

國立交通大學

電機與控制工程學系

碩士論文

結合 T-S 模糊模型及可變結構控制

在軌跡追蹤之研究

Study of Trajectory Tracking via the Combination of T-S Fuzzy

Model and VSC Approaches

研究生：陳逸康

指導教授：梁耀文 博士

中華民國九十六年七月

結合 T-S 模糊模型及可變結構控制在軌跡追蹤之研究
Study of Trajectory Tracking via the Combination of T-S Fuzzy
Model and VSC Approaches

研究生：陳逸康

Student：Yi-Kang Chen

指導教授：梁耀文 博士

Advisor：Yew-Wen Liang

國立交通大學電機與控制工程學系



A Thesis

Submitted to Department of Electrical and Control Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master
in
Electrical and Control Engineering
July 2007
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

結合 T-S 模糊模型及可變結構控制在軌跡追蹤之研究

研究生：陳逸康

指導教授：梁耀文 博士

國立交通大學電機與控制工程學系

摘要

本論文主要是對於 T-S 模糊模型應用在反飛彈中途導引控制律之研究，將反飛彈導引至目標位置，並以希望的角度進入敵方飛彈之彈道面，如此反飛彈的偵測器即可容易地偵測到敵方飛彈，以提高攔截成功率，而導引律是應用了 T-S 模糊模型(T-S Fuzzy Model)與可變結構控制(Variable Structure Control)，使用我們所設計之控制律，則可導引反飛彈至目標位置及希望的角度，即使有干擾及不確定因素時，依然可以達到目的。另外我們也已成功地將此導引控制律應用在兩軸機械手臂系統上。


Study of Trajectory Tracking via the Combination of T-S Fuzzy Model and VSC Approaches

Student: Yi-Kang Chen

Advisor: Dr. Yew-Wen Liang

Department of Electrical and Control Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

The logo of National Chiao Tung University is a circular emblem with a gear-like border. Inside the circle, there are stylized Chinese characters and the year '1896'. The word 'ES' is also visible within the design.

Issues regarding the design of midcourse guidance laws for an antimissile are addressed. The antimissile is expected to be guided to a place with desired direction, where a ballistic missile is predicted to be, so that the target can be easily found and locked for terminal interception. The guidance laws are designed by combining the Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy approach and the Variable Structure Control (VSC) technique. Under the designed guidance law, it is shown that the antimissile is able to be guided to the desired location and direction even when the existence of uncertainties and disturbances. The proposed approach is also successfully applied to a two-link robot system.

誌 謝

本篇論文的完成，實在要感謝太多人了，沒有你們的幫助，恐無法有所精進，希望日後能繼續給予指教與鼓勵，必銘記在心！

首先，要感謝我的指導教授梁耀文博士在專業領域上的指導，使我這兩年的學習中受益良多，除此之外老師對於日常生活、人生處世以及做人的道理也不吝提供幫助以及提供正確且良好的觀念，將對於往後的人生有所助益，也要感謝系上曾給予協助的老師，同時，也要感謝口試委員謝劍書博士、鄭治中博士和陳俊宏博士給予指正與寶貴的建議，使本論文更加完備。

接下來要感謝黃智盛學長、江家禎學長與蔡哲倫學長在我遇到困難及心情低落時能給予適時的幫助與鼓勵，再來要感謝實驗室的同學昭銘與宏泰，在研究上給予支持與協助，而學弟丞昶對我的論文研究助益良多，以及學弟益銘、紹偉，感謝你們對於我的幫助，使我能夠更專心於研究，以及感謝其他的同學，你們曾給予我幫助，陪我度過這兩年的日子，充實我的研究生生活。

最後要感謝我的家人，感謝我的外婆、父親、母親、姊姊，從小到大陪我一路走來，以及對我的包容，實在辛苦你們了！我將這論文獻給你們，謝謝你們對我的支持與鼓勵，讓我可以無後顧之憂的在學業上勇往直前，進而完成研究所的學業，謝謝你們！

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機	3
1.3 論文架構	5
第二章 T-S Fuzzy 模式，可變結構控制	5
2.1 T-S Fuzzy 模式	5
2.2 可變結構控制	11
第三章 T-S Fuzzy 模式在反飛彈導引控制器之應用	26
3.1 系統數學模式	26
3.2 建立 T-S 模糊模型	28
3.3 控制器導引律設計	29
3.4 模擬結果	31
3.4.1 建立 T-S 模糊模型	31
3.4.2 狀態假設	36
3.4.3 模擬結果	37
第四章 T-S Fuzzy 模式在兩軸機械手臂控制之應用	66
4.1 系統數學模式	66

4.2 建立 T-S 模糊模型及控制器設計	68
4.3 模擬結果	70
第 五 章 結 論 與 未 來 研 究 方 向	99
5.1 結 論	99
5.2 未 來 研 究 方 向	100
參 考 書 目	101



圖目錄

圖 1.1	飛彈攔截系統示意圖	3
圖 2.1	平行分配補償設計概念	8
圖 2.2	模糊系統的架構圖	9
圖 2.3	Example of triangular membership function	10
圖 3.1	飛彈攔截過程的幾何圖形	26
圖 3.2	T-S 模糊模型之歸屬函數	32
圖 3.3	被觸動之四個操作點	37
圖 3.4	例一 X_1 - X_6 六個狀態時間響應圖	40
圖 3.5	例一之 3D 軌跡圖	40
圖 3.6	例一之 x, y, z 軸時間響應圖	41
圖 3.7	例一之控制輸入時間響應圖	41
圖 3.8	例一之輸入在 $t = 0-1$ 秒時之時間響應	42
圖 3.9	例一之三個順滑膜變數時間響應圖	42
圖 3.10	例一之三個順滑膜變數在 $t = 0-1$ 秒之時間響應	43
圖 3.11	例一之 r, θ, ϕ 三狀態之誤差時間響應	43
圖 3.12	例二 X_1 - X_6 六個狀態時間響應圖	44
圖 3.13	例二之 3D 軌跡圖	44
圖 3.14	例二之 x, y, z 軸時間響應圖	45
圖 3.15	例二之控制輸入時間響應圖	45
圖 3.16	例二之輸入在 $t = 0-1$ 秒時之時間響應	46
圖 3.17	例二之三個順滑變數時間響應圖	46
圖 3.18	例二之三個順滑變數在 $t = 0-1$ 秒之時間響應	47
圖 3.19	例二之 r, θ, ϕ 三狀態之誤差時間響應	47

圖 3.20 例三 X_1-X_6 六個狀態時間響應圖	48
圖 3.21 例三之 3D 軌跡圖	48
圖 3.22 例三之 x, y, z 軸時間響應圖	49
圖 3.23 例三之控制輸入時間響應圖	49
圖 3.24 例三之輸入在 $t = 0-1$ 秒時之時間響應	50
圖 3.25 例三之三個順滑變數時間響應圖	50
圖 3.26 例三之三個順滑變數在 $t = 0-1$ 秒之時間響應	51
圖 3.27 例三之 r, θ, ϕ 三狀態之誤差時間響應	51
圖 3.28 例四 X_1-X_6 六個狀態時間響應圖	52
圖 3.29 例四之 3D 軌跡圖	52
圖 3.30 例四之 x, y, z 軸時間響應圖	53
圖 3.31 例四之控制輸入時間響應圖	53
圖 3.32 例四之輸入在 $t = 0-1$ 秒時之時間響應	54
圖 3.33 例四之三個順滑變數時間響應圖	54
圖 3.34 例四之三個順滑變數在 $t = 0-1$ 秒之時間響應	55
圖 3.35 例四之 r, θ, ϕ 三狀態之誤差時間響應	55
圖 3.36 例五 X_1-X_6 六個狀態時間響應圖	56
圖 3.37 例五之 3D 軌跡圖	56
圖 3.38 例五之 x, y, z 軸時間響應圖	57
圖 3.39 例五之控制輸入時間響應圖	57
圖 3.40 例五之輸入在 $t = 0-1$ 秒時之時間響應	58
圖 3.41 例五之三個順滑變數時間響應圖	58
圖 3.42 例五之三個順滑變數在 $t = 0-1$ 秒之時間響應	59
圖 3.43 例五之 r, θ, ϕ 三狀態之誤差時間響應	59
圖 3.44 例六 X_1-X_6 六個狀態時間響應圖	60

