

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之數學模式

與接觸分析

Mathematical Model and Tooth Contact Analysis of Helical Gears Generated
by Modified Shaving Cutters

研究生：黃俊諭

指導教授：蔡忠杓 教授

中華民國九十五年五月

修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之數學模式與接觸分析
Mathematical Model and Tooth Contact Analysis of Helical Gears
Generated by Modified Shaving Cutters

研究生：黃俊諭
指導教授：蔡忠杓

Student : Chun-Yu Huang
Advisor : Chung-Biau Tsay

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文



Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Mechanical Engineering

May 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年五月

修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之數學模式與接觸分析

研究生：黃俊諭

指導教授：蔡忠杓博士

國立交通大學 機械工程學系

摘要

螺旋齒輪現今多利用 CNC 之滾齒機來加工製造，且有許多的研究利用假想齒條刀模擬滾刀創成螺旋齒輪，並將所創成的齒輪對進行相關的接觸分析。本研究則是由假想齒條刀模擬磨輪來創成一刮齒刀，並利用刮齒刀再來創成螺旋齒輪，模擬一般齒輪在滾齒程序後，所進行的精加工刮齒程序；在創成過程中，刮齒刀旋轉軸與被創成齒輪旋轉軸之間具有一交錯角，為空間中交錯軸的嚙合運動。

本論文依據齒輪原理與創成機構，推導出一修整型刮齒刀之齒面數學模式，並利用直進式刮齒方式創成出齒輪之齒面數學模式，而後再利用所建立的齒輪數學模式進行齒輪特性分析，其中包括刮齒刀所創成齒輪的齒面差異比較與齒面接觸分析比較。修整型刮齒刀的齒面，是由漸開線形與圓弧線形構成的複合線形所組成，以及具有隆齒修整的齒面，因此被創成齒輪之齒面會受刮齒刀外型所影響，而使得被創成齒輪對之運動誤差曲線為近似拋物線形曲線。

Mathematical Model and Tooth Contact Analysis of Helical Gears Generated by Modified Shaving Cutters

Student : Chun-Yu Huang

Advisor : Dr. Chung-Biau Tsay

Department of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University

ABSTRACT

In general, most of helical gears are generated by a CNC machine with Hob cutters. Many scholars have proceeded some studies on generation methods for helical gears that were generated by Hob cutters and then performed the tooth contact analysis of the generated gear pair. In this study, an imaginary rack-cutter is adopted to simulate a grinding wheel to generate a shaving cutter. The shaving cutter is then used for the helical gear generation to simulate the precision cutting of the gear. Shaving is a gear finishing process after gear hobbing process. The modified shaving cutter and the helical gear rotate with crossed axes in 3-dimentional space.

In this study, the geometry of a modified shaving cutter was constructed at first, and the mathematical model of the helical gear shaved with plunge shaving by a modified shaving cutter was also developed. According to this mathematical model and tooth contact analysis, the gear surface deviation and kinematical error of the generated helical gear pair are investigated. The modified shaving cutter was modified with crowning modification along the lead direction and profile modification. The profile of the modified shaving cutter has crowned tooth modification and is composed of an involute curve and a circular-arc curve. The kinematical error curve of helical gear pair generated by modified shaving cutters approximates to a parabolic curve.

誌謝

本論文能夠順利完成，首先要感謝指導教授 蔡忠杓博士在課業與研究上的指導，在論文寫作上細心指導與逐字斧正。除此之外，老師日常生活做人處事，其認真、誠懇、與執著的態度，更讓學生引以為榜樣。

同時感謝中正大學 馮展華教授及青雲科大 劉家彰博士撥冗前來擔任學生的口試委員，並對於學生的論文提供許多寶貴的意見與指正。

在此亦感謝三陽工業 研發中心的甯悠威博士、尤志文先生、范俊彥先生以及 NVH 實驗室其他的同仁，在計畫及齒輪實務中的協助與寶貴的經驗。

此外還有齒輪實驗室的瑞堂學長、冠宇學長、立碁學長、政豪同學，以及家誠、宗賢、健育三位學弟，當我在課業或研究上遇到困難的時候，能夠給予我實質的協助與精神的鼓勵，並且能充實且歡樂的渡過這兩年的美好的時光。

最後，感謝我的家人，父母親用心的栽培與全力的支持，才能成就今天的我。



目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄.....	vi
表目錄.....	viii
符號表.....	xi
第一章 緒論.....	1
1.1 前言.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究內容.....	3
第二章 基礎理論.....	4
2.1 位置向量轉換.....	4
2.2 嚙合方程式.....	6
2.3 相對運動速度.....	6
第三章 修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之齒面數學模式.....	11
3.1 前言.....	11
3.2 修整型齒條刀之數學模式.....	11
3.3 修整型刮齒刀之數學模式.....	16
3.4 修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之數學模式.....	19
3.5 製造偏心誤差之齒輪數學模式.....	23
3.6 修整型刮齒刀所創成之齒輪齒面差異.....	25
3.7 本章結論.....	35
第四章 修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之接觸分析.....	36
4.1 前言.....	36
4.2 齒輪對之接觸分析數學模式.....	36
4.3 齒輪對之運動誤差分析模式.....	39
4.4 接觸分析例題討論.....	40

4.5 本章結論	72
第五章 結論與未來展望	73
5.1 結論	73
5.2 未來展望	74
參考文獻	75



圖目錄

圖 2.1 位置向量與座標系之關係示意圖.....	5
圖 2.2 空間中兩嚙合運動曲面之關係示意圖.....	7
圖 2.3 空間物體之相對速度示意圖.....	8
圖 2.4 平行軸共軛運動關係示意圖.....	10
圖 3.1 兩齒輪嚙合或創成之運動機構示意圖.....	12
圖 3.2 齒條刀正交剖面.....	13
圖 3.3 假想齒條刀刀面座標系之關係示意圖.....	15
圖 3.4 假想齒條刀與刮齒刀座標系之關係示意圖.....	17
圖 3.6 刮齒刀與被創成齒輪之座標系間的關係示意圖.....	21
圖 3.7 理想齒輪與齒輪在製造後具有偏心誤差示意圖.....	24
圖 3.8 齒輪於理想與在製造後具有偏心誤差之座標系間的關係示意圖.....	24
圖 3.9 修整型刮齒刀與齒條刀所創成正齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.1).....	26
圖 3.10 修整型刮齒刀與被創成齒輪之軸交錯角為 0 度之齒面差異比較圖(例題 3.2)....	26
圖 3.11 不同圓弧線齒形修整之刮齒刀所創成齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.3).....	28
圖 3.12 不同隆齒修整刮齒刀所創成齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.4).....	30
圖 3.13 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.5).....	32
圖 3.14 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.6).....	34
圖 4.1 齒輪裝配誤差及座標系之關係示意圖.....	37
圖 4.2 漸開線形螺旋齒輪組在理想組裝與具有水平軸向與垂直軸向軸交錯角之裝配誤差 條件下之運動誤差曲線示意圖(例題 4.1).....	42
圖 4.3 螺旋齒輪組在理想裝配條件與具有軸交錯角裝配誤差之運動誤差(例題 4.1).....	44
圖 4.4 不同圓弧線齒形修整之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.2).....	50
圖 4.5 不同圓弧線齒形修整之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動 誤差(例題 4.2).....	50
圖 4.6 不同圓弧線齒形修整之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動 誤差(例題 4.2).....	51
圖 4.7 不同隆齒修整之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.3).....	55
圖 4.8 不同隆齒修整之齒輪組在具有軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.3)55	

圖 4.9 不同隆齒修整之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.3).....	56
圖 4.10 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.4).....	60
圖 4.11 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.4)	60
圖 4.12 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.4)	61
圖 4.13 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5).....	68
圖 4.14 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)	69
圖 4.15 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)	69
圖 4.16 具有不同旋轉軸方向組裝誤差齒輪組之運動誤差(例題 4.6).....	71



表目錄

表 3.1 修整型刮齒刀與齒條刀所創成正齒輪之主要設計參數(例題 3.1).....	25
表 3.2 修整型刮齒刀與被創成齒輪軸交錯角為 0 度時之主要設計參數(例題 3.2).....	27
表 3.3 不同圓弧線齒形修整之刮齒刀與被創成齒輪之主要設計參數(例題 3.3).....	28
表 3.4 不同隆齒修整之刮齒刀與被創成齒輪之主要設計參數(例題 3.4).....	29
表 3.5 不同齒數刮齒刀與被創成齒輪之主要設計參數(例題 3.5).....	31
表 3.6 不同螺旋角刮齒刀與被創成齒輪之主要設計參數(例題 3.6)	33
表 4.1 修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組之設計參數.....	41
表 4.2 修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.1).....	43
表 4.3 修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之 運動誤差(例題 4.1)	43
表 4.4 修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之 運動誤差(例題 4.1)	44
表 4.5 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=800mm$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.2)	45
表 4.6 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=800mm$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配 誤差之運動誤差(例題 4.2)	46
表 4.7 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=800mm$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配 誤差之運動誤差(例題 4.2)	46
表 4.8 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=200mm$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.2)	47
表 4.9 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=200mm$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配 誤差之運動誤差(例題 4.2)	47
表 4.10 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=200mm$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝 配誤差之運動誤差(例題 4.2)	48
表 4.11 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u = 100mm$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.2)	48
表 4.12 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=100mm$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝	

配誤差之運動誤差(例題 4.2)	49
表 4.13 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=100mm$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配 誤差之運動誤差(例題 4.2)	49
表 4.14 隆齒修整半徑 $R=250mm$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.3).....	52
表 4.15 隆齒修整半徑 $R=250mm$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之 運動誤差(例題 4.3)	52
表 4.16 隆齒修整半徑 $R=250mm$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之 運動誤差(例題 4.3)	53
表 4.17 隆齒修整半徑 $R=1000mm$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.3).....	53
表 4.18 隆齒修整半徑 $R=1000mm$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差 之運動誤差(例題 4.3)	54
表 4.19 隆齒修整半徑 $R=1000mm$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差 之運動誤差(例題 4.3)	54
表 4.20 刮齒刀齒數 $Z=19T$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.4).....	57
表 4.21 刮齒刀齒數 $Z=19T$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差 之運動誤差(例題 4.4)	57
表 4.22 刮齒刀齒數 $Z=19T$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差 之運動誤差(例題 4.4)	58
表 4.23 刮齒刀齒數 $Z=71T$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.4).....	58
表 4.24 刮齒刀齒數 $Z=71T$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差 之運動誤差(例題 4.4)	59
表 4.25 刮齒刀齒數 $Z=71T$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差 之運動誤差(例題 4.4)	59
表 4.26 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=5^\circ(LH)$ 和 $\beta_s^g=5^\circ(RH)$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動 誤差(例題 4.5)	62
表 4.27 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=5^\circ(LH)$ 和 $\beta_s^g=5^\circ(RH)$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向向交錯 角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5).....	63
表 4.28 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=5^\circ(LH)$ 和 $\beta_s^g=5^\circ(RH)$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯 角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5).....	63

表 4.29 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=0^\circ$ 和 $\beta_s^g=0^\circ$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5).....	64
表 4.30 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=0^\circ$ 和 $\beta_s^g=0^\circ$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5).....	64
表 4.31 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=0^\circ$ 和 $\beta_s^g=0^\circ$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5).....	65
表 4.32 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=10^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=10^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5)	65
表 4.33 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=10^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=10^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5).....	66
表 4.34 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=10^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=10^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5).....	66
表 4.35 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=15^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=15^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5)	67
表 4.36 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=15^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=15^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5).....	67
表 4.37 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=15^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=15^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5).....	68
表 4.38 具有沿著旋轉軸方向組裝誤差 $\Delta Z=2\text{mm}$ 齒輪組之運動誤差(例題 4.6).....	70
表 4.39 具有沿著旋轉軸方向組裝誤差 $\Delta Z=4\text{mm}$ 齒輪組之運動誤差(例題 4.6).....	71

符號表

a_k	假想齒條刀之設計參數 ($k = c, l, u$) (mm)
b	假想齒條刀之設計參數(mm)
l	假想齒條刀之齒面設計參數(mm)
l_k	小齒輪與大齒輪的假想齒條刀之齒面設計參數 ($k = p, g$) (mm)
m	法向模數(mm/tooth)
m_{is}	刮齒刀與齒輪之轉速比
\mathbf{n}_k	單位法向量於座標系 S_k ($k = c, f, i$)
\mathbf{n}_i	小齒輪與大齒輪的齒輪齒面之單位法向量 ($i = 1, 2$)
r_k	齒輪節圓半徑 ($k = i, 1, 2$) (mm)
r_s	刮齒刀節圓半徑(mm)
\mathbf{r}_k	位置向量表示於座標系 S_k ($k = a, c, s, f, i, r$)
\mathbf{r}_i	小齒輪與大齒輪之位置向量 ($i = 1, 2$)
C	刮齒刀與齒輪之創成中心距(mm)
C_x	齒輪組之標準中心距(mm)
C'	具組裝誤差齒輪組中心距(mm)
E	刮齒刀之轉位量(mm)
\mathbf{L}_{ij}	向量之座標轉換矩陣(由座標系 S_i 轉換至座標系 S_j)
\mathbf{M}_{ij}	齊次座標之轉換矩陣(由座標系 S_i 轉換至座標系 S_j)
\mathbf{N}_c	法向量表示於座標系 S_c
\mathbf{N}	共同法向量
P	兩曲面之共同接觸點
R	隆齒修整半徑(mm)
\mathbf{R}_k	曲面上一點至接觸點之位置向量 ($k = f, i$)
T	兩曲面之共同切平面
$S_k(X_k, Y_k, Z_k)$	座標系 S_k ($k = 1, 2, a, c, f, h, i, q, r, s, t, v$)
\mathbf{V}	假想齒條刀之平移速度向量

$V^{(i)}$	物體 i 在接觸點上之切線速度向量 ($i = 1, 2$)
$V_f^{(i)}$	物體 i 在接觸點上之切線速度向量表示於座標系 S_f ($i = 1, 2$)
$V^{(ij)}$	物體 i 與物體 j 之相對速度向量
$V_f^{(ij)}$	物體 i 與物體 j 之相對速度向量表示於座標系 S_f
Z_i	齒輪之齒數 ($i = 1, 2$) (teeth)
Z_s	刮齒刀之齒數 (teeth)
β_s	刮齒刀之螺旋角 (度)
β	齒輪之螺旋角 (度)
γ	刮齒刀之旋轉軸與齒輪之旋轉軸的交錯角 (度)
ζ_i	理想齒輪與具有製造偏心誤差之齒輪的相位差 (度)
θ_s	假想齒條刀之齒面隆齒設計參數 (度)
θ_{\max}	假想齒條刀之齒面隆齒設計參數最大值 (度)
θ_u	假想齒條刀之圓弧線形修整的齒面設計參數 (度)
θ_u^k	假想齒條刀之圓弧線形修整的齒面設計參數 ($k = p, g$) (度)
λ_s	刮齒刀之導程角 (度)
λ	齒輪之導程角 (度)
μ_i	理想齒輪中心至製造齒輪中心的距離 (mm)
ρ_u	假想齒條刀之圓弧線形修整的設計參數 (mm)
ϕ_k	齒輪被創成時之轉動角度 ($k = i, 1, 2$) (度)
ϕ_k'	齒輪對實際嚙合時之轉動角度 ($k = 1, 2$) (度)
ψ_n	法向壓力角 (度)
ω_s	刮齒刀之角速度純量
ω_i	齒輪之角速度純量
$\boldsymbol{\omega}_s$	刮齒刀之角速度向量
$\boldsymbol{\omega}_i$	齒輪之角速度向量
Σ_k	接觸曲面 ($k = 1, 2$)
ΔC	齒輪組之中心距誤差 (mm)
ΔZ	齒輪組齒面寬中央在旋轉軸方向的誤差 (mm)

$\Delta\gamma$	水平軸向之軸交錯角裝配誤差(度)
$\Delta\phi_2'$	齒輪組之傳動誤差(arc-sec.)
$\Delta\eta$	垂直軸向之軸交錯角裝配誤差(度)



第一章 緒論

1.1 前言

齒輪為傳達動力與速度的機械元件之一，而圓柱型齒輪(Cylindrical Gear)由於具有準確、平順和高效率傳遞動力的特性，因此被廣泛地應用在各種傳動組件或機構中。現今有多種的平行軸之圓柱型齒輪，如正齒輪(Spur Gear)、螺旋齒輪(Helical Gear)與內齒輪(Internal Gear)等，當中又以漸開線(Involute)形正齒輪與螺旋齒輪為工業界最常用的齒輪。漸開線形齒輪可藉由直邊的齒條刀(Rack Cutter)或是滾齒刀(Hob Cutter)加以創成，由於漸開線形螺旋齒輪加工製造方式容易，只要齒輪具有相同模數(Module)、壓力角(Pressure Angle)與相對應之導程角(Lead Angle)，即可置換出所需之轉速比(Rotation Ratio)，又可傳遞較大的動力，且具有低噪音的特性，為減速機構中最常見之齒輪形式。

隨著人類對於機械工具的精度要求提高，因此，齒輪之精度、振動與噪音的問題更受到人們的重視。但是齒輪在製造過程中，會有許多難以避免的誤差，如齒輪齒胚(Gear Workpiece)的幾何偏心(Run Out)、齒輪加工過程的精度、熱處理(Heat Treatment)的影響等。一般在檢驗單一齒輪精度時，可由單一節距誤差(Single Pitch Error)、鄰接節距誤差(Pitch Variation Error)、累積節距誤差(Accumulated Pitch Error)、法距誤差(Normal Pitch Error)、齒形誤差(Tooth Profile Error)、導程誤差(Tooth Lead Error)及齒溝誤差(Run Out Error of Gear Teeth)等之誤差程度，以判斷單一齒輪的齒形精度誤差，而這些齒輪之齒形精度誤差加上裝配誤差，會造成一對相啮合之齒輪對在傳動時的誤差，即所謂的傳動誤差(Transmission Error)。實務以及研究上，目前大多採用單齒腹測試法(Single Flank Test)來檢測相啮合齒輪對之傳動誤差，經由各學者多年的研究顯示，相啮合齒輪對的傳動誤差是引起齒輪組運轉時振動與噪音的一項重要因素。

本論文藉由 Litvin[1][2]所發展的齒輪原理，並利用刮齒刀創成方式，求得其螺旋齒輪的齒面數學模式與接觸分析，經由改變螺旋齒輪的設計參數，例如齒輪之壓力角和轉位係數(Coefficient of Gear Shifting)等，以及進行齒輪齒形修整(Profile Modification)和齒輪隆齒(Crowning)，以改變齒輪對之運動誤差，以期修整型刮齒刀所創成之齒輪，在實務上能改善齒輪轉動時的振動與噪音，提供相關產業實際之應用，或是後續齒輪組相關研究之參考。

1.2 文獻回顧

過去產業界對於漸開線形螺旋齒輪之使用已非常地普遍，而且已有相當久的歷史，在學術和實務研究上也已有相當多的研究資料與技術經驗累積，漸開線形螺旋齒輪已成為相當重要的齒輪。多年來，大部分的齒輪設計與製造者一直在追求理想的漸開線形螺旋齒輪，但齒輪實際運轉時因為承受負載，齒輪之齒面會因此而受力變形，並與理想的漸開線形螺旋齒輪齒面有所差異。同時，齒輪在製造與組裝過程也會有誤差，這將會使得齒輪運轉時不順暢，而造成齒輪組振動與噪音的問題。關於齒輪齒面的修整，也有許多常用的作法，例如進行齒輪隆齒，可避免齒緣的接觸(Edge Contact)；齒尖修整(Gear Tip Modification)，可減少齒輪運轉時的干涉，而這些作法在各齒輪規範都有相關的資料可供參考。Litvin[1][2]則探討有關齒輪運動誤差(Kinematical Error)之理論分析研究，對於齒輪組之運動誤差分析提供了理論與分析基礎，在其齒輪幾何學與應用理論[2]一書中，提及在假想齒條刀之正交剖面，以拋物線形取代直線形的齒刀來創成齒輪，將可獲得具拋物線形之運動誤差曲線，可使運動誤差更平滑，並補償組裝時的誤差，亦自 1994 年開始發表一系列此類修整型齒輪相關研究的論文；Umeyama[3]提出螺旋齒輪齒面修整對齒輪傳動誤差的影響及最佳化；Iwase[4]等人利用齒形修整以降低螺旋齒輪之傳動誤差；Tsay[5]，Liu 和 Tsay[6]，及 Chen 和 Tsay[7]等人則探討螺旋齒輪運動誤差之理論分析研究，及各類不同修整型的齒輪嚙合時齒面接觸特性相關研究；王志華[8]提出修整型螺旋齒輪的接觸分析理論；張永源[9]則提出修整型螺旋齒輪傳動誤差的測試方法與分析；蔡明晃[10]提及正齒輪齒尖修整之運動誤差與傳動誤差分析與應用。關於量測齒輪之傳動誤差、振動與噪音的相關論文研究，從早期的 Smith[11][12]任職於美國 Gleason 公司時，發表了一系列關於單齒腹測試方法、原理及齒輪傳動誤差比較與齒輪噪音診斷等；Hrash 和 Houser[13]，及 Houser 等人[14]則利用其實驗室所發展之分析軟體 LDP(Load Distribution Program)，討論齒輪組在受負載下之傳動誤差與噪音的研究；Atherton[15]等人則提出齒輪齒形與噪音量測的關係。刮齒程序與刮齒刀之研究相關論文，徐瑞宏[16]建立輪磨加工後直進式刮齒刀的數學模式，並計算與理論刮齒刀齒面誤差量分析；Litvin 等人[17]提出利用刮齒刀創成的方式，建立修整型齒輪的數學模式與接觸齒印分析；Radzevich[18][19]利用刮齒刀與磨銳機的關係，建立修整型齒輪的數學模式與相關分析。

1.3 研究內容

由於一般螺旋齒輪在嚙合傳動時，對於齒輪製造與旋轉軸向軸交錯角之裝配誤差相當敏感，故本論文研究內容，主要將探討利用直進式修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪，在具有製造與組裝誤差的影響，控制齒輪設計的參數，利用該螺旋齒輪之運動特性，使齒輪系統的運動誤差侷限在可接受的範圍內。本論文將利用 Litvin[1][2]所發展之齒輪原理，以假想齒條刀模擬磨輪加工情形，建立修整型刮齒刀之齒面數學模式，並利用該刮齒刀來創成螺旋齒輪，而且針對該螺旋齒輪相接觸之兩齒面做運動特性分析。

以下為本論文各章的研究大綱：

第一章為緒論。主要內容為一般螺旋齒輪的概況與介紹，以及相關的文獻回顧與研究內容介紹。

第二章為基礎理論。介紹創成共軛運動對的基本理論，以供後面各章節建立修整型刮齒刀與被創成螺旋齒輪之齒面數學模式與接觸分析的基礎。

第三章為修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之齒面數學模式的推導。利用第二章的基礎理論，建立修整型刮齒刀與被創成螺旋齒輪之齒面數學模式。

第四章則為修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之接觸分析模擬。以修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之齒面數學模式為基礎，建立該螺旋齒輪對在具有製造與組裝誤差時之嚙合分析數學模式，並利用此數學模式來模擬齒輪組嚙合運轉時的運動誤差。

第五章為本論文之結論與未來展望。

第二章 基礎理論

2.1 位置向量轉換

假設空間中有二個座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 與 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ ，其座標間之關係如圖 2.1 所示。在上述兩空間座標系中有一共同點 P，其位置向量若表示於座標系 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 為 \mathbf{R}_i ，如果要把 P 點之位置向量 \mathbf{R}_i 由 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 座標系轉換至 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 座標系來表示其位置向量 \mathbf{R}_f ，則可用下列之齊次座標轉換矩陣(Homogeneous Coordinate Transformation Matrix)方程式表示此兩座標系間之位置向量轉換：

$$\mathbf{R}_f = \mathbf{M}_{fi} \mathbf{R}_i \quad (2.1)$$

其中

$$\mathbf{M}_{fi} = \begin{bmatrix} \cos(X_f, X_i) & \cos(X_f, Y_i) & \cos(X_f, Z_i) & X_f^{(O_i)} \\ \cos(Y_f, X_i) & \cos(Y_f, Y_i) & \cos(Y_f, Z_i) & Y_f^{(O_i)} \\ \cos(Z_f, X_i) & \cos(Z_f, Y_i) & \cos(Z_f, Z_i) & Z_f^{(O_i)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

上式中 $\cos(X_f, X_i)$ 表示 X_f 軸與 X_i 軸間夾角之餘弦值，其餘依此類推；而 $X_f^{(O_i)}$ 、 $Y_f^{(O_i)}$ 及 $Z_f^{(O_i)}$ 為 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 座標系之原點 O_i 表示於 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 座標系的三個座標軸的分量， \mathbf{M}_{fi} 則為 4×4 之齊次座標轉換矩陣，可將位置向量 \mathbf{R}_i 由 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 座標系轉換至 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 座標系。

至於一般速度及法向量等之座標間的轉換，因為與座標系之原點無關，所以此類向量的座標系間轉換矩陣 \mathbf{L}_{fi} 為 3×3 之矩陣，為方程式(2.2)之子矩陣，係將 \mathbf{M}_{fi} 矩陣刪去最後一行及最後一列而得並表示如下：

$$\mathbf{L}_{fi} = \begin{bmatrix} \cos(X_f, X_i) & \cos(X_f, Y_i) & \cos(X_f, Z_i) \\ \cos(Y_f, X_i) & \cos(Y_f, Y_i) & \cos(Y_f, Z_i) \\ \cos(Z_f, X_i) & \cos(Z_f, Y_i) & \cos(Z_f, Z_i) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

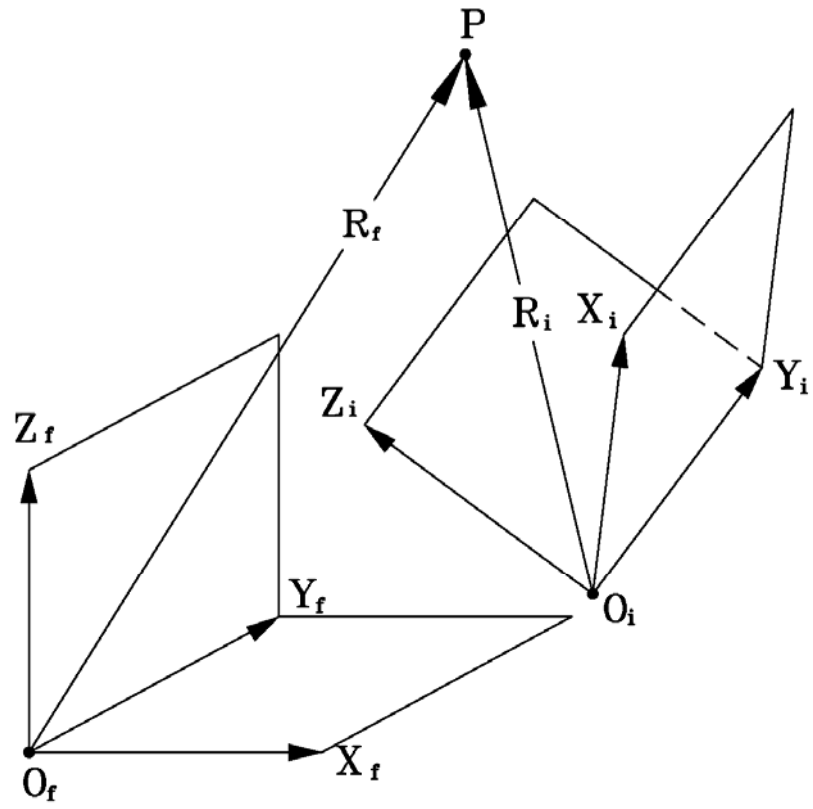


圖 2.1 位置向量與座標系之關係示意圖

2.2 嚙合方程式

嚙合方程式係表示齒輪齒面參數與運動參數之間的關係。當兩嚙合曲面經由直接接觸來傳遞共軛運動時，這兩個嚙合曲面必須連續保持接觸狀態。圖 2.2 表示空間中有二個互相嚙合運動的兩曲面 Σ_1 和 Σ_2 ，P 點為這兩個嚙合運動曲面相切(in Tangency)之共切點(Common Tangent Point)，此點同時也是這二個嚙合運動曲面的瞬時接觸點。兩個嚙合曲面在其共切點 P 點具有共同之曲面法向量(Surface Normal Vector) \mathbf{N} ，而 $\mathbf{V}^{(12)}$ 為兩曲面 Σ_1 和 Σ_2 在 P 點之相對速度表示於固定座標系上。

