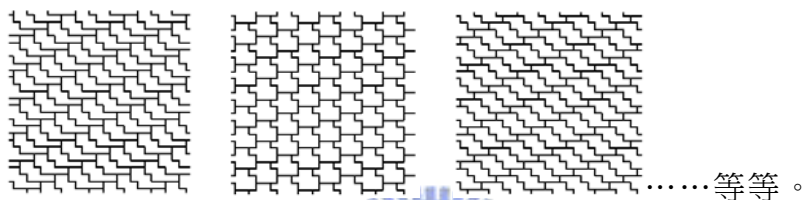
例：九格方塊中圖形中有圍成洞的個數？



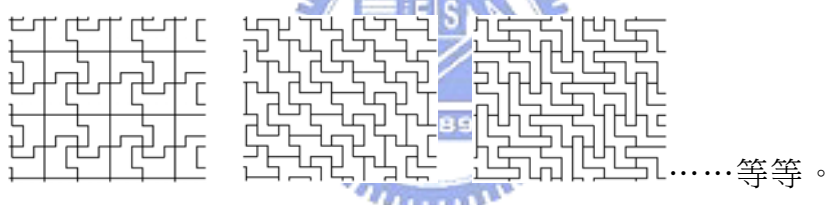
（二）第二類 拼圖：

1. 自體拼圖：全部圖形均由自體所拼成，分成平移和旋轉兩種。

例(1)：平移九格方塊所拼成。

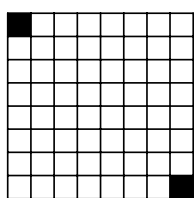


例(2)：旋轉平移九格方塊所拼成。

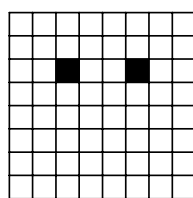


2. 矛盾拼圖：

例(1)：在8x8的棋盤中分別挖去下(圖1)、(圖2)陰影部份之2小格，能否將31塊雙格方塊填滿其它空格？為什麼？這個問題曾被當作研究所入學考試題目。



(圖1)



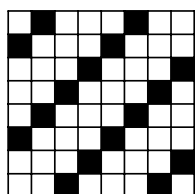
(圖2)

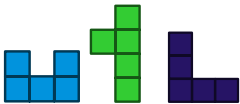
（續後頁）

表 2-2-1 多方塊拼塊的種類 (接前頁)

(二) 第二類 拼圖：

例(2)：在 8x8 的棋盤中，最少分別要挖去幾小格才能使得連一片 F、L、I、P、N、T、U、V、W、X、Y、Z 都放不進去。



答案： 都是 16 格。

3. 同組拼圖：只由同一組多方塊產生的種類拼成的圖形

例(1)：五格方塊(12個)所拼成的下列圖形。

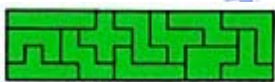
6x10圖形



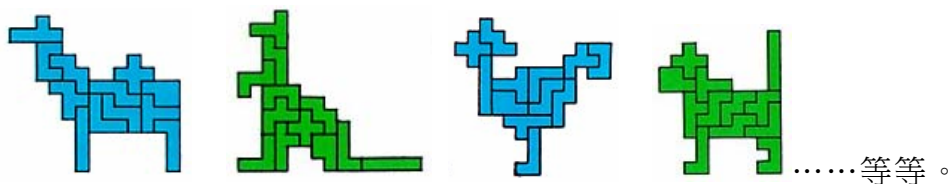
5x12圖形



4x15圖形



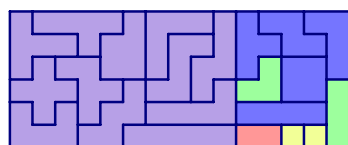
其他圖形



例(2)：有關五方塊最具挑戰性的一個問題是：用全部的12片五方塊拼成一個圖形，使它恰好可以不重疊地貼滿一個正六面體的表面。

4. 多組拼圖：由多組多方塊產生的種類拼成的圖形

例：從單方塊到五方塊面積共為 $(5 \times 12 + 4 \times 5 + 3 \times 2 + 2 \times 1 + 1 \times 2 = 90)$ 單位，您能將它拼成 15x6 矩形嗎？



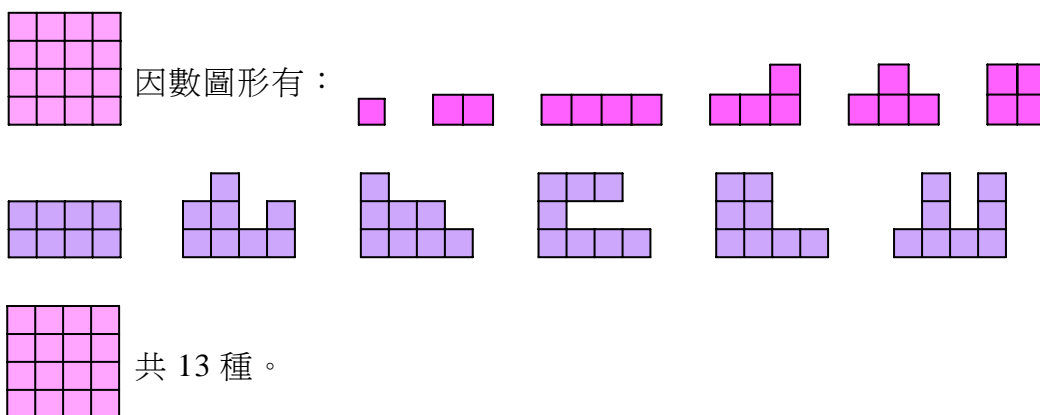
(續後頁)

表 2-2-1 多方塊拼塊的種類（接前頁）

（三）第三類 多方塊問題的延伸：

1. 方塊的因數與倍數：中華民國第44屆中小學科學展覽會(數學組第三名)。

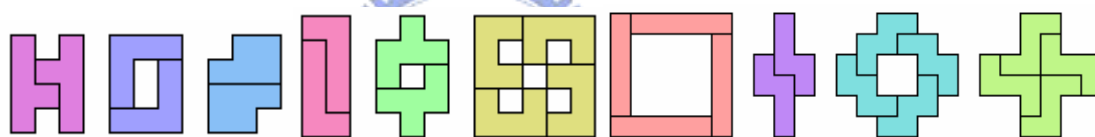
例：16的因數為 1, 2, 4, 8, 16。



註：找到的多方塊圖形，可單獨使用拼出16格的正方形，為其因數圖形。

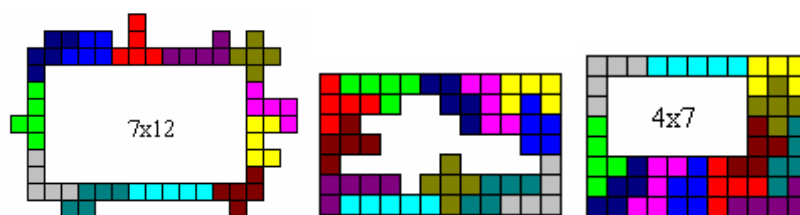
2. 方塊的對稱與旋轉：在操作過程中學生自然學習對稱與旋轉概念。

例：對稱與旋轉的拼圖，如以下圖形。



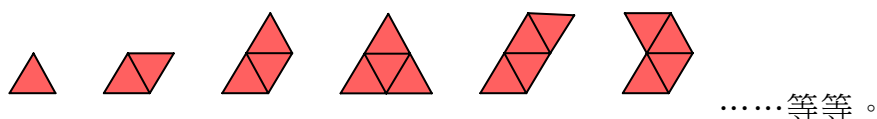
3. 圍面積：

例：五格方塊組合如何圍可圍成最大面積？

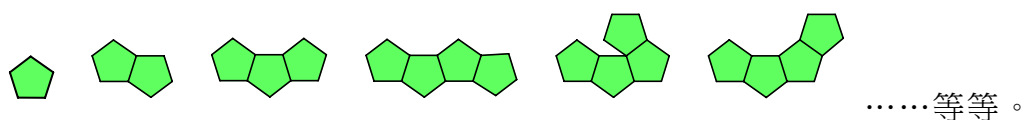


4. 其他單位正多邊形方塊的組合，及特殊形狀的組合

例(1)：正三角形方塊組合



例(2)：正五角形方塊組合



由以上的分類研究者從中選取「組合」中的多個單位方塊組合圖形來作教學，因其組合結構較不易馬上被發現，難易度也適合國中學生，也很適合用來發現學生解題策略。

### 三、多方塊組合的探討

#### (一) 多方塊的拼塊方法

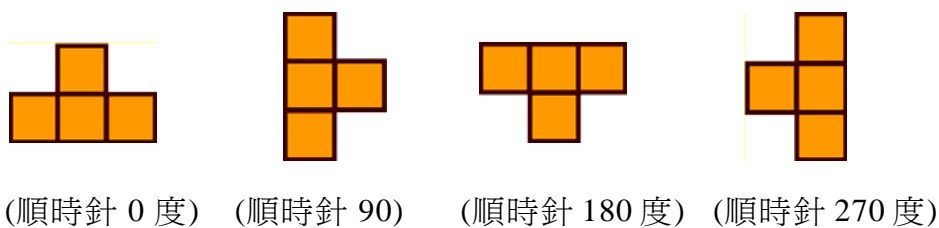
只有一個方塊，我們稱之為「單格方塊 (Monomino)」；而由兩個方塊組成的，稱之為「雙格方塊 (domino)」；三個方塊組成為「三格方塊 (Trimino)」；四個方塊組成「四格方塊 (Tetronomo)」；五個方塊組成為「五格方塊 (Pentomino)」；六個方塊組成為「六格方塊 (Hexomino)」……。多方塊 (Polyominoes) 是一數學名詞，它是一些將數個單位正方形以邊相連接而成的幾何形狀。字首的數字指出這組形狀是由多少數量之正方形組成。連接的正方形數愈多，則同組的成員愈多。其中每一個方塊至少與其他方塊中的一個有一個共用邊，並且當圖形有旋轉或對稱的狀況時，亦屬於同一個圖形，只能算是一個圖形，如下表2-2-2，後其餘以此類推。

表 2-2-2 多方塊組合、旋轉及對稱說明表

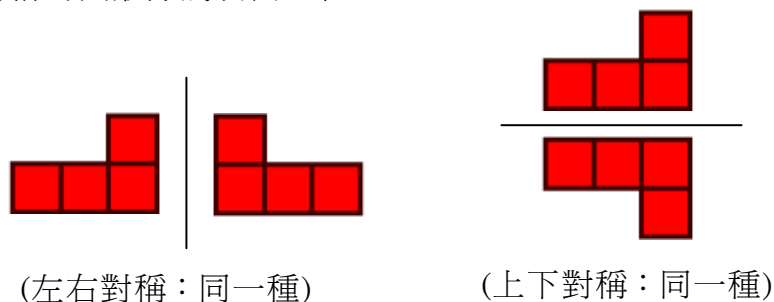
例 1：雙格方塊的排法：(方塊要有共用邊)



例 2：旋轉後的圖形如果相同亦屬於同一種：



例 3：對稱的圖形亦屬於同一種：

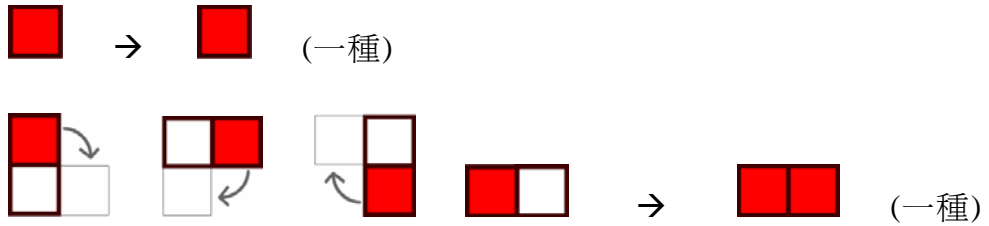


(二) 多方塊的拼塊過程

在《Polyominoes-Puzzles, Patterns, Problems, and Packings Revised and expanded second edition》書中說明多方塊的組合方式為逐一的增加方塊數，來找尋方塊的全部組合，其說明如表2-2-3。

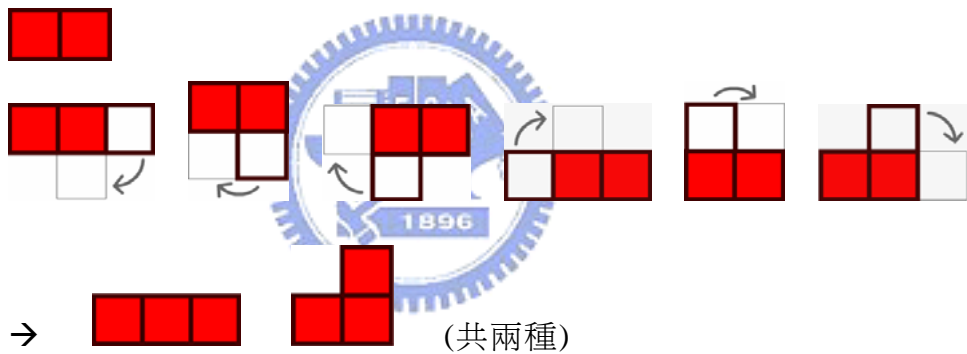
表 2-2-3 多方塊組合流程表

1. 由一個方塊為基礎再找兩個方塊它能排出幾種組合，如下圖所示。



所以兩個方塊能擺出的只有一種組合。

2. 兩個方塊加上一個方塊，三個方塊能組合多少種組合，以二個方塊為基礎，順時針再加上一個方塊，如下圖所示。




三格方塊總共會有兩種組合，其他只是角度的不同，其實是一樣的，轉動後的結果是相同的。


(續後頁)

表 2-2-3 多方塊組合流程表（接前頁）

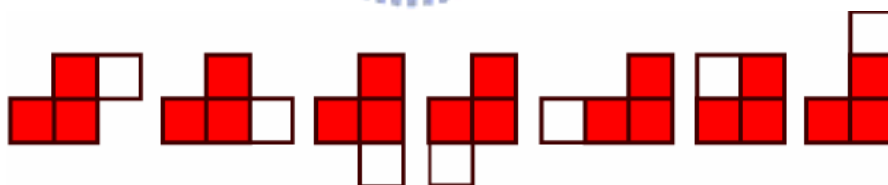
3. 四格方塊的組合，用以上兩種三個方塊的基本圖形，再增加一個方塊組合成的圖形如下圖所示。

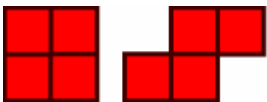
（基本型一）用基本型再加一個方塊去組合。



（找出有三種組合）

（基本型二）用基本型再加一個方塊去組合。





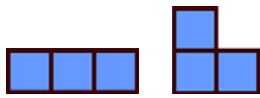

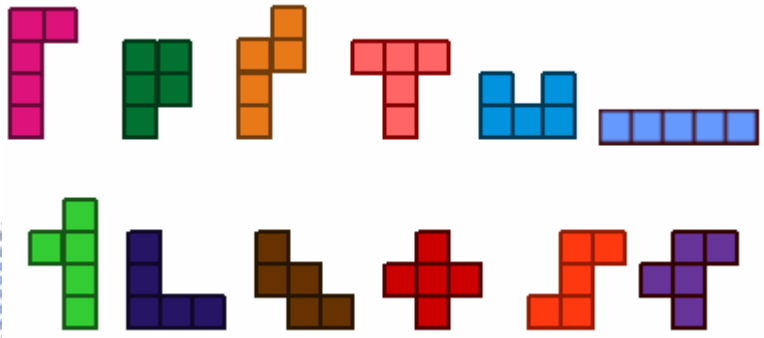
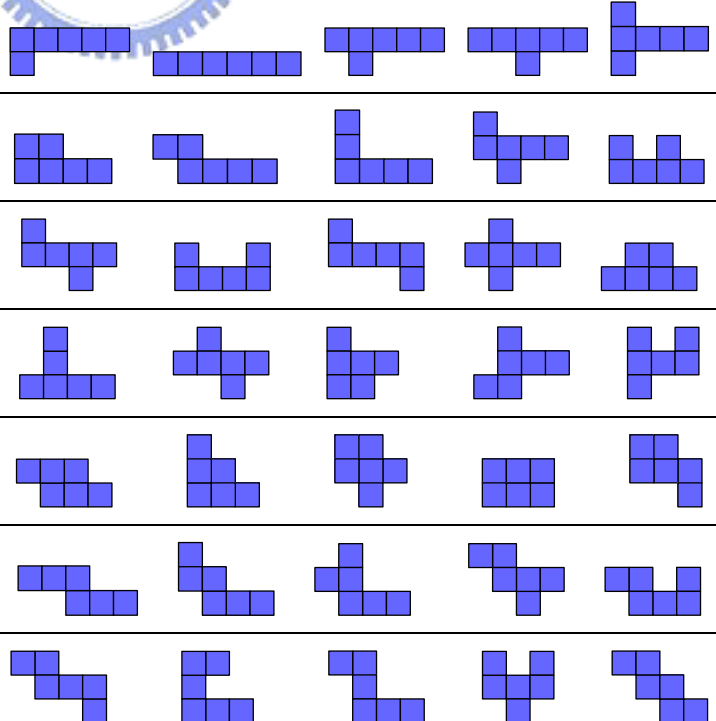
（找出有兩種組合）

歸納檢查圖形的種類，刪除旋轉及對稱圖形後我們發現四格方塊總共只會有以上的五種組合的圖形。

4. 至於五格方塊及六格方塊的所有組合亦可由此方法依此類推……全部找出。

(三) 現在用以上的方法將一格方塊到六格方塊個方塊組合的圖形列出，  
如表2-2-4所示。

表 2-2-4 多方塊的組合圖形表

方塊數 (組別)	組合圖形 (個數)	組合圖形 (種類)
1	1	
2	1	
3	2	
4	5	
5	12	
6	35	



多方塊的組合圖形隨著方塊數的增加也會愈來愈多，運用有規律的拼法可以找到多方塊全部的組合圖形，也可以算出其組合圖形的總數，但是這是非常耗時的。目前多方塊組合全部圖形解的個數目前並無找到一般化的式子，當方塊數多時，常藉用計算機程式來找出其解，如表2-2-5所示，為一個方塊到十四個方塊組合的解。

表 2-2-5 多方塊的組合圖形個數表

方塊個數 (組別)	組合圖形 (個數)	方塊個數 (組別)	組合圖形 (個數)
1	1	8	369
2	1	9	1285
3	2	10	4655
4	5	11	17073
5	12	12	63600
6	35	13	238591
7	108	14	901971

多方塊的組合當方塊數愈多時，圖形的組合也愈來愈複雜，若沒有策略想找到全部的圖形是非常困難的，在組合的過程中學生也可從中看到許多有關數學的知識如旋轉、對稱、及組合的配對與樣式。多方塊的千變萬化及延伸，都建立在多方塊的基本組合的圖形上，所以這個教材亦可帶領學生走入多方塊的世界。

### 第三節 虛擬教具和實體教具的探討

#### 一、傳統實體教具（Physical manipulatives）的探討

傳統實體教具是可以被拿起、旋轉、重新排列的真實物件，也可以被收集（Perl, 1990）的教具。傳統實體教具有操作簡便的特性，長久以來一直是教師用來輔助教學的重要工具。這些實體教具允許教師和學生自由的放置、旋轉或視需要來重新排列，幫助學生藉由具體物的操作來了解抽象性的概念。有些時候，教具還可以有效的提升學生的學習興趣，使得學習的過程更加專注。傳統的實體教具都是實體的物件，看得到也觸摸得到，它們可以分為兩大類：如表 2-3-1。

表 2-3-1 傳統教具的分類

項目	平面教具	立體教具
內容	圖卡、字卡、圖表等等。	用於數學課的有方瓦、古氏積木、花片、各種立體的模型、數版、釘版，大型的三角版、圓規等等。
功效	這一類的教具對低年級的學生特別有用，尤其是數學啟蒙階段，可以設計情境來幫助學生建構數與量的概念。	這一類的教具提供學生更多樣的操作性，不但可以排列，還可以旋轉、堆疊等，可以幫助學生學習更複雜的概念。
範例	教師可以用卡車的圖卡來呈現卡車的數量。	學生可以藉由堆疊立體的古氏積木探究發現長方體的體積和長、寬、高之間的關係。