圖 3.45 例六之 3D 軌跡圖	60
圖 3.46 例六之 x, y, z 軸時間響應圖	61
圖 3.47 例六之控制輸入時間響應圖	61
圖 3.48 例六之輸入在 $t = 0-1$ 秒時之時間響應	62
圖 3.49 例六之三個順滑變數時間響應圖	62
圖 3.50 例六之三個順滑變數在 $t = 0-1$ 秒之時間響應	63
圖 3.51 例六之 r, θ, ϕ 三狀態之誤差時間響應	63
圖 4.1 兩軸機器手臂系統圖	66
圖 4.2 x_1, x_3 歸屬函數圖	70
圖 4.3 例一 X_1-X_4 四個狀態時間響應圖	74
圖 4.4 例一之兩個順滑變數時間響應圖	74
圖 4.5 例一之兩個誤差時間響應圖	75
圖 4.6 例一之兩個誤差在 $t = 7-7.6$ 秒時之時間響應圖	75
圖 4.7 例一之兩個順滑變數在 $t = 7-7.6$ 秒時之時間響應圖	76
圖 4.8 例一之控制輸入時間響應圖	76
圖 4.9 例一之控制輸入在 $t = 7.5-7.6$ 秒時之時間響應圖	77
圖 4.10 例一之控制輸入在 $t = 0-0.1$ 秒時之時間響應圖	77
圖 4.11 例一之各項控制輸入時間響應圖	78
圖 4.12 例二 X_1-X_4 四個狀態時間響應圖	79
圖 4.13 例二之兩個順滑變數時間響應圖	79
圖 4.14 例二之兩個誤差時間響應圖	80
圖 4.15 例二之兩個誤差在 $t = 6-7.6$ 秒時之時間響應圖	80
圖 4.16 例二之兩個順滑變數在 $t = 6-7.6$ 秒時之時間響應圖	81
圖 4.17 例二之控制輸入時間響應圖	81
圖 4.18 例二之控制輸入在 $t = 7.5-7.6$ 秒時之時間響應圖	82

圖 4.19 例二之控制輸入在 $t=0-0.2$ 秒時之時間響應圖	82
圖 4.20 例二之各項控制輸入時間響應圖	83
圖 4.21 例三 X_1-X_4 四個狀態時間響應圖	84
圖 4.22 例三之兩個順滑變數時間響應圖	84
圖 4.23 例三之兩個順滑變數在 $t=5-8$ 秒時之時間響應圖	85
圖 4.24 例三之兩個誤差之時間響應圖	85
圖 4.25 例三之控制輸入時間響應圖	86
圖 4.26 例三之各項控制輸入時間響應圖	86
圖 4.27 例四 X_1-X_4 四個狀態時間響應圖	87
圖 4.28 例四之兩個順滑變數時間響應圖	87
圖 4.29 例四之兩個順滑變數在 $t=7-7.6$ 秒時之時間響應圖	88
圖 4.30 例四之兩個誤差之時間響應圖	88
圖 4.31 例四之控制輸入時間響應圖	89
圖 4.32 例四之控制輸入在 $t=0-0.2$ 秒時時間響應圖	89
圖 4.33 例四之各項控制輸入時間響應圖	90
圖 4.34 例五 X_1-X_4 四個狀態時間響應圖	91
圖 4.35 例五之兩個誤差之時間響應圖	91
圖 4.36 例五之兩個順滑變數之時間響應圖	92
圖 4.37 例五之兩個順滑變數在 $t=6-7.6$ 秒時時間響應圖	92
圖 4.38 例五之控制輸入時間響應圖	93
圖 4.39 例五之各項控制輸入時間響應圖	93
圖 4.40 例六 X_1-X_4 四個狀態時間響應圖	94
圖 4.41 例六之兩個順滑變數之時間響應圖	94
圖 4.42 例六之兩個順滑變數在 $t=6-7.6$ 秒時之之時間響應圖	95
圖 4.43 例六之兩個誤差之時間響應圖	95

圖 4.44 例六之控制輸入時間響應圖	96
圖 4.45 例六之控制輸入在 $t = 6.8-7.6$ 秒時之時間響應圖	96
圖 4.46 例六之控制輸入在 $t = 0-0.1$ 秒時之時間響應圖	97
圖 4.47 例六之各項控制輸入時間響應圖	97



第一章

緒論

1.1 研究背景

長期以來，台灣先進精密武器的採購幾乎都受制於歐美強權。例如，美國之所以會同意出售先進中程空對空飛彈給台灣，是因為台灣自製的天劍二型（TC-II）中程空對空飛彈，擁有與先進中程空對空飛彈幾乎同等級的性能，美國認為有錢可賺，順勢傾銷同等級武器給台灣，進一步壓縮台灣好不容易建立的本土軍火工業。另外美國在出售給予台灣的 F 16 戰機，卻不附帶出售可以連結天劍飛彈與 F 十六戰機的空電系統軟體，用意是強迫台灣購買其中程空對空飛彈，更誇張的是台灣買的飛彈還要存放在美國國內，美國的心態與法國在出售幻象機、順便傾銷雲母飛彈是一樣的，也形成台灣同時擁有世界上三種最先進中程空對空飛彈的世界紀錄。同樣的美國眼見台灣雄風家族技術成熟，更索性傾銷魚叉飛彈，除了作生意賺錢外，連帶削弱台灣自主國防工業生機，愛國者防禦飛彈也是類似的情形。所以面對台海的威脅，我們更應致力於發展智慧型的防禦武器，提昇技術層次，達到國防自主的目標。

另一方面，智慧型科技武器所顯示出的優勢及對戰爭主宰的能力已在波灣戰爭及科索夫戰爭中徹底的展現出來。例如，民國八十年發生的波灣戰爭，在對戰雙方開戰前夕，北京的軍事專家一致認為，伊拉克擁有非常強大的武力，美國將再一次掉入泥淖，陷入另一個越戰。但出乎意料，由於美國使用最新的武器與戰術，速戰

速決，使伊拉克在短期內兵敗撤軍。另一個例子發生在民國八十八年的科索夫之戰，以美國為主的北約部隊更在未動用地面部隊的情況下，藉由智慧型的精密打擊武器，以空中力量屈服南斯拉夫。這些實際的例子都充分說明了智慧型科技優勢在戰爭中所具有的，影響力及潛力。

而飛彈對於國家的軍事國防上，扮演了極重要之地位，因為不管是空對空、地對地、地對空、空對地，無論何種方式的導彈或是反導彈，能夠準確的攻擊目標，才是最重要的課題，所以如果能夠有一套精確且快速運算的導引系統，就能夠以極高的速度且精確的擊中移動中的目標，或是轟炸地面的建築物或其他目標。