由於兩曲面在接觸過程中為連續之嚙合，不會產生一個曲面嵌入另一個的曲面或兩嚙合曲面分離而產生不接觸，因此，這兩個共軛運動曲面在其共同法向量之方向上將不存在相對速度 $\mathbf{V}^{(12)}$ ，亦即在兩曲面之共同法向量的方向上其相對速度 $\mathbf{V}^{(12)}$ 為零。然而，兩嚙合齒面之間必存在相對速度，故不論兩曲面是點或線接觸，其相對速度 $\mathbf{V}^{(12)}$ 必落於兩嚙合曲面之共同切平面(Common Tangent Plane)T 上，而共同法向量(Common Normal Vector) \mathbf{N} 則是在 P 點垂直於此共切平面，而且與相對速度 $\mathbf{V}^{(12)}$ 互相垂直。

從上述兩曲面嚙合接觸的現象可得到如下敘簡要之結論：兩嚙合運動曲面其相對速度 $\mathbf{V}^{(12)}$ 和共同法向量 \mathbf{N} ，在其共同接觸點 P 處必互相垂直，亦即兩者之內積(dot product)為零，所以下式亦必成立：

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}^{(12)} = 0 \quad (2.4)$$

方程式(2.4)就是齒輪原理中探討共軛運動對(Conjugate Kinematical Pair)之嚙合運動條件的嚙合方程式(Equation of Meshing)。此嚙合方程式對於二維曲線及三維曲面的共軛運動對均可適用。

2.3 相對運動速度

假設空間中有兩個物體，物體 1 與物體 2 分別固聯於座標系 $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 與座標系 $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ ，如圖 2.3 所示。 Z_1 軸與 Z_2 軸分別為物體 1 與物體 2 之旋轉軸，其旋轉之角速度分別為 ω_1 與 ω_2 ， γ 為兩旋轉軸之交錯角，C 為其最短距離，P 點為物體 1 與物體 2 之瞬時接觸點。因此，在物體 1 上之瞬時接觸點 P 的速度 $\mathbf{V}^{(1)}$ 可由下式求得：

$$\mathbf{V}^{(1)} = \omega_1 \times \mathbf{R}_1 \quad (2.5)$$

其中 \mathbf{R}_1 為由物體 1 旋轉軸之座標原點指向瞬時接觸點 P 之位置向量。而在物體 2

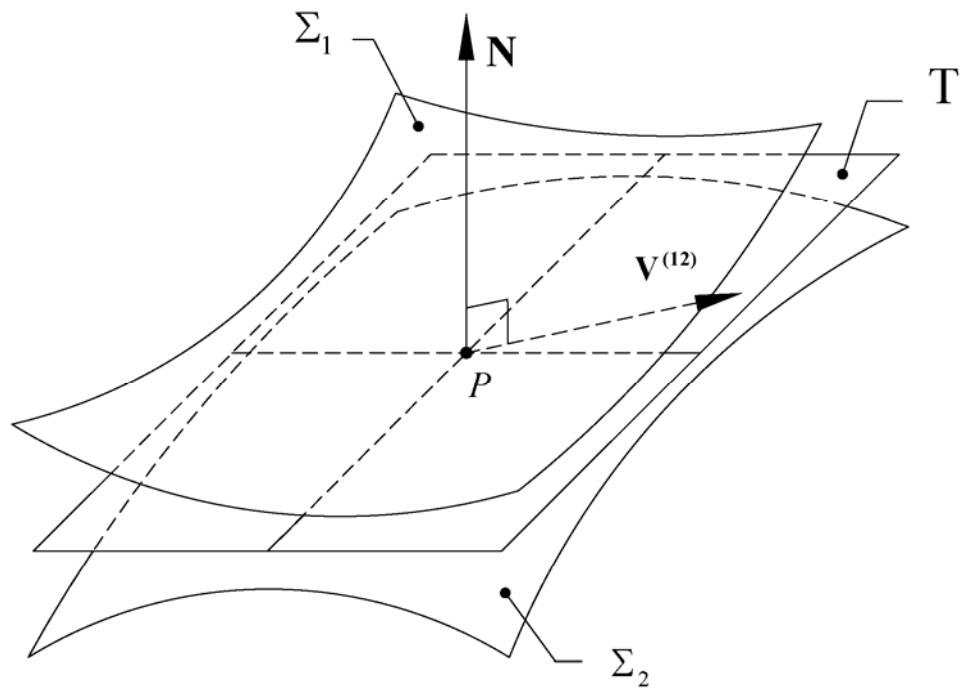


圖 2.2 空間中兩嚙合運動曲面之關係示意圖

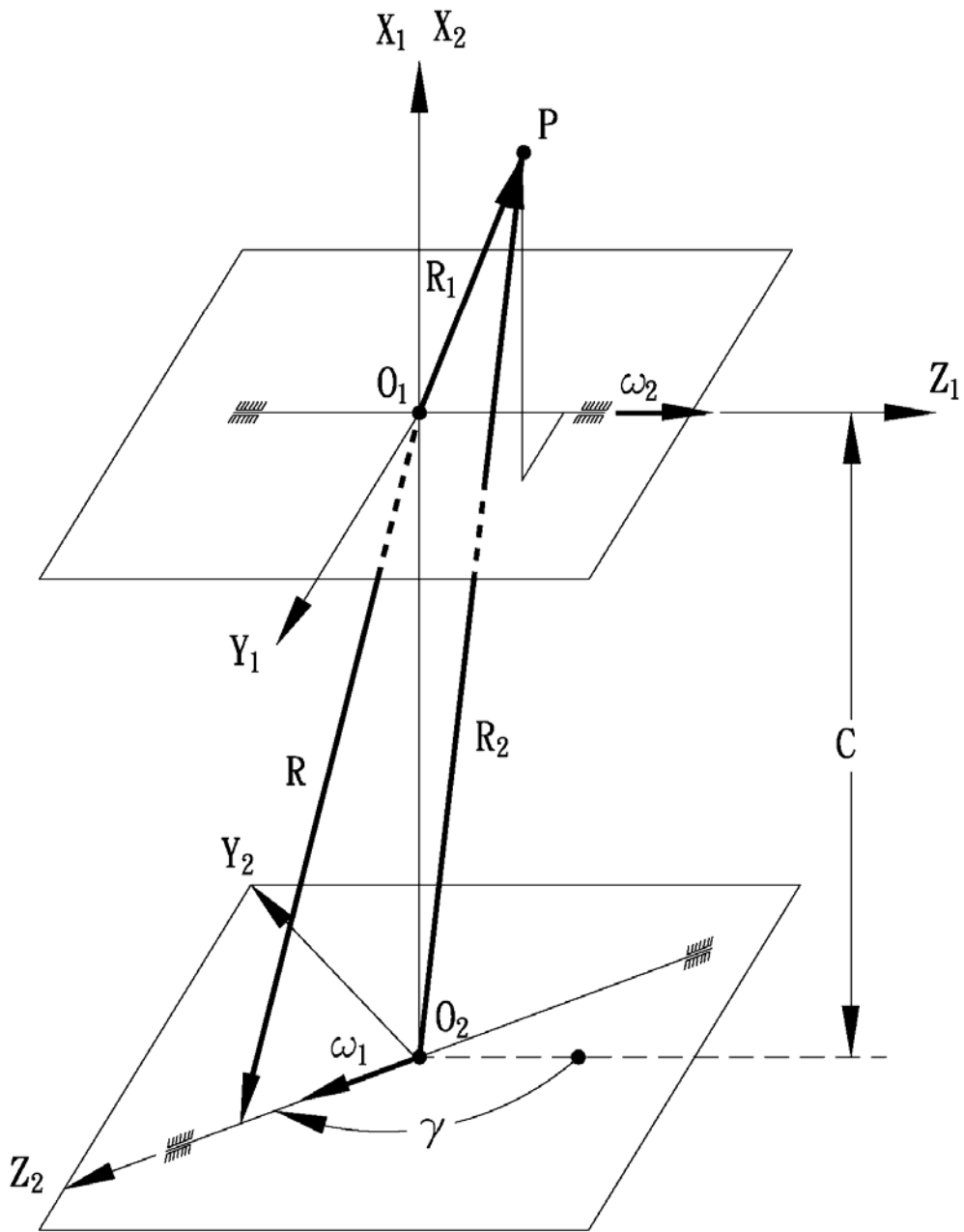


圖 2.3 空間物體之相對速度示意圖

上之瞬時接觸點 P 的速度 $V^{(2)}$ 則可由下式求得：

$$V^{(2)} = \omega_2 \times R_2 \quad (2.6)$$

其中 R_2 乃是由物體 2 旋轉軸之座標原點指向瞬時接觸點 P 之位置向量。因此，物體 1 與物體 2 之相對速度可求得如下：

$$\begin{aligned} V^{(12)} &= V^{(1)} - V^{(2)} \\ &= (\omega_1 \times R_1) - (\omega_2 \times R_2) \\ &= (\omega_1 - \omega_2) \times R_1 - R \times \omega_2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中 R 為自物體 1 之座標系原點 O_1 ，指向物體 2 之旋轉軸上任一動點之位置向量。在此推導所得之相對速度方程式(2.7)主要適用於三維座標系，創成刀具和被創成齒輪的兩旋轉軸是屬於交錯軸旋轉之運動，亦即兩軸既不相交亦不平行之共軛運動關係。

然而，當創成刀具和被創成齒輪間的運動若屬於平行軸之共軛運動關係時，則此相對速度將可以簡化成二維的情形來討論，如圖 2.4 所示， $V^{(12)}$ 可以表示成：

$$\begin{aligned} V^{(12)} &= (\omega_1 - \omega_2) \times \overline{IP} \\ &= \omega^{(12)} \times \overline{IP} \end{aligned} \quad (2.8)$$

其中 I 點為創成刀具和被創成之齒輪做共軛運動時的瞬心(Instantaneous Center of Rotation)。考慮兩嚙合曲面於嚙合狀態時，其相對速度 $V^{(12)}$ 必指向兩者之共同切線向量 T ，又共同切線向量 T 與共同法向量 N 兩者為相互垂直，兩曲面的共同接觸點 P 上的共同法向量 N 必定通過兩曲面運動之瞬心 I，因此相對速度 $V^{(12)}$ 與 \overline{IP} 互相垂直，所以下式必成立：

$$\frac{X(\phi) - x(\theta)}{N_x^{(\theta)}} = \frac{Y(\phi) - y(\theta)}{N_y^{(\theta)}} \quad (2.9)$$

其中 $X(\phi)$ 及 $Y(\phi)$ 為兩曲面運動之瞬心 I 點的座標， $x(\theta)$ 及 $y(\theta)$ 為共切點 P 點的座標，而 $N_x^{(\theta)}$ 及 $N_y^{(\theta)}$ 則為其共同法向量在 X 軸及 Y 軸之分量。利用方程式(2.9)即可推導出二維共軛運動對之嚙合方程式。

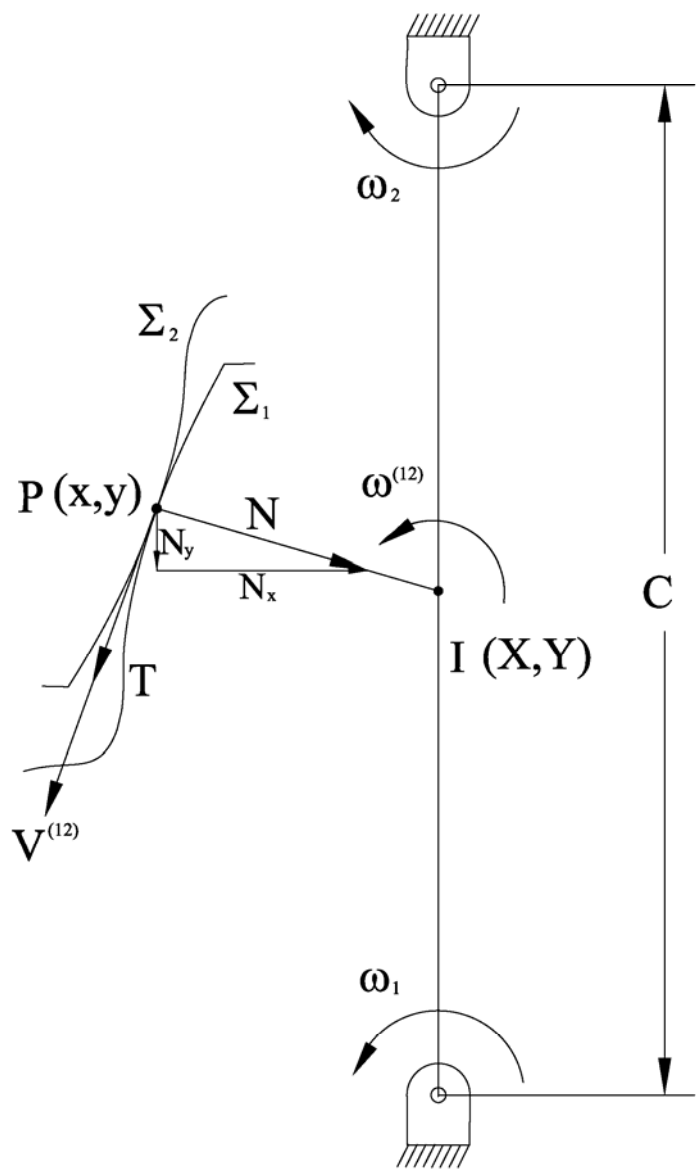


圖 2.4 平行軸共軛運動關係示意圖

第三章 修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之齒面數學模式

3.1 前言

本章將根據 Litvin[1][2]所發展出來的齒輪相關理論，推導修整型刮齒刀與被創成螺旋齒輪之齒面數學模式，以供後續齒輪接觸分析之需。一相嚙合的齒輪對，通稱齒數較少的齒輪為小齒輪，另一齒輪則為大齒輪；兩齒輪嚙合或以齒刀創成時，齒輪節圓瞬軸面(Axode)與齒刀節平面(Pitch Plane)間相互運動之示意圖，如圖 3.1 所顯示，其中小齒輪的節圓半徑為 r_1 ，轉動角度為 ϕ_1 ，角速度為 ω_1 ；大齒輪的節圓半徑為 r_2 ，轉動角度為 ϕ_2 ，角速度為 ω_2 ，由於兩齒輪之節圓間運動為純滾動，因此，互相嚙合之齒輪對必須符合下列的關係式：

$$r_1\phi_1 = r_2\phi_2 \quad (3.1)$$

$$V = r_1\omega_1 = r_2\omega_2 \quad (3.2)$$

本論文探討之螺旋齒輪的齒面，是由一具有修整型的刮齒刀所創成，而該刮齒刀之齒面，係利用一齒條刀(Rack Cutter)模擬磨輪所切製而成，所以在建立齒輪的齒面數學模式之前，須先建立刮齒刀的齒面數學模式與齒條刀的刀面外形數學模式，並利用齊次座標轉換及微分幾何的原理，找出接觸點或接觸線的位置及其在接觸面上的共同法向量，同時配合齒輪運動機構之關係和嚙合方程式(Equation of Meshing)，才能推導出被創成螺旋小齒輪的齒面數學模式，至於大齒輪之齒面數學模式的推導過程亦相同。

3.2 修整型齒條刀之數學模式

一般產業界多以滾齒刀來滾削齒輪，或以磨輪來磨削齒輪齒面，以得到較佳精度的齒輪齒面，但亦可利用齒條刀來模擬滾齒刀或磨輪之創成齒輪過程，所以要推導出刮齒刀與被創成齒輪的齒面數學模式，需先建立齒條刀的刀面數學模式，方可建立修整型刮齒刀之齒面數學模式。

一般而言，一個漸開線形的齒輪，可由一把具有直邊的齒刀所創成，而本論文所探討之修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪，係以假想齒條刀模擬磨輪來磨削刮齒刀，並用其刮齒刀創成螺旋齒輪齒輪，其假想齒條刀之正交剖面外型係設計成一直線形與圓弧線形所組成的複合線，如圖 3.2 所示。圖中之設計參數 m 為齒輪刀具之模數， ψ_n 則為刀具之壓力角，參數 a_1 、 a_c 和 b 為定義直線形刀面之起點與終點的刀具參數，其中有一動點 M

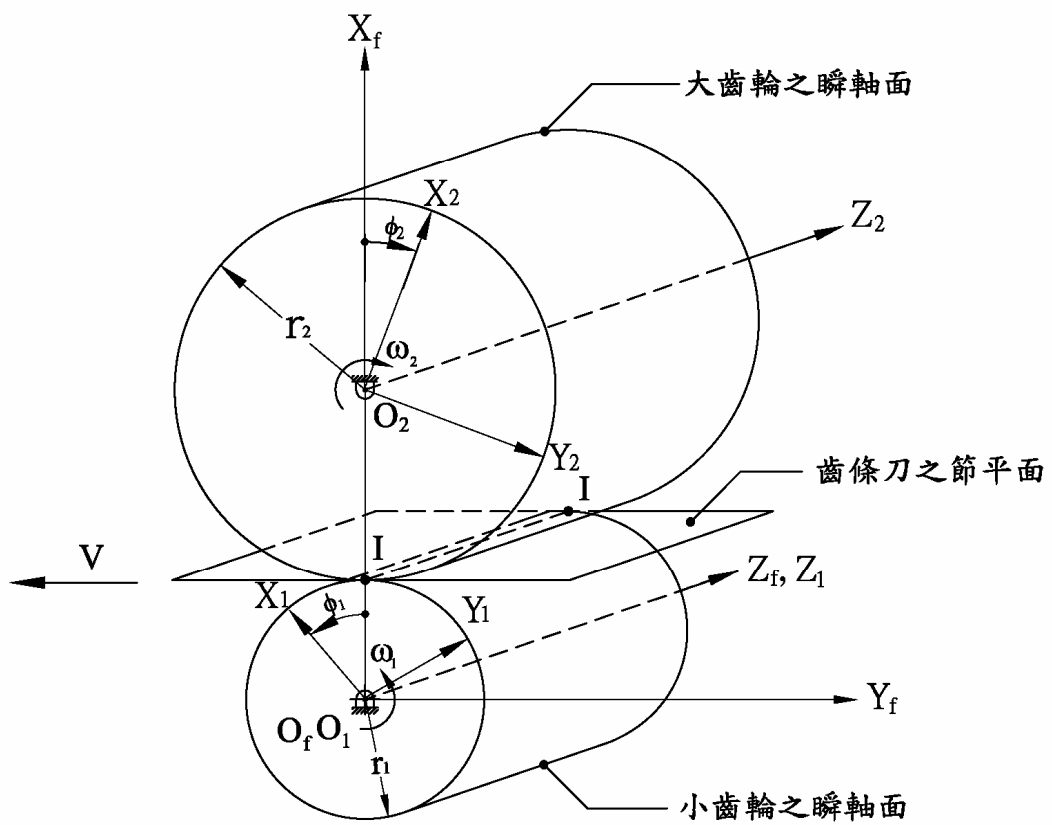


圖 3.1 兩齒輪嚙合或創成之運動機構示意圖

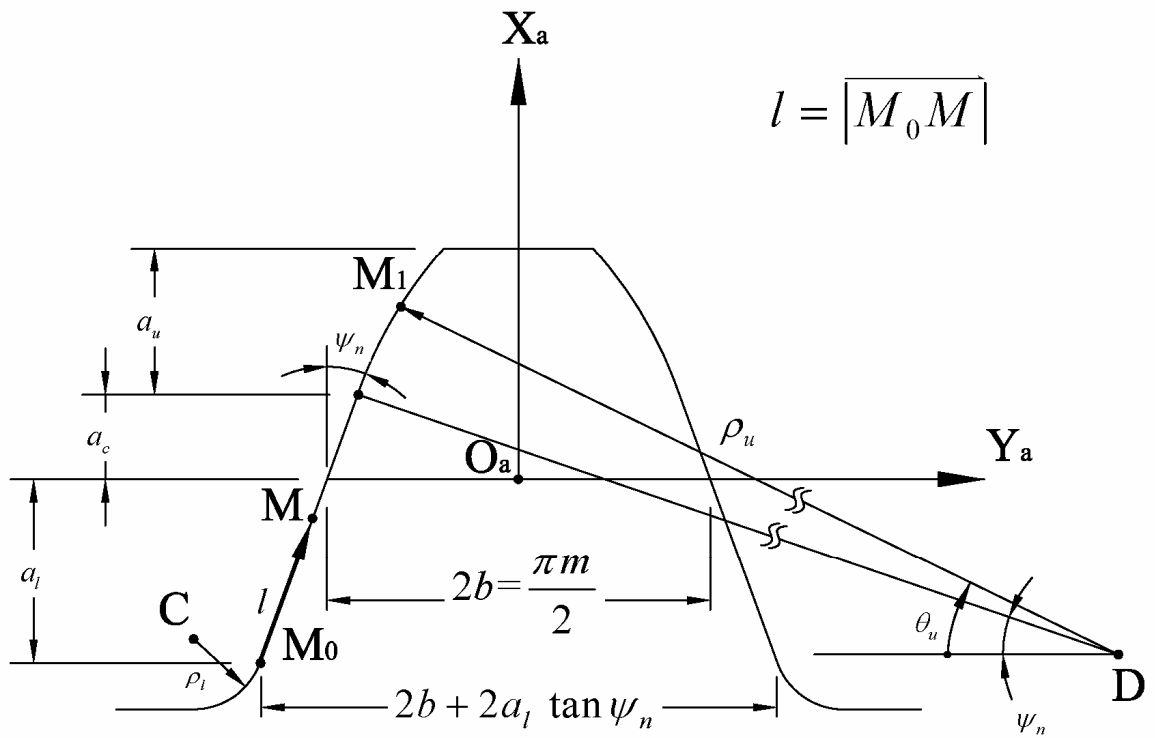


圖 3.2 齒條刀正交剖面

係沿著此直線移動，亦即 $l = \overline{M_0M}$ 為直邊齒條刀的一個設計參數，而圓弧線形部分則以參數 a_c 、 a_u 和 b 為刀面之起點與終點的刀具參數，參數 ρ_u 為此刀具之圓弧線形的圓弧半徑， θ_u 則為此圓弧線形之弧長的一個設計參數，亦即用以決定圓弧上任一點 M_1 點之位置參數。茲以左邊齒刀面為例，此左邊齒刀面之直線形刀面的線形表示在 $S_a(X_a, Y_a, Z_a)$ 座標系的參數方程式為：

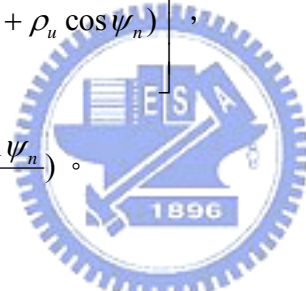
$$\mathbf{r}_a = \begin{bmatrix} l \cos \psi_n - a_u \\ l \cos \psi_n - (a_u \tan \psi_n + b) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

此處 $0 \leq l \leq \frac{a_l + a_c}{\cos \psi_n}$ 。

左邊齒刀面之圓弧線形刀面的線形表示在 $S_a(X_a, Y_a, Z_a)$ 座標系的參數方程式則為：

$$\mathbf{r}_a = \begin{bmatrix} \rho_u \sin \theta_u + (a_c - \rho_u \sin \psi_n) \\ -\rho_u \cos \theta_u + (a_c \tan \psi_n - b + \rho_u \cos \psi_n) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

此處 $\psi_n \leq \theta_u \leq \sin^{-1} \left(\frac{a_u + \rho_u \sin \psi_n}{\rho_u} \right)$ 。



茲為構成三維之齒條刀刀具面座標系 $S_c(X_c, Y_c, Z_c)$ ，如圖 3.3 所示，需將由圖 3.2 之齒條刀的正交剖面置於圖 3.3 之 $S_a(X_a, Y_a, Z_a)$ 座標系的 X_a - Y_a 平面上，而 X_a - Z_a 平面與 X_c - Y_c 平面間的夾角為 λ_s ，亦為將被創成之刮齒刀的導程角； X_a - Z_a 平面上有一圓弧曲線半徑為 R ，此圓弧曲線為刮齒刀所創成齒輪的隆齒修整半徑， $(R + a_u + a_c)$ 為則為假想磨輪的半徑，含有此圓弧曲線之齒條刀，會使得其所創成出來刮齒刀的齒面呈近似雙曲面，亦為一般所稱之逆冠狀修整，被其刮齒刀所創成之齒輪則具隆齒修整。該圓弧曲線上有一點 O_a' ，與 $S_a(X_a, Y_a, Z_a)$ 座標系之原點 O_a 在沿著 X_a 軸方向的距離為 E ，此 E 值為刮齒刀之轉位量(Amount of Shifting)； θ_s 為圓弧曲線展開之角度參數， θ_{\max} 為其角度之最大值；而點 O_a' 係沿著圓弧曲線移動，由 $S_a(X_a, Y_a, Z_a)$ 之齒條刀面正交剖面掃掠出的軌跡，即可形成齒刀之三維刀具面，亦即將齒刀之正交剖面轉至 $S_c(X_c, Y_c, Z_c)$ 座標系，即可求得齒條刀刀面之三維數學模式。茲利用齊次座標轉換矩陣方程式進行齒條刀之位置向量的座標轉換如下：

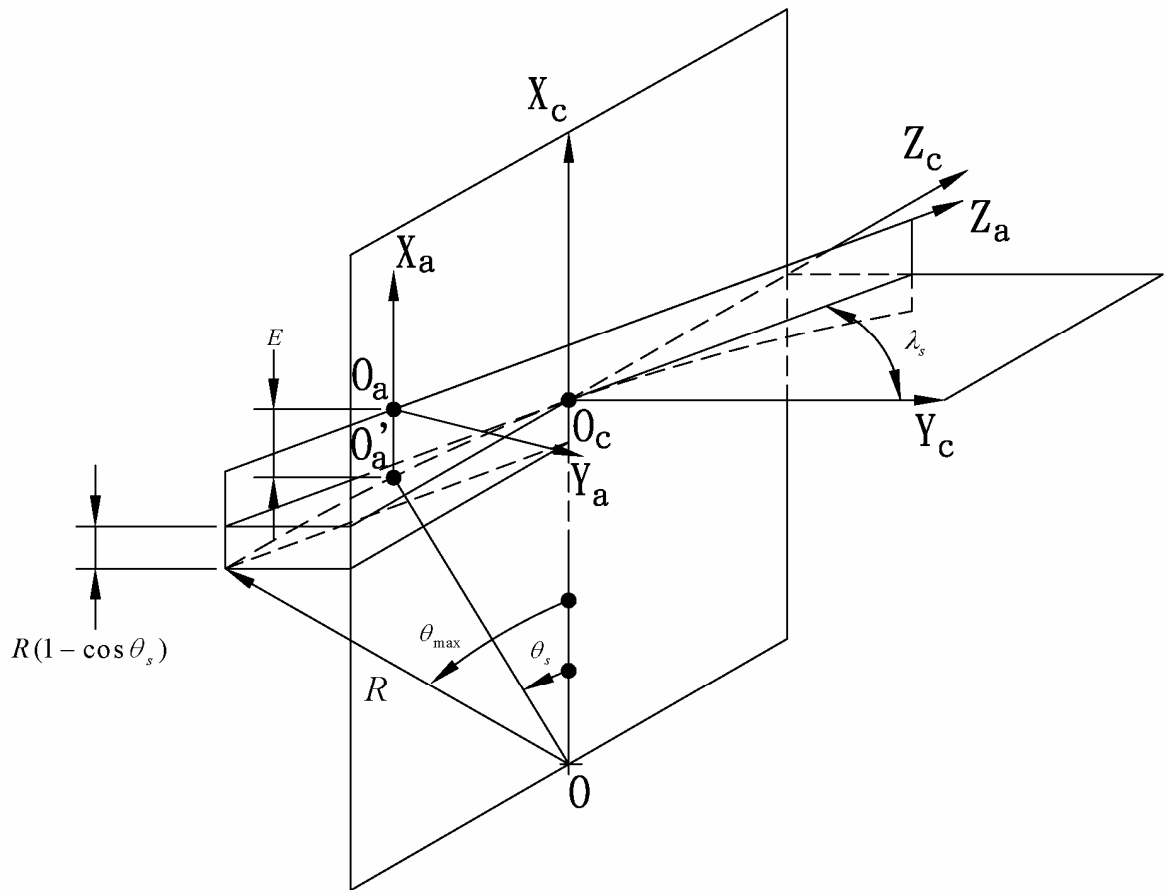


圖 3.3 假想齒條刀刀面座標系之關係示意圖

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{M}_{ca} \mathbf{r}_a \quad (3.5)$$

$$\text{其中 } \mathbf{M}_{ca} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & E - R(1 - \cos \theta_s) \\ 0 & \sin \lambda_s & \cos \lambda_s & R \sin \theta_s \cos \lambda_s \\ 0 & -\cos \lambda_s & \sin \lambda_s & R \sin \theta_s \sin \lambda_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.3 修整型刮齒刀之數學模式