傳統教具已經被證實對教師教學是有正面幫助的，Parham（1983）曾經對 64 個學生的成就測驗做過小型的統計研究，發現使用教具學習的學生她們的成就測驗分數顯著高於沒有使用教具的學生。Suydam 和 Higgins 在 1977 年重新對教具的使用與否再一次研究，判定適當的使用教具確實比不使用教具更可以提高學生在數學方面的學習成就。Moyer & Jones（2004）研究發現孩童在自己使用教具時，多半是進行與實際學習無關的遊戲，換句話說，如果沒有教師的有效引導，教具通常會變成玩具；但是建議使用教具時只要指引學生方向，不要直接告訴學生該如何操作，應該允許學生試誤並鼓舞學生自己思考，而不應勉強學生倉卒作出抽象的陳述。Char（1989）指出不同的學生需要不同的幫助（鷹架），單一類型的教具無法適用於每一個小孩。因此

除了教具本身的好壞之外，更需要教師的專業能力（選擇教具的能力與引導教學的能力）才能提升教具的實質效益。

教具的使用對學生而言有老師的專業引導可以達到相輔相成的效果，但是在學校的經驗，一般老師面臨的困境是：現有的教具資源太少、無法取得真正想用的教具，以及使用教具教學所產生的班級秩序管理問題、教具收納問題等等，都有待克服。

## 二、虛擬教具（Virtual manipulatives）的探討

近年來電腦軟體技術日新月異，網際網路的普及，許多數學教師開始嘗試著使用新的科技來幫助數學教學，於是有虛擬教具（virtual manipulatives）的產生。虛擬教具可以看作是一套電腦軟體（程式），用來呈現許多傳統教具可以呈現甚至無法呈現的概念，藉以幫助學生建構數學的抽象概念的學習工具。虛擬教具是利用電腦技術產生的數位影像，看得到但無法實際觸摸，不過實際運用時卻比可觸摸的實體教具來得更有彈性。

Moyer, Bolyard, & Spikell (2002) 將網際網路上的虛擬教具分為兩大類：一類是靜態的虛擬教具（static visual representations of concrete manipulatives）；另一類是動態的虛擬教具（dynamic visual representations of concrete manipulatives）。如表 2-3-2。



表 2-3-2 虛擬教具的分類

項目	靜態的虛擬教具	動態的虛擬教具
呈現方式	將傳統的圖像投射在投影布幕，或是繪製於黑板。	用軟體呈現，可以透過鍵盤、滑鼠，對它像對實體教具一般進行實作。
表徵	是藉由電腦軟體技術所繪製出來的虛擬影像。學生無法對靜態的虛擬影像進行操作，因此 Moyer 認為靜態的虛擬圖像並非真正的虛擬教具。	是一個可以被移動、翻轉、旋轉等操作的物件，甚至於實體教具無法複製、放大、縮小等限制，虛擬教具都可以辦到。
範例	教師以 PowerPoint 顯示卡車的圖卡來呈現命題。	教師利用電腦軟體製作積木軟體，讓學生可以藉由拖曳積木探究發現長方體的體積和長、寬、高之間的關係。

Izydorczak (2003) 整理出虛擬教具的八大優點：

1. 虛擬教具可以監控學習活動。
2. 虛擬教具比實體教具更有擴張性。例如虛擬教具可以表現比 1/100 更細微的分數概念，而實體教具則受限於物理的特性，無法隨需要轉變。
3. 虛擬教具能呈現出比實體教具更細微的概念。例如 Hands-On Math 網站中所呈現的位值概念，當由 10 個 1 的積木轉換為 1 個 10 的大積木時，會讓學生留下非常深刻的印象。
4. 虛擬教具比實體教具更易於操作。例如學生操作拼圖或七巧板時，往往因疏忽而破壞已經完成的部分成果，但是當學生使用虛擬教具時，它可以拼得更好、更精準(透過軟體設計)，而且不會因為不小心而弄亂已經完成的部分，因此可以更專心的進行所需要的操弄。
5. 虛擬教具比實體教具更適合用於大團體的教學。實體教具有一定的大小，在大團體中往往讓距離遠的學生看不清楚。虛擬教具可以透過投影機投射於大尺寸的畫面，甚至同時使用多個螢幕，非常適合大團體的教學。
6. 虛擬教具透過輔助說明的連結，可以更清楚的表徵數學符號和程序。
7. 購買實體教具往往有經費的限制，而虛擬教具可以解決經費不足的問題。軟體只要一份，就可以提供多人同時使用，而且目前這些虛擬教具多半是免費使用的。
8. 虛擬教具比傳統的實體教具所產生的班級管理問題較少。

虛擬教具雖然有眾多的優點，但到目前為止，教室中使用虛擬教具的教學研究仍十分有限，一個可能的原因是教師欠缺使用虛擬教具從事數學教學的知能（Reimer & Moyer, 2005）。最近 Moyer, Niezgoda & Stanley（2005）以兩個行動研究探討使用虛擬教具學習數學的效果。兩篇研究報告的出現，為使用虛擬教具學習數學提供了一些實證研究結果，如表 2-3-3。

表 2-3-3 行動研究探討使用虛擬教具學習數學的效果

研究者	研究主題	研究對象	研究結果
Moyer, Niezgoda & Stanley (2005)	探討幼稚園兒童的類型製造活動	18位上全日班的幼稚園兒童	研究結果顯示，使用虛擬教具時，兒童表現出較多的創作類型，且每個類型所使用的積木數也較多，因此全部使用的積木數也較多。五位研究觀察者也注意到，使用虛擬教具時兒童創作出的類型較多元及有變化，肯定使用虛擬教具確能提供兒童創作類型的學習機會。
Moyer, Niezgoda & Stanley (2005)	探討二年級兒童使用虛擬十進位積木的成效。	19位國小二年級兒童	發現兒童確實能透過虛擬教具的視覺印象掌握十位數及個位數的位值概念，兒童在使用虛擬教具後的解題策略也趨向一致。

在這兩個行動研究中，兩位老師都在使用虛擬教具前，先使用具體教具進行教學概念，虛擬教具在教學過程中扮演表徵抽象概念的三種表徵（具體物、圖形及符號）的橋樑，尤其這兩個研究發現，對以學習英語為第二外語的兒童而言，虛擬教具提供其表達概念了解及學習的機會。

綜觀而言，國外相當重視虛擬教具的開發，有大學、教師協會等大型學術單位全力發展以及專業的設計人員（包含教師），因此架構完整，內容豐富。支援的課程涵蓋幼稚園到 12 年級，重視基礎教育，而且每一個虛擬教具都提供說明文件及教學指導，數學教師相當容易學習並且實際運用於教學。反觀國內對虛擬教具的研究以單打獨鬥者（在職教師）為主，缺少系統性的開發計畫；課程內容以國高中階段居多，而且大都偏重在以 GSP（The Geometer's Sketchpad）為主的幾何數學，對於國民中小學基礎教育的關注程度遠遠落後於國外。希望國內也能有大型的學術機構投入研發，相信對國內的數學教育會有實質的幫助。

綜合上述，問題導向的學習可以加強學生的學習動機、增加師生的互動，進而在問題解策略有所成長；多方塊組合具有的挑戰性可以提升學生的興趣，學生在操作過程中也可學習到數學的概念；然而在進行教學時使用傳統教具，會有攜帶及操作的上不方便，所以本研究將以文獻分析做基礎運用資訊科技，開發多方塊數學電子軟體，設計多方塊組合的學習教材，以問題導向的教學模式，加強學生解題策略的形成及解題能力的培養。讓老師樂於教，學生樂於學，提供國民中小學數學教師教學的參考。



### 第三章 研究設計與方法

本章共分成五節，第一節為研究設計，第二節為研究對象，第三節為多方塊數學電子軟體之開發，第四節為研究工具，第五節為資料分析。

#### 第一節 研究設計

本研究是比較數學電子軟體教學與傳統教具教學的環境，對學生數學學習的影響。研究的對象為國中二年級的學生，學習的內容為多方塊的組合，由於無法隨機選取受試者，因此本研究採取不等組前後測準實驗設計，如表 3-1-1。

表 3-1-1 不等組前後測準實驗設計

自變項	前測	實驗處置	後測
實驗組	T1 T2	X	T1 T3
控制組	T1 T2		T1

註：T1 為多方塊組合測驗，T2 為智力測驗（數學部份分數總和：數學推理、空間關係、抽象推理），T3 為心得及感想問卷。

實驗組與控制組學生均接受前測（多方塊組合測驗與智力測驗）；兩組學生在前測後，分別實施以多方塊組合課程為教材的數學電子軟體教學與對等之傳統教具教學，在實驗結束後第五天，兩班學生進行後測（多方塊組合測驗），實驗組學生需加填一份感想及心得問卷，以了解實驗組學生對於電腦數學軟體教學課程之心得與意見，控制組學生則不需填寫此問卷。多方塊組合測驗於前測、後測使用相同試卷；施測完畢之後以學生智力測驗的數學分數為共變數，利用共變數分析法分析兩組後測成績是否有顯著差異；另外從教學過程中所蒐集的學習單、多方塊組合測驗和感想及心得問卷，做質性的研究分析，藉以更深入了解數學電子軟體教學與傳統教具教學的環境，對學習多方塊組合所產生的影響。詳細流程如圖 3-1-1。

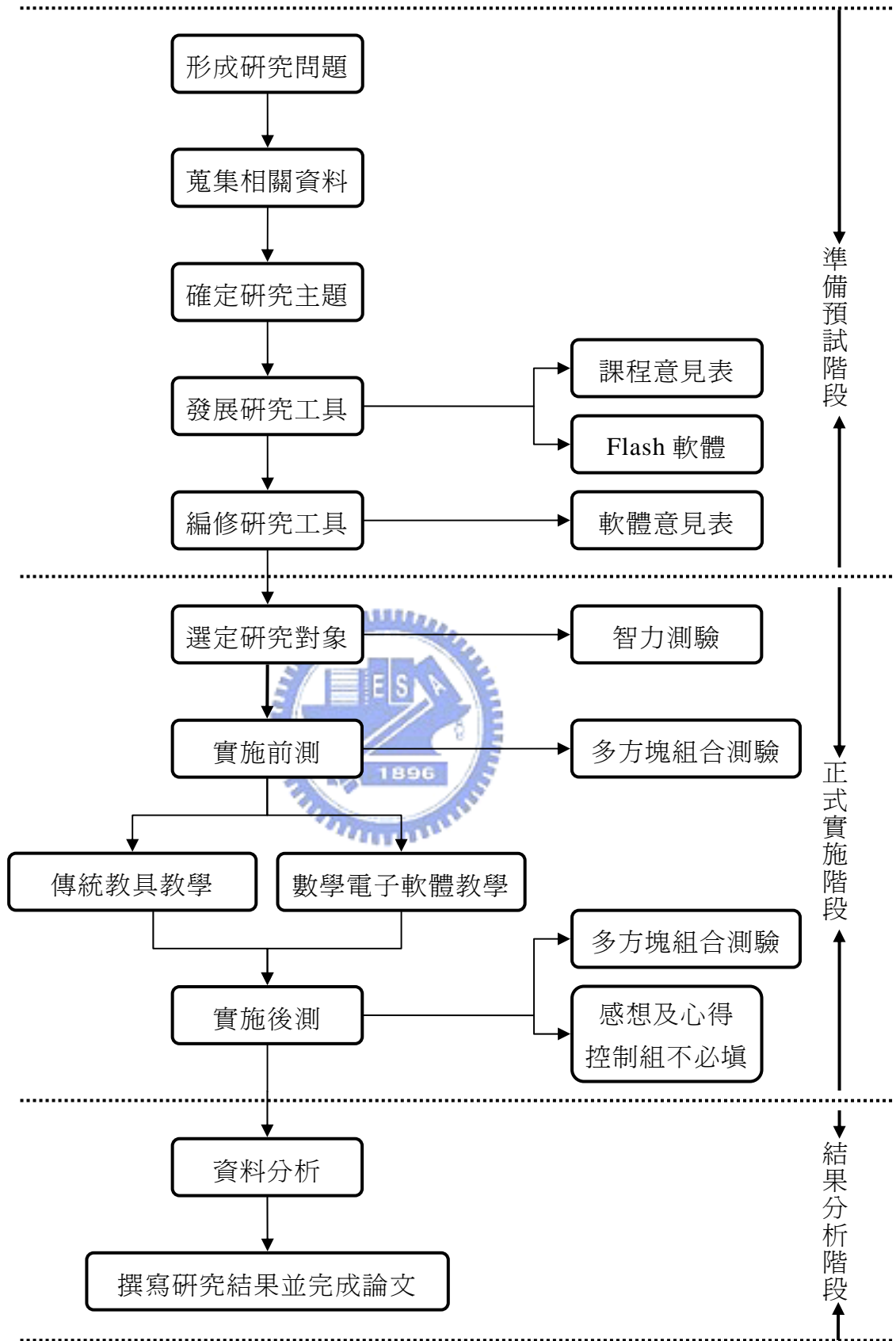


圖 3-1-1 研究流程圖



## 第二節 研究對象

本研究選取台北縣某縣立國民中學的「國二」學生二班為實驗研究對象，該校採常態男女合班的模式教學，其中隨機選取一班為實驗組，另一班為控制組；有效樣本的選取排除各班資源班的學生及參加社團的學生。各班人數與有效受測學生人數，如表3-2-1。

表 3-2-1 研究樣本人數統計表

組別	人數（男生，女生）	有效樣本（男生，女生）
實驗組	38（19，19）	30（15，15）
控制組	36（16，20）	30（12，18）
合計	74（35，39）	60（27，33）

擔任本實驗研究教學的教師即為研究者本人，具有十年的數學科教學經驗，對於電腦輔助教學有較深入的研究與興趣，實驗組與控制組都是同一位教師進行教學活動；本研究所使用之多方塊數學電子軟體即是由研究者本人所自行開發與設計的。學生於電腦自行操作前均接受教學教師指引，按部就班的熟悉數學電子軟體的操作方式。



### 第三節 「多方塊組合」數學電子軟體之研究與開發

#### 一、開發工具的選擇

軟體技術的高度發展，舉凡 C、C++、Delphi、Visual Basic、Java 等等具備 OOP（物件導向）的程式語言提供軟體設計人員多樣的選擇。然而就開發虛擬教具而言，開發工具必須更謹慎的選擇。先不論軟體設計和數學概念呈現的優劣，一個好的虛擬教具至少要符合三個基本要求：

1. 程式碼小，便於網路中傳播、分享。
2. 使用者端盡可能不必再安裝特殊軟體；如果需要最好是免費的，而非必需付費的。
3. 如果要架設於網站供人使用，最好可以直接在瀏覽器中觀看、執行。

因此傳統的程式語言雖然功能強大，卻顯得不完全適用於虛擬教具的開發；所以目前國內外盛行的虛擬教具大致僅見兩種：Java Applet 與 Flash 的主要原因。然而 Java Applet 入門困難，所有基礎程式碼必須設計者自撰寫，對於開發人員是非常不便的；反觀 Flash 不僅檔案小，傳輸便利，向量圖檔放大縮小都不會失真，有良好的品質。使用者只要外掛免費的 Flash Player 之後便可播放。所以研究者選擇它作為開發數學電子軟體的工具。

#### 二、數學電子教材開發目的

透過軟體（Flash MX 2004）設計，開發「多方塊組合」電腦教學軟體及學習的平台，進行多方塊組合樣式的探索活動。

#### 三、「多方塊組合」電腦教學軟體的編修

為了評估此軟體，研究者針對此數學教學軟體的使用及概念呈現設計了教師問卷（見附件四），以了解實際使用後老師的感想與意見，作為修正軟體的參考。研究者在 2006 年 5 月 13 日，以國立交通大學理學院網路學習在職專班的研究生（國民小學教師七位；國民中學教師六位及高級中學教師六位）共十九位教師進行軟體的演示，並於演示後收集老師問卷後進行修改。如表 3-3-1。

表 3-3-1 軟體意見及修正表

教師建議	修正結果	備註
<p>可在軟體中呈現教學說明，以方便教學。</p>	<p>增加說明文件，將教學流程，分成三部份： 第一部份：多方塊的歷史。 第二部份：多方塊的操作。 第三部份：分組討論。 給教學者作為參考。</p>	
<p>軟體中的歷史說明區在生成方塊後被剛生成的方塊檔住，產生的畫面很不協調。</p>	<p>將歷史說明區另闢一頁呈現，給使用者作為參考。</p>	
<p>可以增加圖形存檔功能。</p>	<p>增加條狀多方塊的按鍵，可一次按出多個方塊。</p>	<p>因必須有資料庫的概念，暫時無法存檔。</p>
<p>操作說明字體太大，且離要說明的物件太遠。</p>	<p>將操作說明移至各物件的下方，可讓使用者方便直接觀看說明；並於軟體中另闢一頁呈現操作說明。</p>	
<p>新增有關多方塊組合的遊戲。</p>	<p>利用五個方塊的組合作成可讓學生拼圖的軟體。 (註：本研並未用到此工具)</p>	<p>這個軟體可讓學生於課程結束後自行練習與思考。</p>

#### 四、軟體介面及使用說明

本軟體包含三個頁面：

##### (一) 多方塊歷史的說明(如圖 3-3-1)：

敘述多方塊的組合，歷史背景及迷人之處，按下右下方工具說明按鈕後進入下一個工具說明的畫面。

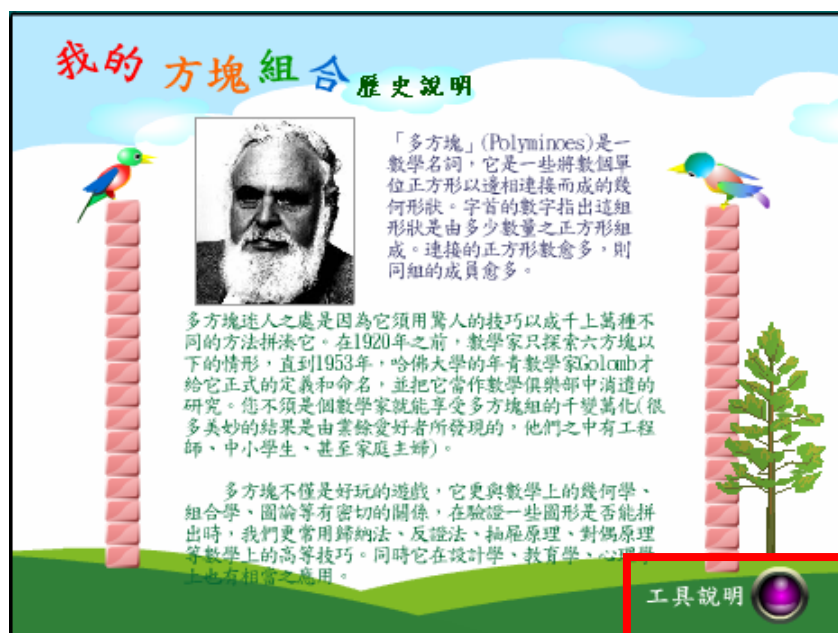


圖 3-3-1 多方塊的歷史介面

##### (二) 多方塊數學電子軟體工具說明(如圖 3-3-2)：

對多方塊數學電子軟體工具作說明，以方便使用者在操作軟體時，對軟體有大致的認識，按下右下方開始按鈕後進入軟體操作的畫面。。



圖 3-3-2 多方塊數學電子軟體工具說明介面

(三) 多方塊數學電子軟體操作介面(如圖 3-3-3)：

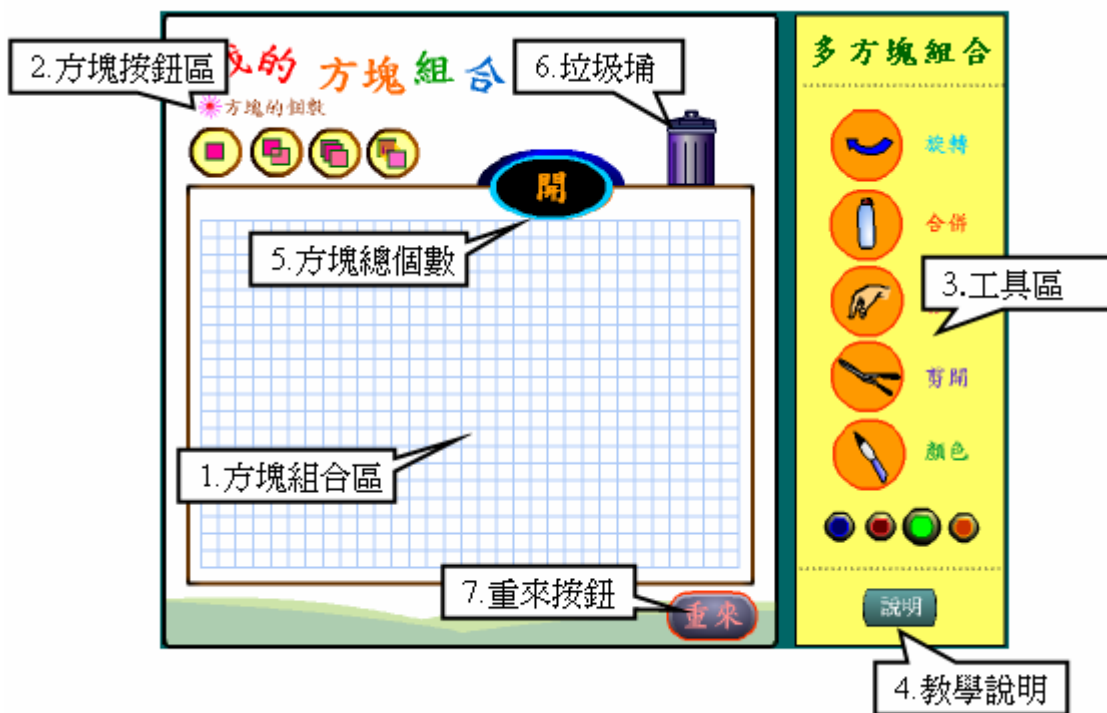
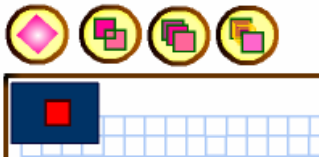