1.2 研究動機

在來襲飛彈攔截控制法則的設計中，當已預測來襲飛彈之彈道軌跡，將反飛彈預先導引至目標物的軌跡裡面，使反飛彈在終端導引階段時能有良好的初始狀態，如此，就算目標物具有逃逸能力，也可提高反飛彈的攔截率。本論文考慮經由最佳化控制所建立之彈道軌跡，引導我方反飛彈可以在飛彈物理限制下，儘快地鑽入敵方彈道中以提高攔截的命中率以及攔截高度，達到即時、有效的攔截目標。而在此論文中之導引控制器中使用 T-S Fuzzy Model，其優點如下所述：在靠近不同操作點時，線性化一個動態非線性系統是很容易的，如果不知道系統模型時，亦可靠輸入-輸出求出其線性化模型[1]。當線性化模型得知後，不同操作點之控制器即相當容易設計，可有效的縮短計算的時間。其控制器將只有簡單的模糊控制器，而不需要迴授線性化的技巧，以及複雜的結構與計算[28]。透過 LMIs (linear matrix inequalities) 即可獲得穩定的 T-S 控制器，而不需要繁雜的計算 Lyapunov equation，並且具有極佳的適應性、強健性及容錯性[25]。

而在控制器方面，可變結構控制往往因為其設計上的方便性，以及對系統變物較不靈敏等優點，往往為設計者所採用，另外由於可變結構是一種高速切換的回授控制，回授方式可為狀態回授或輸出回授，因此使系統具有較強的系統強健性，因

此對一些具有不確定因素的系統而言，可變結構確實是一種不錯的控制方法。而由於T-S Fuzzy 模式為一種近似方式，與原本系統必然有一些不確定之誤差，故在本論文中我們採用可變結構控制設計導引律，以達到較好之性能表現。

本論文考慮如圖1.1的飛彈攔截系統示意圖，圖中A和B分別代表位於彈著點左邊與右邊的攔截飛彈發射位置，而C和D分別代表來襲飛彈的彈著點與發射點位置。一般在設計反飛彈導引律時，可將導引律分為兩個階段，第一階段為中途導引階段，為反飛彈在發射後，由地面雷達導引其飛行軌跡的時候；第二階段稱為終端導引階段，為反飛彈接近來襲目標時，由彈體身上的主動雷達(或尋標器)來做導引的階段。如果在中途導引階段時，地面雷達能精確的預估目標物的運動軌跡，則可將反飛彈預先導引至目標物的軌跡裡面，使反飛彈在終端導引階段時能有良好的初始狀態，如此，就算目標物具有逃逸能力，也可提高反飛彈的攔截率。本論文假設已知彈道飛彈之軌跡估測，經由最佳化控制所建立之彈道軌跡，引導我方反飛彈可以在飛彈物理限制下，儘快地鑽入敵方彈道中以提高攔截的命中率以及攔截高度。達到即時、有效的攔截目標。而本論文將著重在第一階段之探討。

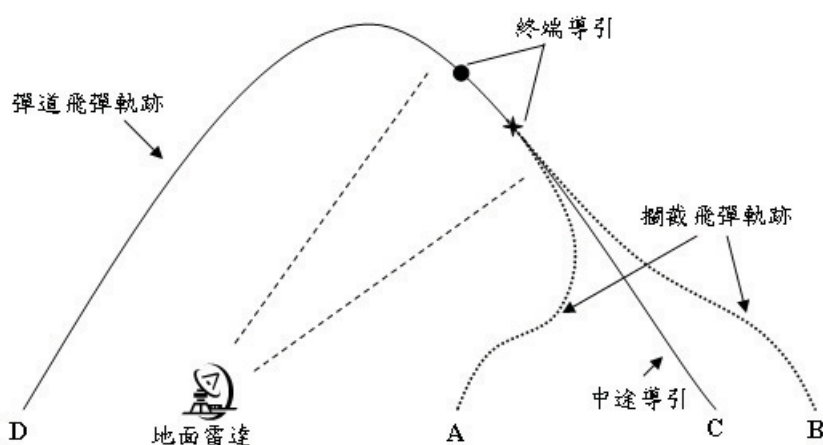


圖 1.1 飛彈攔截系統示意圖

我們使用了T-S模糊模型來將繁雜的計算簡化，若是面對需要計算繁雜的系統狀態與控制律時，亦能以我們所推倒出之方法來簡化運算，將會大幅增加運算效

率。因此我們在本論文中，將此運算技巧運用在兩軸機械手臂系統上，來驗證我們所推導之方法，可大幅減少運算時間。

1.3 論文架構

本論文之結構如下：第二章中將會介紹 T-S Fuzzy 模式以及可變結構控制。第三章則對 T-S Fuzzy 模式在導引控制器之應用作詳細分析及設計，並且針對原始非線性系統及 T-S 模糊模型，在各種不同下之狀況作模擬比較與分析結果。在第四章中，我們將第三章所推導出之方法，應用在兩軸機械手臂系統上，加以分析以及驗證。而最後在第五章提出結論與未來研究方向。



第二章

T-S Fuzzy 模式，可變結構控制

2.1 T-S Fuzzy 模式

模糊控制是經由專家意見、資料庫的建立及模糊推理機制的組合，並藉由 IF-THEN 規則來取代傳統的控制方法，此種控制技術是將 Zadeh 教授於 1965 年提出的模糊集理論應用到控制領域的先進技術。由於模糊控制通常不需要精確的數學模型，且模糊系統的規則庫一旦建立之後便可經由查表 (Table lookup) 的方式來進行控制。因此，這種控制技術通常可有效的縮短計算的時間。此外，模糊控制也具有極佳的適應性、強健性及容錯性，所以不少傳統控制無法達到的優異效果卻可以藉由模糊控制的經驗法則來達成。在 1987 年 7 月開始營運的日本仙台市地下鐵路系統，便是應用模糊控制技術來進行管控，將列車的運行規劃成為自動化控制系統。此外，目前市面上已有許多電機電子產品已應用了模糊控制的相關技術。雖然模糊理論的應用已受到高度的重視，然而，長久以來，模糊控制最受人質疑的便是其穩定性的問題。近年來隨著解決非線性系統之理論及技術的快速成長與累積，提供給模糊控制很好的理論基礎，由 Takagi 與 Sugeno 所提出的 T-S 模糊控制模型便是利用多個線性化模式以權重的方式來近似原來的非線性系統，並以 Lyapunov Function 的處理手法來建立模糊控制系統穩定性分析的基礎。所獲得近似的模糊控制系統再利用平行分散補償器 (Parallel Distributed Compensation, PDC) 的觀念來設計控制器和估測器，最後再將穩定性分析的問題轉換為線性矩陣不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 的形式，以 MATLAB 的 LMI Toolbox 來求解。T-S 模

糊模型有時被稱為 Takagi-Sugeno-Kang (T-S-K) 模糊模型。由於一開始的模糊模型是由 Takagi 與 Sugeno 所提出來，接著，Kang 和 Sugeno 則繼續在關於模糊模型判別的研究上發揚光大。在此計畫中，我們統稱為 T-S 模糊模型。T-S 模糊模型的主要原理是利用多個近似的線性模型透過權重來近似原始的非線性模型，經由對個別的線性模型設計控制規則再依權重組合來實現非線性模型所需要的控制律。因此，T-S 模糊模型適合用來近似非線性模型。近年來 T-S Model 的應用已廣泛受到重視，如 Tanaka 與 Wang[22] 已成功的將 T-S 模型的控制方法應用於連結車輛的倒車入庫的控制法則設計；Chen 等人[23] 藉由 T-S 模型對非線性動態系統做模糊追蹤控制設計；Su 等人[6] 提出了新的穩健 T-S-K 模糊模型化方法；Lee[11] 等人對於 Affine T-S-K 模糊控制系統提出了混合補償控制的方法；Wang[26] 等人設計 T-S 模型的模糊回授控制器來穩定不確定的模糊時間延遲系統，並應用於連續攪動槽反應器模型 (Continuous stirred tank reactor (CSTR))；Hsiao 等人[12][14][13] 則將 T-S 模型與控制應用在大型連結系統與具有時間延遲的大型系統的穩定性分析。T-S 模糊模型的狀態空間表示法如下：