齒輪製造程序中，刮齒為齒輪滾齒後的一道精加工製程，可提高齒輪齒面的表面精度。基本上刮齒刀與被刮之工件齒輪之嚙合方式，近似三維的交錯軸螺旋齒輪的運動，刮齒刀形狀為螺旋齒輪，齒面上具有徑向的插槽，為切削齒輪齒面時的刀刀。刮齒刀的種類依其工作方式分為四種：一般(平行)式(Conventional)、對角式(Diagonal)、橫移式(Underpass)，以及直進式(Plunge)，其中以直進式為目前產業界最普遍的刮齒方式，此種刮齒方式其刮齒刀只做工件齒輪徑向的進給，且刮齒刀旋轉會一起帶動被刮工件齒輪旋轉，而本論文將探討以直進式切削方式之刮齒刀來創成齒輪。本節將利用 3.1 節所建立的假想齒條刀，創成修整型刮齒刀之齒面數學模式。

假想齒條刀與被創成之刮齒刀的創成關係如圖 3.4 所示。齒條刀之節平面與被創成之刮齒刀的節圓瞬軸面相切，其中齒條刀之節平面在圓柱狀工件下方作平移運動。將表示在 $S_c(X_c, Y_c, Z_c)$ 座標之齒條刀刀面位置向量，利用齊次座標轉換矩陣方程式，轉換至被創成之刮齒刀的座標系 $S_s(X_s, Y_s, Z_s)$ ，即可求得齒條刀在 $S_s(X_s, Y_s, Z_s)$ 座標系之軌跡方程式如下：

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{M}_{sc} \mathbf{r}_c \quad (3.6)$$

$$\text{其中 } \mathbf{M}_{sc} = \begin{bmatrix} \cos \phi_s & \sin \phi_s & 0 & -r_s \\ -\sin \phi_s & \cos \phi_s & 0 & r_s \phi_s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

因齒條刀與被創成之刮齒刀的齒面在創成過程中，其每一瞬間均有共同的接觸線，且兩者在此瞬間接觸線的法向量相同。依微分幾何原理，齒條刀面之法向量表示在 $S_c(X_c, Y_c, Z_c)$ 座標系可由下式求得：

齒條刀左邊刀面之直線形區域的刀面法向量為：

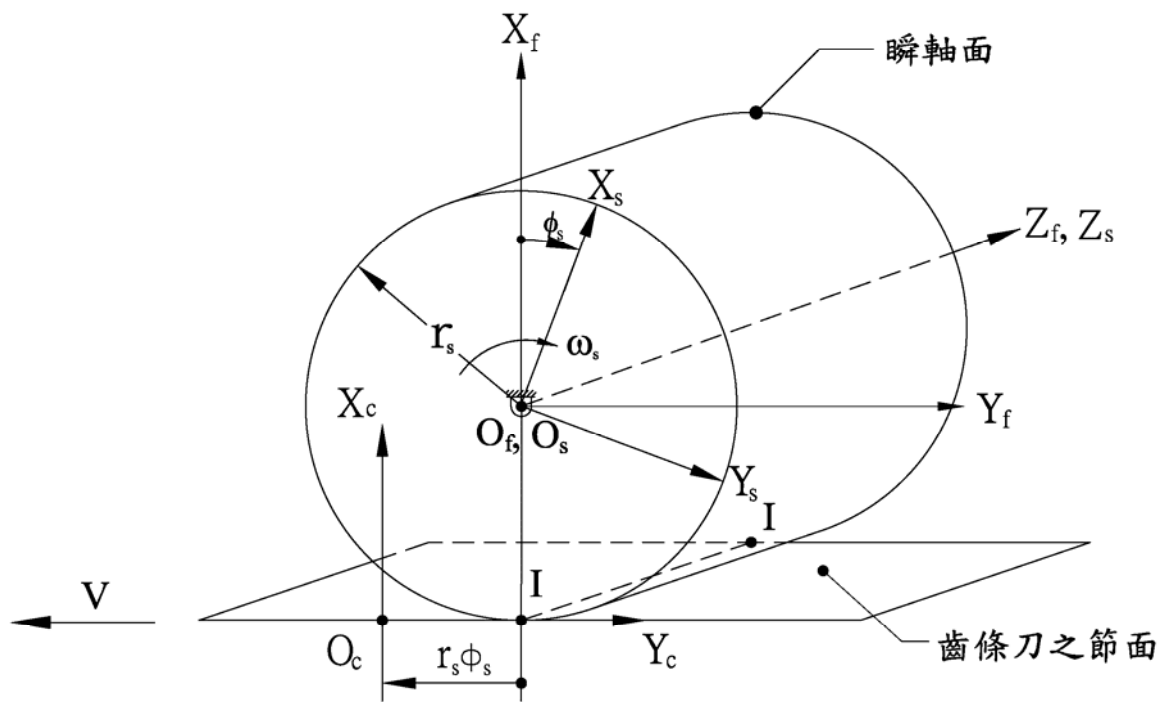


圖 3.4 假想齒條刀與刮齒刀座標系之關係示意圖

$$\mathbf{N}_c = \frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial l} \times \frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \theta_s} \quad (3.7)$$

而齒條刀左邊刀面之圓弧線形區域的刀面法向量為：

$$\mathbf{N}_c = \frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \theta_u} \times \frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \theta_s} \quad (3.8)$$

至於齒條刀左邊刀面之直線形區域的刀面，其單位法向量則可由下式求得：

$$\mathbf{n}_c = \frac{\mathbf{N}_c}{|\mathbf{N}_c|} = \begin{bmatrix} \cos \theta_s \sin \psi_n \\ -\cos \theta_s \cos \psi_n \sin \lambda_s - \sin \theta_s \sin \psi_n \cos \lambda_s \\ \cos \theta_s \cos \psi_n \cos \lambda_s + \sin \theta_s \sin \psi_n \sin \lambda_s \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

同理，齒條刀左邊刀面之圓弧線形區域的刀面，其單位法向量為：

$$\mathbf{n}_c = \frac{\mathbf{N}_c}{|\mathbf{N}_c|} = \begin{bmatrix} \cos \theta_s \sin \theta_u \\ -\cos \theta_s \cos \theta_u \sin \lambda_s - \sin \theta_s \sin \theta_u \cos \lambda_s \\ \cos \theta_s \cos \theta_u \cos \lambda_s + \sin \theta_s \sin \theta_u \sin \lambda_s \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

根據第二章所述之基本理論，嚙合方程式(2.4)係表示齒輪齒面參數與運動參數之間的關係，而兩曲面之嚙合方程式為：

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}^{(12)} = 0 \quad (3.11)$$

茲再考慮如圖 3.4 所示之假想齒條刀與被創成刮齒刀的創成關係，齒條刀之節平面與被創成之刮齒刀的節圓瞬軸面相切，並在節圓瞬軸面下方做平移運動，齒條刀及被創成之刮齒刀的速度表示在 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 座標系分別為：

$$\mathbf{V}_f^{(i)} = -\omega_s r_s \mathbf{j}_f \quad (3.12)$$

$$\text{和 } \mathbf{V}_f^{(s)} = \boldsymbol{\omega}_s \times \mathbf{r}_c + \overline{O_c O_f} \times \boldsymbol{\omega}_s \quad (3.13)$$

因此，齒條刀與被創成之齒輪之相對速度為

$$\mathbf{V}_f^{(is)} = \mathbf{V}_f^{(i)} - \mathbf{V}_f^{(s)} = \begin{bmatrix} V_{fx}^{(is)} \\ V_{fy}^{(is)} \\ V_{fz}^{(is)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_s (-y_c + r_s \phi_s) \\ \omega_s x_c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

茲將方程式(3.9)及(3.10)所表示之齒條刀的刀面單位法向量 \mathbf{n}_c ，由齒條刀具座標系 $S_c(X_c, Y_c, Z_c)$ 轉換至座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 如下：

$$\mathbf{n}_f = \mathbf{L}_{fc} \mathbf{n}_c \quad (3.15)$$

此時嚙合方程式可改寫為：

$$\mathbf{n}_f \cdot \mathbf{V}_f^{(is)} = 0 \quad (3.16)$$

方程式(3.6)為齒條刀表示在 $S_s(X_s, Y_s, Z_s)$ 座標系的軌跡方程式，若再與(3.16)式所求得之齒條刀與刮齒刀的嚙合方程式聯立，即可求得刮齒刀之齒面數學方程式。同理，創成刮齒刀右邊之齒面數學方程式，亦可依此流程推導求得。

3.4 修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之數學模式

刮齒刀與被創成之齒輪其嚙合情形，可視同三維空間中交錯軸齒輪之嚙合運動，其相對關係示意圖如圖 3.5 所示，刮齒刀之旋轉軸與被創成齒輪之旋轉軸夾著一交錯角，其值為 $\gamma = \beta \pm \beta_s$ ，其中刮齒刀的嚙合節圓(Working Pitch Circle)螺旋角為 β_s ，被創成齒輪之螺旋角為 β ，當刮齒刀與被創成齒輪為同旋向時，其交錯角為兩者的螺旋角相加，反旋向則為相減。一般螺旋齒輪在節圓上其導程角和螺旋角互餘，所以已知一個螺旋齒輪的導程角，即可求得其螺旋角。刮齒刀與被創成齒輪之座標系間的關係圖如圖 3.6 所示，圖中 γ 為刮齒刀與被創成齒輪之交錯角， C 為刮齒刀與被創成齒輪之中心距，亦即 $C=r_s+r_i+\Delta c$ ，其中 r_s 為刮齒刀之節圓半徑， r_i 為被創成齒輪之節圓半徑， Δc 則為兩者間的中心距誤差。利用齊次座標轉換矩陣，可將刮齒刀之位置向量 \mathbf{r}_s 自刮齒刀座標系 $S_s(X_s, Y_s, Z_s)$ 轉換至齒輪座標系 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ ，即為刮齒刀在 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 座標系的軌跡方程式如下：

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{M}_{ih} \mathbf{M}_{hk} \mathbf{M}_{kf} \mathbf{M}_{fs} \mathbf{r}_s \quad (3.17)$$

其中

$$\mathbf{M}_{fs} = \begin{bmatrix} \cos \phi_s & -\sin \phi_s & 0 & 0 \\ \sin \phi_s & \cos \phi_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{kf} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{hk} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & C \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

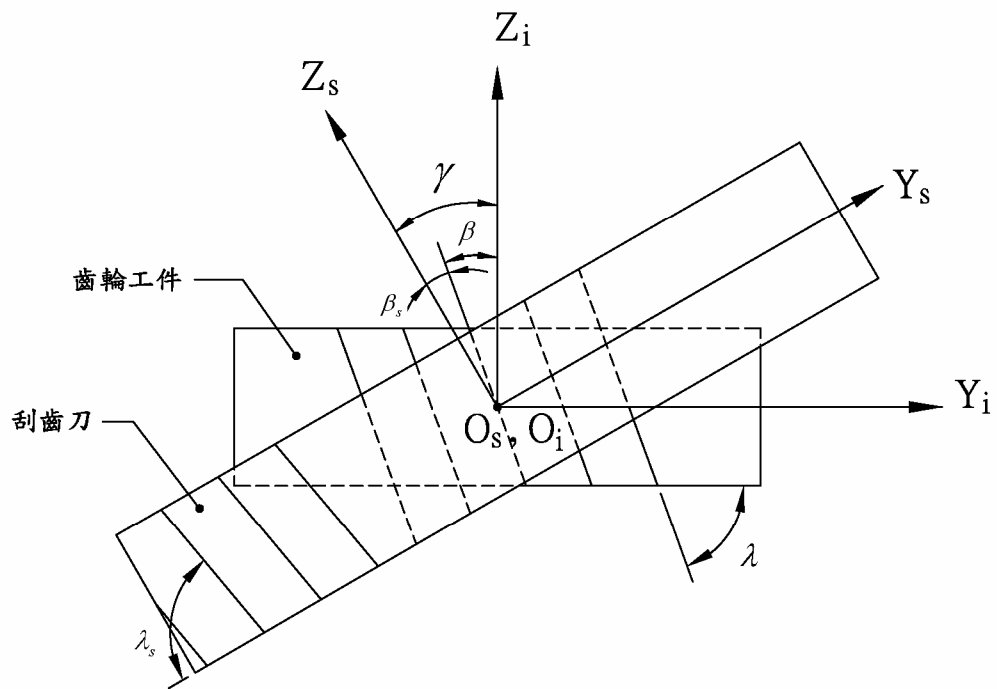


圖 3.5 刮齒刀與被創成齒輪關係示意圖

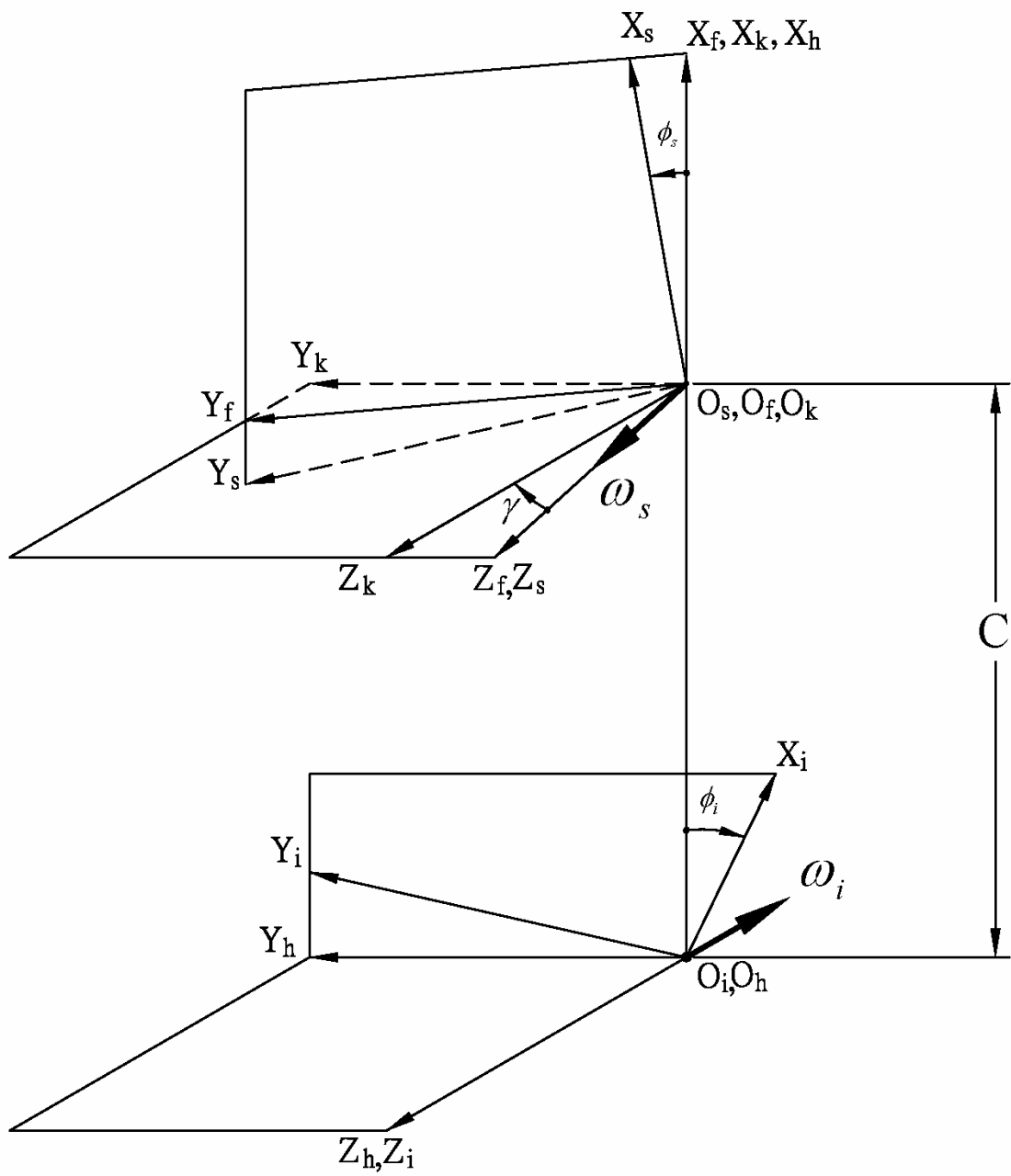


圖 3.6 刮齒刀與被創成齒輪之座標系間的關係示意圖

$$\mathbf{M}_{ih} = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & -\sin \phi_i & 0 & 0 \\ \sin \phi_i & \cos \phi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

若刮齒刀旋轉軸之角速度為 ω_s ，被創成齒輪旋轉軸之角速度為 ω_i ，根據第二章所推導的相對運動速度，可將刮齒刀與被創成齒輪之相對速度，表示在固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_f^{(si)} &= \mathbf{V}_f^{(s)} - \mathbf{V}_f^{(i)} \\ &= (\boldsymbol{\omega}_f^{(s)} \times \mathbf{r}_f^{(s)}) - (\boldsymbol{\omega}_f^{(i)} \times \mathbf{r}_f^{(i)}) \\ &= (\boldsymbol{\omega}_f^{(s)} \times \mathbf{r}_f^{(s)}) - \boldsymbol{\omega}_f^{(i)} \times (\mathbf{r}_f^{(i)} - \overline{O_s O_i}) \\ &= (\boldsymbol{\omega}_f^{(s)} - \boldsymbol{\omega}_f^{(i)}) \times \mathbf{r}_f^{(s)} - \overline{O_s O_i} \times \boldsymbol{\omega}_f^{(i)} \end{aligned} \quad (3.18)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_f^{(i)} &= \mathbf{L}_{fk} \mathbf{L}_{kh} \boldsymbol{\omega}_h^{(i)} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_i \sin \gamma \\ -\omega_i \cos \gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\boldsymbol{\omega}_f^{(s)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_s \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\overline{O_s O_i} = \begin{bmatrix} -C \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{r}_f^{(s)} = \mathbf{M}_{fs} \mathbf{r}_s^{(s)} \quad (3.22)$$

$\boldsymbol{\omega}_f^{(s)}$ 為刮齒刀的旋轉軸角速度向量表示在固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ ； $\boldsymbol{\omega}_f^{(i)}$ 為被創成之齒輪的旋轉軸角速度向量表示在固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ ； $\overline{O_s O_i}$ 為刮齒刀與被創成齒輪間中心距在固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 的距離向量， $\mathbf{r}_f^{(s)}$ 為在固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 上自 O_f 到刮齒刀與被創成齒輪之共切點的位置向量，亦即為刮齒刀的位置向量表示於固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 。此時，刮齒刀與被創成齒輪之相對運動速度為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_f^{(si)} &= \mathbf{V}_f^{(s)} - \mathbf{V}_f^{(i)} \\
&= (\boldsymbol{\omega}_f^{(s)} - \boldsymbol{\omega}_f^{(i)}) \times \mathbf{r}_f^{(s)} - \overline{O_s O_i} \times \boldsymbol{\omega}_f^{(i)} \\
&= \begin{bmatrix} z_f m_{is} \sin \gamma - y_f (1 + m_{is} \cos \gamma) \\ x_f (1 + m_{is} \cos \gamma) + C m_{is} \cos \gamma \\ -x_f m_{is} \sin \gamma - C m_{is} \sin \gamma \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\text{其中 } m_{is} = \frac{\omega_i}{\omega_s} = \frac{\phi_i}{\phi_s} = \frac{Z_s}{Z_i}$$

上式中， Z_s 為刮齒刀的齒數， Z_i 為被創成齒輪的齒數，在創成過程中 m_{is} 為刮齒刀與被創成齒輪的轉速比，亦為刮齒刀旋轉角 ϕ_s 與齒輪旋轉角 ϕ_i 的角度比，而與齒數比成反比關係。由前一章可知，共同法單位向量 \mathbf{n}_f 於固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 與相度速度相互垂直，亦即其內積必定為零，因此刮齒刀與被創成齒輪之嚙合方程式可表示如下：

$$\mathbf{n}_f \cdot \mathbf{V}_f^{(si)} = 0 \tag{3.24}$$

方程式(3.17)為刮齒刀表示在被創成齒輪座標系 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 之軌跡方程式，若再與(3.24)式之嚙合方程式聯立，即可求得被刮齒刀所創成之齒輪的齒面數學方程式。同理，刮齒刀所創成齒輪之右邊齒面的數學方程式，亦可依相同之步驟推導求得。

3.5 製造偏心誤差之齒輪數學模式

如 3.4 節所述，刮齒刀與被創成之齒輪在做刮齒加工時，如同三維空間中一對交錯軸齒輪組在運動，因此，刮齒刀與被精加工齒輪間組裝的誤差，將會影響到被創成齒輪的齒面，圖 3.7 為其示意圖，其中偏心量 μ_i 為理想的齒輪中心(Ideal Gear Centroid)至製造後的齒輪中心(Manufacturing Gear Centroid)之間的距離，相位角 ζ_i 為理想的齒輪與實際製造之齒輪的相位差。在此僅考慮被創成之齒輪在加工時，具有偏心的組裝誤差，可在齒輪座標系 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 附加上一具有偏心誤差的座標系 $S_r(X_r, Y_r, Z_r)$ 加以模擬，兩座標系的關係如圖 3.8 所示，若將齒輪的位置向量(3.17)式自 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 座標系轉換至 $S_r(X_r, Y_r, Z_r)$ 座標系，即可求得齒輪在 $S_r(X_r, Y_r, Z_r)$ 座標系的軌跡方程式如下：

$$\mathbf{r}_r = \mathbf{M}_{ri} \mathbf{r}_i \tag{3.25}$$

$$\text{其中 } \mathbf{M}_{ri} = \begin{bmatrix} \cos \zeta_i & \sin \zeta_i & 0 & -\mu_i \\ -\sin \zeta_i & \cos \zeta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

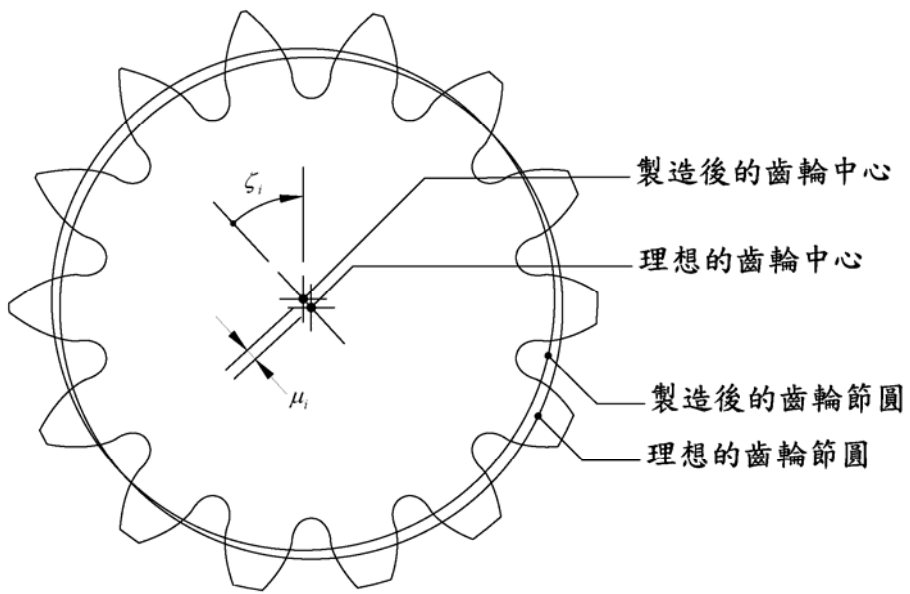


圖 3.7 理想齒輪與齒輪在製造後具有偏心誤差示意圖

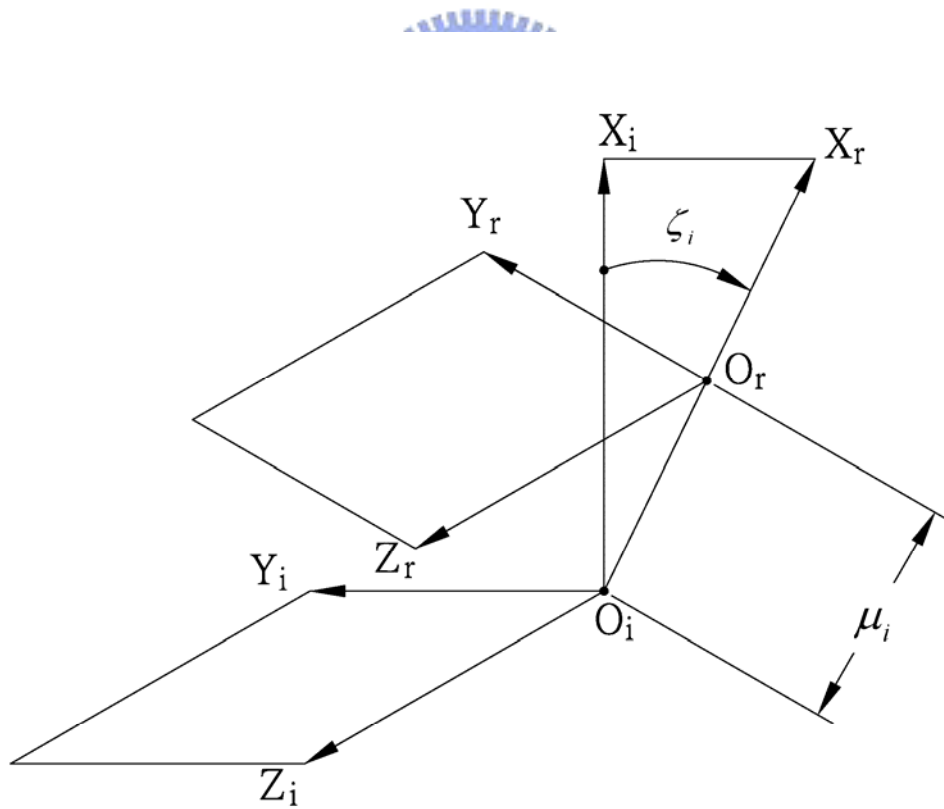


圖 3.8 齒輪於理想與在製造後具有偏心誤差之座標系間的關係示意圖

將軌跡方程式(3.25)式與嚙合方程式(3.24)式相聯立，即可求得在製造時已具有偏心誤差之齒輪的齒面數學方程式。

3.6 修整型刮齒刀所創成之齒輪齒面差異

由 3.3 節與 3.4 節所推導的修整型刮齒刀與其經刮齒創成之齒輪的數學模式，可利用電腦程式與繪圖以建立電腦的刮齒刀與齒輪齒面之模型，其中可輸入刮齒刀與齒輪的主要設計參數，並利用電腦程式所計算之齒輪齒面三維的座標值，即可繪畫出刮齒刀或是齒輪的齒面。依據繪畫的齒面圖形，亦可比較在各種齒輪設計參數影響下，其經刮齒加工之齒輪的齒面差異，茲以 6 種不同設計參數的齒面差異來作為分析比較的範例。

例題 3.1：為驗證所推導之修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪的齒面數學模式之正確性，在此以螺旋齒輪之中，其螺旋角為 0 度的特例—正齒輪，作為比較的齒輪對象，並以齒條刀創成之正齒輪為對照組，而修整型刮齒刀所創成之正齒輪為實驗組，其主要設計參數如表 3.1 所示。被創成齒輪螺旋角為 0 度，刮齒刀螺旋角為右螺旋向(Right Handed, 簡稱 RH)10 度，兩者之軸交錯角為 10 度。計算所得兩正齒輪齒面於齒面寬中央截面處($z=0\text{mm}$ 截面)之齒形截面差異比較圖如圖 3.9 所示，由圖 3.9 之比較結果可得知，兩種齒刀所創成之齒面完全密合在一起，僅以 $z=0\text{mm}$ 截面作為吻合之顯示，由此可得知，所推導之齒面數學模式於正齒輪特例中為可行的。