圖 3-3-3 多方塊數學電子軟體操作介面

以下就分別以這七個部份作說明：

1. 方塊組合區：方塊在此作組合圖形，總共可容納  $31 \times 20 = 620$  個方塊。圖形的合併、旋轉、剪開、操作都在這個區塊進行。
2. 方塊按鈕區：總共有四個按鈕，為產生方塊的按鈕，會在方塊組合區隨機產生方塊。如表 3-3-2 所示：

表 3-3-2 方塊按鈕區說明

按鈕圖示	操作結果
	<p>① 按下第一個按鈕會出現一個紅色方塊，再按下紅色方塊，在方塊組合區會產生一個方塊。</p>
	<p>② 按下第二個按鈕會出現兩個方塊組，有兩組，可選擇需要的模式按下，在方塊組合區會產生兩個方塊。</p>
	<p>③ 按下第三個按鈕會出現三個方塊組，有三組，可選擇需要的模式按下，在方塊組合區會產生三個方塊。</p>
	<p>④ 按下第四個按鈕會出現數字 4、5、6、7、8、9、10 可選擇需要的模式按下，在方塊組合區會產生數字所表示的方塊數。</p>

方塊按鈕操作後在方塊組合區產生方塊的圖示如下圖 3-3-4：

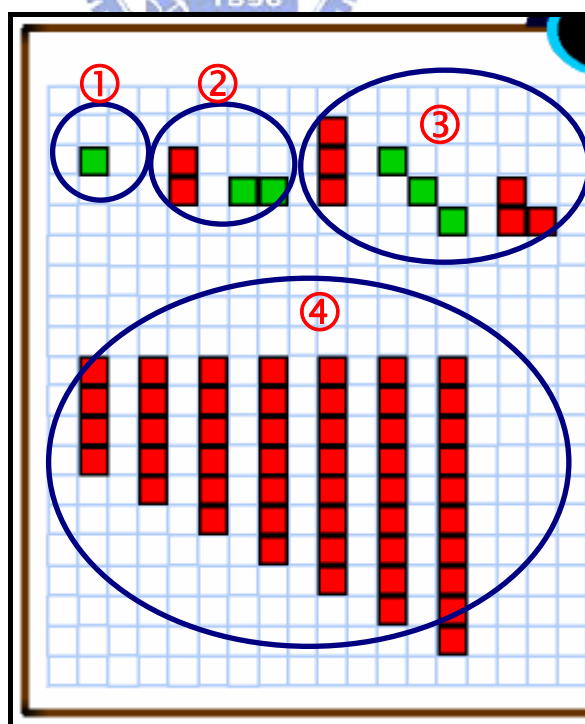


圖 3-3-4 方塊按鈕操作後圖示

3. 工具區：共有六個物件，分別為①剪開鈕、②移動鈕、③旋轉鈕、④合併鈕、⑤顏色鈕和⑥色塊鈕，如表 3-3-3。

表 3-3-3 工具區元件說明

元 件	功 能
	① 剪開鈕：可將已組合的圖形方塊剪成單位的方塊。
	② 移動鈕：按移動鈕才可拖拉圖形。
	③ 旋轉鈕：可順時針 90 度旋轉圖形。
	④ 合併鈕：可合併連接的方塊，組合成的方塊組合為紅色。
	⑤ 顏色鈕：可改變單位方塊的顏色。
	⑥ 色塊鈕：先按顏色畫筆再按想改變的顏色鈕，能讓單位方塊改變顏色。

工具區操作說明：

用滑鼠在元件圖形上按一下，滑鼠的顯示圖形會變成元件上的圖示，

① 剪開鈕(如圖 3-3-5)：

五個已組合成的 L 型方塊利用剪刀在圖形上方使用滑鼠按一下，每個單位方塊可隨意拖拉。

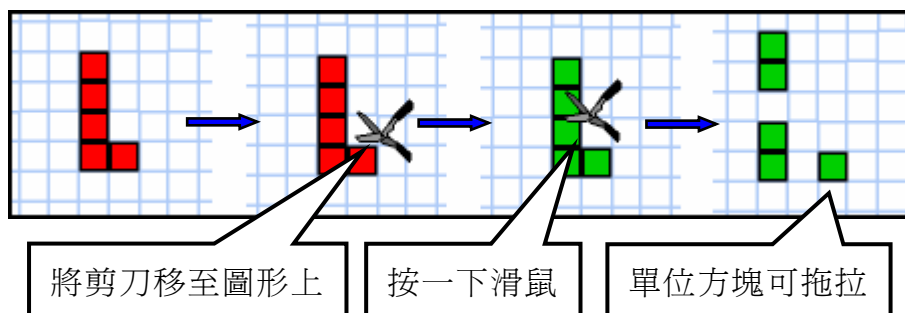


圖 3-3-5 剪開鈕的操作說明

② 移動鈕（如圖 3-3-6）：

只有在滑鼠圖示下，對於圖形才可隨意拖拉。

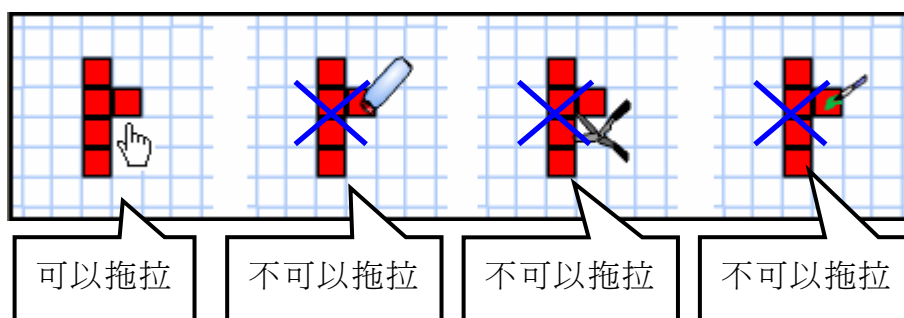


圖 3-3-6 移動鈕的操作說明

③ 旋轉鈕（如圖 3-3-7）：

利用旋轉鈕的滑鼠圖形在組合圖形上方使用滑鼠按一下，每按一下圖形可順時針旋轉 90 度。

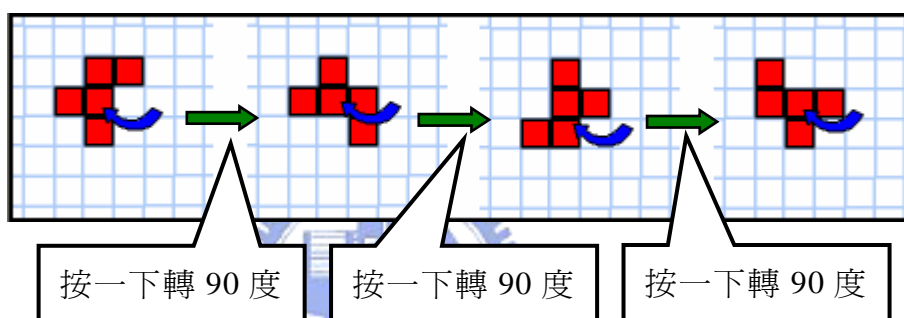


圖 3-3-7 旋轉鈕的操作說明

④ 合併鈕（如圖 3-3-8）：

利用合併鈕的滑鼠圖形在組合圖形上方使用滑鼠按一下，即可將組合好之圖形合併。

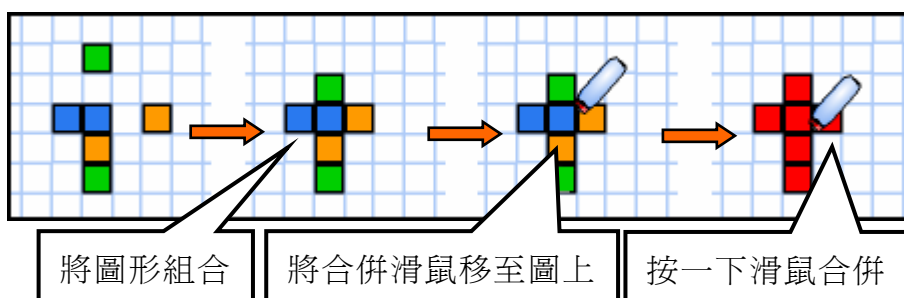


圖 3-3-8 合併鈕的操作說明

⑤ 顏色鈕(如圖 3-3-9)：

⑥ 色塊鈕(如圖 3-3-9)：

利用顏色鈕的滑鼠圖形選擇顏色，在色塊鈕上使用滑鼠按一下，然後在要改變的方塊圖形上用滑鼠按一下即可改變顏色。



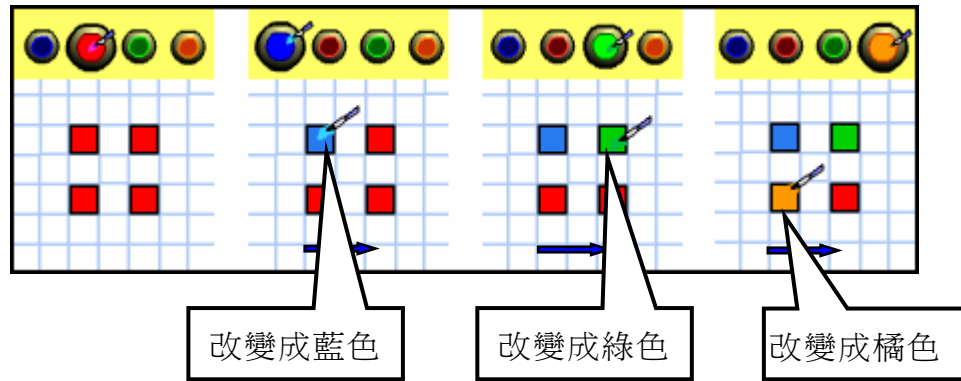


圖 3-3-9 顏色鈕和色塊鈕的操作說明

其餘的元件如下表 3-3-4。

表 3-3-4 元件功能列表

元 件	功 能
	4. 教學說明鈕：共分三個部份，提供老師教學時參考。
	5. 顯示單位方塊的個數。
	6. 垃圾桶：要刪除的方塊拖拉至此。
	7. 重新來過。

4. 教學說明鈕：按下說明按鈕會出現教學說明區塊，主要是提供老師教學之參考，如下圖 3-3-10 所示。

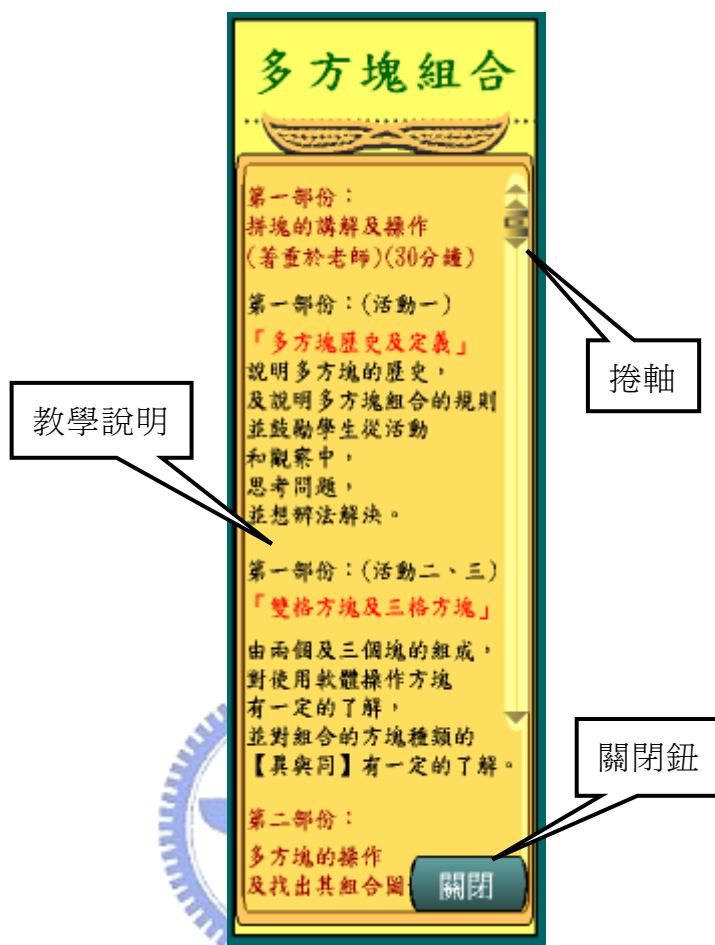


圖 3-3-10 多方塊教學說明

5. 方塊總個數鈕：可開啓也可關閉，可提供學生數數及老師教學上使用，如下圖 3-3-11。

圖中組合方塊區共有方塊數七個。

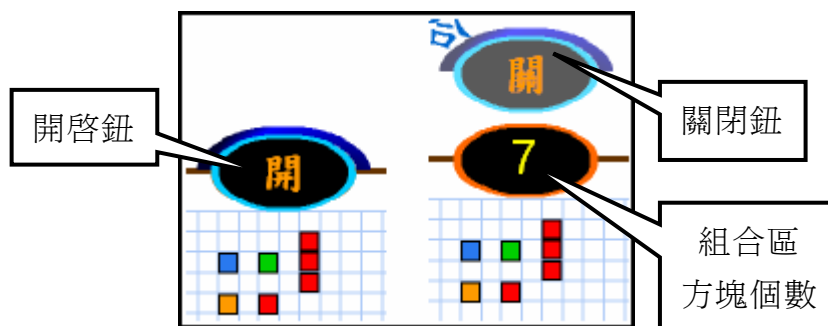


圖 3-3-11 方塊總個數操作說明

6.垃圾桶：可將組合方塊區中，不要的圖形拖拉到垃圾桶刪除，如下圖 3-3-12。

7.重來按鈕：可重新操作軟體。

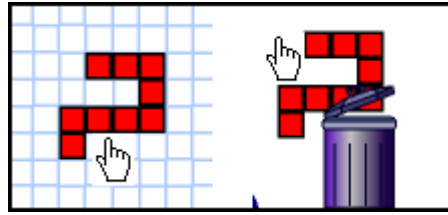


圖 3-3-12 刪除組合圖形說明

老師可以依教學需要自行操作使用軟體，作多樣性的呈現，以便於和學生討論、歸納；學生也可以作不同的操作、探索、觀察並解答問題。



## 第四節 研究工具

### 一、國民中學智力測驗

#### (一) 測驗目的

本測驗由路君約、盧欽銘、歐滄和於民國八十三年十一月所編訂，旨在測量國民中學學生的一般智力水準，以供諮商、揀選、安置之參考。本測驗在國中二年級下學期由學校輔導室輔導教師於上課時施測，測驗時間為四十六分鐘。本研究中將以智力測驗中的數學部份包含數學推理、空間關係和抽象推理三項的總和分數作為共變量進行共變數分析以了解學生學習成效。

#### (二) 信效度

本測驗內部一致信度為.63~.82，重測信度為.40~.79，效標為區分性向測驗之相關為.35~.58，與學生學期成績之相關為.21~.55。

### 二、多方塊的平面組合教學設計及學習單（見附件一）

#### (一) 目的

本課程的構思配合了數學教育學習領域中的「數學的pattern」課題，並在內容上作出增潤和延伸，引導學生互相交流意見，並由簡而繁的解決問題進而提昇學生對數學歸納分析的能力，發展學生解題的策略。

#### (二) 時間

二小時

#### (三) 內容

多方塊的平面組合教學設計，包含課程的簡介、設計構思、教學目標、教學資源及教學的程序並依據此教學設計配合學習單來實施教學。

### 三、多方塊組合學習多方塊組合測驗（見附件二）

#### (一) 測驗目的

了解學生在多方塊組合課程實施之後的學習成效。

#### (二) 測驗時間

三十五分鐘。

#### (三) 題目的內容

本測驗題目的主要參考《Polyominoes-Puzzles, Problems, and Packings Revised and expanded second edition》（Solomon W Golomb, 1994）。研究者針對教學目標及學習內容，為了更了解學生的解題思維編製而成的。題目是：「請找出所有六格方塊的平面組合有那些？」並請學生寫下解題方式以利於質性的分析。本多方塊組合測驗只有一題，但總共有三十五個答案，每個答案一分，總分為三十五分。

#### 四、心得及感想問卷（見附件三）

##### （一）目的

了解學生對於實施多方塊數學電子軟體教學後的心得與感想。

##### （二）題目內容

1. 請問對於這個多方塊數學電子軟體，你的操作是否有困難？
2. 學習了這個課程，你學到了什麼？對你的解題是否有幫助？
3. 往後如果有機會你是否願意再上數學電子軟體的課程？

心得及感想問卷主要是要了解學生在多方塊數學電子軟體教學結束後，對於軟體操作的狀況，及學生學習課程後對課程的了解、解題策略的幫助。



## 第五節 資料分析

在量的分析方面，待收集到後測的多方塊組合測驗、課程意見表，連同前測的智力測驗數學分數、多方塊組合測驗分數進行統計結果的分析。

本實驗選取的班級，雖然是屬於常態分班，但為避免兩組學生在實驗前的能力是不相等的狀況，所以以國中智力測驗的數學分數為共變數進行統計分析，將統計的 $\alpha$ 值（顯著水準）設定為0.5，以反應出真正的差異情形。另外前測數學成績的前三分之一一定為高分組，後三分之一一定為低分組，做為比較實驗組與控制組各數學成就水準表現差異的標準。根據研究假設及其相對應的統計方法依序整理如表3-5-1。

表 3-5-1 實驗研究假設的統計方法

研究假設	統計方法
1. 實驗組與控制組學生在「多方塊組合測驗」後測得分沒有顯著差異。	進行共變數分析（ANCOVA）考驗，依變數為「多方塊組合測驗」後測得分，共變量為智力測驗數學分數。
2. 實驗組高分組的學生和實驗組低分組的學生在「多方塊組合測驗」後測和前測的得分差距沒有顯著差異。	進行共變數分析（ANCOVA）考驗，依變數為「多方塊組合測驗」後測減前測得分，共變量為智力測驗數學分數。
3. 實驗組不同性別的學生在「多方塊組合測驗」後測得分沒有顯著差異。	進行共變數分析（ANCOVA）考驗，依變數為「多方塊組合測驗」後測得分，共變量為智力測驗數學分數。

在質的分析方面，因怕錄影造成學生的緊張，則是在前測及教學活動時儘可能讓研究者去觀察學生的反應、解題及進行的狀況，盡量收集學生在學習過程中的學習單、問卷，進行批改與分析，藉此了解研究目的：「依據問題導向學習相關理論，實施問題導向學習之教學活動，觀察學生解題策略的產生。」、「比較數學電子軟體教學與傳統教具教學的環境，對學習者學習多方塊組合解題能力的差異。」

## 第四章 研究結果與討論

本章主要在分析討論多方塊數學電子軟體教學後對於學生學習的影響，共分三節，第一節說明多方塊組合教學模組實施之後對數學解題的影響，第二節主要從研究者教學時教室觀察及學生進行多方塊組合學習的歷程和表現作分析與整理，第三節為研究者在研究之後的反省與成長。

### 第一節 多方塊組合教學模組實施之後對數學解題的影響

本研究實驗組與控制組學生的前測及後測得分均是由「多方塊組合測驗」所測得；後測在測驗施測時間上為教學課程結束後第五天實施。本研究在前測結束後，以前測得分為依據，利用 Levene 檢定兩組變異數的同質性，研究結果顯示未達顯著 ( $F=.498, p=.483>.05$ )，表示這兩組是具有同質性的，所以以智力測驗數學分數總和(含數學推理、空間關係、抽象推理)為共變量進行共變數分析。