• 連續時間系統 (Continuous-Time System, CTS)：

規則 i ：

$$\begin{aligned} &\text{IF } e_1(t) \text{ is } G_{i1} \text{ and ... and } e_p(t) \text{ is } G_{ip} \\ &\text{THEN } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) & i=1,2,3,\dots,r \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \end{aligned}$$

其中 $e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)$ 為已知變數可以是狀態空間的函數、外部干擾、或時間， G_{ip} 是歸屬函數， $x(t) = [x_1, \dots, x_m]^T$ 是系統的狀態向量， $u(t) = [u_1, \dots, u_f]^T$ 和 $y(t) = [y_1, \dots, y_h]^T$ 分別是系統的輸入和輸出。 $A_i \in R^{m \times m}$ ， $B_i \in R^{m \times f}$ 和 $C_i \in R^{h \times m}$ ， r 是規則數。整個 T-S 模糊模型可以表示成：

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = \sum_{i=1}^r H_i(e(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)], \quad (2.1)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = \sum_{i=1}^r H_i(e(t))C_i x(t). \quad (2.2)$$

其中， $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)]$ ， $W_i(e(t)) = \prod_{j=1}^p G_{ij}(e_j(t))$ 和 $H_i(e(t)) = \frac{W_i(e(t))}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))}$ 。

• 離散時間系統 (Discrete-Time Systems, DTS)：

$$x(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))[A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = \sum_{i=1}^r H_i(e(t))[A_i x(t) + B_i u(t)], \quad (2.3)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = \sum_{i=1}^r H_i(e(t))C_i x(t). \quad (2.4)$$

其中， $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)]$ ， $W_i(e(t)) = \prod_{j=1}^p G_{ij}(e_j(t))$ 和 $H_i(e(t)) = \frac{W_i(e(t))}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))}$ 。

• 平行分配補償：

平行分配補償 (Parallel distributed compensation, PDC) 的設計概念如圖 2.1 所示。其每一條控制規則皆使用相對應於 T-S 模糊模型的規則來做分配式地設計，模糊控制器和模糊模型共用相同的模糊集。由於模糊模型的每一條規則被一個線性狀態方程式所描述，線性控制系統理論可以被用來設計這模糊控制器部分，所設計出來的整個模糊控制器一般而言為非線性，其可以藉由個別的線性控制器經由模糊混合 (fuzzy blending) 而完成。模糊控制器的規則可以用平行分配補償來設計：

第 i 條控制規則：

IF $e_1(t)$ is G_{i1} and ... and $e_p(t)$ is G_{ip} ,

THEN $u(t) = -K_i(t)$

其中 $i = 1, 2, \dots, r$ 。最後，以模型基礎的 (model-based) 的模糊控制器輸出則為：

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))K_i x(t)}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = -\sum_{i=1}^r H_i(e(t))K_i x(t). \quad (2.5)$$

• 線性矩陣不等式 (LMI)：

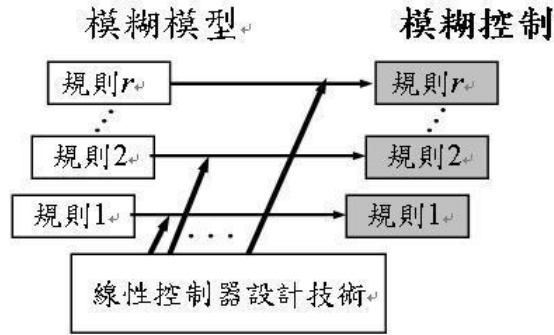


圖 2.1 平行分配補償設計概念

近幾年來，一種數值最佳化的方法-線性矩陣不等式(LMI)已受到研究上的廣泛重視。許多實際的問題可以透過LMI來求解。

【定義一】：一個線性矩陣不等式(LMI)的基本形式為

$$F(x) = F_0 + \sum_{k=1}^n x_k F_k > 0 \quad (2.6)$$

其中 $x \in R^n$ 為變數， $F_k = F_k^T \in R^{m \times m}$ ， $k=0,1,2,\dots,n$ 為給定。 $F(x) > 0$ 意指 $F(x)$ 為一個正定矩陣。不等式(2.6)為一個對於 x 的凸限制(convex constraint)。集合 $\{x | F(x) > 0\}$ 亦為凸集合。許多形式的線性不等式，矩陣模數不等式(matrix norm inequalities)，凸二次不等式(matrix norm inequalities)，和控制理論中的限制如：Lyapunov 矩陣不等式，都可以被表示成LMI的形式。由於 $F^1(x) > 0, \dots, F^T(x) > 0$ 可以被表示成 $\text{diag}(F^1(x) > 0, \dots, F^T(x) > 0)$ 因此Schur補數(Schur complements)定理可被應用來轉換LMI。

【定理一】：假設E和F是對稱矩陣(symmetric matrices)。則

$$\begin{bmatrix} E & Q \\ Q^T & F \end{bmatrix} \geq 0 \quad (2.7)$$

等效於

$$F > 0, E - Q \cdot F^{-1} \cdot Q^T \geq 0 \quad (2.8)$$

- 適應性模糊系統 (Adaptive Fuzzy System) :

一個適應性模糊系統定義成線上即時訓練演算法來更新資料庫，其中模糊系統具有一組由模糊邏輯所構成的模糊IF-THEN規則。訓練演算法根據數值的消息來調整模糊系統的參數和架構。一個適應性模糊系統可以視為一個模糊系統他的規則可以經由訓練自動的產生和更新。典型的模糊系統有模糊化和解模糊化如圖2.2所示。

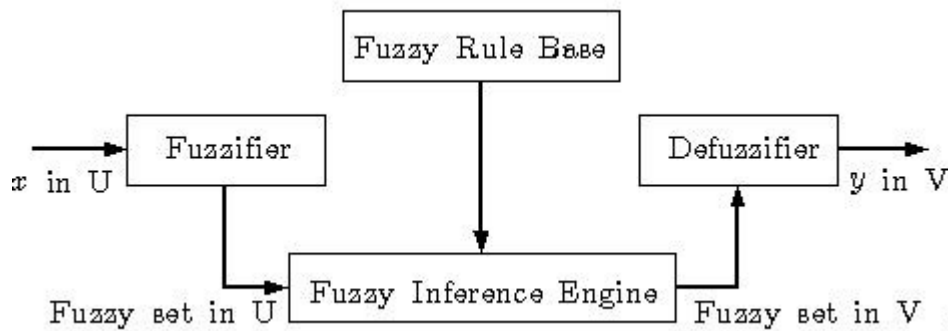


圖 2.2 模糊系統的架構圖

訓練模糊系統的主要概念是從輸入-輸出對來產生規則，收集所產生的規則和語言規則共總成一個模糊規則庫，這種方法可以歸納成以下的步驟：

- 演算法 (適應性模糊系統設計步驟) :

步驟1：將輸入和輸出的空間區分成模糊區間

將輸入和輸出的區間區分成 $2N+1$ 的區間並以 $S_N, \dots, S_1, C_E, B_1, \dots, B_N$ 來表示，且指定模糊歸屬函數。圖 2.3 顯示的例子為兩個輸入和一個輸出的範例，其中每一個歸屬函數取為三角形。