表 3.1 修整型刮齒刀與齒條刀所創成正齒輪之主要設計參數(例題 3.1)

設計參數	齒條刀	刮齒刀	齒輪
法向模數(mm/tooth)	2	2	2
齒數(齒, T)	-	137	18
壓力角(度)	20	20	20
螺旋角(度)	0	10(RH)	0
節圓直徑(mm)	-	278.23	36
外徑(mm)	-	282.29	40
圓弧線齒形修整起始位置 a_c (mm)	0	0	-
圓弧線齒形修整半徑 ρ_u (mm)	400	400	-
隆齒修整半徑 R (mm)	500	500	-

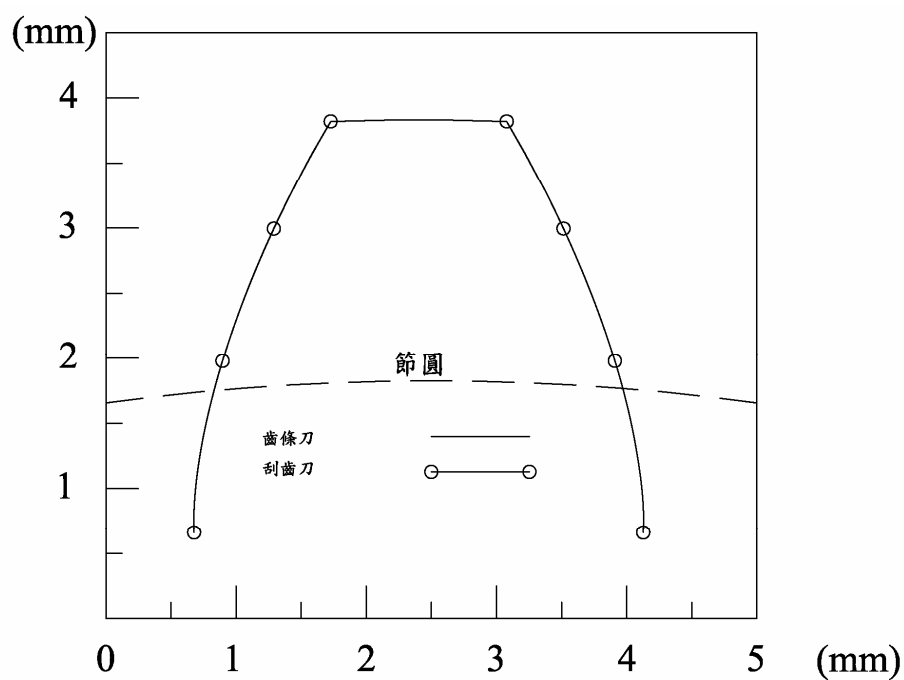


圖 3.9 修整型刮齒刀與齒條刀所創成正齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.1)

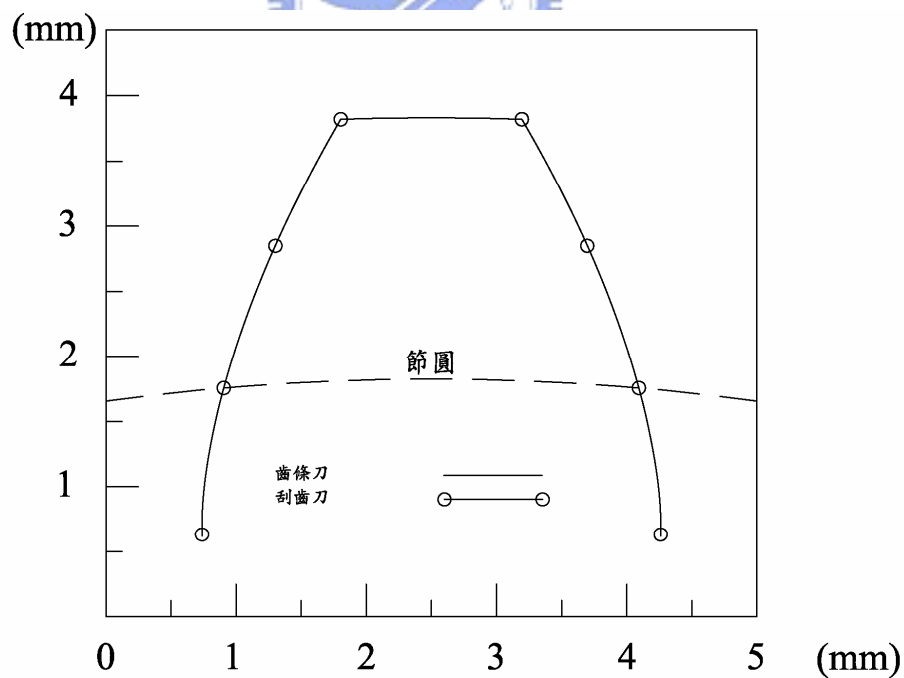


圖 3.10 修整型刮齒刀與被創成齒輪之軸交錯角為 0 度之齒面差異比較圖(例題 3.2)

例題 3.2：在此將修整型刮齒刀與被創成齒輪之軸交錯角設定為 0 度，刮齒刀之螺旋角為 10 度(RH)，齒輪之螺旋角為左螺旋向(Left Handed, 簡稱 LH)10 度，其主要設計參數如表 3.2 所示，刮齒刀與被創成加工之齒輪的旋轉軸若為平行軸，則其接觸情形如同一對螺旋齒輪相嚙合。

經由比較刮齒刀所創成之齒輪與齒條刀所創成之齒輪，結果顯示這兩種不同創成方式的螺旋齒輪齒面是相互密合，其齒面差異比較如圖 3.10 所示，圖中僅以 $z = 0\text{mm}$ 截面作為代表加以比較，由此可知，本研究以刮齒刀創成螺旋齒輪的方式，所推導之齒面數學模式，在平行軸的齒輪創成案例中為可行的。

表 3.2 修整型刮齒刀與被創成齒輪軸交錯角為 0 度時之主要設計參數(例題 3.2)

設計參數	刮齒刀	齒輪
法向模數(mm/tooth)	2	2
齒數(齒, T)	137	18
壓力角(度)	20	20
螺旋角(度)	10(RH)	10(LH)
節圓直徑(mm)	278.23	36.56
外徑(mm)	282.29	40.62
圓弧線齒形修整起始位置 a_c (mm)	0	-
圓弧線齒形修整半徑 ρ_u (mm)	400	-
隆齒修整半徑 R (mm)	500	-

例題 3.3：在本例題將探討不同的圓弧線齒形修整，對於齒輪齒面的差異比較，其刮齒刀與被創成齒輪的主要設計參數表列於表 3.3 中，圓弧線齒形修整起始位置參數 a_c 訂為 0mm，亦為圓弧線的起始位置由齒輪之節圓處開始，圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 則以 400mm、50mm 和 10mm 為例，與未經修整之漸開線形齒輪作為比較的依據，其模擬結果如圖 3.11 所示。由該圖可看出圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 為 400mm 之齒面幾乎近似於未經修整之漸開線形的齒面，而 ρ_u 為 50mm 與 10mm 時之齒面則會漸遠離漸開線形的齒面，故圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 小於 50mm 時，其齒面與理想的漸開線形齒面差異相當的大。

表 3.3 不同圓弧線齒形修整之刮齒刀與被創成齒輪之主要設計參數(例題 3.3)

設計參數	刮齒刀	齒輪
法向模數(mm/tooth)	2	2
齒數(齒, T)	137	18
壓力角(度)	20	20
螺旋角(度)	10(RH)	0
節圓直徑(mm)	278.23	36
外徑(mm)	282.29	40
圓弧線齒形修整起始位置 a_c (mm)	0	-
圓弧線齒形修整半徑 ρ_u (mm)	400 / 50 / 10	-
隆齒修整半徑 R (mm)	500	-

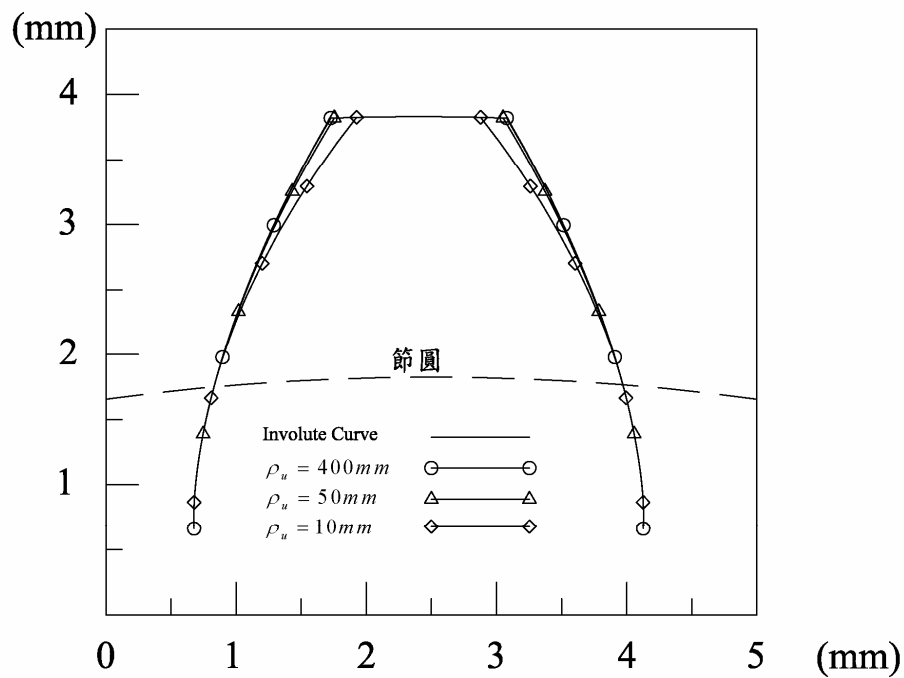


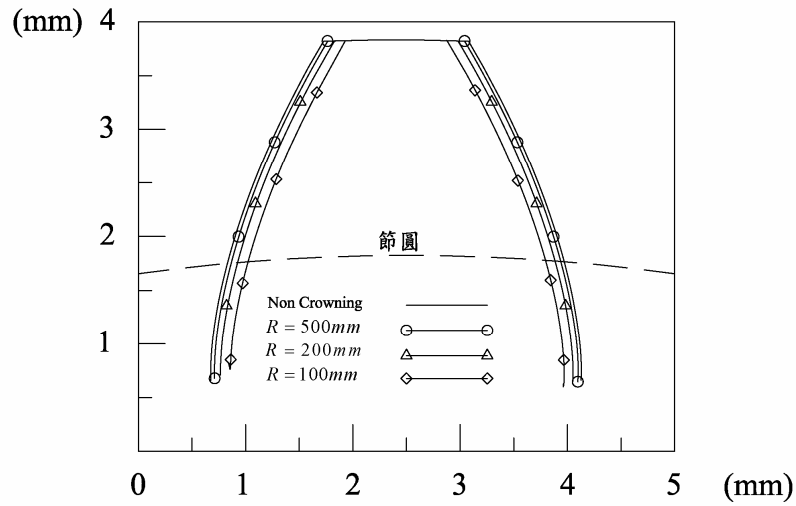
圖 3.11 不同圓弧線齒形修整之刮齒刀所創成齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.3)

例題 3.4：本例題中針對不同隆齒修整後的刮齒刀，探討其所創成之齒輪齒面的差異比較，其刮齒刀與被創成之齒輪主要設計參數表列於表 3.4 中。茲以隆齒修整半徑 R 為 500mm、200mm 和 100mm 來修整刮齒刀並創成齒輪，並與未隆齒(Non Crowning)齒輪作比較，其模擬與比較結果如圖 3.12 所示，圖中顯示出不同隆齒半徑之齒面在各截面的差別。由於齒輪隆齒如同在齒輪導程(Lead)方向具有連續且不同的轉位量，所以在齒面中央之齒形比起齒緣(Tooth Edge)顯得更為凸起，故稱為隆齒。由圖 3.12(b)可看出 $z = 0\text{mm}$ 截面比圖 3.12(a)和(c)的齒輪之前後端截面有明顯不一樣，以隆齒修整半徑 $R = 100\text{mm}$ 之齒面為例，在 $z = 0\text{mm}$ 截面與未隆齒之齒面相同，而 R 為 100mm 之齒面在齒輪之前後端截面 $z = -10\text{mm}$ 與 $z = 10\text{mm}$ 截面與未隆齒之齒面相比，顯示其齒形類似為負轉位切削，而齒厚(Thickness)也明顯小很多，其餘 R 為 500mm 與 200mm 則只是隆齒程度的差別，半徑越小齒面曲率也越大。經觀察圖 3.12(a) $z = -10\text{mm}$ 截面，半徑 $R = 100\text{mm}$ 之齒面，在靠近齒根部份的左、右齒形線段不同長，左齒面之線段比未隆齒之齒面線段為短，右齒面之線段則比未隆齒之齒面線段為長，此現象會使得齒輪被刮齒精加工時，造成其左右齒面刮齒深度不同，而且會隨著隆齒修整半徑 R 越小而越明顯，若再與圖 3.12(c) 之 $z = 10\text{mm}$ 之截面齒形相比，在 $z = 10\text{mm}$ 截面時，則其左、右齒面的齒面線段情況正好相反。

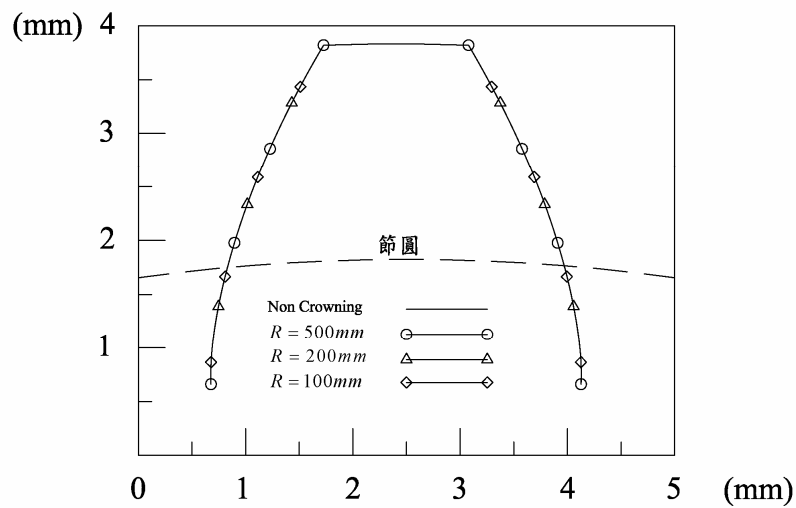


表 3.4 不同隆齒修整之刮齒刀與被創成齒輪之主要設計參數(例題 3.4)

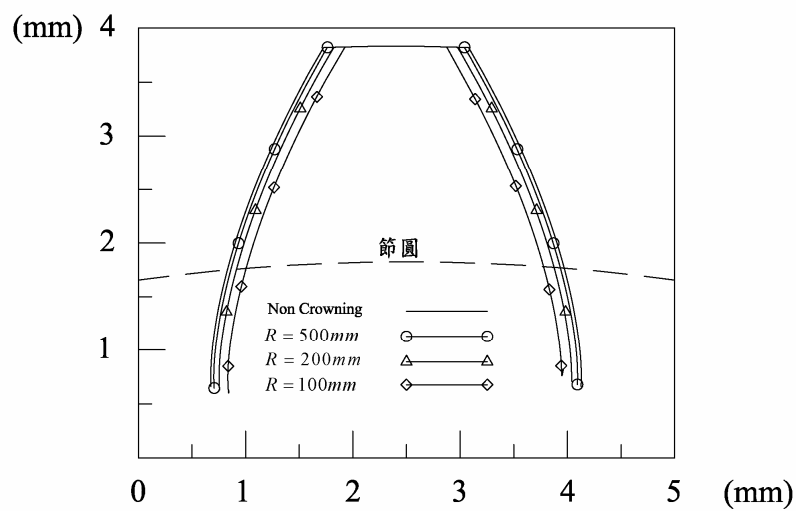
設計參數	刮齒刀	齒輪
法向模數(mm/tooth)	2	2
齒數(齒, T)	137	18
壓力角(度)	20	20
螺旋角(度)	10(RH)	0
節圓直徑(mm)	278.23	36
外徑(mm)	282.29	40
圓弧線齒形修整起始位置 a_c (mm)	0	-
圓弧線齒形修整半徑 ρ_u (mm)	400	-
隆齒修整半徑 R (mm)	500 / 200 / 100	-



(a) $z = -10\text{ mm}$ 截面



(b) $z = 0\text{ mm}$ 截面



(c) $z = 10\text{ mm}$ 截面

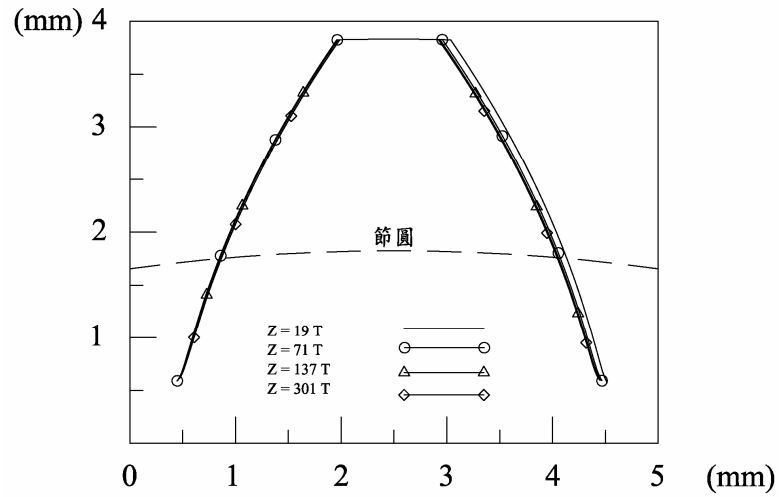
圖 3.12 不同隆齒修整刮齒刀所創成齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.4)

例題 3.5：在此選擇不同齒數之刮齒刀來加工創成齒輪之齒面，並比較所創成之齒輪齒面的差異，其刮齒刀與被創成齒輪的主要設計參數表列於表 3.5 中。茲選擇刮齒刀之齒數 19 齒、71 齒、137 齒和 301 齒以作為不同的參數來創成相同設計參數的螺旋齒輪。由圖 3.13(b)所示，各種不同齒數之刮齒刀所創成的螺旋齒輪在 $z = 0\text{mm}$ 截面時，其齒面形狀皆相同。由圖 3.13(a)顯示在 $z = -10\text{mm}$ 截面時，被創成之螺旋齒輪的右邊齒面明顯會隨著刮齒刀齒數增多而向內縮，而圖 3.13(c)則顯示在 $z = 10\text{mm}$ 截面時，被創成之螺旋齒輪的左邊齒面則會隨著刮齒刀齒數增多而向內縮。由於被創成齒輪之螺旋角為 10 度(LH)，以及圖 3.13(a)、(b)和(c)等三個圖的比較結果可觀察出，當刮齒刀之齒數越少時，則被創成之螺旋齒輪在靠近其齒緣的螺旋角量測誤差值比較小，反之，當刮齒刀之齒數越多時，齒輪在靠近其齒緣的螺旋角量測誤差值會比較大。由此可知刮齒刀的齒數會影響到被創成之齒輪的螺旋角。

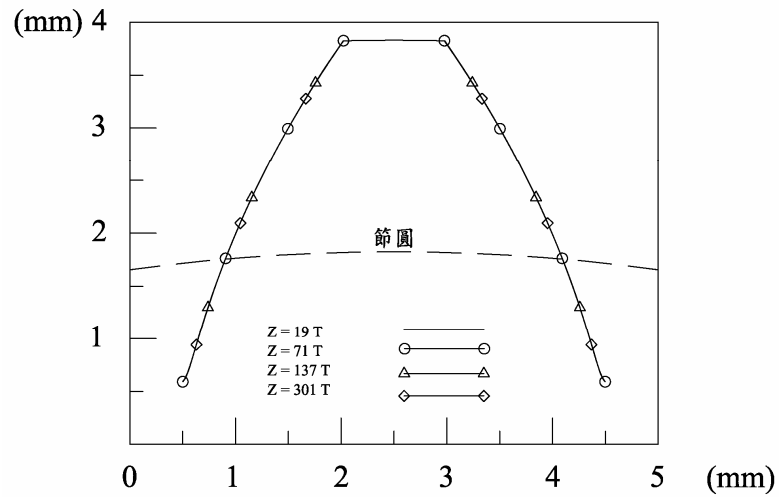
表 3.5 不同齒數刮齒刀與被創成齒輪之主要設計參數(例題 3.5)

設計參數	刮齒刀	齒輪
法向模數(mm/tooth)	2	2
齒數(齒, T)	19, 71, 137, 301	18
壓力角(度)	20	20
螺旋角(度)	5(LH)	10(LH)
節圓直徑(mm)	38.15 / 142.54 / 275.05 / 604.30	36.56
外徑(mm)	42.16 / 146.53 / 279.06 / 608.31	40.62
圓弧線齒形修整起始位置 a_c (mm)	0	-
圓弧線齒形修整半徑 ρ_u (mm)	400	-
隆齒修整半徑 R (mm)	500	-

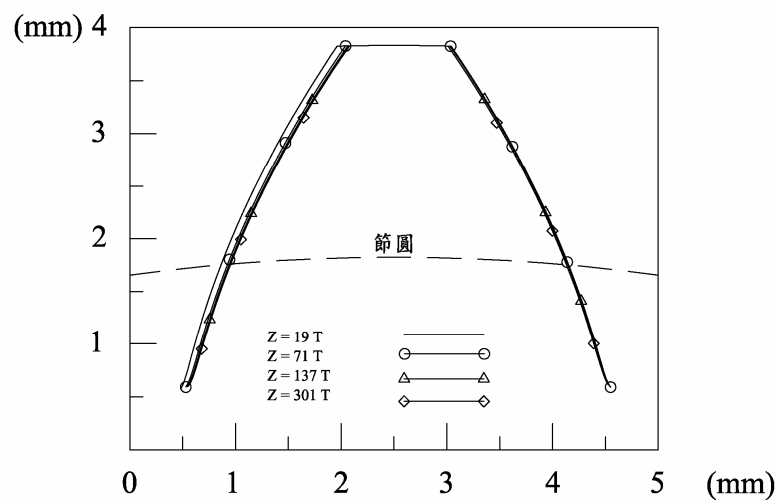
例題 3.6：由於刮齒刀與被創成齒輪之嚙合情形為空間中交錯軸的運動，故選擇不同螺旋角之刮齒刀來加工創成齒輪之齒面，並比較被創成之齒輪齒面的差異，其刮齒刀與齒輪的主要設計參數表列於表 3.6 中，被創成齒輪的螺旋角為 10 度(LH)，而選擇刮齒刀之螺旋角參數 β_s 為 5 度(LH)、0 度、5 度(RH)、10 度(RH)、以及 15 度(RH)，則其旋轉軸



(a) $z = -10$ mm 截面



(b) $z = 0$ mm 截面



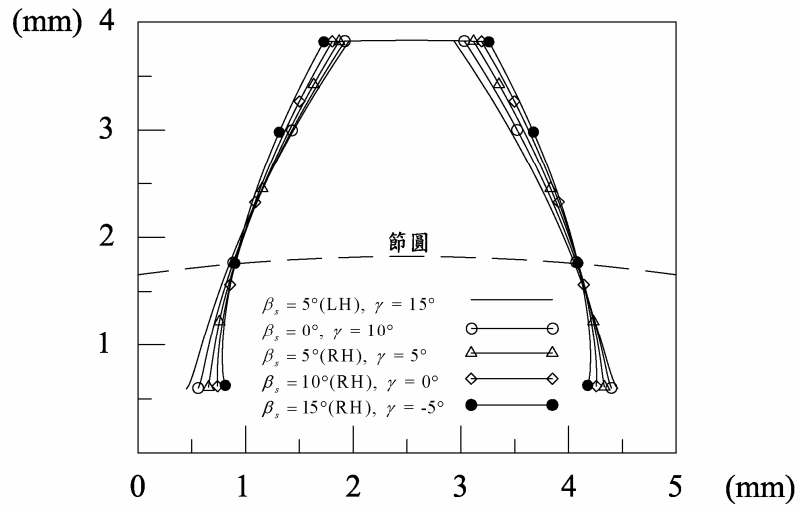
(c) $z = 10$ mm 截面

圖 3.13 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.5)

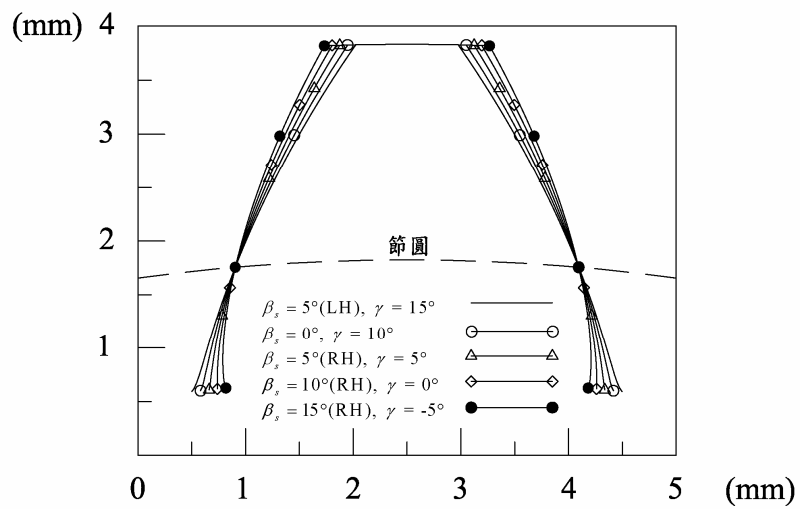
與齒輪旋轉軸之交錯角 γ 分別為 15 度、10 度、5 度、0 度以及反向 5 度。經由模擬可得不同螺旋角之刮齒刀所創成之螺旋齒輪的齒面差異，比較如圖 3.14 所示。由圖 3.14(b)可看出在 $z=0\text{mm}$ 截面時，各種不同螺旋角的刮齒刀，其所創成的齒輪有明顯不同的差異，當刮齒刀螺旋角為 10 度(RH)時，其交錯角為 0 度，則成為平行軸之特例情形，故以此為標準情形；以刮齒刀之螺旋角為 10 度(LH)時為例，其交錯角為 15 度，所創成齒面的壓力角比標準 20 度為大，而刮齒刀之螺旋角為 15 度(RH)時，其交錯角為反向 5 度，所創成齒面的壓力角則比較小。由圖 3.14(a)顯示，在 $z=-10\text{mm}$ 截面時，若刮齒刀螺旋角為 10 度(LH)，交錯角為 15 度時，其所創成之左邊齒面靠近齒頂處會比在圖 3.14(b)的同一個齒面更往內縮，同時右齒面靠近齒根處也更往外擴，而在圖 3.14(c)在 $z=10\text{mm}$ 之截面則可觀察出所創成齒形其左右齒面亦有相反的情形。因此，可以得知此刮齒刀會使得被創成齒輪的螺旋角有誤差，由此可知刮齒刀的螺旋角與其創成時的軸交錯角會影響齒輪所量測的壓力角與螺旋角。

表 3.6 不同螺旋角刮齒刀與被創成齒輪之主要設計參數(例題 3.6)