以下依據研究假設一至研究假設三逐題分析與討論研究結果。

一、研究假設：實驗組與控制組學生在「多方塊組合測驗」後測得分沒有顯著差異。

本研究假設依變數為「多方塊組合測驗」後測得分，共變量為智力測驗數學分數總和(含數學推理、空間關係、抽象推理)，在教學實驗後以共變數(ANCOVA)分析考驗不同組別在「多方塊組合測驗」後測得分是否有顯著差異，如表4-1-1。

表 4-1-1 實驗組與控制組在「多方塊組合測驗」後測表現統計量及差異分析

組別	個數	平均	標準差	調整後平均數	F值	P
實驗組	30	30.47	3.18	30.745	.353	.555
控制組	30	30.60	2.66	30.345		

兩組學生在「多方塊組合測驗」後測的共變數分析的平均數各為 30.47 與 30.60，在排除智力測驗數學分數總和(含數學推理、空間關係、抽象推理)此共變量的影響後各為 30.745與 30.345，由表4-1-1可知實驗組與控制組在「多方塊組合測驗」後測表現並無差異 ( $F=.353, p=.555>.05$ )，也就是說利用數學電子軟體教學和傳統教具教學對學生學習效果是一樣有幫助的。

二、研究假設：實驗組高分組的學生和實驗組低分組的學生在「多方塊組合測驗」後測和前測的得分差距沒有顯著差異。

本研究假設的依變數為「多方塊組合測驗」後測減前測得分，共變量為智力測驗數學分數總和（含數學推理、空間關係、抽象推理），以共變數(ANCOVA)分析考驗實驗組的高分組及低分組在「多方塊組合測驗」後測減前測得分是否有顯著差異，如表4-1-2。

表 4-1-2 實驗組高分組及低分組「多方塊組合測驗」後測減前測統計量及差異分析

組別(實驗組)	個數	平均	標準差	調整後平均數	F值	P
後測減前測	高分組	10	0	1.763	.885	7.667 .014*
	低分組	10	6.5	4.576	5.615	

實驗組的高分組及低分組在「多方塊組合測驗」後測減前測的共變數分析的平均數各為 0與 6.5，在排除智力測驗數學分數總和(含數學推理、空間關係、抽象推理)此共變量的影響後各為 .885與 5.615，由表4-1-2可知實驗組的高分組及低分組在「多方塊組合測驗」後測和前測得分差距有顯著差異（ $F=6.095$ ， $p=.014<.05$ ）。

本研究發現電子軟體融入數學教學之後，實驗組的高分組及低分組在「多方塊組合測驗」後測減前測後得分有顯著差異，也就是說數學電子軟體教學的學習效果對於高分組及低分組的學生有達到統計上的顯著差異。但研究者發現在高分組後測減前測調整後平均數為.885，低分組後測減前測調整後平均數為5.615，再觀察高分組的前測平均數為32.4已接近滿分，而低分組的前測平均數為22.5，顯示高分組的進步空間比低分組較小，所以顯示數學電子軟體教學的環境對於低分組的學生學習而言產生較大的進步空間。

三、研究假設：實驗組不同性別的學生在「多方塊組合測驗」後測得分沒有顯著差異。

本研究假設的依變數為「多方塊組合測驗」後測得分，共變量為智力測驗數學分數總和（含數學推理、空間關係、抽象推理），在教學實驗後以共變數(ANCOVA)分析考驗不同組別在「多方塊組合測驗」後測得分是否有顯著差異，如表4-1-3。



表 4-1-3 實驗組不同性別的學生在「多方塊組合測驗」後測表現統計量及差異分析

組別(實驗組)	個數	平均	標準差	調整後平均數	F值	P
男生組	15	32.13	1.60	31.993	9.536	.005*
女生組	15	28.8	3.53	29.078		

實驗組不同性別的學生在「多方塊組合測驗」後測的共變數分析的平均數各為 32.13與 28.8，在排除智力測驗數學分數總和（含數學推理、空間關係、抽象推理）此共變量的影響後各為 31.993與 29.078，由表4-1-3可知實驗組不同性別的學生在「多方塊組合測驗」後測表現有很顯著的差別（ $F=9.536$ ， $p=.005<.05$ ）。

本研究結果顯示數學電子軟體教學之後，不同性別的學生在「多方塊組合測驗」後測得分有顯著差異，也就是說男生在數學電子軟體教學環境的學習效果比女生在數學電子軟體教學環境的學習效果好。研究者發現男生較適合數學電子軟體教學環境這可能和男生在平時比女生較多使用電腦有較大的關係。

本節針對實驗成效作分析後，研究發現數學電子軟體教學和傳統教具教學一樣的有幫助。若排除智力測驗數學分數總和（含數學推理、空間關係、抽象推理）此共變量影響之後，數學電子軟體教學低分組的學生與高分組的學生在後測減前測表現有顯著差異，這表示數學電子軟體教學對於低分組學生會有較多的進步。然而在數學電子軟體數學教學上不同性別的學生後測表現，非常明顯的是男生優於女生，表示男生在數學電子軟體教學有較好的學習表現，也就是說男生比女生適合數學電子軟體教學。

## 第二節 學生歷程和反應分析

研究者透過研究過程中進行觀察和分析，並根據學生前測、學習單、後測和教學後的心得及感想問卷來探討使用多方塊數學電子軟體教學環境下與傳統教具教學的環境下學生學習的狀況及觀察使用多方塊電子軟體教學環境對學生學習態度及解題策略的改變。為使研究方便記錄與描述，並保護個人隱私，學生姓名均以化名呈現。

### 一、多方塊數學電子軟體教學對學生數學解題策略的影響

#### (一) 多方塊數學電子軟體教學實施前學生無法表現出特定的策略

在實施多方塊電子軟體教學前，學校的數學課程的進度是一元二次方程式的應用問題，從研究者上課的觀察，學生在面對應用問題時都懷著恐懼的心理，面對題目時無法掌握題目的意涵，而且在解題時無法對題目作分析及題目關鍵點的掌握，顯示學生對解題能力的缺乏。

在前測時的實施中，每個人發一本試題及六個單位方塊，題目是：「請找出六個方塊的平面組合有那些？」經過說明圖形如果經過旋轉及對稱之後的圖形是相同的我們當作只找到一種圖形。作答時間為三十五分鐘，研究者觀察學生開始作答時，發現兩組有六十個學生中在處理多方塊組合題目時有十五個人一開始並未使用六個方塊的教具，也就是未使用多方塊實體的操作，反而都是依據自己的想像去作答，研究者也發現這些學生在作答後開始幾分鐘帶著喜悅，作答似乎得心應手，但在作了幾個圖形後，卻不知如何再作答，停止作答好幾分鐘，才忍不住拿起方塊來作組合，才使答案能再延續，在這時教具的使用對於學生的學習似乎已產生了影響。

在前測實施時，研究者觀察大部分的學生在組合六個方塊時，雜亂無章法，拼到什麼圖形就畫什麼圖形的方式進行，也就是說研究者並無看有學生在作比對旋轉後圖形是否相同的動作，等到二十五分鐘後，才開始有學生作前後的比對，到測驗結束時曾經作比對的學生也只有十七人，而其餘的學生進度似乎停頓，仍在似曾相識的圖形中打轉。在觀察學生前測的試卷後看出學生答案中重覆的圖形很多，學生雖知旋轉及對稱是屬於同一種的圖形，但卻較無法歸納比對，有效的剔除重覆的部分，如表4-2-1。

表 4-2-1 前測時學生出現重覆圖形統計表

項目	實驗組(30人)	控制組(30人)	總人數
圖形重覆總個數	264	285	549
平均每人圖形重覆個數	8.8	9.5	9.15

研究者統計學生作答時重覆的圖形在實驗組共有264個圖重覆，而控制組共有285個圖形重覆，共有549個重覆，60個學生平均每個人在作圖時會畫出的重覆圖形有9.15個。

從兩組的前測作答時可以發現60個學生中，只有約18個學生，是有策略的運用，但由學生的回饋中可知這些學生擁有自己對於解題的想法，但是還沒有思考出整體的架構，只表示可能是這樣做的，但詢問其是否能找出全部的解時，都微笑或是表示目前並不可能找出全部的解，尚未思考的很完整；然而其餘的學生卻都表示是「亂排的」、「用猜的」，並無特定的策略可言，部份學生的想法如圖4-2-1~圖4-2-4

1. 阿峰的想法（圖4-2-1）：阿峰並未表明先找一個圖形是如何而來，這個圖形的產生根據研究者的觀察是隨意拼出的，當無法找到時就停頓了，以致於最後是想到就畫。

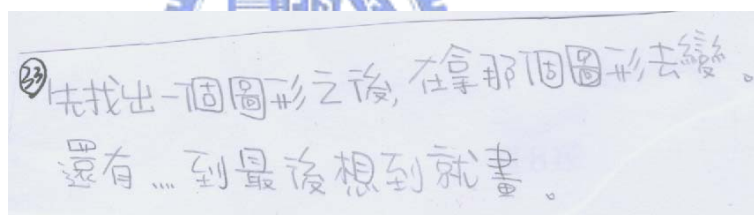


圖 4-2-1 阿峰前測的想法

2. 小盈的想法（圖4-2-2）：小盈提到了塊和排的概念。

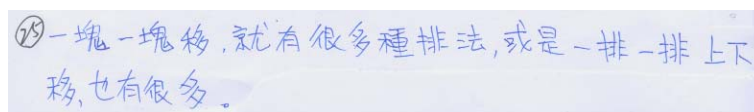


圖 4-2-2 小盈前測的想法

3. 小怡的想法（圖4-2-3）：小怡已有由簡而繁的認知，知道從少片的組合延伸到多片的組合。

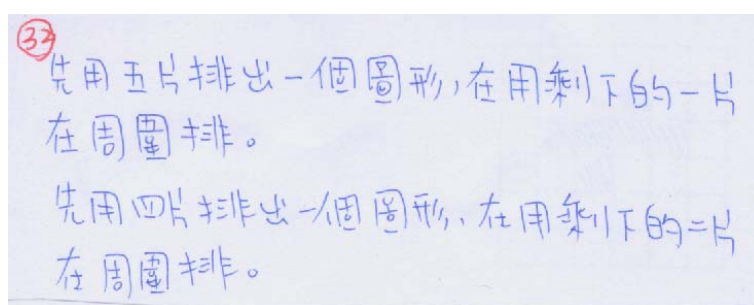


圖 4-2-3 小怡前測的想法

4. 阿緯的想法（圖4-2-4）：在排六個方塊的圖形時，他已想到用五個方塊所組合的圖形做基礎，再加一個方塊來拼出圖形。只是五個方塊的組合並沒有找到全部。

A handwritten note in blue ink on a light blue background. The text reads: "③ 用「十」、「L」、「T」、「口」的排法下去加排。"

圖 4-2-4 阿緯前測的想法

在批閱後發現學生的解題的確很混亂，常常有重覆的圖形而不自知；用訪談的方式，訪談學生對多方塊組合測驗的看法，如下：

小曾：好難喔！不知找的對不對。(前測得23分)

阿光：老師為什麼要測驗這個題目呢？好難。(前測得27分)

小玟：老師趕快改，我寫的對不對，很好玩？(前測得32分)

小璋：我已有想法但不確定答案是否正確？(前測得30分)

研究者觀察雖然學生覺得多方塊的測驗是有困難度的，卻很期待老師趕快給予立即的回饋，也希望自己思考的解題的方式受到老師的肯定。

#### (二) 多方塊數學教學時學生出現有系統的解題策略

多方塊的教學開始，兩組的學生在單個方塊時，都能觀察並很容易的說出方塊的意義，如：邊長相等、四個邊長、單位正方塊的面積等於一平方單位。當兩個方塊出現時，兩個方塊圖形的組合，雖然只有一種，但在操作中，可以看出學生對多方塊的操弄的感覺，對於圖形旋轉90度、180度、270度及360度時的圖形變化有基礎的認知，也對自己的答案表現出肯定；在三個方塊的組合中，觀察學生已開始操弄方塊，發現所拼的圖形不只一種，有兩個組合，且都能很肯定的告訴同學及老師組合的個數，展現出喜悅的感覺，但是操作模式已略顯不同。例如有人試著在兩個方塊組合的圖形四周再加上一個方塊；也有人重新拿三個方塊組合，拆除再組合。策略在此已顯出了不同。但是相同的是兩組的學生在組合圖形中經旋轉後會一樣或經過對稱後圖形會一樣都是屬於同一種類圖形上有更多的感覺。在接著的四個方塊組合甚至五個方塊組合時，令人感到非常意外的，學生的解題策略已有了不同的想法。下面研究者就學生的解題來作探討，歸納出兩種的解題策略，研究者將學生的這兩種解題策略分為累加策略和逐減策略：

1. 累加排列：每增加一個方塊數時，由未加方塊時的多方塊組合為基礎，再加一個方塊產生圖形，最後再作驗證的工作，如圖4-2-5。

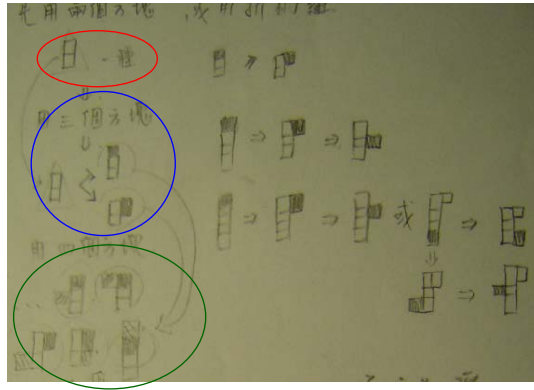


圖 4-2-5 累加排列學生的做法

圖中顯示兩個方塊的組合只有一種（圖中紅色圈圈部份），再加一個方塊變成三個方塊的組合有兩種（圖中藍色圈圈部份），再以這三個方塊組合的兩種圖形為基礎再加一個方塊組成四個方塊（圖中綠色圈圈部份），其組合有五種，再以此類推增加一個方塊的情形。

假如學生懂得基本圖形再增加一個方塊組合時，可觀察其組合的圖形，若發現組合後的圖形有些在經過旋轉及對稱後會造成組合圖形的重覆性，在最後驗證階段將會節省了不少的時間。

2. 逐減排列：由欲排的多方塊組合，先排成一列，再逐步減少一個方塊，來作移動，看看組合的狀況，如圖4-2-6。

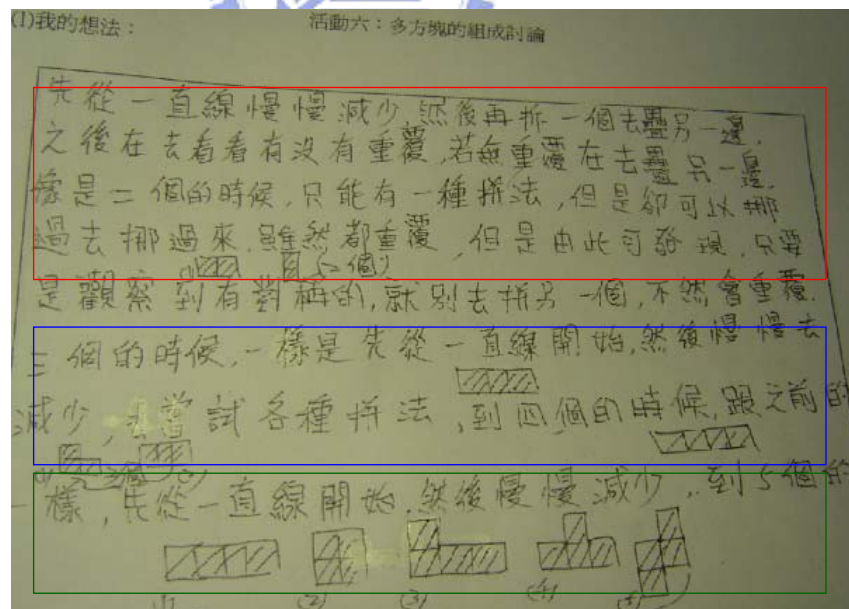


圖 4-2-6 逐減排列學生的做法

圖中說明排列過程是先將要排的方塊組合排成一列。兩個方塊組合，是先將兩個方塊排成一橫列，再拿一個方塊移動，看看圖形的組合發現有一種（圖中紅色方塊的部份）。組合三個方塊時是先將方塊排成一橫列，再拿一個方塊移動，看看圖形的組合發現有兩種（圖中藍色方

塊的部份)。組合四個方塊時也是先把四個方塊排成一橫列，再拿一個方塊移動，看看圖形的組合有幾種；再從橫列中多拿一個方塊來作組合，也就是拿兩個方塊來作移動組合，看看圖形的組合有幾種，歸納後發現組合有五種（圖中綠色方塊部份），再以此類推增加一個方塊的情形。

這種排列的確可以找出所有的解，在方塊數少時是一個很方便的找解方法，但是方塊數增加時，當移動的方塊增多時，組合時所需要的思考邏輯要更加的清晰。

研究者觀察兩組的學習單中，將學生的解題方式做統計發現，兩組的人數各有30人，擁有明顯解題策略的學生在兩組均有23人，但在數學電子教學軟體教學的環境中學生使用累加排列策略的有16人，在傳統教具教學的環境中學生使用累加排列策略的只有9人；在數學電子教學軟體教學的環境中學生使用逐減排列策略只有7人，在傳統教具教學的環境中學生使用逐減排列策略有14人，兩班策略不是很明顯的各有7人。下表是研究者作的統計，如表4-2-2。

表 4-2-2 多方塊組合數學電子軟體教學和傳統教具教學的解題統計表

策略	數學電子軟體教學	傳統教具教學
累加排列（人數）	16	9
逐減排列（人數）	7	14
策略不明（人數）		7

從表4-2-2研究者統計後發現在多方塊組合的教學後，利用數學電子軟體和傳統教具的兩組學生在解題策略上均是累加排列策略和逐減排列策略兩種。但是這兩組學生在不同的環境中，研究者發現利用數學電子軟體產生累加排列策略的學生有16人，但是利用傳統教具產生累加排列策略的學生只有9人；而利用數學電子軟體產生逐減排列策略的學生有7人，但是利用傳統教具產生逐減排列策略的學生卻有14人。這兩種策略居然在兩組人數上有所差異，研究者在觀察中發現其原因可能來自運用電子軟體教具及傳統教具的不同產生的影響。觀察控制組的學生在傳統教具的環境來作多方塊的組合，學生使用的是真實的方塊教具，在操作上有拼塊的限制，如組合出的圖形旋轉較不方便，組合好圖形後無法作合併，以致於圖形易散開；學生也曾提及桌面太小，讓學生在操作拚塊時較不會想在桌面上拼出愈來愈多的圖形，因而產生的解題策略是逐減排列的人較多，以儘量減少方塊的使用量。而實驗組學生在數學電子軟體的環境下，因方塊組合出圖形後合併方便，也較易旋轉，在比對重覆圖形時比較方便，且在螢幕上可容納較多的方塊數，因而產生使用累加排列的人也比較多。

在實施多方塊組合教學後研究者也發現在教學後學生的學習並未因為課程的結束而停止，有些學生會來詢問是否網路上有相關的知識，也會來詢問有關多方塊的問題。有學生在感想與心得中提到：「不好找，很容易就又重覆了，我覺得操作時間再久一些可能會有更好的方法解答才對，假如找到了以後應該會方便做一些事。」，研究者分析後認為可能因為這次的教學只有兩節課的時間，如果延長時間加深學生探討多方塊的解題策略，甚至讓各組學生於實驗後討論，也許學生可以發展更多不同的解題策略與思考樣式。

### （三）多方塊數學電子軟體教學時學生產生新的數學思維

在教學中，研究者發現在實驗組的學生有較多的時間進行討論，討論中也不會害怕自己已經組合完成的圖形因討論時不小心動到而散開，所以討論時比較熱絡，有更多的時間花在討論上，在學生教學中的學習單中發現，實驗組的學生有提到對稱圖形如何簡化，及運用自己創造的符號進行討論。實驗組學習單中有四個人寫到如何可以減少比對圖形的方法，但在控制組中卻沒有學生提到有關對稱圖形的想法。下面的說明可顯示學生在解題中出現新的思維。