步驟2：從給定的資料對產生模糊規則指定一個模糊規則給每一個輸入-輸出對。

如圖 2.3 給定的關於輸入-輸出對

$$\text{Rule 1: IF } x_1 \text{ is } B_1 \text{ and } x_2 \text{ is } S_1, \text{ THEN } y \text{ is } C_1$$

步驟3：對每一條規則指定置信度

對於有置信度衝突的規則旨趣最大置信度為依據。乘積法則是一種可以採行

的方式。如 $\mu D(\text{Rule } 1) = \mu(x_1) \cdot \mu(x_2) \cdot \mu(y) = 0.8 \times 0.7 \times 1 = 0.56$ 除此之外，在訓練的過程中，不可避免地有衝突的規則，也就是說規則有相同的IF部分但有不同的THEN部分，當這種情形發生時，只有一條最大置信度的規則可以被選定來決定輸出值，這種法則可以減少規則數。

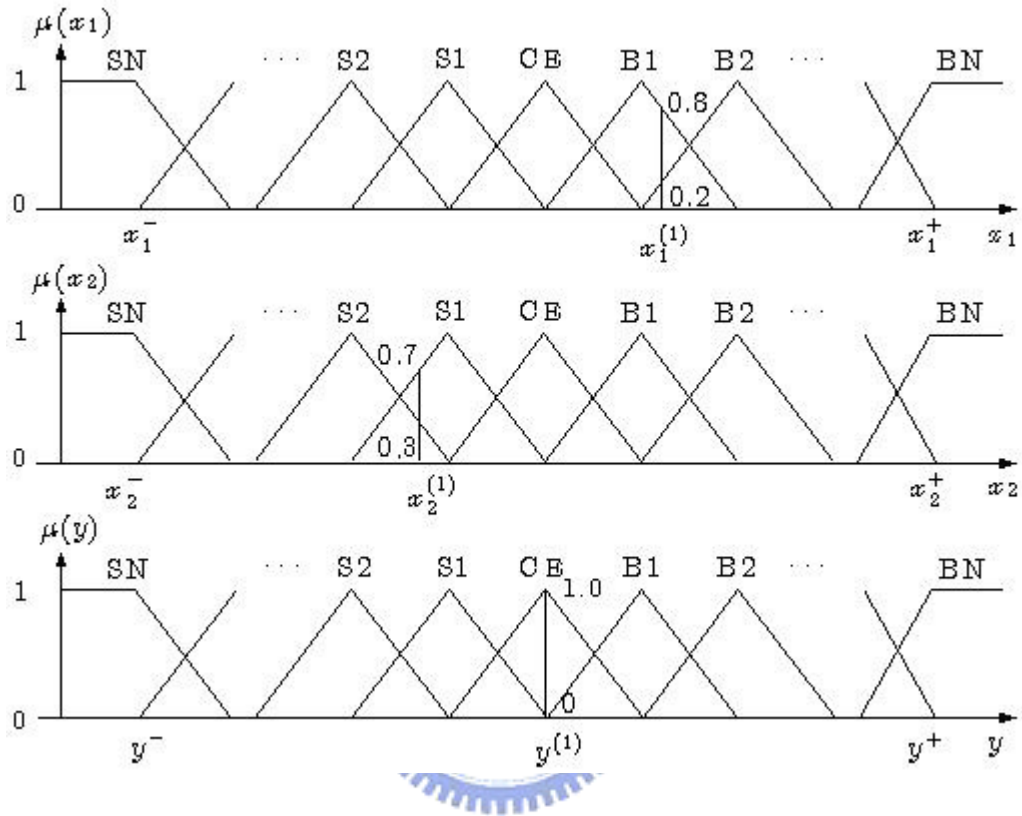


圖 2.3 Example of triangular membership function

步驟 4：建立組合的模糊規則庫，同時編入數值和語言的訊息。

步驟 5：從組合的模糊規則庫，決定輸入-輸出對應。

2.2 可變結構控制

由於可變結構控制器在設計上的容易性以及其高抗雜訊的能力，在本論文中我們將採用可變結構來設計控制器。本章將簡述可變結構控制的基本概念、順滑平面、線性及非線性可變結構控制器的設計方法、以及考慮輸入具有非線性限制時之可變結構控制律之設計。最後一小節將介紹里奧波諾夫法，此法為本論文中可變結構所採用的設計控制器設計方法。

2.2.1 可變結構控制簡介

可變結構控制(variable structure control, 簡稱 VSC)是一種不連續的狀態回授控制，是在 1960 年代初期由前蘇聯科學家們所發展出一種非線性控制法則，為俄國人 Filippov 所率先提出的。此種控制之特色為利用不連續的控制輸入，使系統在所設定之轉換平面(Switching Plane)或稱之超平面(Hyperplane)上改變結構，而獲得所謂之滑動模式控制(Sliding Mode Control)。

我們所採用的可變結構控制法則，由於設計方法較為容易，已成為最廣為人使用的控制方法之一。由於 VSC 是一種高速切換的回授控制(feedback control)，其回授方式可以為狀態回授(state feedback)或輸出回授(output feedback)。採用 VSC 可使系統具有較強的系統強健性(Robustness)，因此對於一些具有不確定因素(uncertainties)的系統而言，VSC 的高抗雜訊能力的確是一種不錯的控制方法。

VSC 最大的特點則是系統最後會被規範在一個預先決定的順滑平面(Sliding surface)上，而控制器的設計者則利用設計的控制法則將系統的狀態軌跡控制在預先設計好的順滑平面上，如圖 2.4，在理論上當順滑函數為零時，亦即系統上到了順滑平面上，而受控系統的行為則是由順滑平面來規範的，運動

軌跡不隨系統內部參數變動而變動，此種沿著順滑平面滑行的運動方式稱為滑動模式(Sliding mode)，因此，順滑平面的選取在 VSC 的設計上就顯得相當的重要，對於一般線性的系統而言，順滑函數可以選取如下：

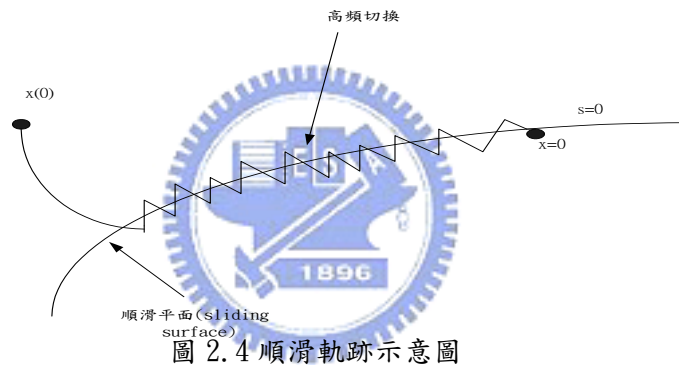
$$S(x) = Cx \quad (2.9)$$

其中， x 表示系統的狀態變數。

而要讓系統上順滑平面的條件便要使得所設計的控制器滿足下式：

$$S^T \dot{S} < -\sigma \|S\|, \sigma > 0 \quad (2.10)$$

(2.10)式又稱為”reaching condition”。



上式條件，因它充分保證在任一 S 鄰域之狀態起點，其軌跡必定趨近到順滑平面 S ，且沿此平面滑動。由上述可知，當系統進入滑動模式，系統動態反應受控於順滑平面。

但是，在滑行的過程中，狀態代表點因受到不連續控制之輸入影響，並非完全在順滑平面 ($S(x)=0$) 上，而是在 $S(x)=0$ 的鄰域來回變動，使用 VSC 時有一個最大的缺點就是控制器在高速作切換時會導致”切跳(Chattering)”的現象產生。輕則會影響系統的最終狀態 (steady state)，嚴重則會激發出一些系統潛在的未模式高頻部分 (high frequency unmodeled parts)，將影響到系統整個控制的結果，導致系統的不穩定現象發生。因此，要在可變結構控制系統中，切跳現象是無法避免的，而切跳的大小視控制輸入之不連續程度而定，要改善”