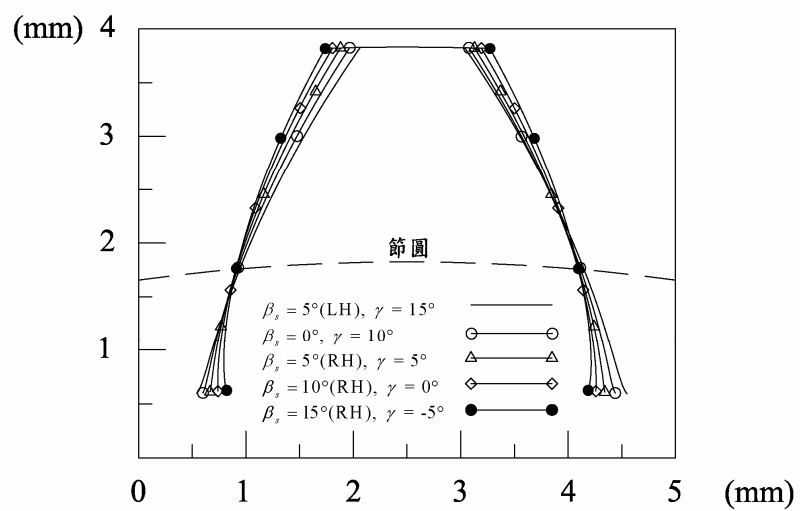
設計參數	刮齒刀	齒輪
法向模數(mm/tooth)	2	2
齒數(齒, T)	137	18
壓力角(度)	20	20
螺旋角(度)	5(LH) / 0 / 5(RH) / 10(RH) / 15(RH)	10(LH)
節圓直徑(mm)	275.05 / 274 / 275.05 / 278.23 / 283.67	36.56
外徑(mm)	279.06 / 278 / 279.06 / 282.29 / 287.81	40.62
圓弧線齒形修整起始位置 a_c (mm)	0	-
圓弧線齒形修整半徑 ρ_u (mm)	400	-
隆齒修整半徑 R (mm)	500	-



(a) $z = -10$ mm 截面



(b) $z = 0$ mm 截面



(c) $z = 10$ mm 截面

圖 3.14 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪之齒面差異比較圖(例題 3.6)

3.7 本章結論

本章中係依據齒輪創成原理，推導出修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪的齒面數學模式，此數學模式包含了刮齒刀與被創成之齒輪的齒面數學模式，也利用其方程式所繪之齒面圖形，加以比較刮齒刀在各種不同設計參數下，其所創成之齒輪的齒面差異。依據例題 3.1 至 3.6 所探討的問題與結果歸納如下之結論

- (1) 在例題 3.1 與 3.2 中，分別利用正齒輪與平行軸創成螺旋齒輪之特例，來驗證修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪的齒面數學模式之適用性與正確性。
- (2) 在例題 3.3 中，觀察不同圓弧線齒形修整之刮齒刀與被創成齒輪的關係，圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 會影響齒輪齒面靠近齒頂部分的形狀，圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 越大，則齒輪之齒面會越往內縮。
- (3) 在例題 3.4 中，可觀察到不同隆齒修整後之刮齒刀，對於被創成螺旋齒輪齒面差異的關係，刮齒刀之隆齒修整半徑 R 會影響所創成之齒輪齒面，在靠近齒輪齒緣部分的形狀，隆齒修整半徑 R 越小，則齒輪齒面會越往內縮，且左右齒面刮齒深度會相差越多。
- (4) 例題 3.5 中係觀察不同齒數之刮齒刀對於被創成之齒輪齒面的關係，當刮齒刀之齒數越多時，則被創成之齒輪其齒面螺旋角誤差也越大。
- (5) 在例題 3.6 中，可觀察到不同螺旋角之刮齒刀對於被創成齒輪之壓力角與螺旋角的關係，當刮齒刀與齒輪之交錯角越大時，則齒輪齒面之螺旋角與壓力角的誤差也越大。

第四章 修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪之接觸分析

4.1 前言

齒輪組為最常見的傳動機構，而齒輪對在進行嚙合運動時，齒輪本身的製造精度，如齒形誤差、導程誤差、節距誤差等，都會影響齒輪傳動性能。但在實際應用中，一對齒輪不單只有齒輪本身的誤差，在裝配齒輪系統時都會有組裝偏差，如中心距誤差和旋轉軸向之組裝偏差等，可能因裝配尺寸之公差影響，而造成齒輪運動時的不平順，或是產生不正常之振動與噪音。而一對相嚙合齒輪的運動誤差(Kinematical Error)也成為研究齒輪振動與噪音的指標，經由齒輪的設計參數的改變，可以使得其運動誤差曲線更連續且平滑，齒輪對在傳遞動力時也就更趨於平穩。本章中，將利用上一章節所求得修整型刮齒刀創成螺旋齒輪之數學模式，作為齒輪組裝的元件，建立齒輪對之接觸分析數學模式與運動誤差分析模式，探討幾個針對組裝方面的誤差，如中心距誤差、軸向誤差、水平軸向與垂直軸向之交錯角的誤差等，進行該類型齒輪對之運動誤差比較與分析。

4.2 齒輪對之接觸分析數學模式

在本節中，齒輪對之接觸分析數學模式，將建立在具有組裝誤差的情況下。如圖 4.1 所示之七個座標系，其中 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 為固定座標系，而 $S_h(X_h, Y_h, Z_h)$ 及 $S_v(X_v, Y_v, Z_v)$ 為輔助座標系用以模擬軸交錯角的組裝誤差， $S_q(X_q, Y_q, Z_q)$ 座標系則用以模擬中心距與軸向的誤差。由第三章所推導的修整型刮齒刀所創成螺旋齒輪的齒面數學模式，可視為在 $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 座標系建立一個小齒輪，相同的方法亦可在 $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ 座標系建立一個大齒輪，圖 4.1 中之 Z_1 與 Z_2 分別為小齒輪與大齒輪的旋轉軸， ϕ_1' 與 ϕ_2' 分別為小齒輪與大齒輪的旋轉角度。若要分析水平軸向軸交錯角之組裝誤差，需將座標系 $S_h(X_h, Y_h, Z_h)$ 相對於固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 繞著 X_h 軸旋轉 $\Delta\gamma$ 角度；若要分析垂直軸向軸交錯角之組裝誤差，則需將座標系 $S_v(X_v, Y_v, Z_v)$ 相對於固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 繞著 Y_v 軸旋轉 $\Delta\eta$ 角度； C' 為大齒輪與小齒輪組裝時的中心距 $C'=C_x+\Delta C$ ，而其中 C_x 為標準中心距， ΔC 為中心距誤差； ΔZ 為大齒輪與小齒輪之齒面寬中央在沿著旋轉軸(Z 軸)方向的組裝誤差。為確保大、小齒輪維持在嚙合狀態，故利用輔助座標系 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ ，將大齒輪由座標系 $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ 做 180 度的旋轉，並與小齒輪之座標系相對。

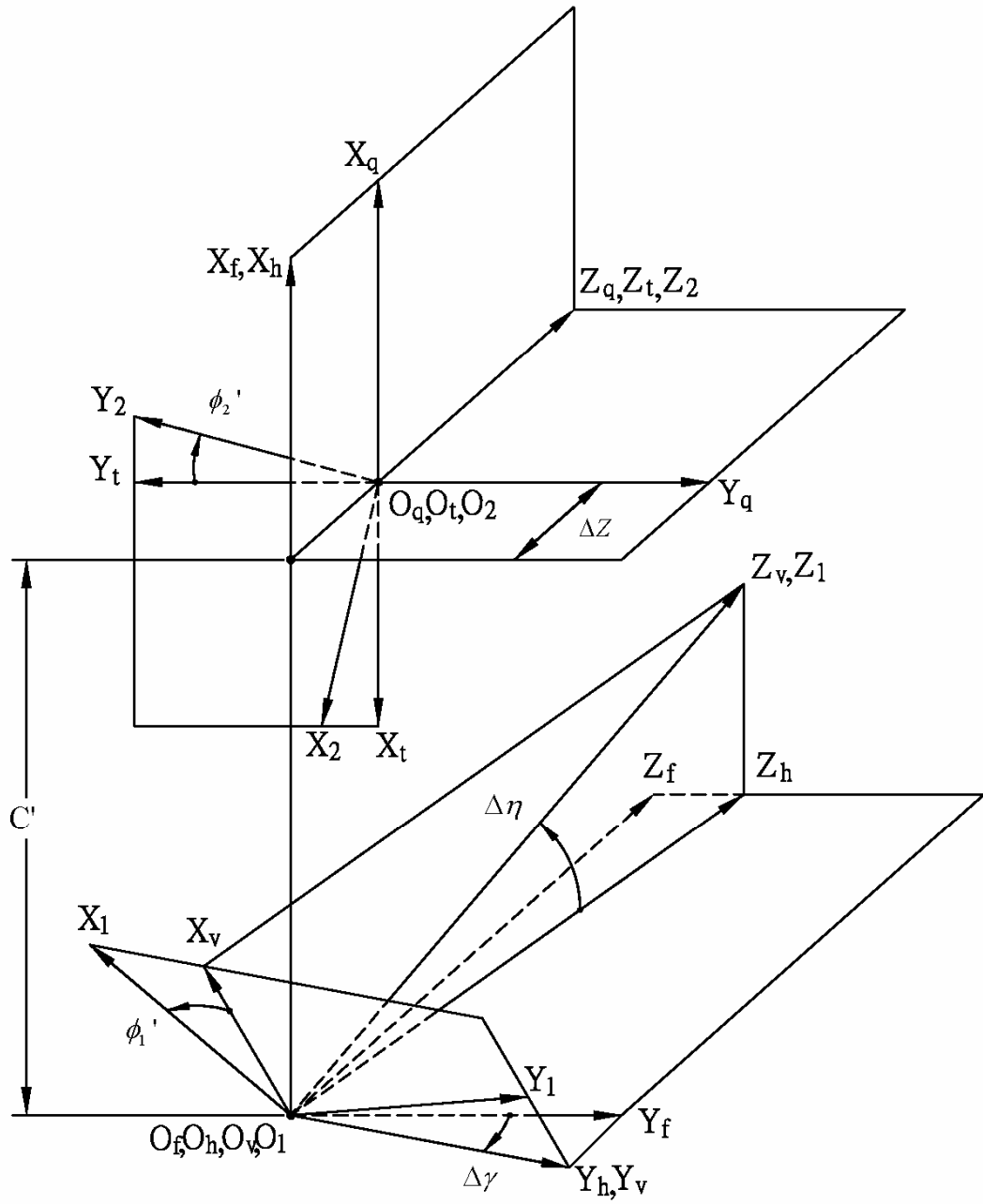


圖 4.1 齒輪裝配誤差及座標系之關係示意圖

茲以齒面向量 \mathbf{r}_1 ，和 \mathbf{r}_2 分別表示小齒輪與大齒輪的齒面位置向量，而向量 \mathbf{n}_1 ，和 \mathbf{n}_2 分別表示小齒輪與大齒輪的齒面單位法向量。若欲分析兩齒輪齒面的接觸情形，需先將向量 \mathbf{r}_1 、 \mathbf{r}_2 、 \mathbf{n}_1 與 \mathbf{n}_2 轉換至固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ ，而小齒輪齒面表示在固定座標系之位置向量與單位法向量，可用下列之其齊次座標和向量轉換矩陣方程式分別求得：

$$\mathbf{r}_f^{(1)} = \mathbf{M}_{fh} \mathbf{M}_{hv} \mathbf{M}_{v1} \mathbf{r}_1 \quad (4.1)$$

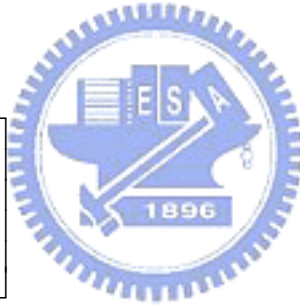
$$\mathbf{n}_f^{(1)} = \mathbf{L}_{fh} \mathbf{L}_{hv} \mathbf{L}_{v1} \mathbf{n}_1 \quad (4.2)$$

其中

$$\mathbf{M}_{fh} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Delta\gamma & \sin\Delta\gamma & 0 \\ 0 & -\sin\Delta\gamma & \cos\Delta\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{hv} = \begin{bmatrix} \cos\Delta\eta & 0 & \sin\Delta\eta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\Delta\eta & 0 & \cos\Delta\eta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{v1} = \begin{bmatrix} \cos\phi_1' & \sin\phi_1' & 0 & 0 \\ -\sin\phi_1' & \cos\phi_1' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{L}_{fh} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Delta\gamma & \sin\Delta\gamma \\ 0 & -\sin\Delta\gamma & \cos\Delta\gamma \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{hv} = \begin{bmatrix} \cos\Delta\eta & 0 & \sin\Delta\eta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Delta\eta & 0 & \cos\Delta\eta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{v1} = \begin{bmatrix} \cos\phi_1' & \sin\phi_1' & 0 \\ -\sin\phi_1' & \cos\phi_1' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

大齒輪之齒面位置向量與單位法向量若要表示在固定座標系，則可利用下列之齊次座標和向量轉換矩陣方程式分別求得：

$$\mathbf{r}_f^{(2)} = \mathbf{M}_{fq} \mathbf{M}_{qt} \mathbf{M}_{t2} \mathbf{r}_2 \quad (4.3)$$

$$\mathbf{n}_f^{(2)} = \mathbf{L}_{fq} \mathbf{L}_{qt} \mathbf{L}_{t2} \mathbf{n}_2 \quad (4.4)$$

其中

$$\mathbf{M}_{fq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & C' \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{qt} = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi & 0 & 0 \\ \sin \pi & \cos \pi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{t2} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2' & -\sin \phi_2' & 0 & 0 \\ \sin \phi_2' & \cos \phi_2' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{fq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{qt} = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi & 0 \\ \sin \pi & \cos \pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{t2} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2' & -\sin \phi_2' & 0 \\ \sin \phi_2' & \cos \phi_2' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



4.3 齒輪對之運動誤差分析模式

運動誤差(Kinematical Error, 簡稱 KE)係指齒輪對在進行動力傳遞時,傳動齒輪輸出軸之實際旋轉角度與理論旋轉角度之間的誤差。為簡化齒輪對之運動誤差分析,茲將齒輪之齒面假設為剛體(Rigid Body),因此不受力的影響而變形,齒輪齒面製造的誤差小到可以忽略,且不考慮溫度變化所造成齒面的伸縮變形量。一對嚙合齒輪之運動誤差定義為:

$$\Delta \phi_2'(\phi_1') = \phi_2'(\phi_1) - \phi_2 = \phi_2'(\phi_1) - \frac{Z_1}{Z_2} \phi_1' \quad (4.5)$$

其中小齒輪為主動齒輪,大齒輪為被動齒輪, Z_1 和 Z_2 分別表示小齒輪與大齒輪之齒數, ϕ_1' 為齒輪對嚙合運準時小齒輪的實際轉動角度, $\phi_2'(\phi_1')$ 則為大齒輪之實際轉動角度,是

為 ϕ_1' 之函數； ϕ_2 為大齒輪之理論轉動角度，而 $\Delta\phi_2'(\phi_1')$ 則為啮合齒輪對之運動誤差。利用前一章所推導之齒輪的齒面數學模式，可分別得到一對小齒輪與大齒輪之齒面的位置向量與單位法向量，當大小兩齒輪相互啮合時，小齒輪之齒面和大齒輪之齒面在空間中由於滿足相切的條件，所以在其瞬間接觸點或接觸線，小齒輪的位置向量與大齒輪的位置向量必須相同，而兩齒輪齒面的單位法向量必須共線(Collinear)，所以可得下列兩關係式：

$$\mathbf{r}_f^{(1)} - \mathbf{r}_f^{(2)} = 0 \quad (4.6)$$

$$\mathbf{n}_f^{(1)} \times \mathbf{n}_f^{(2)} = 0 \quad (4.7)$$

其中 $\mathbf{r}_f^{(1)}$ 和 $\mathbf{n}_f^{(1)}$ 為小齒輪之接觸點表示在固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 的位置向量與單位法向量，而 $\mathbf{r}_f^{(2)}$ 和 $\mathbf{n}_f^{(2)}$ 則為大齒輪同一接觸點表示在 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 座標系的位置向量與單位法向量。在三維空間中，方程式(4.6)可表示成三個獨立的程式，但方程式(4.7)則僅有兩個獨立方程式，故共可列出五個獨立方程式如下：

$$x_f^{(1)} - x_f^{(2)} = 0 \quad (4.8)$$

$$y_f^{(1)} - y_f^{(2)} = 0 \quad (4.9)$$

$$z_f^{(1)} - z_f^{(2)} = 0 \quad (4.10)$$

$$n_{fy}^{(1)}n_{fz}^{(2)} - n_{fz}^{(1)}n_{fy}^{(2)} = 0 \quad (4.11)$$

$$n_{fz}^{(1)}n_{fx}^{(2)} - n_{fx}^{(1)}n_{fz}^{(2)} = 0 \quad (4.12)$$



茲以輸入軸之旋轉角度 ϕ_1' 做為給定輸入值，由上述(4.8)至(4.12)式可知，共有五個聯立方程式與五個未知數 ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_2' 、 l_p (或為 θ_u^p) 以及 l_g (或為 θ_u^g)，經由求解此非線性聯立方程組，即可求出方程式(4.5)之啮合齒輪對的運動誤差。

4.4 接觸分析例題討論

本節依據 4.2 節與 4.3 節所推導之齒輪對的接觸分析數學模式，再加上自行發展之電腦分析程式來模擬齒輪組裝時的接觸情形。在此節將列舉幾個例題，以比較齒輪組在各種組裝情況下，以及不同齒輪設計參數之影響下的齒輪組之運動誤差比較。於此，先使用一組齒輪設計參數，作為預設的齒輪組，其設計參數如表 4.1 所示，其中刮齒刀(1)為創成小齒輪的刮齒刀，而刮齒刀(2)則為創成大齒輪的刮齒刀。在本章節各例題中將選擇不同的圓弧線齒形修整半徑、不同的隆齒修整半徑、不同刮齒刀之齒數，以及不同刮

齒刀的螺旋角，做為與預設齒輪組比較的設計參數，並分析在各組裝條件下，如理想組裝狀態、具有水平軸向軸交錯角之裝配誤差、垂直軸向軸交錯角之組裝配誤差，和沿著旋轉軸方向之組裝誤差等情形下的運動誤差及其運動誤差曲線。

表 4.1 修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組之設計參數

設計參數	刮齒刀(1)	刮齒刀(2)	小齒輪	大齒輪
法向模數(mm/tooth)	2	2	2	2
齒數(齒, T)	137	137	18	36
壓力角(度)	20	20	20	20
螺旋角(度)	0	0	10(LH)	10(RH)
節圓直徑(mm)	278.23	278.23	36.56	73.11
外徑(mm)	282.29	282.29	40.62	77.17
圓弧線齒形修整起始位置 a_c (mm)	0	0	-	-
圓弧線齒形修整半徑 ρ_u (mm)	400	400	-	-
隆齒修整半徑 R (mm)	500	500	-	-

例題 4.1 修整型刮齒刀所創成之齒輪組與漸開線形齒輪組的齒面接觸分析比較

一般漸開線形螺旋齒輪，由於在旋轉軸截面齒形為漸開線形曲線，因此，齒輪組在理想組裝狀態與僅具有中心距誤差的條件下，齒輪組並沒有運動誤差，而其運動誤差曲線為一水平線。然而齒輪組在具有水平軸向與垂直軸向軸交錯角之裝配誤差的條件下，其運動誤差則會隨著組裝誤差角度之增大而增大，如圖 4.2 所示，其中表示三齒中每一齒工作區間角度的運動誤差曲線，為一不連續的線段，這也顯示齒輪組無法容許水平軸向與垂直軸向軸交錯角的裝配誤差。

預設的齒輪組設計參數如表 4.1 所示，由於修整型刮齒刀所創成的齒輪，在其旋轉軸截面齒形為圓弧線形與漸開線形所組成的複合線齒形，又由於圓弧線形位於小齒輪與大齒輪的齒冠部分，漸開線形則位於小齒輪與大齒輪的齒冠以下至齒根部份，因此在兩齒輪嚙合時，兩齒面幾乎保持圓弧線形齒面與漸開線形齒面接觸的情況，而造成齒輪組有近似拋物線(Parabolic Curve)型的運動誤差曲線，因此，以修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組，在理想裝配條件下其運動誤差模擬結果，如表 4.2 所示。由於齒輪之齒形有兩

段不同的線形，所以表 4.2 其小齒輪接觸點齒面參數為 l_p ，作為漸開線形的求解參數，其單位為 mm；而 θ_{ii}^p 則作為圓弧線形的求解參數，其單位為 rad，並以*記號作為區別，大齒輪之標示亦相似。由齒輪接觸模擬分析之程式所計算出運動誤差的解，皆落於齒輪齒面寬中央的附近區域。以修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組，以修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差下模擬結果如表 4.3 所示，而具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 之裝配誤差下之模擬結果如表 4.4 所示。前述齒輪組之理想組裝及兩種組裝誤差狀況的運動誤差曲線比較如圖 4.3 所示，以-15 度至 5 度為一齒的主要工作區間角度加以觀察，旋轉角度若超過 5 度則表示兩齒面接觸位置最後接近小齒輪齒頂部份，低於-15 度則為兩齒面接觸位置最後接近小齒輪之齒根部份。由運動誤差曲線比較的結果，修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪的運動誤差曲線，在具有垂直軸向軸交錯角之裝配誤差時，其兩齒面接觸的位置為靠近小齒輪的齒頂部分，亦為靠近大齒輪的齒根部分，而具有水平軸向軸交錯角裝配誤差時之情況正好相反，但卻都能彌補其裝配誤差所帶來的影響，使運動誤差侷限在一個較小範圍內，與理想組裝狀態時相近。

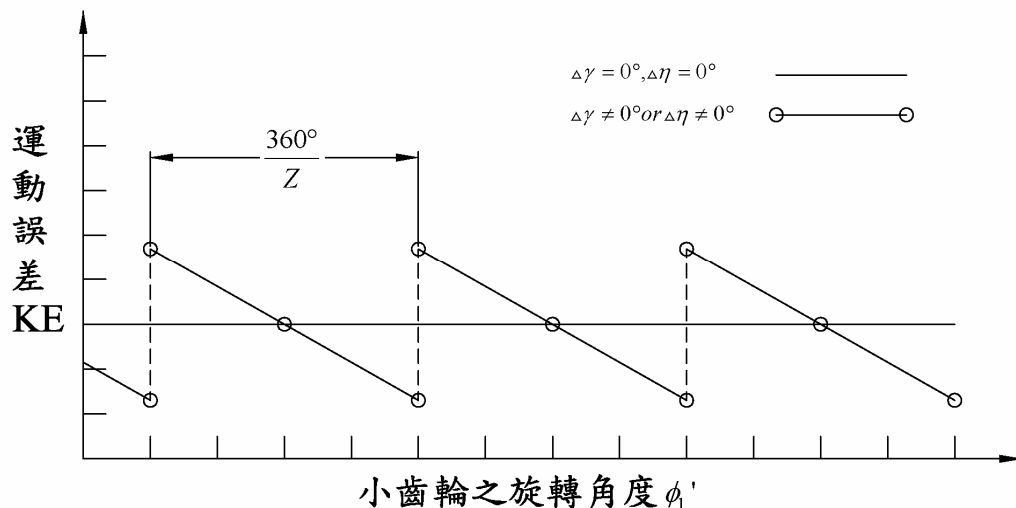


圖 4.2 漸開線形螺旋齒輪組在理想組裝與具有水平軸向與垂直軸向軸交錯角之裝配誤差條件下之運動誤差曲線示意圖(例題 4.1)

表 4.2 修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.1)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.890	-7.401	-7.502	1.072	*0.352	-6.430
-13.0	-12.910	-6.412	-6.501	1.284	*0.351	-3.350
-11.0	-10.930	-5.423	-5.500	1.495	*0.351	-0.947
-9.0	-8.956	-4.434	-4.500	1.706	*0.350	0.774
-7.0	-6.978	-3.445	-3.499	1.917	*0.350	1.810
-5.0	-5.000	-2.457	-2.499	2.128	*0.349	2.150
-3.0	-3.022	-1.469	-1.499	*0.350	1.920	1.810
-1.0	-1.044	-0.481	-0.500	*0.350	1.710	0.774
0.0	-0.055	0.013	0.000	*0.350	1.600	0.000
1.0	0.935	0.507	0.500	*0.351	1.490	-0.945
3.0	2.913	1.495	1.499	*0.351	1.280	-3.350
5.0	4.891	2.482	2.498	*0.352	1.070	-6.430

表 4.3 修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.1)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-15.180	-6.078	-7.504	0.745	*0.353	-14.700
-13.0	-13.200	-5.089	-6.503	0.956	*0.352	-10.500
-11.0	-11.220	-4.099	-5.502	1.167	*0.352	-7.050
-9.0	-9.244	-3.110	-4.501	1.379	*0.351	-4.260
-7.0	-7.266	-2.120	-3.501	1.590	*0.351	-2.150
-5.0	-5.287	-1.132	-2.500	1.801	*0.350	-0.732
-3.0	-3.309	-0.143	-1.500	2.012	*0.350	-0.001
-1.0	-1.322	0.850	-0.500	*0.349	2.120	0.105
0.0	-0.333	1.344	0.000	*0.350	2.010	0.000
1.0	0.656	1.838	0.500	*0.350	1.910	-0.277
3.0	2.634	2.825	1.500	*0.350	1.700	-1.350
5.0	4.612	3.813	2.499	*0.351	1.480	-3.100

表 4.4 修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.1)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.5^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.770	-7.875	-7.501	1.219	*0.351	-2.750
-13.0	-12.790	-6.887	-6.500	1.430	*0.351	-0.141
-11.0	-10.810	-5.899	-5.500	1.641	*0.350	1.790
-9.0	-8.829	-4.911	-4.499	1.852	*0.350	3.030
-7.0	-6.851	-3.923	-3.499	2.063	*0.349	3.590
-5.0	-4.873	-2.936	-2.499	*0.349	1.970	3.430
-3.0	-2.894	-1.949	-1.499	*0.350	1.760	2.570
-1.0	-0.916	-0.962	-0.500	*0.350	1.550	1.030
0.0	0.074	-0.468	0.000	*0.351	1.440	0.000
1.0	1.063	0.025	0.500	*0.351	1.340	-1.200
3.0	3.042	1.012	1.499	*0.352	1.130	-4.110
5.0	5.021	1.999	2.498	*0.352	0.916	-7.690

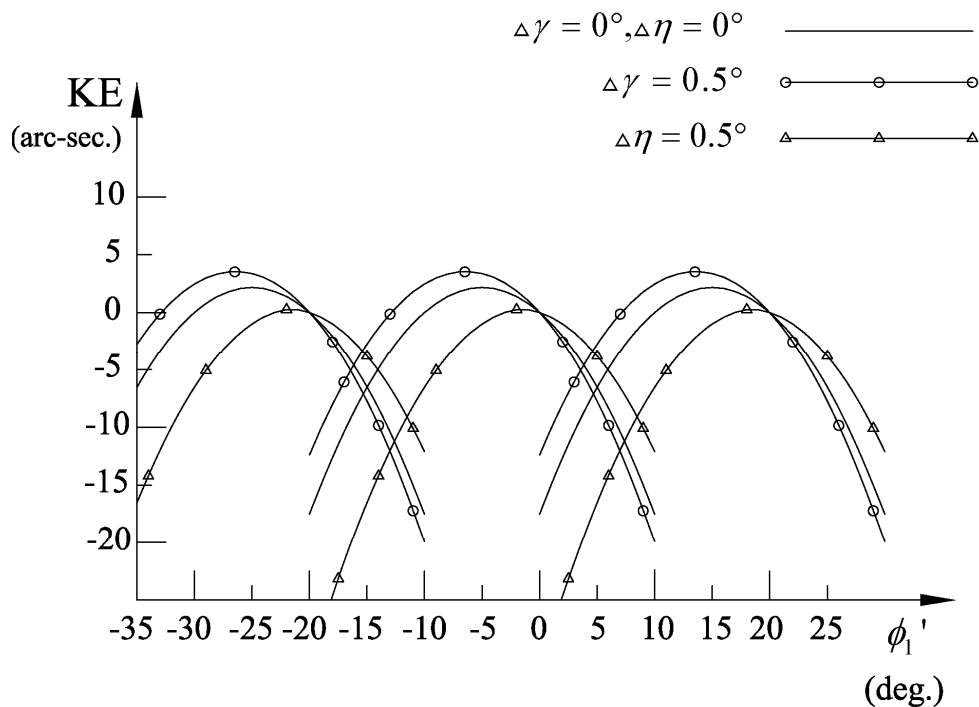


圖 4.3 螺旋齒輪組在理想裝配條件與具有軸交錯角裝配誤差之運動誤差(例題 4.1)