1. 學生在學習中會自己使用符號來思考對稱圖形，如圖4-2-7。



圖 4-2-7 學生的符號

圖形中有中間的四個圖斜線的方塊，其四周圍分別填入圈圈、三角形和叉叉的圖形，而相同的圖形位置表示加入一個方塊時會產生相同的五個方塊組合，也就是說以四個直立方塊加上一個方塊變成五個方塊的組合只需要拼在圈圈、三角形或是叉叉各一個地方就夠了。這樣可以減少拼塊的時間，及減少重覆比對檢驗是否有重覆圖形的時間。

2. 學生在學習中會思考到對稱及旋轉圖形產生的影響，如圖4-2-8。

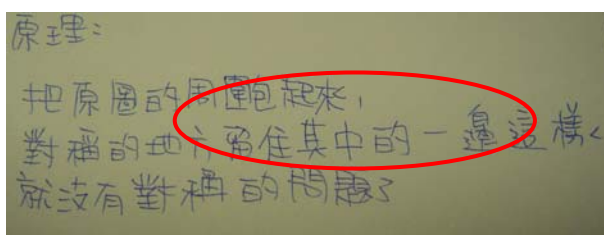


圖 4-2-8 學生會思考到對稱圖形產生

學生已了解圖形的對稱問題有影響解題的快慢，針對稱問題提出了解決方法，漸少了找解的時間，如圖4-2-9。

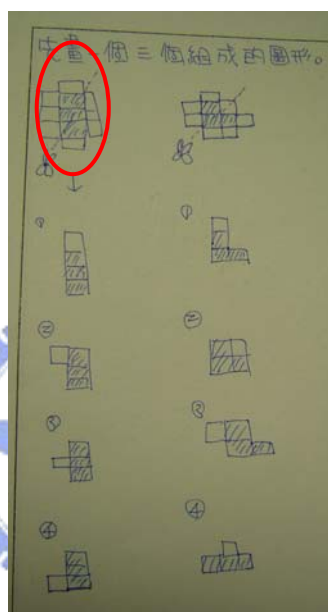


圖 4-2-9 學生會解決對稱產生的問題

研究者推論，實驗組學生會產生這樣的解題想法是因為實驗組的學生有較多的討論，讓想法可以經過交流後產生，多方塊電子軟體教具使用的便利性，讓學生有更多的時間去思考，產生新的思維。

#### (四) 多方塊數學電子軟體教學實施後學生解題策略的成長

研究者觀察學生在學習多方塊課程時，是很願意去嘗試的，每個人的想法及分析歸納…等等的能力，在學習期間可以發現有些許的不同，但在討論的過程中，有些學生是會從中獲得啟發，修改自己的解題策略。也發現學生很願意分享自己的成果，如圖4-2-10。



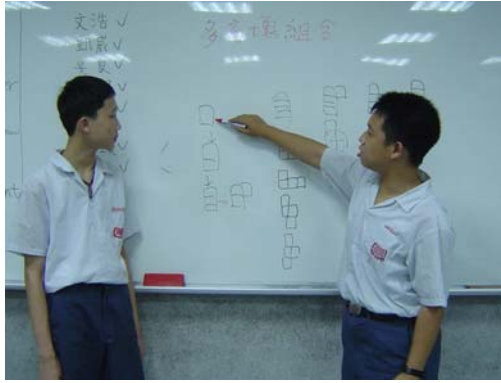


圖 4-2-10 實驗組的學生進行分享

教學課程結束後，實驗組三十個學生在教學感想及心得中，有二十一位同學非常希望能再使用電子軟體教學；八人並未表示是否願意再使用電子軟體教學；有一人表示不願意（是因為被老師分到和不喜歡的人一組）；其他部分學生回應如下：

小 婷：好像去電腦教室上課我們班會比較認真~！！

小 均：要是以後要再去的時候我一定會再去的，因為實際操做比較能記著住。

阿 鴻：突然覺得數學好好玩喔，對解題也有很大的幫助，使我的東西不會太亂。

這種課程對我有蠻大的幫助，希望以後有多一點課程。

小 紘：我覺得學到了有關邏輯推理，空間概念類的能力，從最基本的圖形試著詆所有可能的都排排看，到較複雜的圖形，這個過程當中同樣在考驗著數理能力，還有專 注力和耐心，幾乎是缺一不可的，我也覺得這當中的過程是非常地令人入迷。

小 憶：希望下次再有機會，能在電腦教室上數學，也希望能學到更多好玩的數學。

研究者觀察學生在這個課程中能夠啓發學生的解題思維。在後測時，學生的努力運用自己的策略想把完全的解找出，看到學生認真的模樣，讓教學者也充滿了期待，如圖4-2-11。



圖 4-2-11 學生後測時專注神態

雖然在後測的結果出來以後，60個學生之中只有一個找到完全的解，但是從學生的解題中，研究者可以看出學生在答題時已有自己的解題方式，並努力的找解，研究者針對後測做學生重覆圖形統計如表4-2-3。

表 4-2-3 後測時學生出現重覆圖形統計表

項目	實驗組 (30人)	控制組 (30人)	總人數
圖形重覆總個數	119	165	284
平均每人圖形重覆個數	3.97	5.50	4.73

由表4-2-3，可看出實驗組在後測試卷中，每人平均作答出現重覆圖形的個數為3.97個，而控制組每人平均作答出現重覆圖形的個數為5.50個，兩組差距1.53個，這和研究者觀察實驗組和控制組在後測的表現相符，研究者觀察可能是實驗組學生利用數學電子軟體合併的功能和數學電子軟體螢幕空間較大，可將做過的圖形留在螢幕上，以方便比對檢驗重覆圖形；反觀控制組的學生利用傳統教具組合六個方塊時較為小心，且速度較慢，比對檢驗重覆圖形不易的結果。研究者分析實驗組和控制組在前測和後測時學生出現重覆圖形比較，如表4-2-4，發現在實驗組的學生在後測比前測重覆圖形平均少了4.83個，而控制組的學生在後測比前測重覆圖形平均也少了4個，兩組在找答案上已進步許多。

表 4-2-4 前測和後測學生出現重覆圖形比較表

項目	實驗組	控制組	總人數
前測平均每人圖形重覆個數	8.8	9.5	9.15
後測平均每人圖形重覆個數	3.97	5.50	4.73

有幾位學生後測後來找老師表達說：

「老師，如果給我足夠的時間，我一定能夠把所有解找出，一定可以的。」

這種豪情與自信是現在在學習數學課程的環境中所缺乏的；研究者觀察因為他們已由學習的過程中，學習到了解題的策略，並肯定自己的策略，剩下的只是多給學生解題時間的問題了。

## 二、多方塊數學電子軟體教學環境對學生學習態度的影響

### (一) 多方塊數學電子軟體教具方便使用的優勢

研究者在觀察實驗組和控制組使用教具時，發現使用數學電子軟體的學生在操作上比使用傳統教具的學生更便利，如表4-2-5

表 4-2-5 傳統教具和數學電子軟體環境的比較

在傳統教具教學的環境	在數學電子軟體教學的環境
1. 教室桌面太小，容納方塊數有限	1. 螢幕上可容納的方塊數較多
2. 組合出的圖形易散開	2. 方塊的組合可以合併並隨意拖拉
3. 組合方塊旋轉不易	3. 方塊可任意旋轉
4. 學生討論時操作不易	4. 學生討論操作方便

1. 傳統教學的環境桌面太小，容納方塊數有限；在數學電子軟體教學的環境，螢幕上可容的方塊數較多。如圖4-2-12所示，傳統的桌面有限，學生要作拼塊會受到限制；而電腦可拼的方塊數較多。

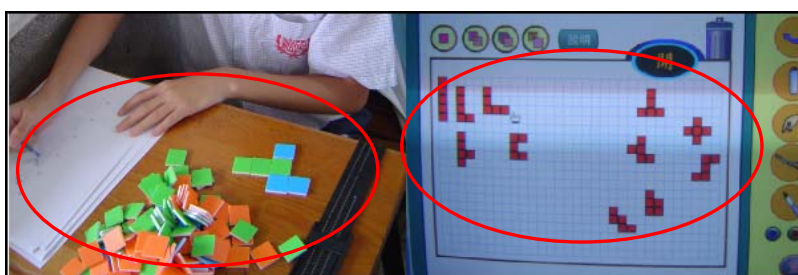


圖 4-2-12 傳統和電子教具拼塊區域比較

2. 傳統教學組合出的圖形易散開；在數學電子軟體教學的環境，方塊的組合可以合併並隨意拖拉。如圖4-2-13所示，傳統教具會散開，而電子教具組合的圖形可隨意拖拉，也可排列整齊。

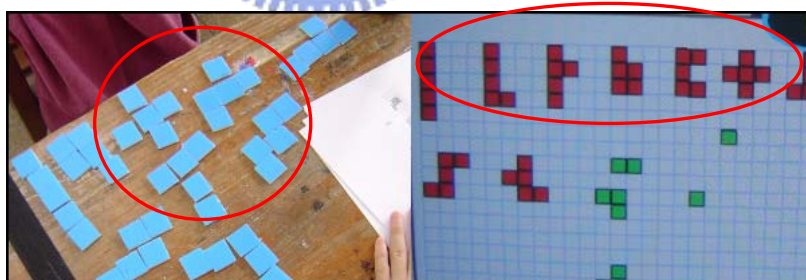


圖 4-2-13 傳統和電子教具有無合併功能比較

3. 傳統教學的環境組合的圖形旋轉不易；在數學電子軟體教學的環境，組合的圖形可任意旋轉。如圖4-2-14所示，傳統教學的環境旋轉已組合的圖形時，會怕圖形散開，數學電子軟體教學的環境，組合的圖形可任意旋轉，可供學生觀察旋轉圖形的變化。

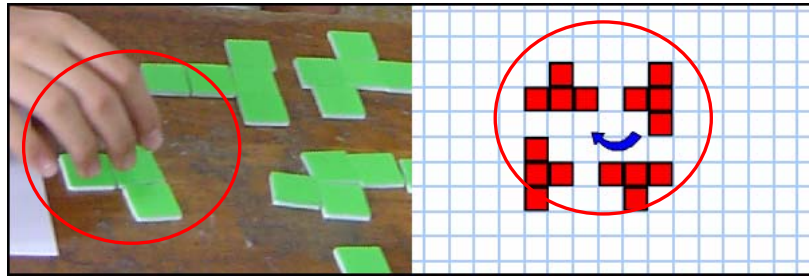


圖 4-2-14 傳統和電子教具有無旋轉功能比較

4. 傳統教學的環境學生討論時操作不易，在數學電子軟體教學的環境，學生討論操作方便。在電子軟體中，方塊可以討論的空間大，組合的圖形亦拖拉、合併和旋轉，讓討論更方便。

在教學中，就如圖4-2-13，研究者發現控制組在拼方塊的組合時，小心翼翼的將方塊組合，會害怕不小心動到之前完成的圖形。剛好在教學中，吹了一陣風把同學所拼出的圖形吹得一團亂，學生出現了一陣驚呼，從地上撿回自己的方塊，這也是讓研究者有很深刻的感覺。然而在拼五個方塊的組合時控制組就有人抱怨，說明桌面太小，可能無法容納這麼多的方塊數，在小組做討論時也較無法隨自己的意願旋轉圖形來進行說明自己的想法，有時在看圖形時還必需起身旋轉。實驗組的學生卻操作的狀況良好，很有自信心，沒什麼問題。

在教學課程結束後，實驗組三十個學生在感想及心得中，有二十二位同學對於軟體操作是認為很簡單沒有困難的，其餘的七人並未表示操作的困難度，而有一人表示困難，部分學生回應如下：

小 鳳：剛開始使用時候，會很不熟練，且很不習慣，但漸漸可以熟悉，且可以用的很熟練，使用這個軟體很快就可以學會，且很快就能漸入佳境。

阿 哲：我覺得在操作此軟體並無困難，不過作圖空間可以再大一點。

阿 平：很好懂不困難很輕鬆的學習。

使用教具可以讓學生自己動手練習，可以輔助學生思考，研究者從學生操作中觀察，兩班在學習的過程中，使用傳統教具的學生在操作中有許多的困擾，如桌面太小，方塊組合易散開，旋轉不易，讓學生在操作上較無法隨心所欲，經過一段時間後，有些學生在排好了一些圖形後就不願把圖形拆開繼續去嘗試其他圖形。然而使用電子教具的學生在操作方塊一下子就非常熟練，在生成圖形及刪除圖形上也很便利，也可看出學生在討論問題很熟絡。

## （二）多方塊數學電子軟體引起學生新奇感及學習動機

教學前，研究者調查知道實驗組的學生從未在數學課上過資訊融入教學的課程，對於到電腦教室上數學課都是第一次，帶著雀躍不已的心，期待與喜悅都表現在臉上。研究者也發現，在學生打開軟體的時候，對於軟體上的介面及工具都抱著好奇心，一股衝動馬上動手去試，並提到這個到底可以用來做什麼呢？似乎對教學充滿好奇。在教學課程結束後學生的感想及心得中，學生提到：

阿 程：第一次嚐試這個軟體真是有趣。

小 琪：我覺得很好玩…由其是那個剪刀和膠水…好好笑…而且也很好用…淺險易懂。而且有很多顏色還可以畫圖~。（「淺險」為小琪寫的錯別字）

小 婷：那個膠水黏起來的東西很好玩耶！還有那個剪刀也很可愛，下次那個頁面可以用粉紅色的，…。

研究者說明：（如圖4-2-15）

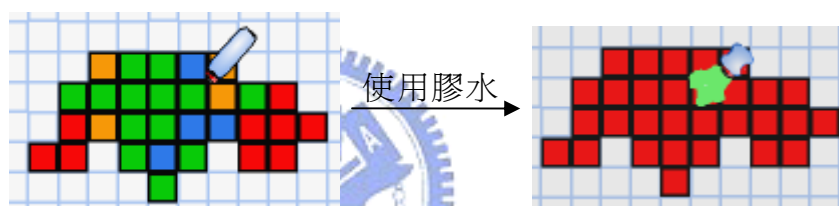


圖 4-2-15 使用膠水（合併）功能的合併結果

相較於控制組，研究者觀察，開始教學之前，學生對於多方塊組合課程並不了解，拿到方塊時，雖有好奇，卻顯得較為茫茫然，學生的好奇心及學習的動機明顯比實驗組來得較弱。根據研究者的觀察可能是因為電子教具的功能可以引起學生的好奇心，讓學生肯主動的去學習，然而「好奇」是學生學習數學的一個主要動力，若能引起學生的好奇，讓學生學習更有興趣也會較為愉快。

## （三）多方塊數學電子軟體帶給學生輕鬆學習的氣氛

教學中，研究者發現實驗組學生積極學習，討論的也較熱絡，實驗組的學生上課時對於教師提問的問題會主動、大聲回答，比平時上課更認真了。對探索過程中所遇到的問題也會主動與教師討論，也會提出一些自己的想法和教師、同學一起討論。在教學課程結束後，大部份的學生都非常希望使用這樣的教學。

有同學覺得在教學過程中，教師和學生的互動變多，學生的學習變得更認真了，學生的學習的態度更加的專注，這與研究者在教室觀察的情況相同，師生互動變多，顯示學生的參與程度比平時的傳統教學多，意味著學生能夠沒有壓力、輕鬆的學習，使用多方塊電子軟體教學，讓學生覺得

數學和軟體都是有趣的，數學好好玩，學生的專心度增加了，在找組合圖形的時候都非常的投入，參與討論的學生增加，學生沒有壓力，同學彼此營造出輕鬆的學習環境，達到好的學習效果，圖4-2-16 可以看出學生在電子軟體的教學環境中大家認真找尋策略的模樣。



圖 4-2-16 實驗組的學生認真的模樣

#### (四) 多方塊數學電子軟體讓學生重新提起數學學習的信心

依據研究者平日的課堂觀察，注意到上數學課時易分心，無法融入老師教學或對於數學的練習總是興趣缺缺的學生，在多方塊數學電子軟體教學的教學環境下展現其學習的生命力。在上課開始後發現這些學生，已開始迫不及待的要玩玩看，對於不會操作的問題也有立即的反應：

小林：老師，我還是不太了解，這個合併按鍵怎麼用啊！

研究者：要方塊與方塊的邊要接再一起啊！再用膠水在圖形上面按一下啊！

(研究者親自操作給小林看)

阿文：老師，要怎麼排？

研究者：可以和同學討論看看啊！

(研究者走到阿文的旁邊看看是否操作沒有問題，發現阿文馬上問旁邊的小平，也馬上就了解如何拼出圖形了)

阿文：我會了。

研究者：你好棒！

研究者觀察這些學生在學習中的表現，有著積極的動力，想要學習，也都能夠輕易的了解教學的內容，並努力的尋找解答，在教學課程結束後，這些學生在教學感想及心得中，可以察覺學生在建立的自信心，有學生反應如下：

阿文：多動腦筋，多發現多找一下有沒有規則性，會慢慢發現答案，但要有耐心及堅強的智力。這樣的上課方式實在是天堂！有冷氣吹有同學可以一起討論，這才是最棒的課。

阿豪：我喜歡上電腦課程，我學習到以觀察它的變化及重疊方塊。

小林：這個課程蠻好玩的，而且找圖案還可以運用頭腦可以讓我的頭不會那麼死，呵呵！

對於解這些題目的過程中雖然很簡單，但是在想的過程中會發現很多都是一樣的圖案，我可是絞盡腦汁的去想。我很希望下次還有這樣的機會，雖然我不喜歡數學，但這樣還滿好玩的。從來沒有上數學課還可以在電腦教室上，希望每一節都可以去電腦教室上。

小真：我之後做數學題目的時候，想放棄的時候就會想到當初我那麼快的就找到新的圖形，為什麼現在找不到數學的答案呢？所以我之後會繼續加油的解答出來…！

在多方塊電子軟體教學中，操作的方便性，讓學生自己主動練習，的確增加學生對圖形樣式探索的信心，觀察每一個實驗組的學生，都很願意去嘗試找解。研究者並從學生測驗中觀察，在實驗組的學生藉著數學電子教具，都會試著自己去探尋圖形的變化，連平時上課參與度低的學生在上課時都能熱在其中；反觀控制組的有些學生操作拼圖時，容易分心，似乎是因為圖形無法合併而使圖形的構成較易散開，使學生大都小心翼翼的拼圖，無法隨心所欲的拖拉圖形及旋轉圖形所產生的影響，自信心較無法建立，如圖4-2-17就是學生在測驗中控制組的學生易分心並無法積極的拼圖。

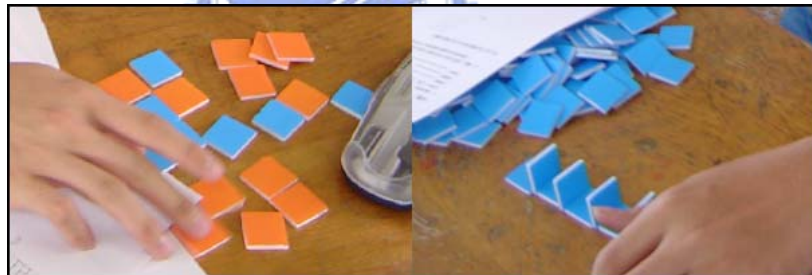


圖 4-2-17 控制組學生組合圖形時較易分心

#### （五）多方塊數學電子軟體教學讓學生重新面對數學問題的解決

研究者在學生的教學感想及心得中，可以察覺學生在多方塊數學電子軟體教學後，對解決數學問題的想法，有了改變，有學生反應如下：

阿忠：我學到繁雜的題目，可以用一些和那題目有點關係又簡單的題目推出其中的玄機。

小怡：題目如果很複雜，可以從簡單的觀念開始想。

阿育：我學到不管任何事都從簡單到複雜，這樣才容易找到它的規律性。

小茹：會自己去找出解題的方法和邏輯對很多方面都很有幫助噢！

阿 程：無論是做數學還是做任何事，都是要用腦去想出最快，最準確，最省力的方法去完成，而不是腦筋一片空白，隨變亂做，第一次做的時候就是隨便想，想到一個就畫一個，原來看起來那麼簡單的題目，確是那麼的困難，直到找對了方法，才能比較通順。

阿 瑋：觀察題目並在解題之前找出解題的方法。

小 鳳：我學到了遇到題目不會，不要覺得很難就放棄，應該冷靜下來思考，且不要把它想的太過複雜。還有遇到題目不會，可以從簡單的開始思考，那就不會認為題目很難，之後在寫數學題目就不會很快放棄，會從很多方面去思考這個題目，然而對數學就不會覺得很困難。

研究者發現在上了多方塊課程後，研究者在上學校應用問題的課程，發現學生面對一元二次方程式的應用問題時，較能夠詢問老師問題，恐懼的心理似乎少了，也較願意去了解題意，會詢問老師：「有更好的方法嗎？」