切跳(Chattering)”所導致的負面影響，可以引入順滑層(Sliding layer)的想法，順滑層的簡單示意圖如下：

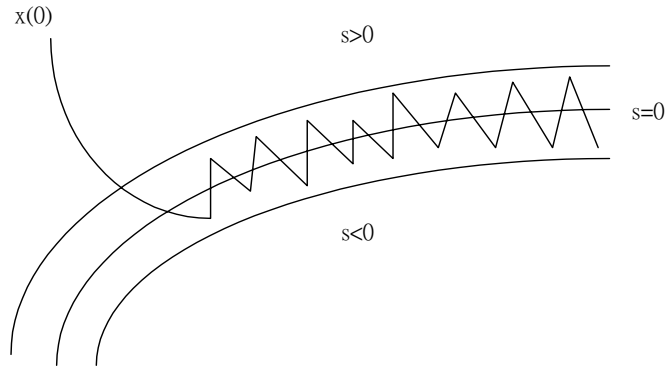


圖 2.5 順滑層

將原來的符號函數(Sign Function)用飽和函數(Saturation Function)、磁滯函數(Hysteresis Function)或磁滯-飽和函數(Hysteresis Saturation Function)等方式取代，經證實，這些方法可應用於實際的系統中，對系統之切跳行為可獲得明顯有效的改善。

總括而言，在設計可變結構控制器有兩個主要步驟：

- 步驟一：選取適當的順滑平面 $S(x)$ ，使得系統軌跡在順滑模態時能滑向控制目標點。
- 步驟二：設計適當的控制器，使得系統軌跡在有限時間內接觸到順滑平面產生順滑模態。

2.2.2 可變結構控制律之設計

2.2.2.1 線性系統可變結構控制律設計

假設系統動態方式如下：

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n + u + d(x, t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

其中 $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$ 是系統狀態且所有的狀態變數都是可以量測的， u 為控制輸入， $d(x, t)$ 是系統雜訊且為一匹配式雜訊(matched noise)，在不失一般性的情況下，假設雜訊的大小都有上界

$$|d(x, t)| \leq \delta(x, t) \quad (2.12)$$

其中 $\delta(x, t)$ 為一已知的上限函數，此有雜訊干擾的系統，我們的主要的目的是將系統的軌跡準確的控制到原點 $x = 0$ ，以下將利用可變結構控制來完成所要的目標。

依據可變結構控制的理論，選定順滑函數(sliding function) $S(x)$ 後，系統之狀態空間會被順滑平面 $S(x) = 0$ 分隔成 $S(x) > 0$ 及 $S(x) < 0$ 的兩個子空間，再利用迫近及順滑條件來迫使系統在有限時間內接觸到順滑面，並且經由切換，使系統在順滑面上產生順滑模態(sliding mode)，在順滑模態上的軌跡最後必須逼近目標點 $x = 0$ ，方能達到控制的目標。

接下來為順滑函數的選擇，在此步驟中，首先假設系統已成功的被控制在順滑模態下，其餘的主要工作就是選擇順滑函數 $S(x)$ ，也就是選擇一適當的順滑面 $S(x) = 0$ ，讓系統經由不斷的切換滑向目標。

由於順滑模態下的系統軌跡會朝向目標點逼近，所以選取的順滑面必須包含此目標點，也就是說必須符合 $S(x)|_{x=0} = 0$ ，在一般情況下，通常順滑函數設定為

$$S(x) = CX = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \quad (2.13)$$

其中 $C = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_n]$ ， C 之選取將於稍後在作說明，根據以上的敘述必須假設系統已經處於順滑模態下，亦即滿足 $S(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n = 0$ ，事實上，向量中的 n 個係數只要是彼此間的比例關係不變的話，都是代表同一個順滑面，假設 $c_n = 1$ ，亦即選取順滑函數為

$$S(x) = CX = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_{n-1}x_{n-1} + x_n \quad (2.14)$$

其中 $C = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_{n-1} \ 1]$ 。

為了使順滑模態 $S(x) = 0$ 具有不變(invariant)的特性，我們必須加入以下條件

$$\dot{S}(x) \Big|_{u=u_{eq}} = c_1 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 + \cdots + c_{n-1} \dot{x}_{n-1} + \dot{x}_n = 0 \quad (2.15)$$

利用(2.11)式可得

$$\dot{S}(x) \Big|_{u=u_{eq}} = a_1x_1 + (a_2 + c_1)x_2 + \cdots + (a_n + c_{n-1})x_n + u_{eq} + d(x,t) = 0 \quad (2.16)$$

在(2.16)式可看出順滑函數經過一次微分後會產生控制輸入 u 項，因此可取等效控制如下

$$u_{eq} = -a_1x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n \quad (2.17)$$

代回(2.11)式後成為

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{S}(x) &= 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

根據等效控制的觀點，系統在順滑模態下 ($S(x) = 0$ 且 $\dot{S}(x) = 0$) 只需考慮前面的 $n-1$ 條方程式，亦即

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= -c_1 x_1 - c_2 x_2 - \cdots - c_{n-1} x_{n-1} \end{aligned} \quad (2.19)$$

其中最後一式已經利用 $S(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + x_n = 0$ 的關係把 x_n 改為

$$x_n = -c_1 x_1 - c_2 x_2 - \cdots - c_{n-1} x_{n-1} \quad (2.20)$$

由(2.19)中可以看出次數降為 $n-1$ 次，所以順滑模態比原系統少了一階。

為了使(2.19)式的系統穩定，必須選取適當的係數 c_i ， $i = 1, 2, \dots, n-1$ ，首先，令 $x_K = z^{(K-1)}$ ， $K = 2, \dots, n-1$ ，其中 $Z^{(K-1)}$ 表示 z 對於時間 t 的 $K-1$ 次微分，再代回(2.19)式的最後一個等式後，可得 $(n-1)$ 次的微分方程如下：

$$z^{(n-1)} + c_{n-1} z^{(n-2)} + \cdots + c_2 z + c_1 z = 0 \quad (2.21)$$

故特徵方程式為

$$\lambda^{(n-1)} + c_{n-1} \lambda^{(n-2)} + \cdots + c_2 \lambda + c_1 = 0 \quad (2.22)$$

只要選取的係數 c_i ， $i = 1, 2, \dots, n-1$ ，能夠使特徵方程式的 $(n-1)$ 個根都具有負實部，亦即 $RE(\lambda) < 0$ ，其中 λ 為特徵方程式的特徵根，因此，當 $t \rightarrow \infty$ 時，對所有 $i = 1, 2, \dots, n-1$ ， $x_i \rightarrow 0$ ，經由(2.20)式可得 $x_n \rightarrow 0$ ，即可達到控制的目標。一旦決定出適合的順滑函數後，便可開始進行控制法則的設計。

而控制法則的設計是利用迫近及順滑兩種條件為基礎，迫使系統在有限時間內產生順滑模態，在此利用(2.10)式的迫近順滑條件，表示如下：

$$s^T \dot{s} < -\sigma \|s\|, \quad \sigma > 0, \quad \text{當 } s \neq 0 \quad (2.23)$$

以保證系統在有限時間內進入順滑模態，並滑向控制目標。由(2.11)及(2.14)式計算順滑函數的一次微分式可得

$$\dot{s} = a_1 x_1 + (a_2 + c_1)x_2 + \cdots + (a_n + c_{n-1})x_n + u + d(x,t) \quad (2.22)$$