例題 4.2 不同圓弧線齒形修整之螺旋齒輪組接觸分析比較

在此選擇以圓弧線齒形修整半徑為 $\rho_u=800\text{mm}$ 、 $\rho_u=200\text{mm}$ 以及 $\rho_u=100\text{mm}$ 等三種不同的修整型刮齒刀所創成的螺旋齒輪組，進行分析模擬並比較螺旋齒輪組分別在理想狀態，與具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差下，該齒輪組的接觸點分析及其運動誤差分析，其分析結果分別如表 4.5 至表 4.13 所示。另外，半徑為 $\rho_u=800\text{mm}$ 、 $\rho_u=400\text{mm}$ 、 $\rho_u=200\text{mm}$ 以及 $\rho_u=100\text{mm}$ 等四種不同圓弧線齒形修整半徑之刮齒刀所創成之螺旋齒輪，在理想狀態與具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件下的運動誤差曲線分別如圖 4.4、圖 4.5 及圖 4.6 所示。由於圓弧線齒形之修整半徑 ρ_u 越大，則齒輪組的齒形齒面會越接近漸開線形的齒形齒面，因此，由運動誤差曲線可看出，當圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 越小時，齒輪組的運動誤差越大；反之，圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 越大時，則齒輪組的運動誤差亦越小。

表 4.5 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=800\text{mm}$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.940	-7.450	-7.501	1.063	*0.350	-3.260
-13.0	-12.960	-6.455	-6.500	1.276	*0.350	-1.700
-11.0	-10.970	-5.461	-5.500	1.489	*0.350	-0.479
-9.0	-8.978	-4.467	-4.500	1.702	*0.350	0.391
-7.0	-6.989	-3.472	-3.500	1.915	*0.349	0.914
-5.0	-5.000	-2.478	-2.500	2.128	*0.349	1.090
-3.0	-3.011	-1.484	-1.500	*0.349	1.920	0.914
-1.0	-1.022	-0.490	-0.500	*0.350	1.700	0.391
0.0	-0.028	0.007	0.000	*0.350	1.600	0.000
1.0	0.967	0.504	0.500	*0.350	1.490	-0.478
3.0	2.956	1.497	1.500	*0.350	1.280	-1.690
5.0	4.945	2.491	2.499	*0.350	1.060	-3.260

表 4.6 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=800\text{mm}$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配
誤差之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-15.250	-6.119	-7.502	0.732	*0.351	-7.420
-13.0	-13.260	-5.124	-6.501	0.945	*0.351	-5.320
-11.0	-11.270	-4.129	-5.501	1.158	*0.350	-3.560
-9.0	-9.282	-3.134	-4.501	1.371	*0.350	-2.150
-7.0	-7.293	-2.140	-3.500	1.584	*0.350	-1.090
-5.0	-5.304	-1.145	-2.500	1.798	*0.350	-0.369
-3.0	-3.310	-0.149	-1.500	2.011	*0.349	-0.102
-1.0	-1.322	0.845	-0.500	*0.349	2.120	0.053
0.0	-0.327	1.342	0.000	*0.349	2.010	0.000
1.0	0.667	1.839	0.500	*0.349	1.900	-0.140
3.0	2.656	2.833	1.500	*0.350	1.690	-0.681
5.0	4.645	3.826	2.500	*0.350	1.480	-1.570

表 4.7 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=800\text{mm}$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配
誤差之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.5^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.810	-7.930	-7.500	1.211	*0.350	-1.390
-13.0	-12.820	-6.936	-6.500	1.424	*0.350	-0.069
-11.0	-10.830	-5.942	-5.500	1.637	*0.350	0.907
-9.0	-8.843	-4.948	-4.500	1.850	*0.349	1.540
-7.0	-6.854	-3.954	-3.499	2.063	*0.349	1.820
-5.0	-4.865	-2.961	-2.500	*0.349	1.970	1.740
-3.0	-2.876	-1.967	-1.500	*0.350	1.760	1.300
-1.0	-0.887	-0.974	-0.500	*0.350	1.540	0.521
0.0	0.108	-0.477	0.000	*0.350	1.440	0.000
1.0	1.103	0.020	0.500	*0.350	1.330	-0.607
3.0	3.092	1.013	1.499	*0.350	1.120	-2.080
5.0	5.081	2.006	2.499	*0.351	0.905	-3.900

表 4.8 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=200\text{mm}$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.790	-7.306	-7.503	1.091	*0.354	-12.600
-13.0	-12.830	-6.327	-6.502	1.298	*0.353	-6.550
-11.0	-10.870	-5.348	-5.501	1.506	*0.352	-1.850
-9.0	-8.914	-4.370	-4.500	1.713	*0.351	1.510
-7.0	-6.957	-3.393	-3.499	1.921	*0.350	3.540
-5.0	-5.000	-2.415	-2.499	2.128	*0.349	4.220
-3.0	-3.043	-1.439	-1.499	*0.350	1.920	3.540
-1.0	-1.086	-0.462	-0.500	*0.351	1.710	1.510
0.0	-0.107	0.026	0.000	*0.352	1.610	0.000
1.0	0.872	0.514	0.500	*0.352	1.510	-1.850
3.0	2.830	1.490	1.498	*0.353	1.300	-6.530
5.0	4.788	2.465	2.497	*0.354	1.090	-12.500

表 4.9 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=200\text{mm}$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-15.050	-6.001	-7.508	0.770	*0.356	-28.600
-13.0	-13.090	-5.021	-6.506	0.977	*0.355	-20.600
-11.0	-11.130	-4.041	-5.504	1.185	*0.354	-13.800
-9.0	-9.171	-3.062	-4.502	1.392	*0.353	-8.350
-7.0	-7.213	-2.083	-3.501	1.600	*0.352	-4.220
-5.0	-5.255	-1.104	-2.500	1.808	*0.351	-1.440
-3.0	-3.297	-0.127	-1.500	2.016	*0.350	-0.003
-1.0	-1.323	0.859	-0.500	*0.350	2.120	0.206
0.0	-0.345	1.347	0.000	*0.350	2.020	0.000
1.0	0.634	1.835	0.500	*0.351	1.910	-0.542
3.0	2.591	2.811	1.499	*0.352	1.700	-2.630
5.0	4.548	3.786	2.498	*0.353	1.500	-6.040

表 4.10 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=200\text{mm}$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.5^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.680	-7.770	-7.501	1.234	*0.354	-5.380
-13.0	-12.720	-6.792	-6.500	1.442	*0.352	-0.282
-11.0	-10.760	-5.815	-5.499	1.649	*0.351	3.490
-9.0	-8.803	-4.839	-4.498	1.856	*0.350	5.930
-7.0	-6.844	-3.863	-3.498	2.064	*0.349	7.020
-5.0	-4.888	-2.889	-2.498	*0.350	1.970	6.710
-3.0	-2.930	-1.914	-1.499	*0.351	1.770	5.030
-1.0	-0.971	-0.939	-0.499	*0.352	1.560	2.010
0.0	0.008	-0.452	0.000	*0.352	1.460	0.000
1.0	0.988	0.036	0.499	*0.353	1.350	-2.340
3.0	2.947	1.010	1.498	*0.354	1.140	-8.000
5.0	4.906	1.984	2.496	*0.355	0.938	-15.000

表 4.11 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u = 100\text{mm}$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.590	-7.129	-7.507	1.126	*0.359	-24.000
-13.0	-12.670	-6.168	-6.503	1.326	*0.357	-12.500
-11.0	-10.750	-5.208	-5.501	1.526	*0.355	-3.560
-9.0	-8.834	-4.250	-4.499	1.727	*0.353	2.890
-7.0	-6.917	-3.293	-3.498	1.928	*0.351	6.800
-5.0	-5.000	-2.337	-2.498	2.128	*0.349	8.100
-3.0	-3.083	-1.382	-1.498	*0.351	1.930	6.800
-1.0	-1.165	-0.428	-0.499	*0.353	1.730	2.900
0.0	-0.206	0.049	0.000	*0.354	1.630	0.000
1.0	0.754	0.526	0.499	*0.355	1.530	-3.530
3.0	2.674	1.480	1.497	*0.357	1.330	-12.500
5.0	4.595	2.434	2.493	*0.359	1.130	-23.800

表 4.12 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=100\text{mm}$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.790	-5.858	-7.515	0.819	*0.363	-54.700
-13.0	-12.870	-4.894	-6.511	1.019	*0.361	-39.400
-11.0	-10.950	-3.932	-5.507	1.219	*0.359	-26.500
-9.0	-9.031	-2.971	-4.504	1.419	*0.357	-16.100
-7.0	-7.112	-2.012	-3.502	1.620	*0.355	-8.160
-5.0	-5.193	-1.053	-2.501	1.821	*0.353	-2.790
-3.0	-3.275	-0.096	-1.500	2.022	*0.351	-0.009
-1.0	-1.326	0.877	-0.500	*0.350	2.120	0.396
0.0	-0.367	1.354	0.000	*0.351	2.020	0.000
1.0	0.592	1.830	0.500	*0.352	1.920	-1.040
3.0	2.511	2.784	1.499	*0.354	1.720	-5.020
5.0	4.430	3.736	2.497	*0.356	1.520	-11.500

表 4.13 圓弧線齒形修整半徑 $\rho_u=100\text{mm}$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.2)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.5^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.520	-7.572	-7.503	1.265	*0.358	-10.300
-13.0	-12.590	-6.615	-6.500	1.465	*0.356	-0.557
-11.0	-10.670	-5.658	-5.498	1.665	*0.354	6.660
-9.0	-8.752	-4.704	-4.497	1.865	*0.352	11.300
-7.0	-6.832	-3.750	-3.496	2.066	*0.350	13.500
-5.0	-4.917	-2.800	-2.496	*0.350	1.980	12.900
-3.0	-2.997	-1.848	-1.497	*0.352	1.780	9.620
-1.0	-1.076	-0.896	-0.499	*0.355	1.580	3.830
0.0	-0.115	-0.420	0.000	*0.356	1.480	0.000
1.0	0.846	0.056	0.499	*0.357	1.380	-4.450
3.0	2.769	1.007	1.496	*0.359	1.180	-15.200
5.0	4.693	1.958	2.492	*0.361	0.981	-28.400

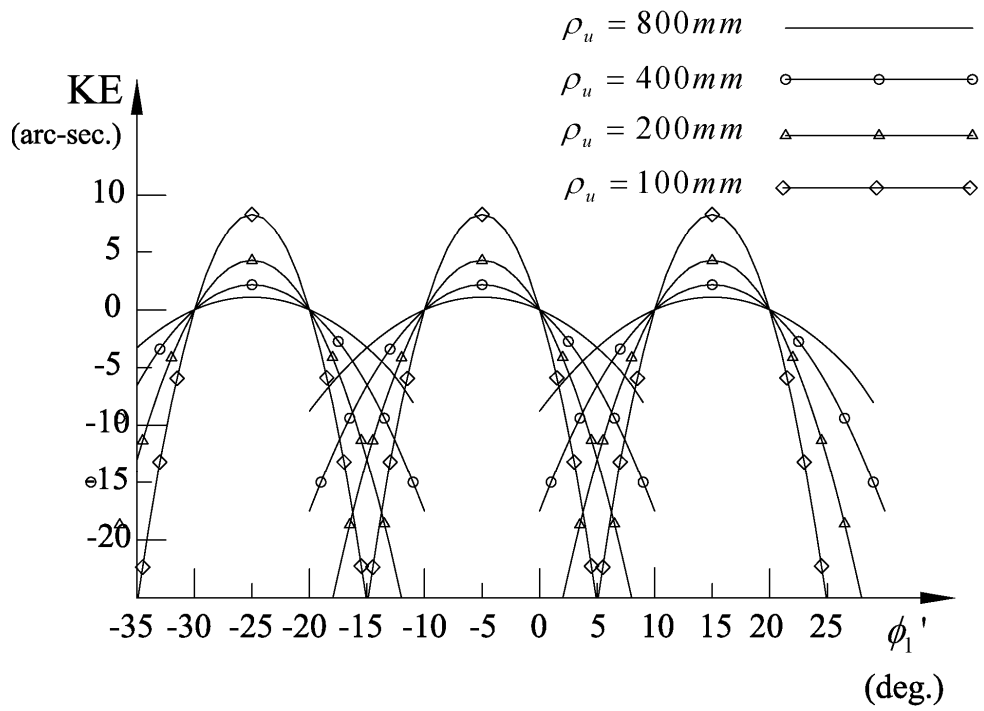


圖 4.4 不同圓弧線齒形修整之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.2)

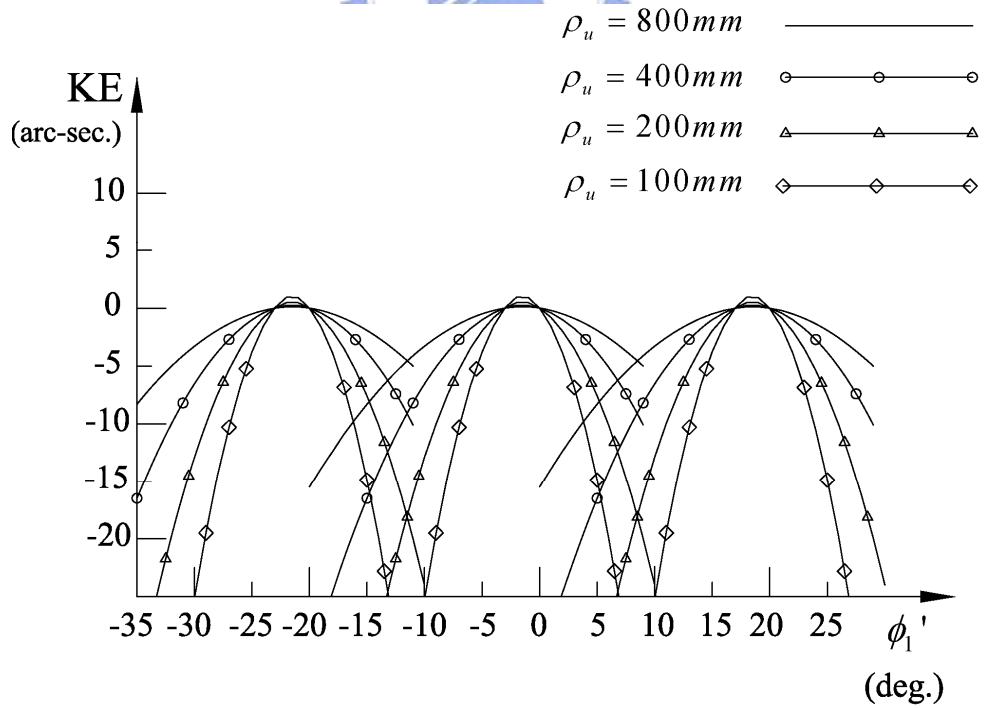


圖 4.5 不同圓弧線齒形修整之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.2)

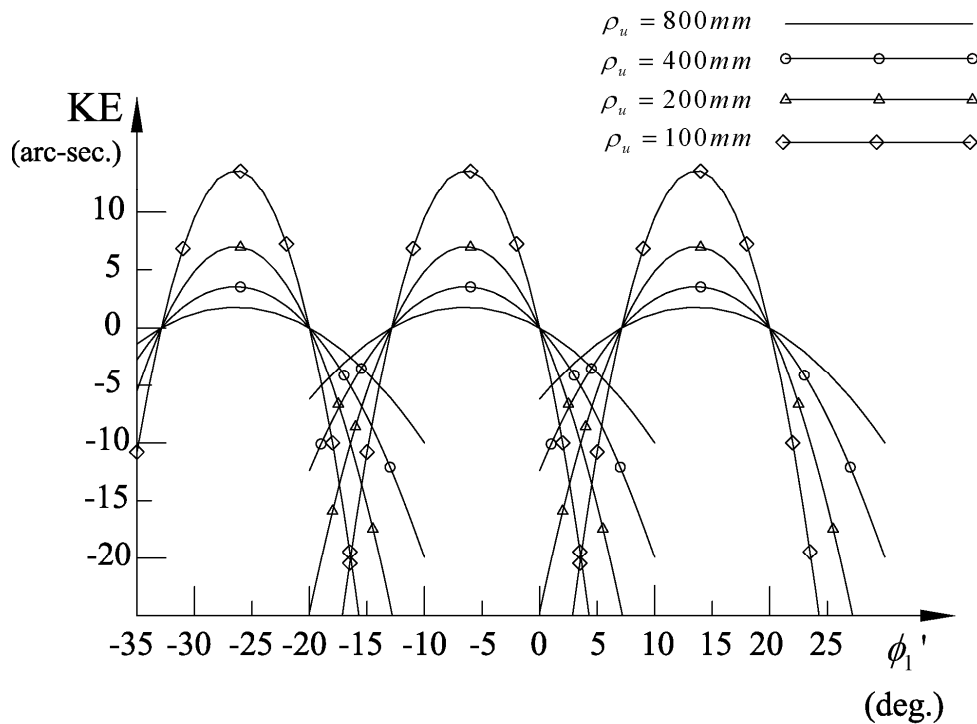


圖 4.6 不同圓弧線齒形修整之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.2)

例題 4.3 不同隆齒修整之齒輪組接觸分析比較

在此選擇以隆齒修整半徑 $R=250mm$ 及 $R=1000mm$ 等兩種不同的修整型刮齒刀所創成的螺旋齒輪組，進行分析模擬並比較螺旋齒輪組分別在理想狀態，與具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差下，該齒輪組的接觸點分析及其運動誤差分析，其分析結果分別如表表 4.14 至表 4.19 所示。另外，半徑為 $R=250mm$ 、 $R=500mm$ 與 $R=1000mm$ 等三種不同隆齒修整半徑之刮齒刀所創成之螺旋齒輪，在理想狀態與具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件下的運動誤差曲線分別如圖 4.7、圖 4.8 及圖 4.9 所示。在理想裝配條件下，由於求解運動誤差時，兩嚙合齒面的接觸點皆落於齒面寬中央，亦即為落於 $z=0mm$ 之截面，所以各種隆齒修整半徑之刮齒刀所創成的螺旋齒輪組的運動誤差曲線皆相同。當隆齒修整半徑 R 越大時，則所創成的螺旋齒輪之齒面會越接近未隆齒的齒輪齒面，因此，在具有軸交錯角裝配錯誤差條件下，隆齒修整半徑越大的齒輪，該齒輪組的運動誤差曲線與理想狀態者的差別越大，其運動誤差曲線越向右偏移；反之，隆齒修整半徑越小的齒輪組，其運動誤差曲線越接近理想組裝狀態者的曲線。

表 4.14 隆齒修整半徑 $R=250\text{mm}$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.3)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.890	-7.414	-7.502	1.068	*0.352	-6.460
-13.0	-12.920	-6.424	-6.501	1.280	*0.351	-3.360
-11.0	-10.940	-5.434	-5.500	1.492	*0.351	-0.950
-9.0	-8.958	-4.444	-4.500	1.704	*0.350	0.776
-7.0	-6.979	-3.455	-3.499	1.916	*0.350	1.810
-5.0	-5.000	-2.466	-2.499	2.128	*0.349	2.160
-3.0	-3.021	-1.477	-1.499	*0.350	1.920	1.810
-1.0	-1.042	-0.489	-0.500	*0.350	1.700	0.777
0.0	-0.053	0.006	0.000	*0.350	1.600	0.000
1.0	0.937	0.500	0.500	*0.351	1.490	-0.949
3.0	2.916	1.488	1.499	*0.351	1.280	-3.360
5.0	4.895	2.477	2.498	*0.352	1.070	-6.450

表 4.15 隆齒修整半徑 $R=250\text{mm}$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.3)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-15.000	-6.829	-7.503	0.921	*0.352	-10.300
-13.0	-13.020	-5.839	-6.502	1.133	*0.352	-6.710
-11.0	-11.040	-4.849	-5.501	1.345	*0.351	-3.820
-9.0	-9.066	-3.859	-4.500	1.557	*0.351	-1.610
-7.0	-7.087	-2.869	-3.500	1.769	*0.350	-0.092
-5.0	-5.108	-1.880	-2.500	1.981	*0.350	0.738
-3.0	-3.125	-0.888	-1.500	*0.349	2.100	0.901
-1.0	-1.147	0.100	-0.500	*0.350	1.890	0.473
0.0	-0.157	0.595	0.000	*0.350	1.790	0.000
1.0	0.832	1.089	0.500	*0.350	1.680	-0.645
3.0	2.811	2.077	1.499	*0.351	1.470	-2.450
5.0	4.790	3.065	2.499	*0.351	1.260	-4.940

表 4.16 隆齒修整半徑 $R=250\text{mm}$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.3)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.5^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.810	-7.614	-7.501	1.141	*0.352	-4.640
-13.0	-12.830	-6.624	-6.500	1.353	*0.351	-1.780
-11.0	-10.850	-5.635	-5.500	1.565	*0.350	0.401
-9.0	-8.873	-4.646	-4.499	1.777	*0.350	1.890
-7.0	-6.893	-3.657	-3.499	1.989	*0.349	2.690
-5.0	-4.915	-2.669	-2.499	*0.349	2.050	2.800
-3.0	-2.935	-1.680	-1.499	*0.350	1.840	2.190
-1.0	-0.956	-0.692	-0.500	*0.350	1.630	0.903
0.0	0.034	-0.198	0.000	*0.351	1.520	0.000
1.0	1.023	0.296	0.500	*0.351	1.410	-1.070
3.0	3.003	1.284	1.499	*0.351	1.200	-3.740
5.0	4.982	2.272	2.498	*0.352	0.991	-7.080

表 4.17 隆齒修整半徑 $R=1000\text{mm}$ 之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.3)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.880	-7.371	-7.502	1.082	*0.352	-6.380
-13.0	-12.910	-6.383	-6.501	1.291	*0.351	-3.320
-11.0	-10.930	-5.396	-5.500	1.500	*0.351	-0.939
-9.0	-8.953	-4.409	-4.500	1.710	*0.350	0.767
-7.0	-6.976	-3.422	-3.500	1.919	*0.350	1.790
-5.0	-5.000	-2.436	-2.499	2.128	*0.349	2.130
-3.0	-3.024	-1.449	-1.500	*0.350	1.920	1.790
-1.0	-1.047	-0.463	-0.500	*0.350	1.710	0.767
0.0	-0.059	0.030	0.000	0.35*	1.610	0.000
1.0	0.929	0.523	0.500	*0.351	1.500	-0.937
3.0	2.905	1.509	1.499	*0.351	1.290	-3.320
5.0	4.882	2.495	2.498	*0.352	1.080	-6.370

表 4.18 隆齒修整半徑 $R=1000\text{mm}$ 之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.3)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-15.600	-4.344	-7.507	0.337	*0.354	-24.700
-13.0	-13.620	-3.356	-6.505	0.546	*0.354	-19.200
-11.0	-11.650	-2.367	-5.504	0.755	*0.353	-14.400
-9.0	-9.668	-1.379	-4.503	0.965	*0.352	-10.200
-7.0	-7.691	-0.391	-3.502	1.174	*0.352	-6.790
-5.0	-5.714	0.597	-2.501	1.383	*0.351	-4.000
-3.0	-3.736	1.585	-1.501	1.593	*0.351	-1.890
-1.0	-1.759	2.572	-0.500	1.802	*0.350	-0.461
0.0	-0.771	3.066	0.000	1.907	*0.350	-0.005
1.0	0.218	3.559	0.500	2.012	*0.350	0.281
3.0	2.195	4.546	1.500	*0.349	2.230	0.334
5.0	4.191	5.544	2.500	*0.350	2.020	0.292

表 4.19 隆齒修整半徑 $R=1000\text{mm}$ 之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.3)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.5^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.660	-8.482	-7.500	1.397	*0.351	1.650
-13.0	-12.680	-7.497	-6.499	1.607	*0.350	3.690
-11.0	-10.710	-6.512	-5.499	1.816	*0.350	5.050
-9.0	-8.729	-5.527	-4.498	2.025	*0.349	5.720
-7.0	-6.754	-4.543	-3.498	*0.349	2.000	5.670
-5.0	-4.777	-3.558	-2.499	*0.350	1.790	4.900
-3.0	-2.799	-2.574	-1.499	*0.350	1.580	3.450
-1.0	-0.821	-1.589	-0.500	*0.351	1.370	1.320
0.0	0.168	-1.097	0.000	*0.351	1.260	0.000
1.0	1.157	-0.605	0.500	*0.351	1.160	-1.490
3.0	3.135	0.380	1.499	*0.352	0.951	-4.960
5.0	5.113	1.364	2.497	*0.353	0.742	-9.100

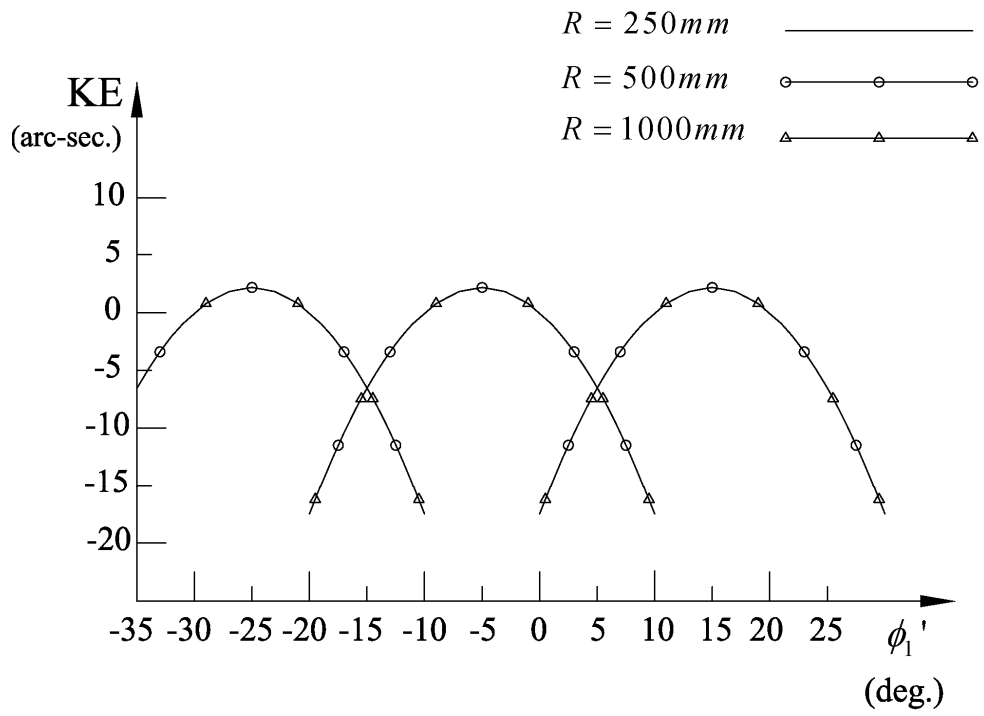


圖 4.7 不同隆齒修整之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.3)

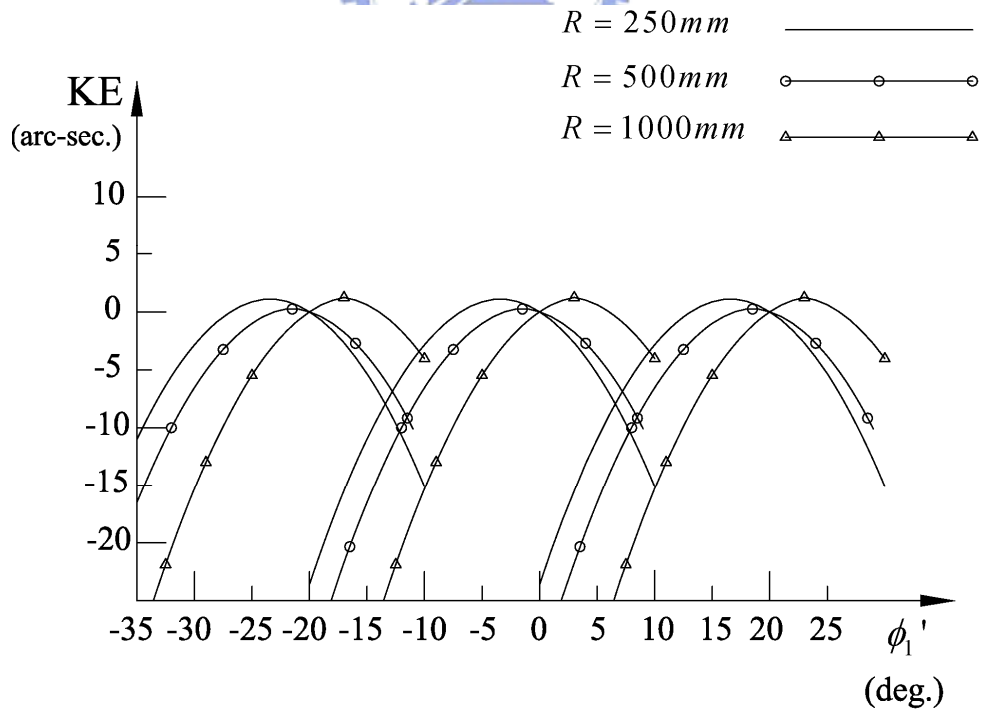


圖 4.8 不同隆齒修整之齒輪組在具有軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.3)