本節主要根據研究者透過教室觀察分析，根據學生前測、學習單、後測和教學後的感想和心得來探討使用多方塊電子軟體教學環境下與傳統教具教學的環境下學生學習的狀況及發現使用多方塊電子軟體教學環境對學生學習所產生的影響。結果顯示多方塊電子軟體教學可引起學生新奇感，對學生的學習態度是有幫助的，在上課時可帶給學生輕鬆學習的氣氛引發學生的學習動機，讓學生重新提起數學學習的信心，並重新面對數學問題的解決。研究者觀察出學生在多方塊電子軟體教學後對於多方塊的解題有所成長，對於數學問題可以重新面對；但是在六方塊的組合圖形，共三十五個圖形，卻只有一個完全解出，但從後測試分析來看，仍有作答重覆的部份，尚有努力的空間，歸納可能是因為本研究學生思考及測驗時間不夠，且研究者設計的多方塊電子教學軟體還有不足的地方等原因所導致。



### 第三節 教師的反省與成長

研究者以電腦輔助教學進行教育研究是第一次，在本研究的整個過程，有許多出乎意料的結果，希望在進行檢討後，未來在學校以電腦輔助教學或再次研究時，對研究者能有幫助。

#### 一、數學電子軟體生成的歷程

在九年一貫資訊融入教學實施的初期，研究者體會到自己能力的不足，常常參加研習，想學學更多的東西，來幫助教學，Flash MX 2004的軟體也是在研習的機會中，有所接觸，但是也只會簡單的時間軸作法，對於不會寫程式，也深感遺憾。直到看了國外許多網站都在開發數學電子教具軟體，國內比較少人做，也想自己嘗試看看，關於程式有同學的指導，互相切磋，再參考網路上的程式來學習，才有電子教具的產生，但是因程式能力的不足，從開發到實驗出現不少問題。

由於教具生成後並沒有找學生試用，只是站在研究者教學的立場去思考學生可以如何操作，並不知學生的操作習慣，所以有學生提到背景和拼塊的版面可以再加強，還可再增加一些功能如對稱、複製、快速鍵等功能，這些都是研究者要再努力去學習、加油的地方，將這些功能再製作出來。

在整個教學流程中，研究者發現，前測和後測的批閱上有其困難性。因為在前測實施後，教師在批改的時候發現，學生的組合圖形有很多的重覆，一堂課45分鐘的時間只批閱了四份題本，有了這個刺激，研究者利用Flash MX 2004製作一個可以檢驗六個方塊組合重覆圖形的軟體，讓批閱節時省了許多時間。這讓研究者發覺到有製作軟體的能力，在遇到問題時自然有更多解決問題的方法。

研究者觀察國中的數學教師上數學課程時，常常因為準備教具的困難，除了很方便隨手可得的教具之外，甚少使用教具，當然研究者也在其中。這次的研究在準備傳統教具時，為了使教具的充足，除了老師上課教具之外，學生的方塊教具（5000個），在裁切的過程及時間真的非常費力耗時，因為方塊是以珍珠板作成，需先測量，再作裁切，裁切過程中易有誤差，時間的上也花了十幾個小時（有人幫忙的情況下），這時想到利用電子教具有無限生成方塊的方便性。

多方塊數學電子教具的生成，在經過教學後當然有許多改進的空間，這也是研究者成長的動力。

#### 二、多方塊教學對教師的啟發

在多方塊教學之前，研究者在偶然的機會下接觸到「多方塊」這個主題，這個主題在台灣很少人在研究，但是在國外卻很多人知曉且在做研究，在深

入探討之後發覺其實其中有許多觀念可以來讓國中的學生操作，包含圖形組合、旋轉、對稱圖形的認知……等。在這多方塊教學之後，學生的反應非常的好，讓身為教學者感受到不僅學生的成長，對於學習更有動力，也讓教學者提高了自信心來面對創新的教學，讓研究者願意更積極尋找更有趣的數學課題，讓學生在學習上更有動力。

研究者從文獻知道解題是一種能力，一種帶得走的能力，在研究這個主題時有一個想法，想增加學生的這個能力。課程結束後，在學生的感想中發現學生對於數學問題能更有動力想去解決，比較能夠從不同角度去思考，選擇不提早放棄；國中數學的課程常常需要在基礎上學習，如加法、減法的能力，研究者也發現低成就學生在這種教學環境上，學生是有自己的想法，解題的能力也很能夠自我肯定的。這些想法讓研究者想在提高學生數學的基本能力上有更深的堅持，數學並不只是解題，也需有效的提高學生的能力。

### 三、學生面對數學電子軟體教具的喜悅

當初在研究者教學之前，深怕教師在說明上及學生花在學習熟練操作，會花掉許多時間，但是研究者發現，網路發達的時代，學生利用電腦學習的機會變得更多了，在操作軟體的能力上是很純熟的。教學中，學生接觸電子教具的初始都是抱持著期待的心情，會想要去試；在進行中配合教學，學生的操作都不成問題的，反而會適時給予意見。

在操作上因軟體有方塊生成的便利性，及旋轉、合併的按鍵，讓老師教學與學生的操作更加的方便，免除許多不必要的困擾，能更加強同學間的討論。這是研究者從教學中所觀察的；當然教師也思考是不是每一種虛擬教具都有這樣的效果。這可能需要在製作虛擬教具後，進行教學實驗，來確定實施的可能性，及需改進的地方。

### 四、未來的自我期許

學生再這次教學後的回饋中著實讓研究者感動，不僅在學習上展現認真的態度，也在學習後期待下次的教學，過去雖然研究者會嘗試不同的教學，但僅止於上課而沒有進一步探討成效及改進的地方，這對研究者個人教學的成長來說完全沒有幫助，也非常可惜。經過本次研究若能有許多虛擬教具，並且有相關的數學課程，從遊戲中學習數學，必能讓學生在不知不覺中學到有關數學的概念，必能讓學生感到數學的奧妙，如多方塊的課程，不僅讓學生學到國中數學組合、歸納的概念，而且不知不覺中對於圖形的旋轉，對稱，在操作與學習後，認知更加的深刻了。最重要的是讓學生對於面對問題的解決，不再害怕，可以化簡為繁，進一步的去思索問題，提昇對數學的興趣，是研究者的目標。

## 第五章 結論與建議

本研究主要在探討多方塊數學電子軟體教學課程教學實施後，對學生解題策略的影響。以下依據研究結果歸納結論，並提出建議，作為未來相關研究之參考。

### 第一節 結論

本節主要根據教學後的分析結果進行歸納：

一、數學電子軟體教學和傳統教具教學對學生學習多方塊組合的效果具同等效果。

經過教學之後，學生在多方塊組合尋找解題策略學習上有明顯的成長，但使用數學電子軟體教學和傳統教具教學的效果並沒有顯著差異

( $p=.555>.05$ )，表示在實施數學電子軟體教學上可獲得與傳統教具教學同等的效果。

二、在數學電子軟體教學環境下學習多方塊組合的學生中，低分組學生比高分組學生有較大的進步空間。

在多方塊數學電子軟體環境下低分組的學生和高分組的學生在學習表現上有明顯差異 ( $p=.014<.05$ )，發現在使用過多方塊數學電子軟體教學之後確實使低分組的學生產生較大的進步空間。

三、在數學電子軟體教學環境下學習多方塊組合的學生中，男生學習表現比女生學習表現好。

在多方塊數學電子軟體環境下男生比女生有顯著的進步 ( $p=.005<.05$ )，表示男生很適合多方塊數學電子軟體教學。

四、多方塊數學電子軟體教學對學生數學解題策略的影響

由學生前測、學習單、後測和教學後的心得及感想問卷研究者發現使用多方塊電子軟體教學環境確實可以提升學生的解題策略。

(一) 多方塊數學電子軟體教學實施前學生無法表現出特定的策略。

在前測實施時，大部分的學生組合六個方塊的方式雜亂無章，從試卷中可看出學生重覆答案的圖形很多，較無法歸納比對，有效的剔除重覆的部分，無法表現出特定的解題策略。

(二) 多方塊數學教學時學生出現有系統的策略。

實施多方塊教學時，學生產生兩種解題策略，可分為累加策略和逐減策略，在樣本六十個人中已有四十六人有上述的解題策略產生，顯示應用策略上有明顯的成長。

(三) 多方塊數學電子軟體教學時學生產生新的數學思維。

多方塊數學電子軟體教具對於學生有使用的便利性，讓學生有更多的時間去思考，並於更多的討論後，了解圖形若透過旋轉和對稱的觀念可減少重覆圖形的產生，進而產生新的思維。

(四) 多方塊數學電子軟體教學實施後學生解題策略的成長。

多方塊數學電子軟體的合併功能和螢幕空間較大，方便比對檢驗重覆圖形，讓學生在比對旋轉圖形表現更好，而傳統教具就沒有這個優勢。

## 五、多方塊數學電子軟體教學環境對學生學習態度的影響

藉由學生前測、學習單、後測和教學後的心得及感想問卷分析發現使用多方塊電子軟體教學確實可以提升學生的學習興趣，原因如下：

(一) 多方塊數學電子軟體方便使用的優勢

使用多方塊數學電子軟體的學生在操作方塊上，一下子就非常熟練，於生成圖形及刪除圖形上也很便利，過程中可看出學生在討論問題很熱絡。傳統教具的學生在操作上則有許多的困擾，易在教學中分心。

(二) 多方塊數學電子軟體引起學生新奇感及學習動機

1. 轉換新的學習環境，學生學習態度上的改變：學生對於到電腦教室上數學課，帶著雀躍不已的心，期待與喜悅都表現在臉上。
2. 面對新的學習方式，學生的學習興趣提升：學生對於軟體上的介面及工具都充滿好奇，很願意主動的學習。

(三) 多方塊數學電子軟體帶給學生輕鬆學習的氣氛

教學中，師生互動更好，學生也積極的學習討論，上課更認真了，感覺沒有壓力、輕鬆的學習。

(四) 多方塊數學電子軟體讓學生重新提起數學學習的信心

上數學課時易分心，對於數學總是興趣缺缺的學生，在教學中展現學習的動力提升，遇到問題會問老師，並主動練習，產生了自信心。

(五) 多方塊數學電子軟體教學讓學生重新面對數學問題的解決

實驗後學生在學習數學課程時，面對問題較能夠更主動積極去解決，並能詢問老師問題的切題合理性，減少對數學的恐懼心，也產生更多元的想法去思考問題。

## 第二節 建議

本節根據研究者在整個研究的經歷與感受，在教學、軟體開發及未來研究上提出下列幾點建議。

### 一、教學上的建議

- (一) 多方塊數學電子軟體教學在實際應用上可提供不同於傳統數學教具學習的環境，研究者提供其一範例作為參考，希望未來教師在教室進行多方塊教學時有不同的運用方式。
- (二) 教學應推展以生活為中心、配合學生身心發展歷程，激發表達、溝通分享知能與問題解決的能力，而解題即是一種能力，一種帶得走的能力，有了更多的能力，在數學問題解決上也能有更多的想法；多方塊電子軟體教學則是針對此方針而產生，希望能提供教師與學生有不一樣的思考方向。
- (三) 數學的概念生成，可來自不同的教學，可從遊戲中找尋數學的概念進行教學，其中，多元具變化性的軟體教學能讓學生對數學產生學習的興趣，提升學習自信，並有多元的思維。
- (四) 教師可利用行動研究的模式進行教學實驗，可以有效地檢驗開發軟體的教學應用情形，以規劃完善的教學活動。

### 二、軟體開發上的建議

- (一) 本研究提供研究者自行開發之多方塊數學電子軟體供其他老師參考，希望未來能有更多教師投入虛擬教具之開發。
- (二) 本研究設計出「多方塊組合」的數學電子軟體主要是針對培養學生數學解題策略所設計，圖形為平面的方塊組合；未來可再開發設計有關多方塊的立體組合的數學電子軟體。
- (三) 本軟體為自行開發，因受限研究者程式開發的能力，功能上有所不足的地方，未來可組成一個團隊，發揮各自的專長能力，開發實用的虛擬教具。

### 三、未來相關研究的建議

- (一) 本研究非隨機選取學生為對象，且教學時間只有兩節，因此有樣本過小及教學研究時間過短的研究限制。未來有意進行相關研究者可以在這兩點加以突破，以取得更具代表性的研究結果。
- (二) 本研究多方塊數學電子軟體實施對象為國中二年級的學生，學生的操作及解題策略的產生都出現不錯的效果；由於網路的發達，未來學生在操作軟體的能力愈來愈純熟，學生的解題能力可從小開始培養，因此建議未來可以針對國小的學生進行多方塊數學電子軟體的

探索活動，了解國小學生在多方塊數學電子軟體教學後其對解題策略的影響。

- (三) 本研究是藉由多方塊的組合去了解對學生解題影響，然而多方塊的組合模式有它的規則性、對稱性及多樣化，未來的研究可以再針對多方塊進行探索活動，了解多方塊組成的模式。

本研究就如數學家高斯所言：「給我最大的快樂，不是已獲得的知識，而是不斷的學習；不是已有的東西，而是不斷的獲取；不是已達到的高度，而是繼續不斷地攀登。」研究的結論不是結束，而是另一個研究的開始，一個研究的開始總是充滿驚奇。



## 參考文獻

### 中文部份

- 丁大成（2003）。**應用PBL 教學法幫助國中生建立正確物理觀念**。國立交通大學理學院網路學習在職專班碩士論文。
- 丁凡（1989）。**因材施教—開啓多元智慧，破除學習困難的**。台北市：遠流出版社。
- 王文科（1989）。**教育心理學**。台北市：五南出版社。
- 王千倬（2001）。「合作學習」和「問題導向學習」—培養教師及學生的科學創造力。**教育資料與研究**，28，p19-31
- 包景濂（2000）。**問題解決模式的網路社群學習系統之研發**。元智大學資訊傳播研究所碩士論文。
- 林清山（2002）。問題導向學習。**教育研究月刊**，97，120。
- 周天賜譯（R. Delisle 著）（2003）。**問題引導學習 PBL**。台北市：心理出版社。
- 林益興（2002）。俄羅斯方塊教學設計。**國教天地**，10，51-53頁。
- 林詩華（2003）。**傳統主題導向學習法、傳統「問題引導學習法」及網路「問題引導學習法」學習成效之比較研究**。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習碩士論文。
- 林國書（2003）。**PBL 教學在國中理化學習成效之研究**。國立交通大學理學院網路學習在職專班碩士論文。
- 邱漢東（2003）。**以主題導向學習法和問題導向學習法建立學生正確物理概念之比較研究—以電動機為例**。國立交通大學理學院網路學習在職專班碩士論文。
- 孫文先（2001）。**多方塊Polyominoes—多方塊的數學問題、拼圖謎題與遊戲**。台北市：九章出版社。
- 涂金堂（1996）。數學解題之探討。**研習資訊**，13(2)，60-63頁。
- 張春興（2001）。**現代心理學**。台北市：東華出版社。
- 張漢宜（2002）。教導兒童學習數學的新工具—虛擬教具。**國教輔導**，42，11633-11637頁。
- 教育部（1998）。**國民教育階段九年一貫課程總綱綱要**。台北市：教育部。
- 教育部（2000）。**國民中小學九年一貫課程暫行綱要—數學學習領域**。台北市：教育部。
- 郭裕芳（2003）。**問題導向學習與傳統教學法在高職自然科學學習成就之比較研究**。國立交通大學理學院網路學習在職專班碩士論文。

- 陳國泰（2000）。析論教師的實際知識。教育資料與研究，34，57-64頁。
- 陳淑琳（2001）。國小二年級學童乘法文字題解題歷程之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 游文楓（2003）。網路化問題解決教學策略對學生生物學習成效的影響。國立交通大學理學院網路學習在職專班碩士論文。
- 黃敏晃（1985）。數學解題。國教月刊，32，40-52頁。
- 黃敏晃（2000）。規律的尋求。台北市：心理出版社。
- 黃幸美（2000）。兒童的數學問題解決與思考。台北市：心理出版社。
- 黃偉銘（2002）。『問題導向學習』與『傳統教學法』在國中自然科學問題解決能力之比較研究。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習碩士論文。
- 楊美玲（2003）。老師如何因應數學課程的變革。國民教育，44，27-31頁。
- 劉湘川（1993）。問題解決的研究與教學。國教輔導，33(2)，13-18頁。
- 劉錫麒（1889）。國小高年級學生數學解題歷程及其相關因素的研究。花蓮師範學報，3，23-90頁。
- 劉為國（2002）。問題導向學習(PBL)在高工單晶片微電腦控制設計課程之教學實驗。彰化師範大學/工業教育學系在職進修專班碩士論文。
- 謝佩璇（2004）。科技教具評鑑方法之探討。教育研究月刊，128，114-124頁。

#### 英文部分

- Bishop, J.(2000). Linear geometric number patterns: middle school students' strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 107-126.
- Bright, G.W., Harvey, J. G. and Wheeler, M. M. (1985). *Journal for research in mathematics education*. USA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clarke, A. L. *Polyominoes*. Retrieved January 25, 2006, from the World Wide Web:  
<http://www.geocities.com/alclarke0/PolyPages/Polyominoes.html>.
- Campbell, P. F., & Stewart, E. L. (1993). Calculator and computers. In Jensen, R. (Ed.), *Early childhood mathematics*. NCTM Research Interpretation Project. New York: Macmillan Publishing Company, 251-268.
- Char, C. A. (1989). *Computer graphics feltboard: New soft-ware approaches for young children's mathematical exploration*. San Francisco: American Education Research Association.
- Delisle, R. (1997). *Use problem-based learning in the classroom*. Alexandria, Virginia: ASCD.



- Driscoll, M. J. (1983). *Research within reach: Elementary school mathematics and reading*. St. Louis: CEMREL, Inc.
- Golomb, S. W. (1954). Checker Boards and Polyominoes. *Amer. Math. Monthly* 61, 675-682.
- Golomb, S. W. (1994). *Polyominoes: Puzzles Patterns, Problems, and Packings* , Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Greabell, L. C. (1978). The effect of stimuli input on the acquisition of introductory geometry concepts by elementary school children. *School Science and Mathematics*, 78, 320-326.
- Groves, S., & Stacey, K. (1998). Calculator in primary mathematics: exploring number before teaching algorithms. In L. J. Morow (Eds.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, pp.120-129. (1998 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics). Reston, Va.: NCTM.
- Hembree, R., & Dessart, D. J. (1992). Research on calculators in mathematics education. In J. T. Fey (Eds.), *Calculators in mathematics*, pp.23-32. (1992 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics). Reston, Va.: NCTM.
- Izydorczak, A. E. (2003). *A study of virtual manipulatives for elementary mathematics*. Retrieved November 20, 2005, from <http://proquest.umi.com/pqdlink?did=765118631&sid=2&Fmt=2&clientId=23855&RQT=309&VName=PQD>.
- Kahney, H. (1986). *Problem solving: A cognitive approach*. Milton Keynes: Open University Press.
- Kahney, H. (1993). *Problem Solving*. Buckingham: Open University.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from ? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lester, F.K. (1985). Research in Mathematical problem solving in R.J. Shumway(Ed.).*Research in mathematics education*.Reston VA: National Council Mathematics.
- Martin, G. (1991). *Polyominoes: A Guide to Puzzles and Problems in Tiling*. Washington, DC: Math. Assoc. Amer.
- Mayer, R.E. (1987). *Educational Psychology: A Cognitive Approach*. Boston, MA: Little, Brown and Company.

- Mayer, R.E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*(2<sup>nd</sup> ed.). New York:W. H. Freeman and Company.
- Melanie, H., Diane, S. T., & John, T. (1998). Children's strategies with number patterns. *Educational Studies*, 24(3), 315-331.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teacher use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197.
- Moyer, P. S., Bolyard, J. J. & Spikell, M. A. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics*. 8(6), 372-377.
- Moyer, P. S., & Jones, M. G. (2004). Controlling choice: Teacher, student, and manipulatives in mathematics classroom. *School Science and Mathematics*, 104(1), 16-31.
- Moyer, P. S., Niezgoda, D. & Stanley, J. (2005). Young children's use of virtual manipulatives and other forms of mathematics representations. In P. C. Elliott (Eds.), *Technology-supported mathematics learning environments (Sixty-seven yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Myers, J. *Polyomino Tiling*. Retrieved January 26, 2006, from the World Wide Web: <http://www.srcf.ucam.org/~jsm28/tiling/>.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teacher of Mathematics.
- National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Parham, J. L. (1983). A meta-analysis of the use of manipulative materials and student achievement in elementary school mathematics. *Dissertation Abstracts International*, 44A: 96.
- Perl, T. (1990). Manipulatives and the computer: A powerful partnership for learners of all ages. *Classroom Computer Learning*, 10(6), 20-29.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Raphael, D., & Wahlstrom, M. (1989). The influence of instructional aids on mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(2), 173-190.
- Reimer, K. & Moyer, P. S. (2005). Third-Graders Learn About Fractions Using Virtual Manipulatives: A Classroom Study. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5 – 25.