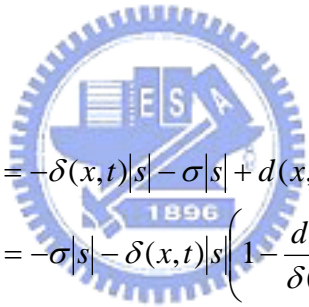
為了符合逼近順滑條件，令控制法則如下：

$$u = -a_1 x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n - (\delta(x,t) + \sigma)\text{sign}(s) \quad (2.25)$$

代回(2.16)式後變為

$$\dot{s} = -(\delta(x,t) + \sigma)\text{sign}(s) + d(x,t) \quad (2.26)$$

兩邊同乘 s 後整理為



$$\begin{aligned} s \dot{s} &= -\delta(x,t)|s| - \sigma|s| + d(x,t)s \\ &= -\sigma|s| - \delta(x,t)|s| \left(1 - \frac{d(x,t)s}{\delta(x,t)|s|} \right) \\ &\leq -\sigma|s| \end{aligned} \quad (2.27)$$

由(2.27)式，可知所設計的控制法則(2.25)式，可以保證逼近條件(2.23)式成立，所以能使系統在有限時間內產生順滑模態。

在真實的情況中，在(2.25)式中 $\text{sign}(s)$ 是一理想的切換函數，這個函數必須借助無窮大的切換頻率才可能達成，但此種切換頻率在現實的系統裡是無法實現的，因此一般都只是利用極高速的切換元件來取代，這樣系統的軌跡必定會在順滑模態 $s=0$ 兩側的極小空間中不斷的跳動，造成了不當的高頻雜訊，也就是說會有切跳的現象產生，若我們將 $\text{sign}(s)$ 修正為

$$\begin{aligned}
 sat(s, \varepsilon) &= \begin{cases} 1 & s > \varepsilon \\ s/\varepsilon & |s| \leq \varepsilon \\ -1 & s < -\varepsilon \end{cases} \\
 &= \begin{cases} sign(s) & |s| > \varepsilon \\ s/\varepsilon & |s| \leq \varepsilon \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

可由(2.28)式可看出系統空間被分為 $s > \varepsilon$ 、 $|s| \leq \varepsilon$ 、 $s < -\varepsilon$ ，其中包含順滑面 $s=0$ 的中間地帶 $|s| \leq \varepsilon$ 就是所謂的順滑層，該層的厚度為 ε ，為了方便表示，也將包夾順滑層的兩個區域 $s > \varepsilon$ 、 $s < -\varepsilon$ ，進一步表示為 $|s| > \varepsilon$ ，故我們以 $sat(s, \varepsilon)$ 取代 $sign(s)$ ，所以將(2.25)式修正為

$$u = -a_1 x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \dots - (a_n + c_{n-1})x_n - (\delta(x, t) + \sigma) sat(s, \varepsilon) \tag{2.29}$$

在未進入順滑層前，也就是當 $|s| > \varepsilon$ 時， $sat(s, \varepsilon) = sign(s)$ ，修正前後的控制法則是完全相同的，故系統依舊向著順滑面 $s=0$ 逼近，由於順滑面包含在順滑層內，所以系統軌跡朝著順滑層 $|s| \leq \varepsilon$ 逼近，系統會在有限時間內進入順滑層，一旦進入順滑層後，控制法則(2.29)式變成

$$u = -a_1 x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \dots - (a_n + c_{n-1})x_n - (\delta(x, t) + \sigma) \frac{s}{\varepsilon} \tag{2.30}$$

由於 $\left| \frac{s}{\varepsilon} \right|$ 的值通常都小於 1，因此控制輸入 u 的增益值在順滑層終將明顯降低，而(2.26)式也同樣被修正為

$$\dot{s} = -(\delta(x, t) + \sigma) \frac{s}{\varepsilon} + d(x, t) \tag{2.31}$$

由(2.31)式可以清楚的看到 S 會受到雜訊 $d(x, t)$ 的影響，也就是說在順滑層中只要雜訊 $d(x, t)$ 存在，系統很難維持順滑模態，亦即 s 不恆為 0，此時(2.20)

式必須重寫為

$$x_n = -c_1 x_1 - c_2 x_2 - \cdots - c_{n-1} x_{n-1} + s \quad (2.32)$$

同樣地(2.19)式變成

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= -c_1 x_1 - c_2 x_2 - \cdots - c_{n-1} x_{n-1} + s \end{aligned} \quad (2.33)$$

由於在順滑層 $|s| \leq \varepsilon$ 中， s 可視為一個有限量的值，因此不影響(2.33)式的穩定性，先前所選取之向量 C 仍然適用，可是卻因為 S 的存在將無法讓所有的狀態變數趨近於 0，換句話說系統軌跡將不再逼近原點，而只在原點的附近遊動，這樣雖降低了控制的精準度，這也是利用順滑層概念所必須付出的代價，但這樣的代價是值得的，因為具備順滑層的控制器可以利用實際元件製作出來，並且只要順滑層的厚度夠寬，就不會激發出高頻雜訊或產生不希望之切跳現象，此外控制輸入由於使用了比率項 $\frac{s}{\varepsilon}$ ，其增益直也跟著降低。

2.2.2.3 非線性系統之可變結構控制器之設計

我們先前已經介紹 VSC 的簡介以及簡單的設計，在此我們要介紹的是非線性系統的 VSC 控制器的設計。

考慮一非線性系統如下：

$$\dot{X} = f(t, X) + B(t, X)u(t) \quad (2.34)$$

狀態變數 $X(t) \in \mathcal{R}^n$ ，控制輸入 $u(t) \in \mathcal{R}^m$ ， $f(t, X) \in \mathcal{R}^n$ 且 $B(t, X) \in \mathcal{R}^{n \times m}$ ，假設 $f(t, X)$ 及 $B(t, X)$ 為連續的，定義切換平面為

$$S(X) = (s_1(X) \cdots s_m(X))^T \quad (2.35)$$

控制律 $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ 由 $u_i(t)$ 所組成， $u_i(t)$ 的形式如下：

$$u_i(t, X) = \begin{cases} u_i^+(t, X), & \text{for } s_i(X) > 0 \\ u_i^-(t, X), & \text{for } s_i(X) < 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

$i = 1, 2, \dots, m$

切換平面可能是線性或非線性的，但普遍來說大多是線性的，我們所選取的線性切換平面 (switching surface) 為

$$S(X) = \tilde{C} X(t) = 0 \quad (2.37)$$

\tilde{C} 為一 $m \times n$ 矩陣，為了證明順滑模態的存在，系統的狀態軌跡必須滿足以下的順滑條件

$$s_i \dot{s}_i < 0, \quad \text{for } i \leq m \quad (2.38)$$

使得鄰近切換平面，狀態向量的微分會直接朝此平面靠近，在這 VSC 系統，狀態軌跡總是被強迫抵達切換平面，且停留在切換平面上。對於多變數系統而言，

順滑模態或許不會分別存在於 $s_i(X) = 0$ ，但只會在交集處如圖 2.6。

設計可變結構控制器與之前所提到的相同，可分為兩個部分，一為順滑模態另一則可視逼近條件。然而有許多的方法可用來設計多變數非線性系統的 VSC 控制律，一種設計多輸入系統順滑控制律較直接的方法為等效控制 (equivalent control) 的方法。