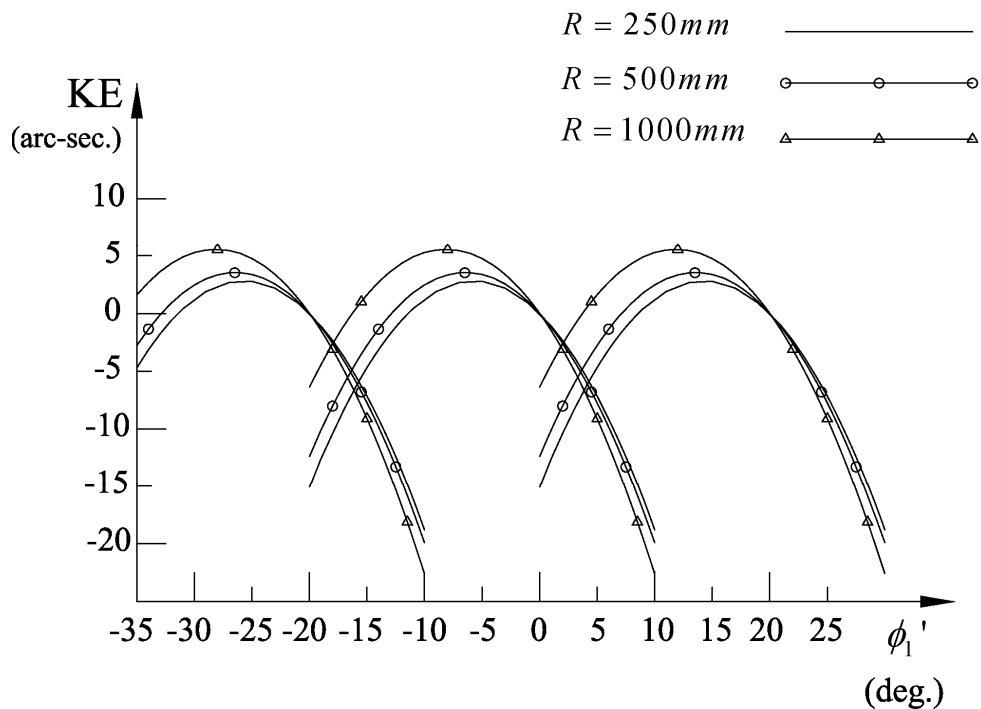


圖 4.9 不同隆齒修整之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差

(例題 4.3)



例題 4.4 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪組接觸分析比較

在此例題中，選擇以刮齒刀齒數為 19 齒與 71 齒等兩種不同的修整型刮齒刀所創成的螺旋齒輪組，進行分析模擬並比較螺旋齒輪組分別在理想狀態，與具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差下，該齒輪組的接觸點分析及其運動誤差分析，其分析結果分別如表 4.20 至表 4.25 所示。另外，刮齒刀齒數為 19 齒、71 齒與 137 齒等三種不同齒數之刮齒刀所創成之螺旋齒輪組，在理想狀態與具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件下的運動誤差曲線分別如圖 4.10、圖 4.11 及圖 4.12 所示。在理想裝配條件下，三種齒數的刮齒刀所產生的運動誤差皆相同，而隨著刮齒刀齒數增多，刮齒刀之節圓半徑也越大，其刮齒刀的齒面亦接近理想的齒條刀之齒面形狀，所以齒輪組在具有水平軸向與垂直軸向之軸交錯角裝配錯誤差條件下，當刮齒刀齒數越少時，所創成的螺旋齒輪組，其運動誤差曲線也偏移理想狀態者的曲線越多。

表 4.20 刮齒刀齒數 $Z=19T$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.4)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.850	-7.372	-7.502	1.075	*0.352	-6.420
-13.0	-12.880	-6.387	-6.501	1.286	*0.351	-3.340
-11.0	-10.910	-5.403	-5.500	1.496	*0.351	-0.944
-9.0	-8.941	-4.419	-4.500	1.707	*0.350	0.772
-7.0	-6.971	-3.435	-3.499	1.918	*0.350	1.800
-5.0	-5.000	-2.451	-2.499	2.128	*0.349	2.150
-3.0	-3.029	-1.467	-1.499	*0.350	1.920	1.800
-1.0	-1.059	-0.484	-0.500	*0.350	1.710	0.772
0.0	-0.073	0.008	0.000	*0.350	1.600	0.000
1.0	0.912	0.499	0.500	*0.351	1.500	-0.943
3.0	2.883	1.482	1.499	*0.351	1.290	-3.340
5.0	4.854	2.465	2.498	*0.352	1.080	-6.410

表 4.21 刮齒刀齒數 $Z=19T$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.4)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-17.220	-6.611	-7.505	0.618	*0.353	-17.700
-13.0	-15.250	-5.624	-6.504	0.828	*0.353	-13.100
-11.0	-13.280	-4.638	-5.503	1.039	*0.352	-9.200
-9.0	-11.310	-3.652	-4.502	1.249	*0.352	-5.990
-7.0	-9.335	-2.667	-3.501	1.460	*0.351	-3.460
-5.0	-7.364	-1.681	-2.500	1.671	*0.351	-1.610
-3.0	-5.392	-0.696	-1.500	1.881	*0.350	-0.451
-1.0	-3.421	0.289	-0.500	2.092	*0.349	0.022
0.0	-2.435	0.781	0.000	*0.349	2.180	-0.001
1.0	-1.435	1.281	0.500	*0.349	2.070	0.009
3.0	0.532	2.263	1.500	*0.350	1.860	-0.518
5.0	2.499	3.245	2.500	*0.351	1.650	-1.730

表 4.22 刮齒刀齒數 $Z=19T$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.4)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.5^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.060	-7.649	-7.500	1.267	*0.351	-1.560
-13.0	-12.090	-6.665	-6.500	1.478	*0.351	0.893
-11.0	-10.120	-5.682	-5.499	1.688	*0.350	2.670
-9.0	-8.143	-4.699	-4.499	1.899	*0.350	3.760
-7.0	-6.171	-3.716	-3.499	2.110	*0.349	4.160
-5.0	-4.202	-2.735	-2.499	*0.350	1.920	3.830
-3.0	-2.230	-1.753	-1.499	*0.350	1.710	2.810
-1.0	-0.258	-0.770	-0.500	*0.351	1.500	1.110
0.0	0.729	-0.279	0.000	*0.351	1.390	0.000
1.0	1.715	0.212	0.500	*0.351	1.290	-1.280
3.0	3.687	1.194	1.499	*0.352	1.080	-4.340
5.0	5.659	2.176	2.498	*0.352	0.868	-8.070

表 4.23 刮齒刀齒數 $Z=71T$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.4)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.880	-7.394	-7.502	1.073	*0.352	-6.430
-13.0	-12.910	-6.406	-6.501	1.284	*0.351	-3.350
-11.0	-10.930	-5.418	-5.500	1.495	*0.351	-0.946
-9.0	-8.953	-4.430	-4.500	1.706	*0.350	0.773
-7.0	-6.977	-3.443	-3.499	1.917	*0.350	1.810
-5.0	-5.000	-2.456	-2.499	2.128	*0.349	2.150
-3.0	-3.023	-1.469	-1.499	*0.350	1.920	1.810
-1.0	-1.047	-0.482	-0.500	*0.350	1.710	0.774
0.0	-0.058	0.012	0.000	*0.350	1.600	0.000
1.0	0.930	0.505	0.500	*0.351	1.500	-0.945
3.0	2.907	1.492	1.499	*0.351	1.280	-3.340
5.0	4.884	2.478	2.498	*0.352	1.070	-6.420

表 4.24 刮齒刀齒數 $Z=71T$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.4)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-15.540	-6.220	-7.504	0.721	*0.353	-15.200
-13.0	-13.560	-5.231	-6.503	0.932	*0.352	-11.000
-11.0	-11.580	-4.242	-5.502	1.143	*0.352	-7.460
-9.0	-9.604	-3.254	-4.501	1.354	*0.351	-4.590
-7.0	-7.627	-2.265	-3.501	1.566	*0.351	-2.410
-5.0	-5.649	-1.277	-2.500	1.777	*0.350	-0.909
-3.0	-3.672	-0.289	-1.500	1.988	*0.350	-0.099
-1.0	-1.695	0.698	-0.500	*0.349	2.150	0.021
0.0	-0.697	1.197	0.000	*0.350	2.040	0.000
1.0	0.291	1.690	0.500	*0.350	1.940	-0.227
3.0	2.267	2.676	1.500	*0.350	1.730	-1.200
5.0	4.243	3.663	2.499	*0.351	1.520	-2.850

表 4.25 刮齒刀齒數 $Z=71T$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.4)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.5^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.630	-7.820	-7.501	1.229	*0.351	-2.510
-13.0	-12.650	-6.833	-6.500	1.440	*0.351	0.072
-11.0	-10.680	-5.846	-5.499	1.651	*0.350	1.970
-9.0	-8.699	-4.859	-4.499	1.862	*0.350	3.180
-7.0	-6.721	-3.873	-3.499	2.073	*0.349	3.710
-5.0	-4.745	-2.887	-2.499	*0.349	1.960	3.510
-3.0	-2.768	-1.901	-1.499	*0.350	1.750	2.620
-1.0	-0.790	-0.915	-0.500	*0.351	1.540	1.040
0.0	0.199	-0.422	0.000	*0.351	1.430	0.000
1.0	1.187	0.071	0.500	*0.351	1.330	-1.210
3.0	3.165	1.057	1.499	*0.352	1.120	-4.150
5.0	5.143	2.043	2.498	*0.352	0.906	-7.770

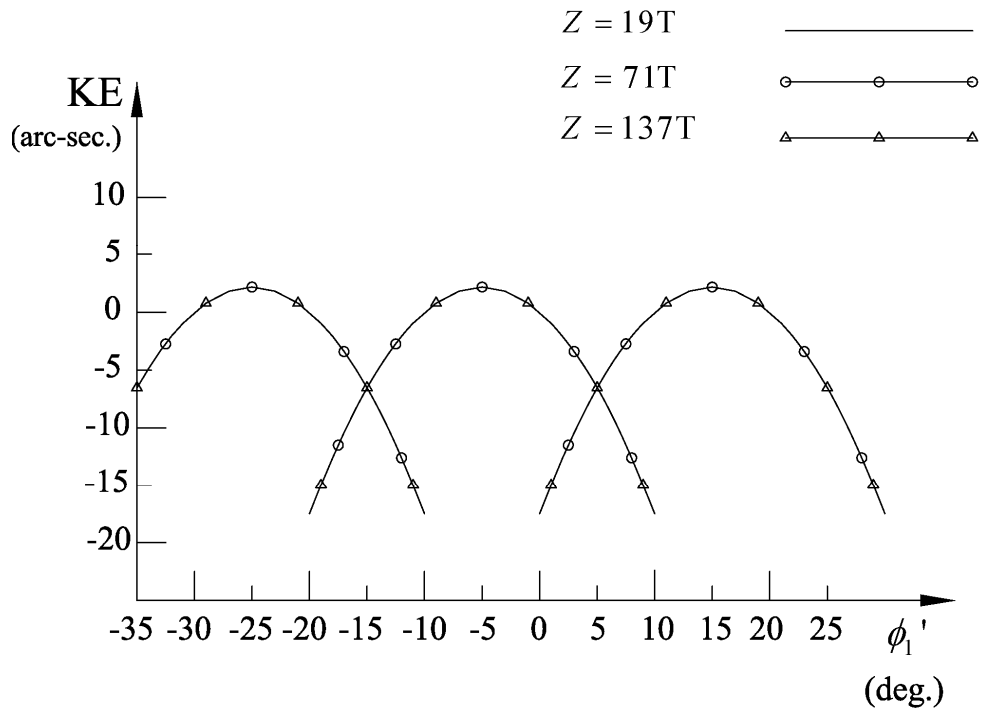


圖 4.10 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.4)

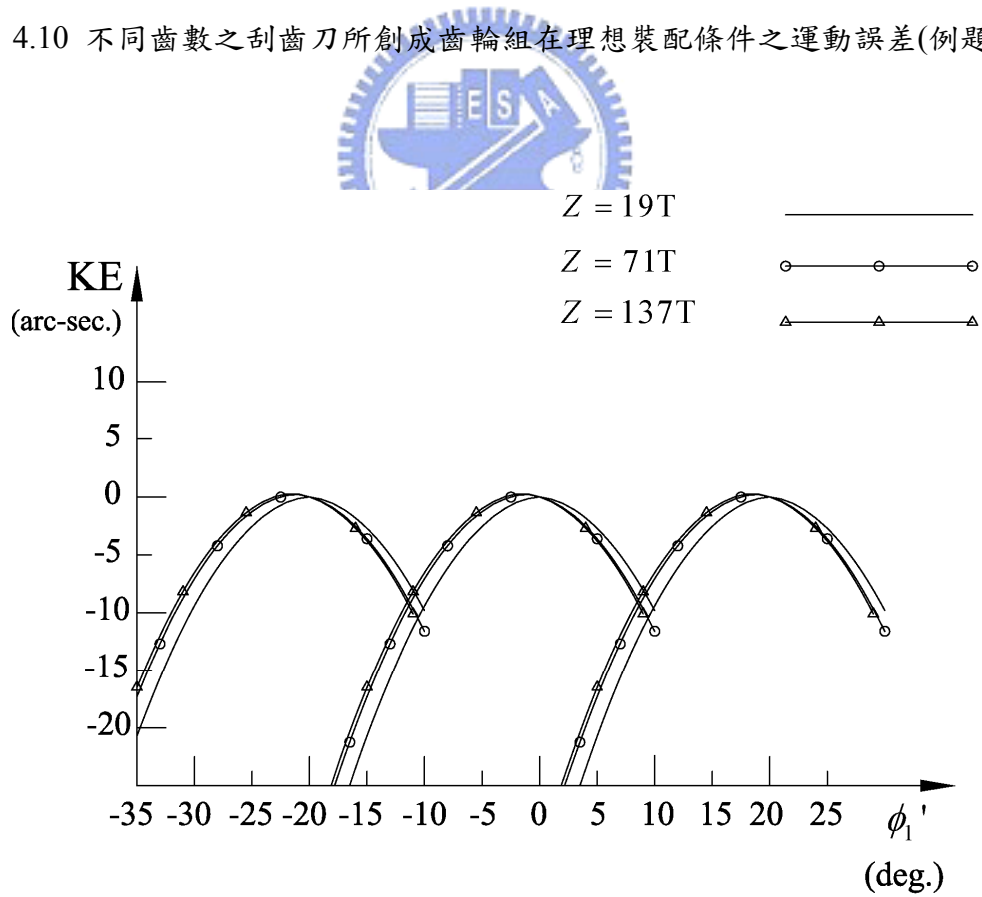


圖 4.11 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.4)

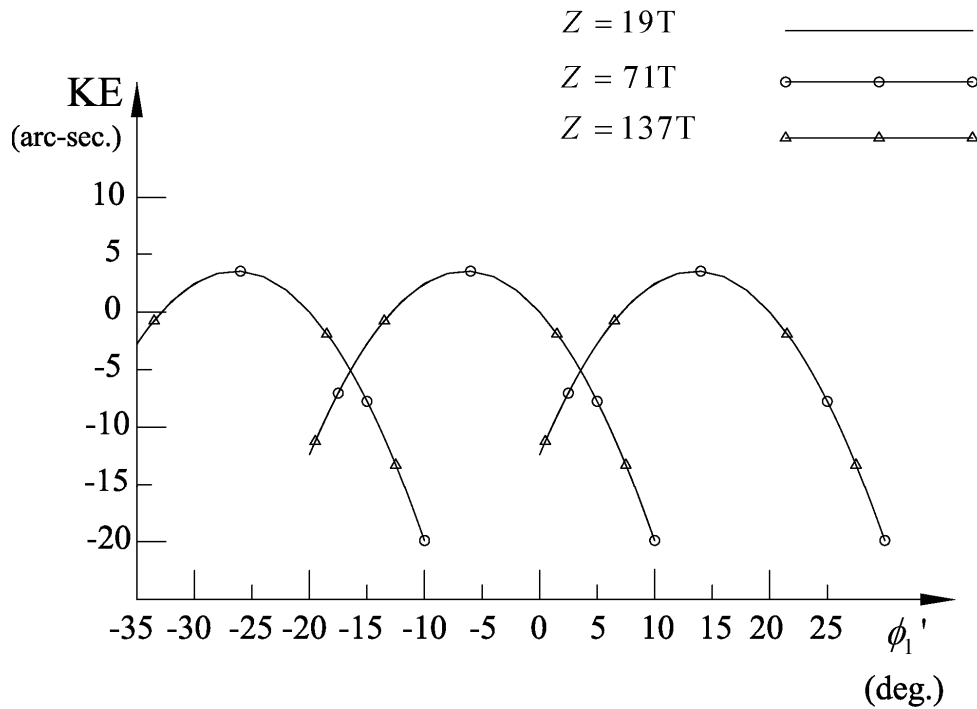


圖 4.12 不同齒數之刮齒刀所創成齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.5^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.4)



例題 4.5 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪組接觸分析比較

於此例題中，選擇不同螺旋角的刮齒刀，並以該刮齒刀所創成的螺旋齒輪組，進行齒輪之接觸模擬與分析比較。由於刮齒刀大部份是為單一齒輪型式所設計，意即若小齒輪為左螺旋向時，大齒輪必為右螺旋向，相對應小齒輪的刮齒刀為左螺旋向時，大齒輪的刮齒刀多為右螺旋向，因此，齒輪加工時若使用兩把刮齒刀時，則刮齒刀多採用相反旋向。若創成小齒輪的刮齒刀螺旋角為 β_s^p ，創成大齒輪的刮齒刀螺旋角為 β_s^g ，茲以四組不同螺旋角的刮齒刀來創成螺旋齒輪組，進行齒輪組之齒面的接觸分析，第一組為 $\beta_s^p=5^\circ(\text{LH})$ 和 $\beta_s^g=5^\circ(\text{RH})$ 、第二組為 $\beta_s^p=0^\circ$ 和 $\beta_s^g=0^\circ$ 、第三組為 $\beta_s^p=10^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=10^\circ(\text{LH})$ 以及第四組為 $\beta_s^p=15^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=15^\circ(\text{LH})$ 。四組刮齒刀當中，由於第三組刮齒刀的螺旋角恰巧與被創成之齒輪的螺旋角相同且呈反旋向，因此，該組刮齒刀所創成的齒輪齒面，與假想齒條刀所創成的齒輪齒面相同，故可用此組作為比較的基準，各組刮齒刀所創成的螺旋齒輪在理想狀態與具有水平軸向及垂直軸向軸交錯角之裝配誤差條件下的運動誤差，分別如表 4.26 至表 4.37 所示。四組不同螺旋角刮齒刀所創成的

螺旋齒輪組，在理想狀態與具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件下的運動誤差曲線，分別如圖 4.13、圖 4.14 及圖 4.15 所示。

由圖 4.13 所顯示，齒輪組在理想裝配條件下，四組不同螺旋角的刮齒刀所創成之螺旋齒輪組的運動誤差曲線幾乎相同，但仔細觀察還是可以發現，第一組刮齒刀所創成的齒輪組，其運動誤差較其他組為小，而第四組刮齒刀所創成的螺旋齒輪，其運動誤差則較大。如圖 4.14 與圖 4.15 顯示，四組不同螺旋角的刮齒刀所創成之齒輪在具有水平軸向軸交錯角之裝配誤差條件下，其運動誤差曲線相差較為明顯，但在具有垂直軸向軸交錯角之裝配誤差時，其齒輪組的運動誤差曲線則較為相似，所以齒輪組對於具有水平軸向軸交錯角之裝配誤差較為敏感，如圖 4.14 所示，其中與基準的第三組的運動誤差曲線相比，第一組的運動誤差曲線向右偏移較多，但第四組的運動誤差則較大，其結果可與 3.6 節中齒面差異的例題 3.6 之齒形圖形相互比對。不同螺旋角的刮齒刀，若在其刮齒時的與被加工齒輪的軸交錯角不同，將會使得被創成齒輪之齒面有不同的壓力角與螺旋角，且螺旋齒輪本身對於水平軸向的軸交錯角之裝配誤差較為敏感。

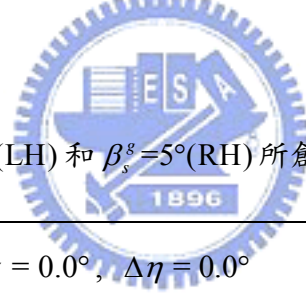


表 4.26 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=5^\circ(\text{LH})$ 和 $\beta_s^s=5^\circ(\text{RH})$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^s (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.860	-7.280	-7.502	1.093	*0.352	-6.130
-13.0	-12.890	-6.298	-6.501	1.300	*0.351	-3.190
-11.0	-10.920	-5.316	-5.500	1.507	*0.351	-0.905
-9.0	-8.945	-4.334	-4.500	1.714	*0.350	0.734
-7.0	-6.974	-3.352	-3.500	1.921	*0.350	1.720
-5.0	-5.004	-2.371	-2.499	2.128	*0.349	2.050
-3.0	-3.033	-1.390	-1.500	*0.350	1.920	1.720
-1.0	-1.062	-0.409	-0.500	*0.350	1.710	0.736
0.0	-0.077	0.082	0.000	*0.350	1.610	-0.001
1.0	0.909	0.572	0.500	*0.351	1.510	-0.901
3.0	2.880	1.553	1.499	*0.351	1.300	-3.190
5.0	4.851	2.533	2.498	*0.352	1.090	-6.120

表 4.27 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=5^\circ(\text{LH})$ 和 $\beta_s^g=5^\circ(\text{RH})$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.1^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.980	-6.817	-7.504	1.011	*0.352	-13.200
-13.0	-13.010	-5.835	-6.503	1.218	*0.351	-9.330
-11.0	-11.040	-4.852	-5.502	1.425	*0.351	-6.100
-9.0	-9.069	-3.870	-4.501	1.632	*0.350	-3.520
-7.0	-7.098	-2.888	-3.500	1.839	*0.350	-1.600
-5.0	-5.128	-1.907	-2.500	2.046	*0.349	-0.327
-3.0	-3.156	-0.925	-1.500	*0.349	2.010	0.293
-1.0	-1.186	0.056	-0.500	*0.350	1.800	0.261
0.0	-0.200	0.546	0.000	*0.350	1.700	0.000
1.0	0.785	1.037	0.500	*0.350	1.590	-0.424
3.0	2.756	2.018	1.500	*0.351	1.390	-1.760
5.0	4.727	2.998	2.499	*0.351	1.180	-3.740

表 4.28 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=5^\circ(\text{LH})$ 和 $\beta_s^g=5^\circ(\text{RH})$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.1^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.800	-7.442	-7.501	1.126	*0.352	-3.460
-13.0	-12.830	-6.461	-6.500	1.333	*0.351	-0.878
-11.0	-10.860	-5.479	-5.500	1.540	*0.351	1.060
-9.0	-8.889	-4.498	-4.499	1.747	*0.350	2.340
-7.0	-6.918	-3.517	-3.499	1.954	*0.349	2.970
-5.0	-4.947	-2.537	-2.499	*0.349	2.090	2.940
-3.0	-2.975	-1.556	-1.499	*0.350	1.890	2.260
-1.0	-1.004	-0.576	-0.500	*0.350	1.680	0.915
0.0	-0.018	-0.086	0.000	*0.350	1.580	0.000
1.0	0.967	0.405	0.500	*0.351	1.470	-1.080
3.0	2.939	1.385	1.499	*0.351	1.270	-3.720
5.0	4.910	2.365	2.498	*0.352	1.060	-7.000

表 4.29 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=0^\circ$ 和 $\beta_s^g=0^\circ$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.890	-7.401	-7.502	1.072	*0.352	-6.430
-13.0	-12.910	-6.412	-6.501	1.284	*0.351	-3.350
-11.0	-10.930	-5.423	-5.500	1.495	*0.351	-0.947
-9.0	-8.956	-4.434	-4.500	1.706	*0.350	0.774
-7.0	-6.978	-3.445	-3.499	1.917	*0.350	1.810
-5.0	-5.000	-2.457	-2.499	2.128	*0.349	2.150
-3.0	-3.022	-1.469	-1.499	*0.350	1.920	1.810
-1.0	-1.044	-0.481	-0.500	*0.350	1.710	0.774
0.0	-0.055	0.013	0.000	*0.350	1.600	0.000
1.0	0.935	0.507	0.500	*0.351	1.490	-0.945
3.0	2.913	1.495	1.499	*0.351	1.280	-3.350
5.0	4.891	2.482	2.498	*0.352	1.070	-6.430

表 4.30 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=0^\circ$ 和 $\beta_s^g=0^\circ$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.1^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.960	-7.133	-7.502	1.000	*0.352	-8.230
-13.0	-12.980	-6.143	-6.501	1.211	*0.351	-4.910
-11.0	-11.000	-5.154	-5.501	1.422	*0.351	-2.270
-9.0	-9.022	-4.165	-4.500	1.633	*0.350	-0.315
-7.0	-7.044	-3.177	-3.500	1.845	*0.350	0.956
-5.0	-5.066	-2.188	-2.500	2.056	*0.349	1.540
-3.0	-3.087	-1.200	-1.500	*0.349	1.990	1.440
-1.0	-1.109	-0.212	-0.500	*0.350	1.780	0.651
0.0	-0.120	0.282	0.000	*0.350	1.680	0.000
1.0	0.869	0.776	0.500	*0.350	1.570	-0.822
3.0	2.847	1.764	1.499	*0.351	1.360	-2.980
5.0	4.826	2.751	2.498	*0.352	1.150	-5.810

表 4.31 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=0^\circ$ 和 $\beta_s^g=0^\circ$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.1^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.860	-7.496	-7.502	1.102	*0.352	-5.710
-13.0	-12.880	-6.507	-6.501	1.313	*0.351	-2.720
-11.0	-10.900	-5.518	-5.500	1.524	*0.351	-0.414
-9.0	-8.921	-4.529	-4.500	1.735	*0.350	1.210
-7.0	-6.943	-3.541	-3.499	1.947	*0.350	2.150
-5.0	-4.965	-2.553	-2.499	*0.349	2.100	2.400
-3.0	-2.986	-1.565	-1.499	*0.350	1.890	1.950
-1.0	-1.008	-0.577	-0.500	*0.350	1.680	0.823
0.0	-0.019	-0.083	0.000	*0.350	1.570	0.000
1.0	0.970	0.411	0.500	*0.351	1.460	-0.993
3.0	2.949	1.398	1.499	*0.351	1.250	-3.490
5.0	4.927	2.385	2.498	*0.352	1.040	-6.670

表 4.32 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=10^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=10^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.900	-7.424	-7.502	1.040	*0.352	-6.840
-13.0	-12.920	-6.433	-6.501	1.258	*0.351	-3.560
-11.0	-10.940	-5.443	-5.500	1.475	*0.351	-1.010
-9.0	-8.958	-4.453	-4.500	1.693	*0.350	0.822
-7.0	-6.979	-3.463	-3.499	1.911	*0.350	1.920
-5.0	-5.000	-2.473	-2.499	*0.349	2.130	2.290
-3.0	-3.021	-1.484	-1.499	*0.350	1.910	1.920
-1.0	-1.042	-0.495	-0.500	*0.350	1.690	0.823
0.0	-0.052	0.000	0.000	*0.350	1.580	0.000
1.0	0.938	0.495	0.500	*0.351	1.480	-1.000
3.0	2.917	1.483	1.499	*0.351	1.260	-3.560
5.0	4.896	2.472	2.498	*0.352	1.040	-6.830