- Ruskey, F. *Information on Polyominoes*. Retrieved January 25, 2006, from the World Wide Web:  
<http://www.theory.csc.uvic.ca/~cos/inf/misc/PolyominoInfo.html>.
- Sawyer, W. W. (1955). *Prelude to Mathematics*. Baltimore : Penguin Books.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning (334-370)*. New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (1994). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Silver, E. A. (Ed.). (1985). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative materials mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(5), 498-505.
- Suydam, M. N., & Higgins, J. L. (1977). *Activity-based learning in elementary school mathematics: Recommendations from research*. Columbus: ERIC Center for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Suydam, M. N. (1985). *Research on instructional materials for mathematics*. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. (ERIC Document Reproduction Service No.276569).
- Suydam, M. N. (1986). Manipulative materials and achievement. *Arithmetic Teacher*, 33(6), 10, 32.
- Suydam, M. N. (1987). *Research on instruction in elementary school mathematics: a letter to teachers*. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 293 728).
- Weisstein, E. W. *Books about Polyominoes*. Retrieved January 26, 2006, from the World Wide Web:  
<http://www.ericweisstein.com/encyclopedias/books/Polyominoes.html>.

## 附件一 多方塊的平面組合教學設計及學習單

### 多方塊的平面組合教學設計—(使用電子軟體部份)

#### 一、課程簡介：

課程名稱：	多方塊的平面組合(Polyominoes)
設計者：	王智弘老師
指導者：	袁媛教授
學習領域：	數學教育
學習範疇：	圖形與空間(pattern)
適用年級：	(四年級至九年級)
推行模式：	全班式問題導向學習(合作教學)
活動時間：	二小時

#### 二、設計構思：

本課程的構思配合了數學教育學習領域中的「數學的 pattern」課題，並在內容上作出增潤和延伸，引導學生互相交流意見，以切合照顧學生的學習需要，並由簡而繁的解決問題並提昇學生解題策略進而對數學歸納分析的能力。

**第一部份：多方塊的講解及操作？(著重於老師)(30 分鐘)**

課程單元	設計構思(著重於老師操作引導)
第一部份(活動一) 「拼塊歷史及定義」	說明拼塊的歷史，及說明多方塊組合的規則，並鼓勵學生可從活動和觀察中，思考生活中問題的產生。
第一部份(活動二、三) 「雙格方塊及三格方塊」	由兩個方塊及三格塊的組成，對軟體操作方塊有一定的了解，並對組合的方塊種類的【異與同】有一定的了解。

**第二部份：拼塊的操作及找出其種類的個數？(著重於學生)(40 分鐘)**

課程單元	設計構思(著重於學生自我操作)
第二部份(活動四、五) 「找四格方塊組合」 「找五格方塊組合」	由操作四個方塊的組成，進階到五格方塊，觀察學生的處理模式。

**第三部份：多方塊的組成討論(20 分鐘)**

課程單元	設計構思(學生討論及報告)
第三部份(活動六、七) 「各組討論」 「分組報告」	利用引導學生互相交流意見，讓學生在討論問題的抽絲剝繭，能有能力解決問題，並從別人的想法中，激發自我，吸取知識。引領學生從日常生活中找出類似的例子，以激發他們的敏覺力、流暢力和變通力，啟發學生的批判性思維能力和延續探究的興趣。

#### 第四部份：測驗部份(40 分鐘)

課程單元	設計構思(學生測驗)
測驗	方塊的平面組合。

#### 補充部份：多方塊的創意延伸

課程單元	設計構思
補充部份(活動一) 「學生挑戰」	讓(pattern)更多樣化，由老師或學生自行出題，引導自發性的學習，並可促進問題的延伸性。

### 三、學習目標：

#### (一) 學習領域方面：

1. 啟發學生的組織力及系統整合分析的能力。
2. 培養學生的組合知覺、視覺分辨能力。

#### (二) 思維方面：學生能

1. 從找出方塊組合的活動中，學習及應用。
2. 運用腦力激盪法及其敏覺力從，並能找出其問題的規律，及有效的解決問題，發展出解題策略。(例如：地磚、花布、等)。
3. 從課堂活動中學習運用其變通力、想像力、敏覺力和獨創力等去發揮其創造力，從自然界和日常生活中找出 pattern，並有能力去處理問題。
4. 從多樣化的活動和習作中滿足他們的好奇心和喜歡接受挑戰的特性。


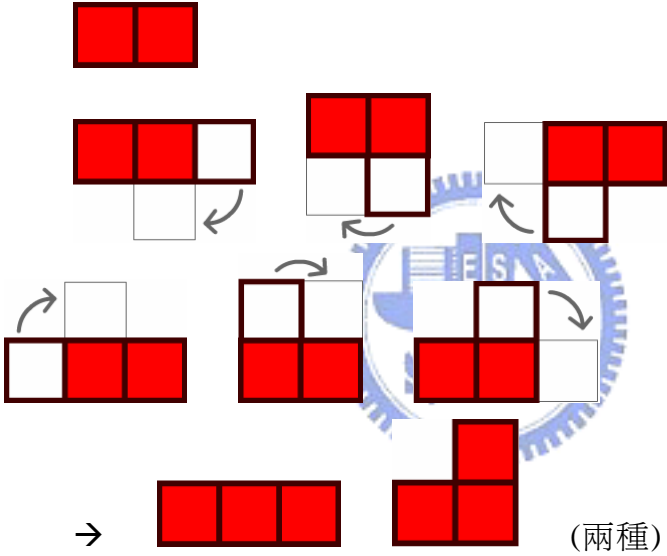

#### 四、教學資源：

學習單、電腦、多方塊電子軟體。

#### 五、教學程序：

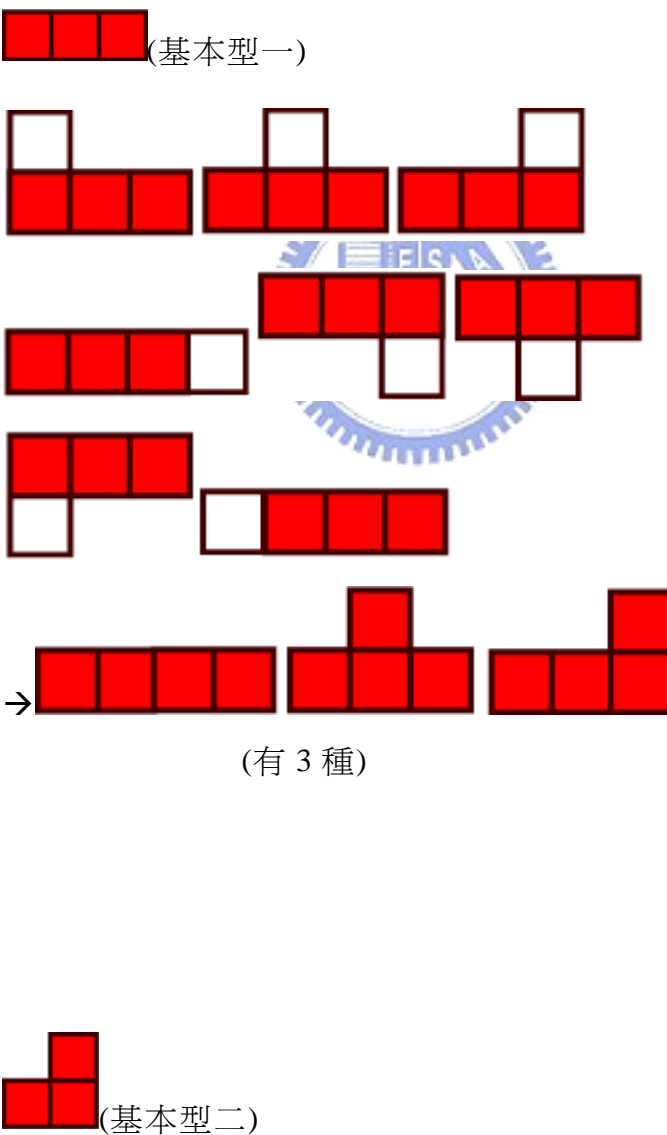
##### 第一部份：多方塊的講解及操作？(著重於老師指導軟體操作)(30 分鐘)

學習內容和活動	教材/備註	思維
活動一：拼塊歷史及定義（5 分鐘）		
<p>1. 教師將正方塊按出，並說明所謂拼塊是指一組方塊所拼成的圖形，而其中每一個方塊至少與其他方塊中的一個有一個共用邊。最簡單的形式是只有一個方塊，我們稱之為”單格方塊 (monomino)”。而由兩個方塊組成的，稱之為”雙格方塊(domino)”；三個方塊組成為”三格方塊 (trimino)”；四個方塊組成”四格方塊 (tetoomino)”，其餘以此類推。</p>	<p>軟體</p> <p>從活動和觀察中知何謂拼塊。</p>	
活動二：雙格方塊(domino)（10 分鐘）	學習單(1)	
<p>1. 教師教師兩個正方塊由電腦按出，並說明這兩個方塊彼此有一個共用邊，可拼出的圖形有幾種呢？</p> <p>【註】：說明軟體的簡易操作。</p> 	<p>電腦</p> <p>軟體</p>	

<p>→  (一種)</p>		
<p>活動三：三格方塊(trimino) (15 分鐘)</p>	<p>學習單(1)</p>	
<p>1. 教師教師用電腦按出兩個方塊討論它能排出幾種組合，那再加上一個方塊呢？由學生自行操作軟體，把三個方塊能組合多少種類找出，並把找出來的組合畫在方格紙上。</p> <p>【註】：說明旋轉及對稱屬於同一類。</p> <p>方法：以二個方塊為基礎，順時針再加上一個方塊。</p>  <p>→  (兩種)</p> <p>總共會有兩種組合，其他只是角度的不同，其實是一樣的，轉動後的結果是相同的。</p> <p>討論：三個方塊所組合的圖形只有兩種，我們由上面的方式來推演就能很清楚的了解有多少種排列方式，再從其中歸納出幾種圖形。</p>	<p>電腦 軟體</p>	<p>利用學生的觀察力、想像力和敏覺力去解決問題。</p>



第二部份：多方塊的操作及找出其種類的個數？(著重於學生操作) (40 分鐘)

學習內容和活動	教材/備註	思維
活動四：找四格方塊(Tetronomo) (15 分鐘)	學習單(2)	
<p>1.教師教師將三個正方塊按出，討論它能排出幾種組合，那再加上一個方塊呢？把四個方塊能組合多少種型，並把找出來的組合畫在方格紙上。</p> <p>【註】：老師並不說明找尋的技巧，讓學生自行尋找。</p> <p>方法：</p>  <p>(基本型一)</p> <p>(有 3 種)</p> <p>(基本型二)</p>	電腦軟體	利用學生的觀察力、想像力和敏覺力去解決問題。

 <p>→ (有 2 種)</p>		
<p>活動五：找五格方塊(Pentomino) (25 分鐘)</p>	<p>學習單(3)</p>	
<p>1. 教師教師將四個正方塊按出，討論它能排出幾種組合，那再加上一個方塊呢？把五個方塊能組合多少種型，並把找出來的組合畫在方格紙上。</p> <p>【註】：老師並不說明找尋的技巧，讓學生自行尋找。</p> <p>解：</p>  <p>(共有 12 種)</p>	<p>電腦 軟體</p>	<p>利用學生的觀察力、想像力和敏覺力去解決問題。</p>

### 第三部份：多方塊的組成討論(20 分鐘)

學習內容和活動	教材/備註	思維
活動六：各組討論（15 分鐘）	學習單(4)	
1. 教師先讓同學跟鄰座同學互相討論問題的解決模式？所遇到的困難及分享心得，並寫在學習單上。	培養欣賞別人學習的模式。	
活動七：分組報告（15 分鐘）		
1. 讓同學分享各組的心得。 2. 老師再根據同學的心得來再加深學生解決問題的能力。		在短時間內構思出多種對稱圖，以提升學生的流暢力和變通力。

### 第四部份：測驗部份(35 分鐘)

活動八：後測→找六格方塊(Hexomino)。	多方塊組合測驗	
1. 題目：請找出所有六格方塊的平面組合有那些？並畫在方格紙上。 解：【有 35 個】		利用學生的觀察力、想像力和敏覺力去解決問題。

### 補充部份：多方塊的創意延伸

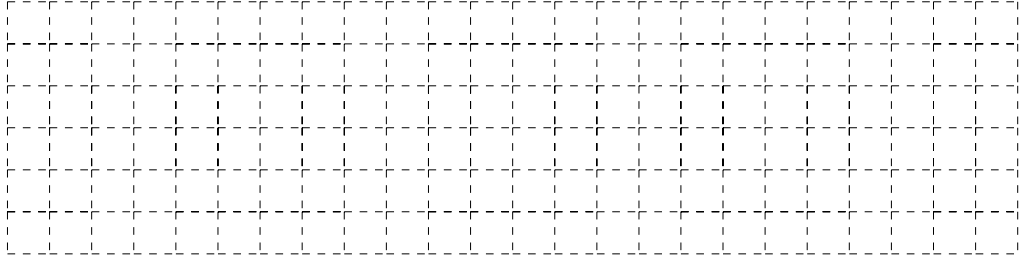
學習內容和活動	教材/備註	思維
<p>@活動一：思考其他的例子讓學生挑戰。 例：利用兩格方塊的組合和三格方塊組合可再組合成幾種不同的圖形？</p>	<p>多方塊組合 測驗(補)</p>	<p>學生挑戰難題，敢於創新的，進行創作嘗試，提升他們的獨創力和精進力。</p>
<p>1. 教師請同學幫忙想想。給予學生一段時間思考，請成功的同學作示範，再由老師補充及提示。</p>		



## 方塊的平面組合教學設計—堂課學習單(1)

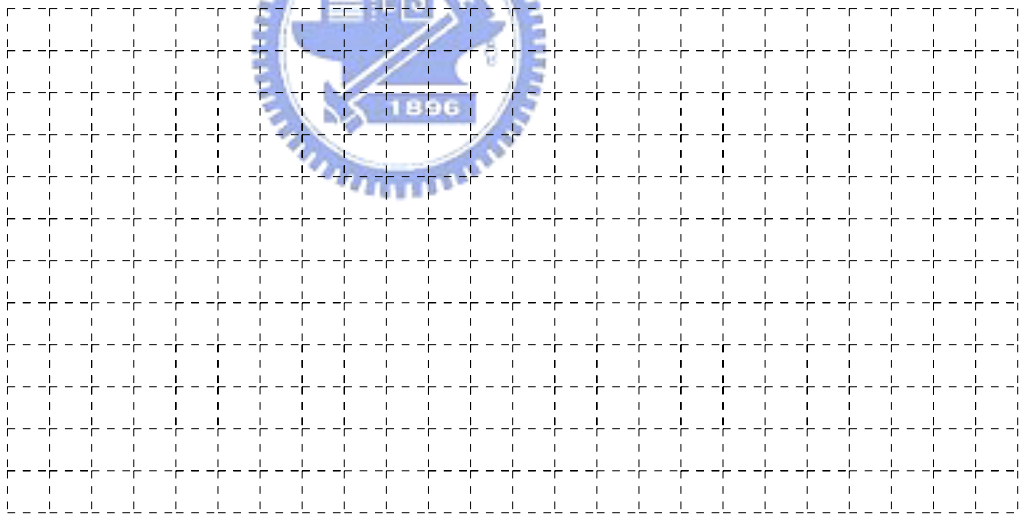
班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

### 活動二：雙格方塊(domino)



\*我找到了：\_\_\_\_\_種。

### 活動三：三格方塊(trimino)

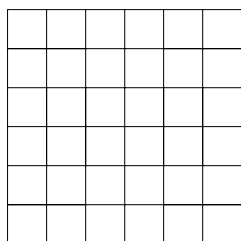


\*我找到了：\_\_\_\_\_種。

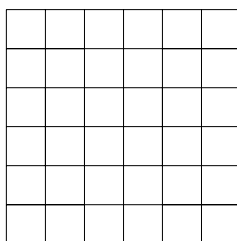
## 方塊的平面組合教學設計—堂課學習單(2)

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

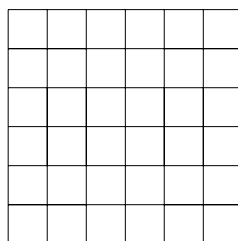
活動四：四格方塊(tetoomino)



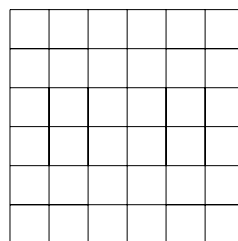
(1)



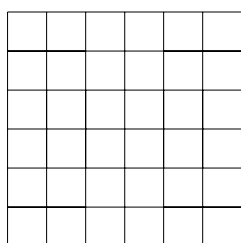
(2)



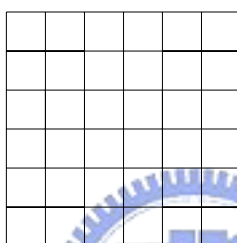
(3)



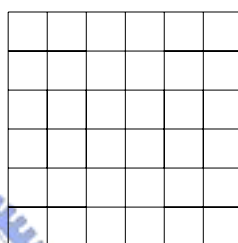
(4)



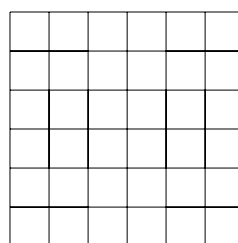
(5)



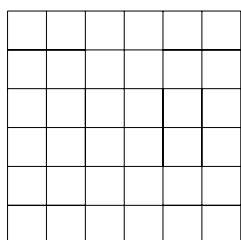
(6)



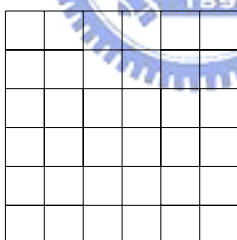
(7)



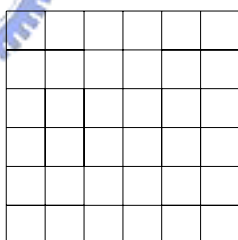
(8)



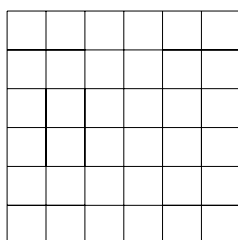
(9)



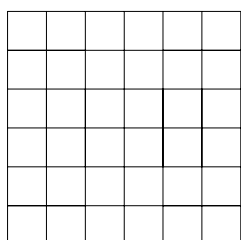
(10)



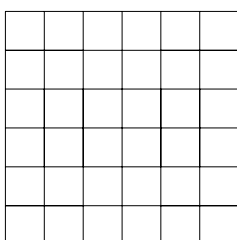
(11)



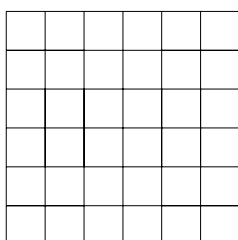
(12)



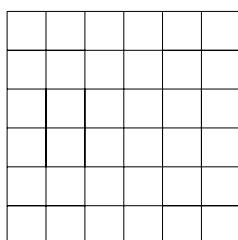
(13)



(14)



(15)



(16)

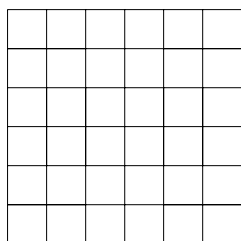
\*我找到了：\_\_\_\_\_種。

國立交通大學理學院網路學習專班

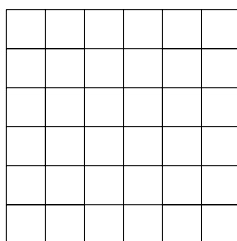
### 方塊的平面組合教學設計—一堂課學習單(3)

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

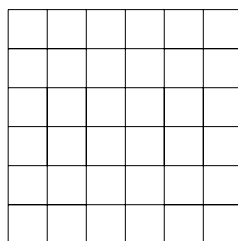
活動五：找五格方塊(pentomino)



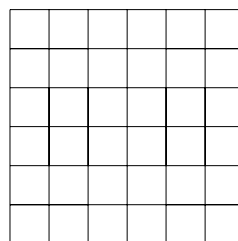
(1)