表 4.33 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=10^\circ$ (RH) 和 $\beta_s^g=10^\circ$ (LH) 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.1^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.880	-7.424	-7.500	0.967	*0.352	-0.316
-13.0	-12.900	-6.433	-6.499	1.185	*0.351	2.090
-11.0	-10.920	-5.443	-5.499	1.403	*0.351	3.770
-9.0	-8.941	-4.453	-4.499	1.620	*0.350	4.720
-7.0	-6.962	-3.463	-3.499	1.838	*0.350	4.950
-5.0	-4.983	-2.473	-2.499	2.055	*0.349	4.440
-3.0	-3.004	-1.484	-1.499	*0.349	1.990	3.210
-1.0	-1.025	-0.495	-0.500	*0.350	1.770	1.250
0.0	-0.035	0.000	0.000	*0.350	1.660	0.000
1.0	0.955	0.495	0.500	*0.351	1.550	-1.440
3.0	2.934	1.483	1.499	*0.351	1.330	-4.850
5.0	4.913	2.472	2.498	*0.352	1.120	-8.980

表 4.34 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=10^\circ$ (RH) 和 $\beta_s^g=10^\circ$ (LH) 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.1^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.890	-7.428	-7.503	1.070	*0.352	-9.180
-13.0	-12.910	-6.437	-6.502	1.288	*0.351	-5.590
-11.0	-10.930	-5.446	-5.501	1.505	*0.351	-2.720
-9.0	-8.954	-4.455	-4.500	1.723	*0.350	-0.579
-7.0	-6.975	-3.465	-3.500	1.941	*0.350	0.832
-5.0	-4.996	-2.475	-2.500	*0.349	2.100	1.510
-3.0	-3.018	-1.485	-1.500	*0.350	1.880	1.460
-1.0	-1.039	-0.495	-0.500	*0.350	1.660	0.668
0.0	-0.050	0.000	0.000	*0.351	1.550	0.000
1.0	0.940	0.495	0.500	*0.351	1.450	-0.849
3.0	2.919	1.484	1.499	*0.351	1.230	-3.090
5.0	4.898	2.473	2.498	*0.352	1.010	-6.050

表 4.35 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=15^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=15^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.880	-7.351	-7.502	1.023	*0.352	-7.010
-13.0	-12.900	-6.365	-6.501	1.244	*0.351	-3.650
-11.0	-10.930	-5.379	-5.500	1.465	*0.351	-1.030
-9.0	-8.952	-4.393	-4.500	1.686	*0.350	0.842
-7.0	-6.978	-3.407	-3.499	1.907	*0.350	1.970
-5.0	-5.003	-2.421	-2.499	*0.349	2.130	2.350
-3.0	-3.029	-1.436	-1.499	*0.350	1.910	1.970
-1.0	-1.055	-0.451	-0.500	*0.350	1.690	0.843
0.0	-0.067	0.042	0.000	0.35*	1.580	0.000
1.0	0.920	0.534	0.500	*0.351	1.470	-1.030
3.0	2.894	1.519	1.499	*0.351	1.240	-3.650
5.0	4.869	2.504	2.498	*0.352	1.020	-7.000

表 4.36 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=15^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=15^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.1^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.810	-7.492	-7.499	0.941	*0.352	4.010
-13.0	-12.840	-6.505	-6.498	1.162	*0.352	5.890
-11.0	-10.870	-5.519	-5.498	1.383	*0.351	7.030
-9.0	-8.891	-4.533	-4.498	1.604	*0.350	7.440
-7.0	-6.917	-3.548	-3.498	1.825	*0.350	7.090
-5.0	-4.943	-2.562	-2.498	2.046	*0.349	6.000
-3.0	-2.968	-1.577	-1.499	*0.349	1.990	4.160
-1.0	-0.994	-0.592	-0.500	*0.350	1.770	1.570
0.0	-0.007	-0.099	0.000	*0.350	1.660	-0.002
1.0	0.980	0.393	0.500	*0.351	1.550	-1.760
3.0	2.954	1.378	1.498	*0.351	1.330	-5.840
5.0	4.929	2.362	2.497	*0.352	1.110	-10.700

表 4.37 刮齒刀螺旋角 $\beta_s^p=15^\circ(\text{RH})$ 和 $\beta_s^g=15^\circ(\text{LH})$ 所創成之齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.1^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.890	-7.307	-7.503	1.057	*0.352	-11.000
-13.0	-12.910	-6.320	-6.502	1.278	*0.351	-7.110
-11.0	-10.940	-5.333	-5.501	1.499	*0.351	-3.960
-9.0	-8.964	-4.346	-4.500	1.720	*0.350	-1.550
-7.0	-6.990	-3.359	-3.500	1.941	*0.350	0.107
-5.0	-5.017	-2.373	-2.500	*0.349	2.090	1.020
-3.0	-3.043	-1.387	-1.500	*0.350	1.870	1.170
-1.0	-1.069	-0.401	-0.500	*0.350	1.650	0.578
0.0	-0.083	0.092	0.000	*0.351	1.540	0.000
1.0	0.904	0.585	0.500	*0.351	1.430	-0.765
3.0	2.878	1.571	1.499	*0.351	1.210	-2.850
5.0	4.852	2.556	2.498	*0.352	0.989	-5.680

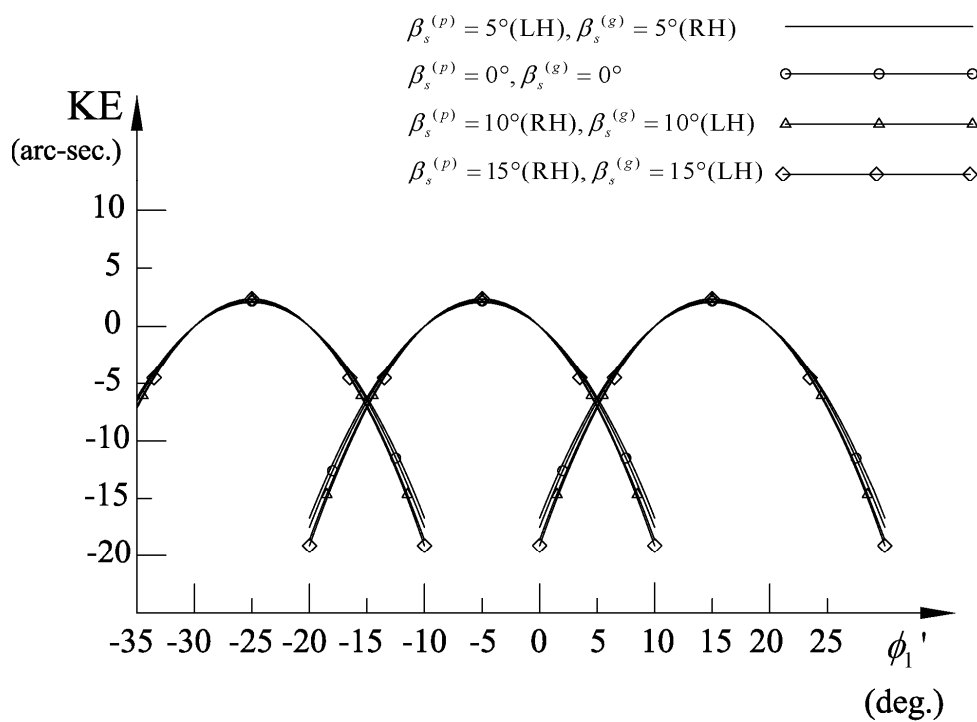


圖 4.13 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪組在理想裝配條件之運動誤差(例題 4.5)

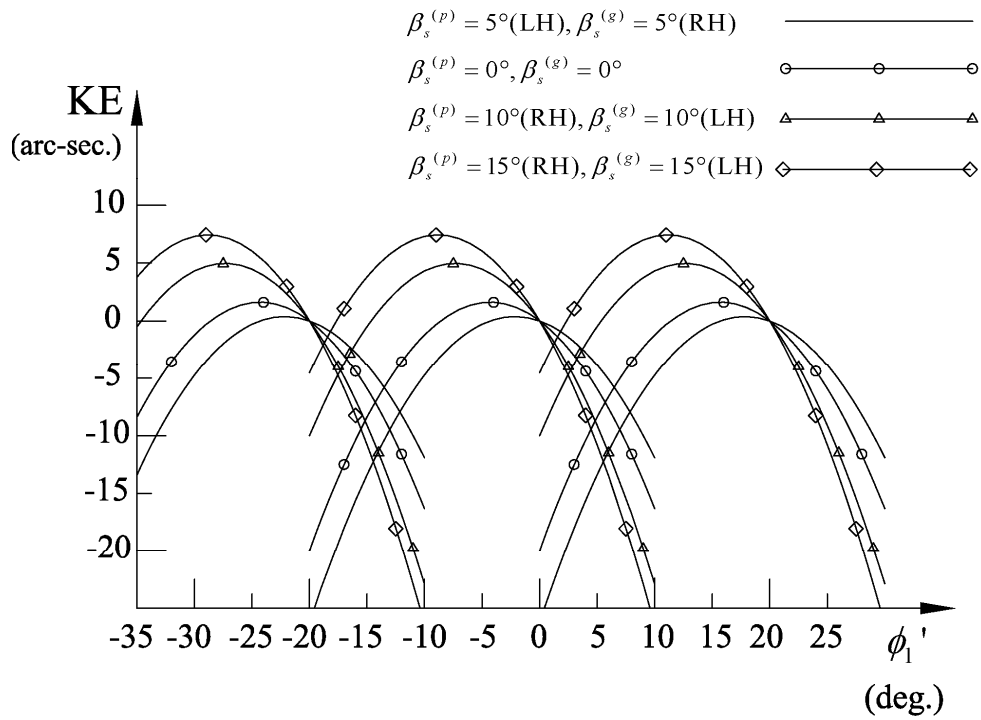


圖 4.14 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪組在具有水平軸向軸交錯角 $\Delta\gamma=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

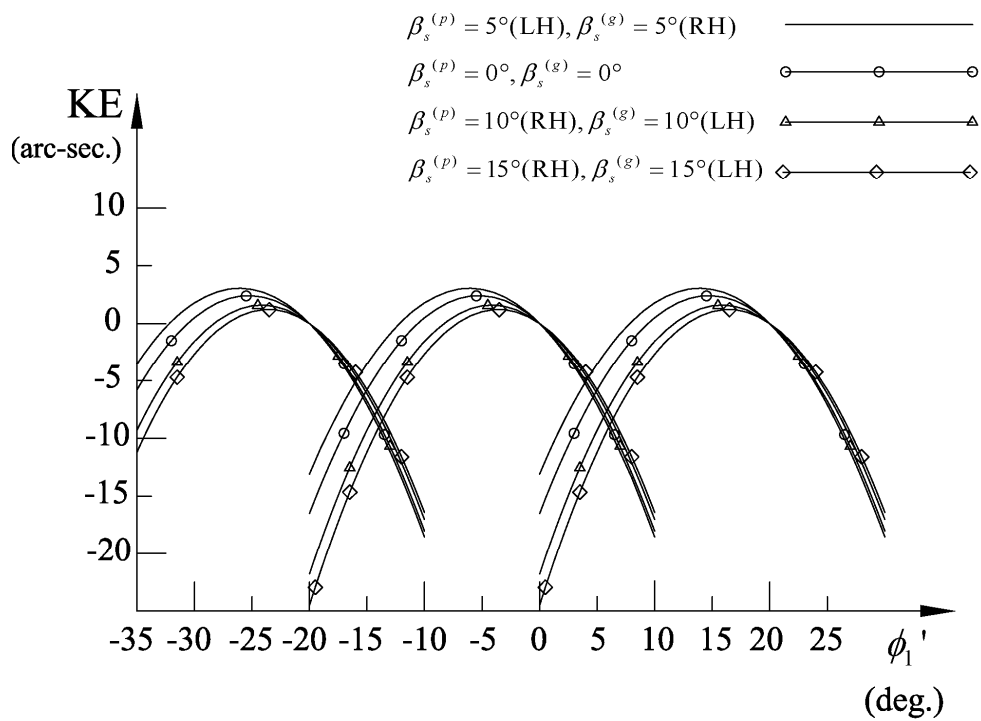


圖 4.15 不同螺旋角之刮齒刀所創成齒輪組在具有垂直軸向軸交錯角 $\Delta\eta=0.1^\circ$ 裝配誤差之運動誤差(例題 4.5)

例題 4.6 具有沿著旋轉軸方向組裝誤差之齒輪組接觸分析比較

齒輪對在實際使用時，兩啮合齒輪之齒面寬通常會選擇不一樣，以避免齒輪組具有沿著旋轉軸方向的組裝誤差，會發生齒緣接觸的情形。若一對螺旋齒輪為理想的漸開線齒形且未經隆齒修整，則縱使齒輪組有沿著旋轉軸方向的組裝誤差，但兩齒面啮合時仍為線接觸，並不會影響齒輪組的運動誤差；但齒輪若經過隆齒修整，齒輪對在具有沿著旋轉軸方向的組裝誤差，就會影響齒輪組的運動誤差。在此一例題，茲選擇螺旋齒輪組有旋轉軸方向的組裝誤差 ΔZ 為 0mm、2mm 與 4mm，比較齒輪組在此三種組裝誤差情形下的運動誤差變化，而 ΔZ 為 2mm 與 4mm 時齒輪組的接觸點分析及其運動誤差分析結果如表 4.38 與表 4.39 所示，其 ΔZ 為 0mm、2mm 與 4mm 時齒輪組之運動誤差曲線比較如圖 4.16 所示。如圖 4.16 所顯示，當組裝誤差量 ΔZ 為 4mm 時，齒輪組之運動誤差最大，且齒輪接觸的位置也偏離理想組裝情形越多。

表 4.38 具有沿著旋轉軸方向組裝誤差 $\Delta Z=2\text{mm}$ 齒輪組之運動誤差(例題 4.6)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.820	-7.196	-7.501	1.133	*0.352	-4.990
-13.0	-12.840	-6.207	-6.501	1.344	*0.351	-2.100
-11.0	-10.860	-5.218	-5.500	1.555	*0.351	0.106
-9.0	-8.881	-4.230	-4.500	1.766	*0.350	1.630
-7.0	-6.903	-3.241	-3.499	1.977	*0.349	2.470
-5.0	-4.925	-2.253	-2.499	*0.349	2.070	2.620
-3.0	-2.947	-1.265	-1.499	*0.350	1.860	2.090
-1.0	-0.968	-0.277	-0.500	*0.350	1.650	0.867
0.0	0.021	0.217	0.000	*0.351	1.540	0.000
1.0	1.010	0.711	0.500	*0.351	1.440	-1.040
3.0	2.988	1.698	1.499	*0.351	1.230	-3.620
5.0	4.966	2.686	2.498	*0.352	1.020	-6.890

表 4.39 具有沿著旋轉軸方向組裝誤差 $\Delta Z=4\text{mm}$ 齒輪組之運動誤差(例題 4.6)

組裝狀態： $\Delta C = 0.0\text{mm}$ ， $\Delta\gamma = 0.0^\circ$ ， $\Delta\eta = 0.0^\circ$						
ϕ_1' (deg.)	ϕ_1 (deg.)	ϕ_2 (deg.)	ϕ_2' (deg.)	l_p, θ_u^p (mm, rad.*)	l_g, θ_u^g (mm, rad.*)	KE (arc-sec.)
-15.0	-14.740	-6.993	-7.501	1.195	*0.351	-3.550
-13.0	-12.760	-6.004	-6.500	1.406	*0.351	-0.863
-11.0	-10.780	-5.015	-5.500	1.616	*0.350	1.150
-9.0	-8.806	-4.026	-4.499	1.827	*0.350	2.470
-7.0	-6.828	-3.038	-3.499	2.038	*0.349	3.110
-5.0	-4.849	-2.049	-2.499	*0.349	2.010	3.070
-3.0	-2.871	-1.062	-1.499	*0.350	1.800	2.360
-1.0	-0.893	-0.074	-0.500	*0.350	1.590	0.957
0.0	0.096	0.420	0.000	*0.351	1.490	0.000
1.0	1.085	0.914	0.500	*0.351	1.380	-1.130
3.0	3.063	1.901	1.499	*0.351	1.170	-3.890
5.0	5.042	2.889	2.498	*0.352	0.961	-7.330

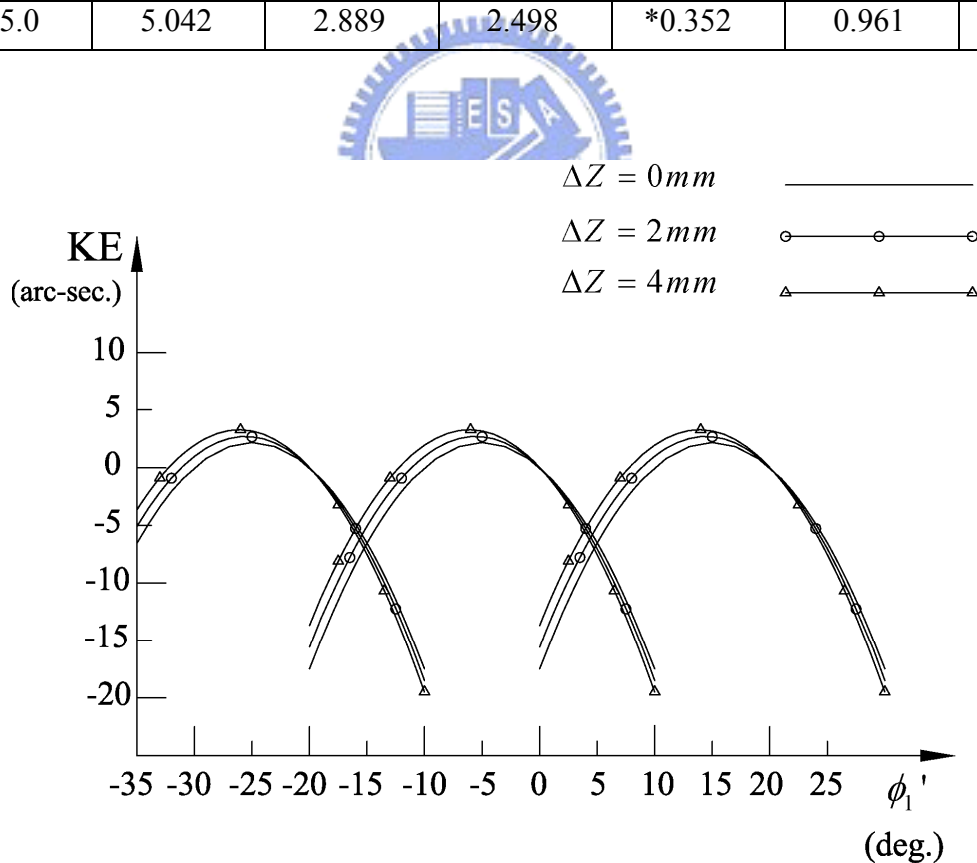


圖 4.16 具有不同旋轉軸方向組裝誤差齒輪組之運動誤差(例題 4.6)

4.5 本章結論

本章係依據齒輪原理以推導出修整型刮齒刀所創成之螺旋齒輪的接觸分析數學模式，以及運動誤差分析模式，根據此運動誤差分析模式，建立了一套電腦模擬程式，其中可調整刮齒刀與齒輪的設計參數，以及改變齒輪對的組裝誤差情形。在本章的示範例題中，也比較了刮齒刀在各種不同設計參數下，所創成之齒輪對的運動誤差與接觸情形，茲依例題 4.1 至例題 4.6 模擬與分析結果歸納如下：

- (1) 例題 4.1 與 4.2 之分析結果顯示，圓弧線齒形修整可使得齒輪對的運動誤差曲線平滑且連續，也能夠彌補各種組裝誤差所帶來的不利影響。
- (2) 由例題 4.3 之分析結果顯示，不同隆齒修整量的齒輪，在具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件下，隆齒修整半徑越大，則齒輪組的運動誤差曲線與理想組裝狀態者的曲線差別也越大，其運動誤差曲線越向右偏移。
- (3) 在例題 4.4 之分析結果顯示，當刮齒刀齒數越多時，其所創成的齒輪對在具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件下，齒輪組的運動誤差曲線也偏移理想組裝狀態者的曲線越多。
- (4) 在例題 4.5 比較了不同螺旋角之刮齒刀對於被創成齒輪對的運動誤差曲線之影響。當齒輪組在具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件時，其運動誤差曲線會較為敏感。由刮齒刀的螺旋角與被創成齒輪所形成不同的軸交錯角之分析結果顯示，當其交錯角的角度越大時，被創成齒輪對的運動誤差曲線會偏移得越大，但其運動誤差反而卻越小。
- (5) 例題 4.6 之分析結果顯示，齒輪對若具有沿著旋轉軸方向之組裝誤差量越大時，則其運動誤差最大，且齒輪接觸點的位置也偏離理想組裝情形越多。

第五章 結論與未來展望

5.1 結論

本研究中係根據齒輪原理以及齒輪創成機構，建立了修整型刮齒刀所創成的螺旋齒輪之齒面數學模式，並分析被創成齒輪的齒面差異以及齒輪對的運動誤差。由於本研究中所創成的螺旋齒輪，是由一把修整型的刮齒刀所創成，因此刮齒刀的設計參數，將會影響被創成之螺旋齒輪的齒面形狀，故齒輪對的運動誤差也會受刮齒刀的設計參數所影響。依據前幾章之研究與分析結果，茲歸納本研究之重要結果如下：

- (1) 由不同圓弧線齒形修整之刮齒刀所創成的齒輪，其齒面會因圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 之不同，而使得齒輪齒面靠近齒頂部分的形狀不同，當圓弧線齒形修整半徑 ρ_u 越大，則被創成之齒輪的齒面會越往內縮。
- (2) 由不同隆齒修整之刮齒刀其所創成的齒輪之齒面，會因隆齒修整半徑 R 的大小，而影響到齒輪靠近齒緣部分的齒面形狀，當隆齒修整半徑 R 越小時，則被創成之齒輪的齒面會越往內縮，且左右齒面之刮齒深度相差也越多。
- (3) 不同齒數之刮齒刀所創成的齒輪，其齒面會因刮齒刀齒數之增多，而使得齒輪齒面之螺旋角的誤差加大。
- (4) 不同螺旋角之刮齒刀所創成的齒輪，其齒輪之壓力角與螺旋角會受到刮齒刀與齒輪在創成時的軸交錯角之大小所影響，當兩旋轉軸之交錯角越大，則被創成之齒輪的齒面螺旋角與壓力角誤差也越大。
- (5) 由於一般螺旋齒輪對於水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差相當敏感，而本研究中所採用的圓弧線齒形修整，可使得齒輪對之運動誤差曲線平滑且連續，亦能夠彌補各種組裝誤差所帶來的影響。
- (6) 不同隆齒修整之刮齒刀所創成的齒輪，在具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件下，當隆齒修整半徑越小時，即隆齒修整量越大時，其齒輪對之運動誤差曲線與齒輪對在理想組裝狀態時的運動誤差曲線差別不大，這顯示隆齒修整之刮齒刀所創成的齒輪，可吸收水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差所帶來的影響。
- (7) 不同齒數之刮齒刀所創成的齒輪，當隨著刮齒刀之齒數增多，在具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角的裝配誤差條件下，其齒輪對之運動誤差曲線偏移理想組裝狀態時之齒輪對的運動誤差曲線越多。

- (8) 不同螺旋角之刮齒刀所創成之齒輪對，在具有水平軸向及垂直軸向之軸交錯角裝配誤差條件時，齒輪對的運動誤差曲線原本就會較為敏感。而選擇不同螺旋角的刮齒刀與被創成之齒輪的螺旋角，會使得刮齒刀與齒輪間在刮齒時有不同的交錯角，當交錯角的角度越大時，齒輪對的運動誤差曲線會偏移理想組裝狀態者越多，但其運動誤差值反而越小。
- (9) 齒輪對在具有沿著旋轉軸方向之組裝誤差量越大時，其運動誤差值最大，且齒輪接觸的位置也偏離理想組裝狀態者越多。

5.2 未來展望

本論文建立了修整型刮齒刀所創成的螺旋齒輪之齒面數學模式，並分析被創成齒輪的齒面差異以及齒輪對的接觸點分析及其運動誤差。未來可利用此數學模式繼續延伸出更多的研究，下列幾個問題仍待進一步研究：

- (1) 根據本研究所建立的接觸分析數學模式，可延續進行模擬和分析齒輪對嚙合時的接觸橢圓，以及齒面接觸應力分析。
- (2) 齒輪對在接觸分析時，可利用有限元素法(Finite Element Method)，考慮齒輪在具有負載情形時，齒輪齒面所產生的變形，以及接觸齒印，同時進行齒輪的應力分析。
- (3) 一般刮齒刀多經磨銳，使其刃口保持鋒利，而磨銳後之刮齒刀，其跨齒厚與嚙合節圓會相對改變，因此須調整與齒輪間的中心距，與並考慮對被創成齒輪之齒形的影響。
- (4) 可使用單齒腹測試與振動噪音量測，以了解實際齒輪對的接觸特性。

參考文獻

- [1] Litvin, F.L., Theory of Gearing, NASA Publication RP-1212, Washington D.C., 1989.
- [2] Litvin, F.L., and Fuentes, A., Gear Geometry and Applied Theory, 2nd Edition, Cambridge University Press, 2004.
- [3] Umeyama, M., “Effects of Surface Modifications on the Transmission Error of a Helical Gear Pair and its Optimization ,” 日本機械學會論文集(C編)61卷 582號, pp.8-15, 1995.
- [4] Iwase, Y. and Miyasaka, K., “Proposal of Modified Tooth Surface with Minimized Transmission Error of Helical Gears,” JSAE Journal Review 7 pp.191-212, 1996.
- [5] Tsay, C.B., “Helical Gears with Involute Shaped Teeth, Geometry, Computer Simulation, Tooth Contact Analysis, and Stress Analysis,” Transaction of the ASME Vol.110, December 1988.
- [6] Liu, C.C. and Tsay, C.B., “Mathematical Models and Contact Simulations of Concave Beveloid Gears,” Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME Vol.124, pp.753-760, 2002.
- [7] Chen, Y.C. and Tsay, C.B., “Contact Ratios and Transmission Errors of a Helical Gear Set with Involute-Teeth Pinion and Modified-Circular-Arc-Teeth Gear, ” JSME International Journal, Series C, Vol.44, pp.867-874, 2001.
- [8] 王志華, ”修整型螺旋齒輪之接觸分析,” 國立交通大學碩士論文, 6月, 1997.
- [9] 張永源, ”修整型螺旋齒輪傳動誤差之測試與分析,” 國立交通大學碩士論文, 6月, 1997.
- [10] 蔡明晃, ”正齒輪傳動誤差之研究,” 國立中山大學博士論文, 4月, 1998.
- [11] Smith, R.E., “Single Flank Testing of Gears,” Gear Technology, May/June, pp. 6-10, 1984.
- [12] Smith, R.E., “The Relation Measured Gear Noise to Measured Gear Transmission Errors,” Gear Technology, January/February, pp.39-47 1988.
- [13] Harsh, V. and Houser, D.R., “A Comparison of Analytical Prediction with Experimental Measured of Transmission Error of Misaligned Load Gears,” ASME International Power Transmission and Gearing Conference, Vol. 1, pp11-18, 1992.
- [14] Houser, D.R., Bolze, V. M., and Graber J. M., “Static and Dynamic Transmission Error Measurements and Prediction for Spur and Helical Gear Sets,” ASME Power Transmission and Gearing Conference, pp.365-372, 1996.

- [15] Atherton, W.J., Pintz, A. and Lewicki, D.G., “Automated Acoustic Intensity Measurements and the Effect of Gear Tooth Profile on Noise,” Gear Technology, March/April, pp. 20-30, 1988.
- [16] 徐瑞宏, “直進式刮齒刀之碟形磨輪加工齒形誤差分析,” 國立中正大學碩士論文, 7月, 2000.
- [17] Litvin, F.L., Fan, Q., Vecchiato, D., Demenego, A., Handschuh, R.F., and Sep, T.M., “Computerized generation and simulation of meshing of modified spur and helical gears manufactured by shaving,” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Vol.190 (39), pp. 5037-5055
- [18] Radzevich, S. P., “Computation of parameters of a form grinding wheel for grinding of shaving cutter for plunge shaving of topologically modified involute pinion,” Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME Vol.127 (4), pp. 819-828, 2005
- [19] Radzevich, S. P., “Design of shaving cutter for plunge shaving a topologically modified involute pinion,” Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME Vol.125 (3), pp. 632-639, 2003