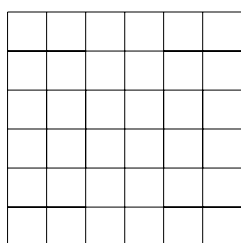
(2)



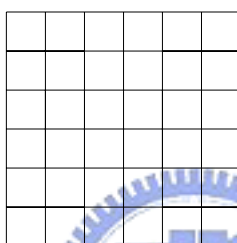
(3)



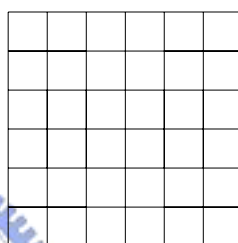
(4)



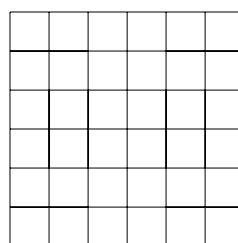
(5)



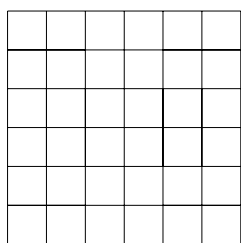
(6)



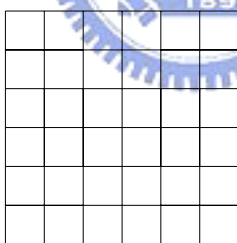
(7)



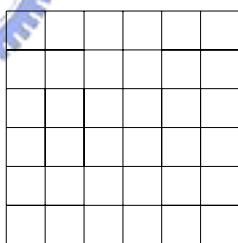
(8)



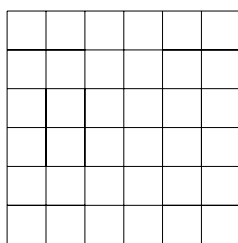
(9)



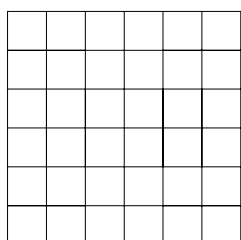
(10)



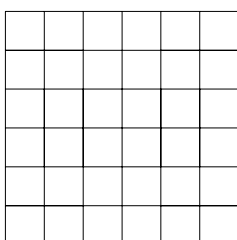
(11)



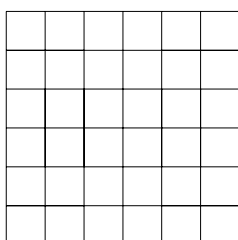
(12)



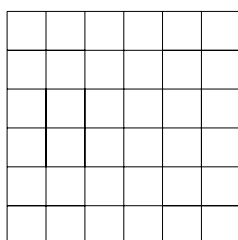
(13)



(14)



(15)



(16)

\*我找到了：\_\_\_\_\_種。

國立交通大學理學院網路學習專班

## 方塊的平面組合教學設計—堂課學習單(4)

班級：\_\_\_\_\_座號：\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_

活動六：多方塊的組成討論

(1)我的想法：



國立交通大學理學院網路學習專班



(2)同學的想法：

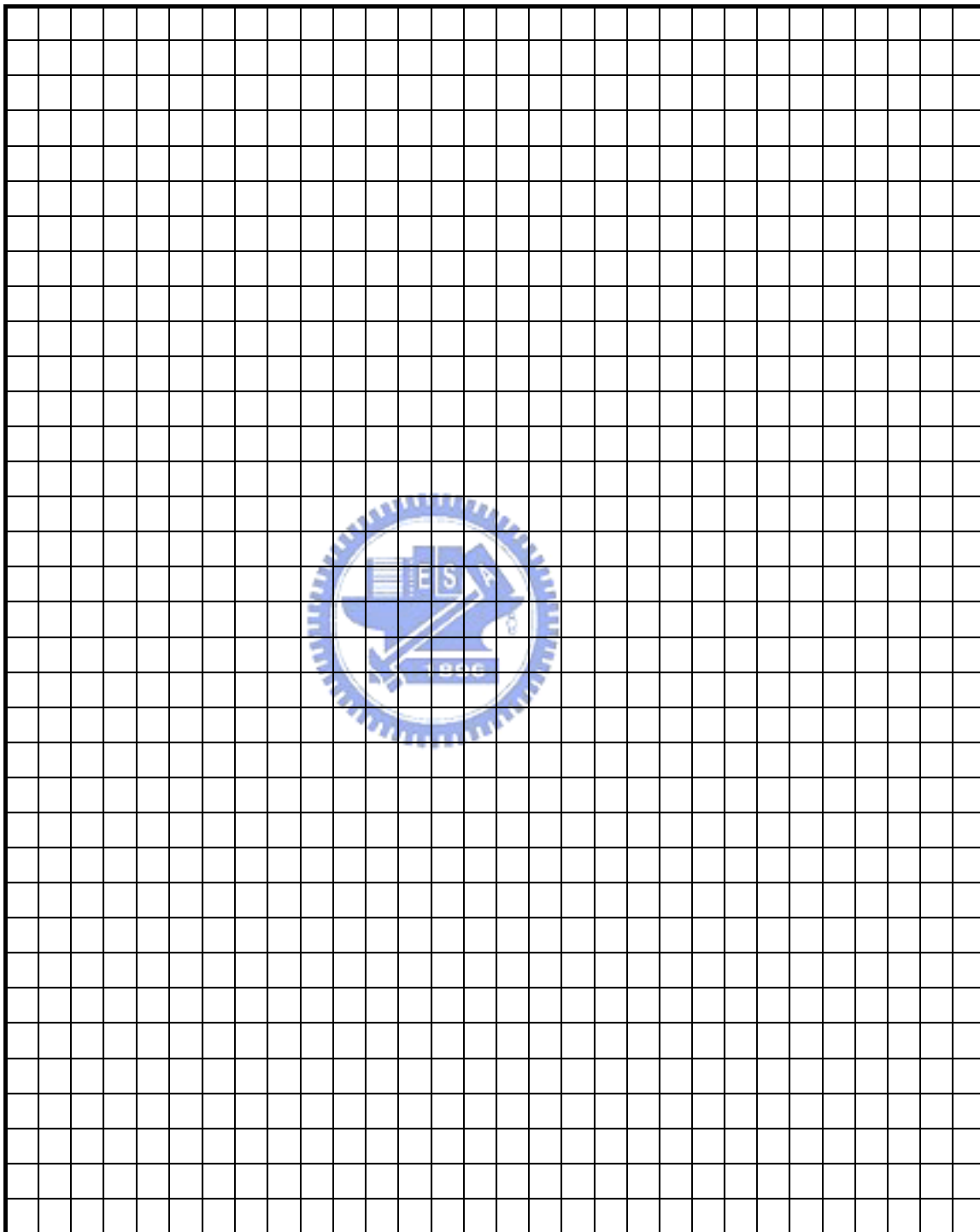


國立交通大學理學院網路學習專班

## 方塊的平面組合教學設計—堂課學習單(補)

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

(方格圖)



國立交通大學理學院網路學習專班

## 附件二 多方塊組合學習多方塊組合測驗

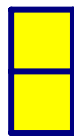
### 多方塊電子軟體教學：學生試卷

#### 主題：多方塊平面組合

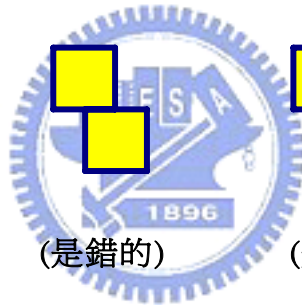
說明：

所謂拼塊是指一組方塊所拼成的圖形，而其中每一個方塊至少與其他方塊中的一個有一個共用邊。最簡單的形式是只有一個方塊，我們稱之為”單格方塊” 而由兩個方塊組成的，稱之為”雙格方塊”；三個方塊組成為”三格方塊”；四個方塊組成”四格方塊”，其餘以此類推。

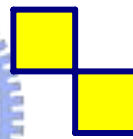
例 1：雙格方塊的排法：(方塊要有共用邊)



(是對的)

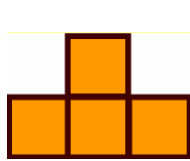


(是錯的)

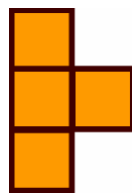


(是錯的)

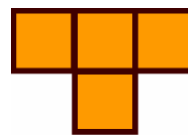
例 2：旋轉後的圖形如果相同亦屬於同一種：



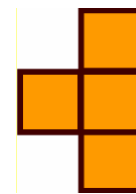
(順時針 0 度)



(順時針 90 度)



(順時針 180 度)

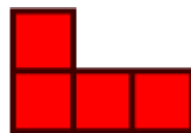


(順時針 270 度)

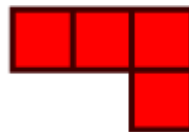
例 3：對稱的圖形亦屬於同一種



(左右對稱：同一)



(上下對稱：同一)



國立交通大學理學院網路學習碩士專班網路學習組

中華民國 95 年 月 日

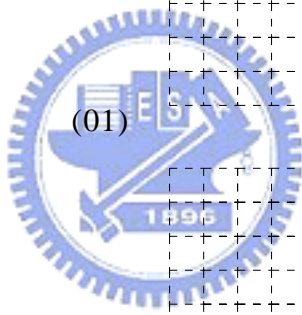
## 主題：多方塊平面組合：試題

### 一、基本資料：

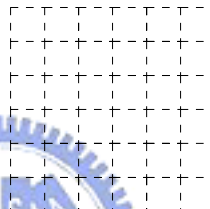
1. 性別：男 女。
2. 班級：\_\_\_\_\_。
3. 座號：\_\_\_\_\_。
4. 姓名：\_\_\_\_\_。

### 二、題目：請找出所有六格方塊的平面組合有那些？(時間：35 分鐘) (請把你找出的圖形依順序畫在下列的表格中。)

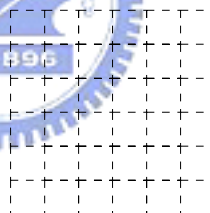
\*由上而下依序畫出找出的六格方塊組合圖形。



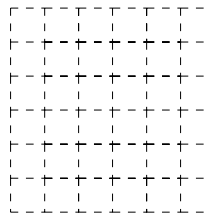
(01)



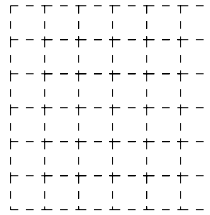
(02)

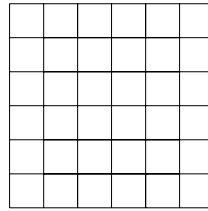


(03)

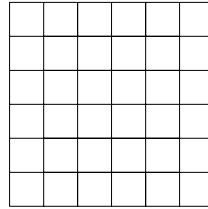


(04)

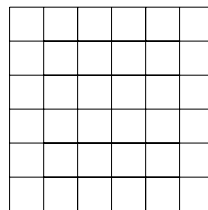




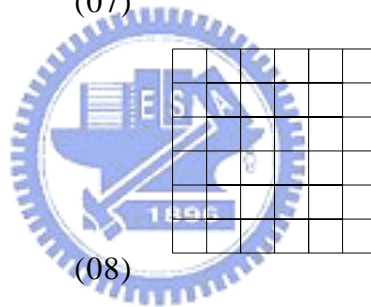
(05)



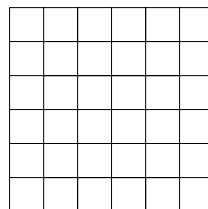
(06)



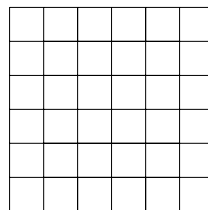
(07)



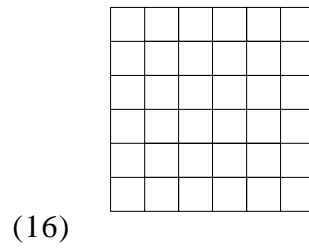
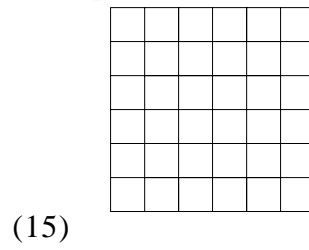
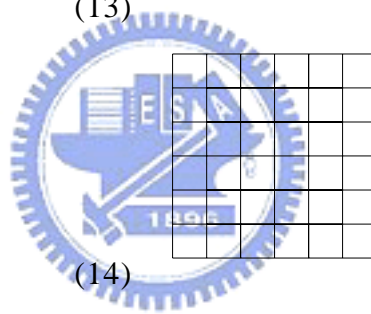
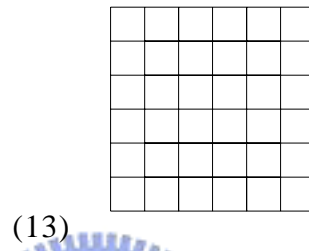
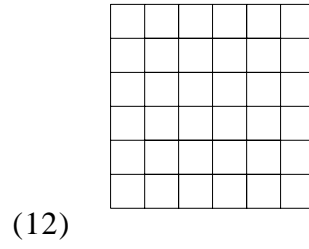
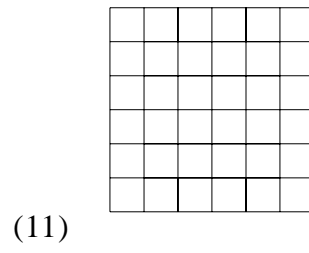
(08)

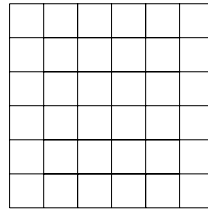


(09)

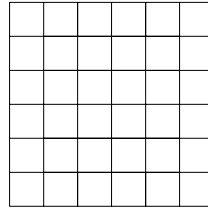


(10)

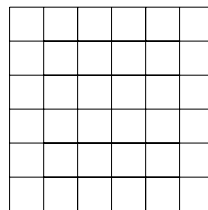




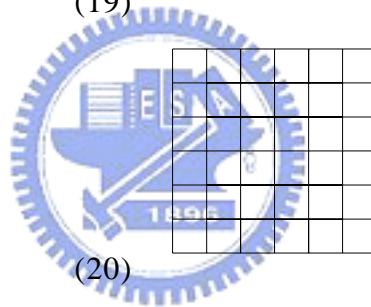
(17)



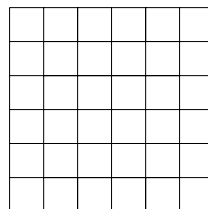
(18)



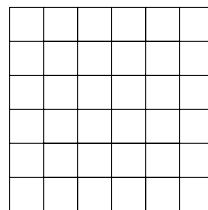
(19)



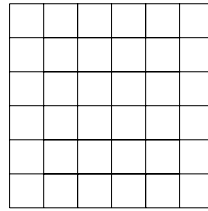
(20)



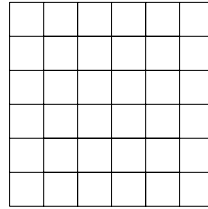
(21)



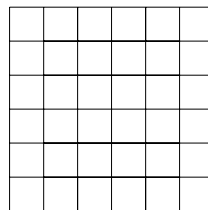
(22)



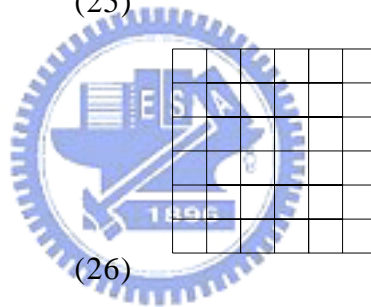
(23)



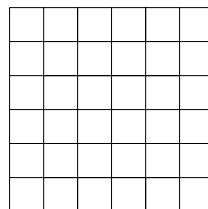
(24)



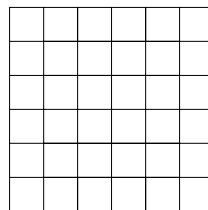
(25)



(26)

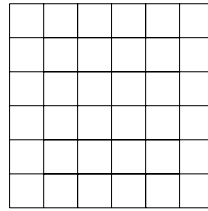


(27)

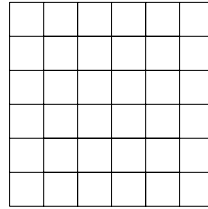


(28)

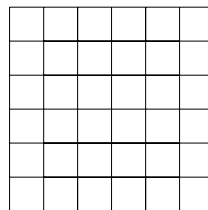




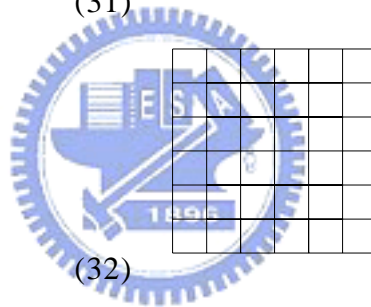
(29)



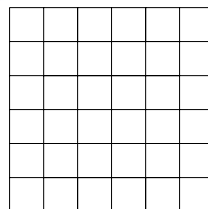
(30)



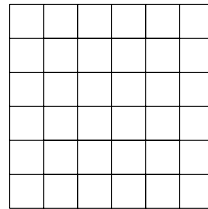
(31)



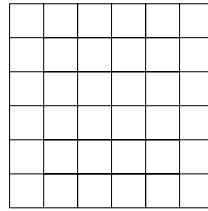
(32)



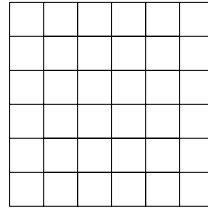
(33)



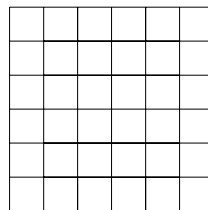
(34)



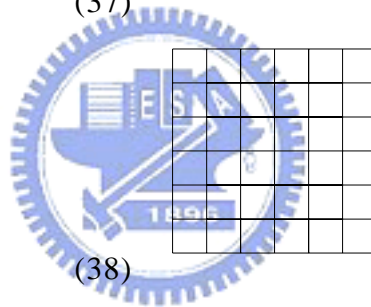
(35)



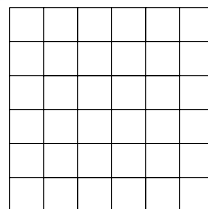
(36)



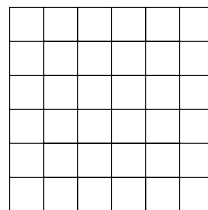
(37)



(38)



(39)



(40)

## 附件三 心得及感想問卷

### 數學電子軟體：學生感想及心得

主題：多方塊組合

一、基本資料：

性別：男 女

班級：\_\_\_\_\_座號：\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_

二、問題：

一、請問對於多方塊數學電子軟體使用操作是否有困難？



二、學習了這個課程，你學到了什麼？對你的解題是否有幫助？

三、往後如果有機會你是否願意再上數學電子軟體的課程？

非常謝謝您耐心填寫此問卷。

國立交通大學理學院網路學習碩士專班網路學習組

## 附件四 多方塊數學電子軟體演示老師評估問卷

### 數學電子軟體演示老師評估問卷

目標：提供現職一至九年級的數學教師，相關數學課程的『輔助教學軟體』

**主題：** 多方塊

**設計構思：**

本課程的構思配合了數學教育學習領域中的「數學的 pattern」課題，並在內容上作出增潤和延伸，引導學生互相交流意見，以切合照顧學生的學習需要。

第一部份(活動一)→「何為拼塊？」中，說明拼塊的歷史，及說明多方塊組合的規則，並鼓勵學生可從活動和觀察中，思考生活中問題的產生。

第一部份(活動二、三)→「雙格方塊(domino)及三格方塊」中，由兩個方塊及三格塊的組成，對操作方塊有一定的了解。

第一部份(活動四、五)→「找尋三、四、五格方塊」中，由四個方塊的組成，進階到五格方塊，觀察學生的處理模式。

第二部份→利用引導學生互相交流意見，引領學生聯想到大自然中有很多具 pattern 的東西；讓學生在討論問題的抽絲剝繭是否有能力解決問題，從日常生活中找出類似的例子，以激發他們的敏覺力、流暢力和變通力，啟發學生的批判性思維能力和延續探究的興趣。

第三部份→利用找尋六格方塊的組成來發現學生的學習狀況。

一、基本資料：

1.性別：男 女。

2.任教級別：高中 國中 國小，現在教學年級：\_\_\_\_\_。

3.是否任教數學：有 無。

4.是否有使用軟體教學的經驗：有 無。

二、問答題：

1、您覺得這個軟體設計還有哪些可以改善的地方？

2、看了這個軟體您有什麼教學想法，可再延續的方向？



3、如果有機會，您會願意使用這個軟體來輔助教學嗎？為什麼？

非常謝謝您填寫此問卷。

國立交通大學理學院網路學習碩士專班網路學習組