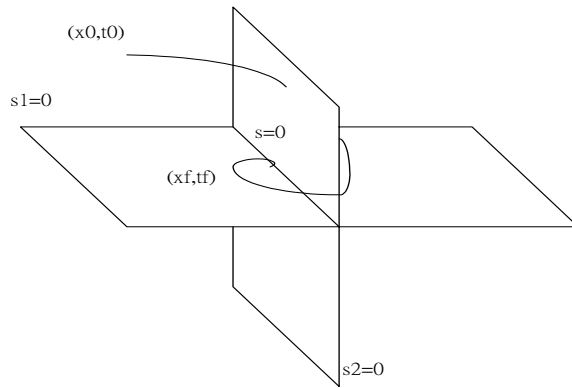


圖 2.6 順滑模態存在於兩順滑平面的交集

等效控制的方法是一種將系統動態限制在切換平面 $S(X) = 0$ 的方法，假設在 t_0 ，系統的狀態軌跡，(2.34)式，到達切換平面並存在順滑模態，這也暗示了(i) $S(X) = 0$ ，(ii) $\dot{S}(X) = 0$ 對於 $t > t_0$ 。將(2.26)式代進 $\dot{S}(X) = 0$ 得到

$$\left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) \dot{X} = \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) [f(t, X) + B(t, X)u_{eq}] = 0 \quad (2.39)$$

在上式中， u_{eq} 稱為等效控制，假設矩陣乘積， $\frac{\partial S}{\partial X} B(t, X)$ ，對於所有的 t 及 X 為非奇異矩陣，可得到

$$u_{eq} = - \left[\left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) B(t, X) \right]^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) f(t, X) \quad (2.40)$$

將在(2.40)式所得到的 u_{eq} 代入 (2.34) 式，系統的動態變成

$$\dot{X} = \left\{ I - B(t, X) \left[\left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) B(t, X) \right]^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) \right\} f(t, X) \quad (2.41)$$

對於一線性的切換平面 $S(X) = \tilde{C} X(t)$ 且 $\frac{\partial S}{\partial X} = \tilde{C}$ ，(2.41) 成為

$$\dot{X} = \left\{ I - B(t, X) \left[\tilde{C} B(t, X) \right]^{-1} \tilde{C} \right\} f(t, X) \quad (2.42)$$

(2.42)式說明了系統的行為被切換平面(switching surface)限制了，而(2.41)式有著 $S(X) = 0$ 的限制，決定了系統在切換平面上的動態。

控制器設計的另一個目標是維持著順滑條件，第一種對角化的方法是將控制律對角化，此方法為將原來的控制律藉由一非奇異矩陣的轉換，建構出一新的控制向量，(2.36)式說明了原來控制律 u 的每個組成單元。

定義利用非奇異矩陣轉換如下：

$$u^*(t) = Q^{-1}(t, X) \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) B(t, X) u(t) \quad (2.43)$$

其中 $Q(t, X)$ 是一任意 $m \times m$ 對角矩陣，且由 $q_i(t, X)$ ($i = 1, \dots, m$) 所組成，使得 $f|q_i(t, X)| > 0$ 對於所有的 $t \geq 0$ 與所有的 X ，將(2.43)式代入(2.34)式

則動態方程式變成

$$\dot{X}(t) = f(t, X) + B(t, X) \left[\left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) B(t, X) \right]^{-1} Q(t, X) u^*(t) \quad (2.44)$$

且

$$\dot{S}(t) = \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) f(t, X) + Q(t, X) u^*(t) \quad (2.45)$$

為了滿足順滑條件，(2.38)式，其所組成的單元可選擇以滿足

$$\begin{aligned} q_i(t, X) u_i^{*+} &< -\nabla s_i(X) f(t, X) \\ &= -\sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} f_j(t, X), \quad \text{when } s_i(X) > 0 \end{aligned} \quad (2.46a)$$

$$\begin{aligned}
q_i(t, X)u_i^{*-} &< -\nabla s_i(X)f(t, X) \\
&= -\sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} f_j(t, X), \quad \text{when } s_i(X) < 0
\end{aligned} \tag{2.46b}$$

其中 \tilde{C}_{ij} 是 $\nabla s_i(X)$ 的 j 個單元，且 $\nabla s_i(X)$ 是 $\frac{\partial S}{\partial X}$ 的 i 個列向量，在得到新的控制律 u^* 之後，實際上的控制律 u 為

$$u(t) = \left[\left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) B(t, X) \right]^{-1} Q(t, X) u^*(t) \tag{2.47}$$

第二種對角化的方法是利用一非奇異矩陣轉換將原來的切換平面轉換為新的切換平面，定義如下：

$$S^*(t, X) = \Omega(t, X)S(X) = 0 \tag{2.48}$$

選擇 $\Omega(t, X)$ 使得 $\Omega(t, X) \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) B(t, X)$ 成為對角矩陣，例如：

$$Q(t, X) = \Omega(t, X) \left[\left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) B(t, X) \right] \tag{2.49}$$

$Q(t, X)$ 是由有界(bounded)的單元所組成的對角矩陣，然而

$$\begin{aligned}
\dot{S}^*(t, X) &= Q(t, X) \left[\left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) B(t, X) \right]^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) f(t, X) \\
&\quad + Q(t, X)u + \dot{\Omega}(t, X)\Omega^{-1}(t, X)S^* \\
&\equiv \dot{S}(t, X) + Q(t, X)u + S_{\Omega}(t, X)
\end{aligned} \tag{2.50}$$

順滑條件變成

$$\dot{s}_i^* s_i^* < 0 \tag{2.51}$$

直接選擇控制律 u ，其所組成的單元可選擇以滿足

$$q_i(t, X)u_i^+ < -s_i(t, X) - s_{i\Omega}(t, X), \quad \text{for } s_i^* > 0 \quad (2.52a)$$

$$q_i(t, X)u_i^- < -s_i(t, X) - s_{i\Omega}(t, X), \quad \text{for } s_i^* < 0 \quad (2.52b)$$

另一種不同於對角化的方法為層列式控制法，在此則不詳細描述。

前面所介紹的三種典型的 VSC 的設計方法，由於控制律對角化的方法較直接且容易，是廣被使用的方法

首先，假設 $Q = I, I \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ 為一單位矩陣，然而，非奇異轉換矩陣為 $\left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)B(t, X)$ ，(2.28)式可以為任意結構

$$u_i = u_{ieq} + \Delta u_i \quad (2.53)$$

u_{ieq} 為等效控制的第 i 個單元且為連續的， Δu_i 為不連續的部分或者是(2.36)式切換的部分，因此，新的控制律為

$$\begin{aligned} u^* &= \left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)B(t, X)(u_{eq} + \Delta u) \\ &= u_{eq}^* + \Delta u^* \end{aligned} \quad (2.54)$$

並且(2.44)式變成

$$\dot{X}(t) = f(t, X) + B(t, X) \left[\left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)B(t, X) \right]^{-1} (u_{eq}^* + \Delta u) \quad (2.55)$$

然而

$$\begin{aligned}\dot{S}(t) &= \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right) f(t, X) + u_{eq}^* + \Delta u^* \\ &= \Delta u^*\end{aligned}\tag{2.56}$$

如果我們選擇 $\Delta u^* = (\tau_1 \operatorname{sgn}(s_1) \cdots \tau_m \operatorname{sgn}(s_m))^T, \tau_i < 0$ ，順滑條件為

$$s_i(X) \dot{s}_i(X) = \tau_i |s_i| < 0\tag{2.57}$$

可滿足我們所需要的設計。



第三章

T-S Fuzzy 模式在反飛彈導引控制器之應用

3.1 系統數學模式

考慮飛彈與目標物間的相對運動，假設原點固定在攔截飛彈上的球座標系統，如圖 4.1 所示，其中 e_r 、 e_θ 和 e_ϕ 分別表在球座標系統中的標準基底向量。

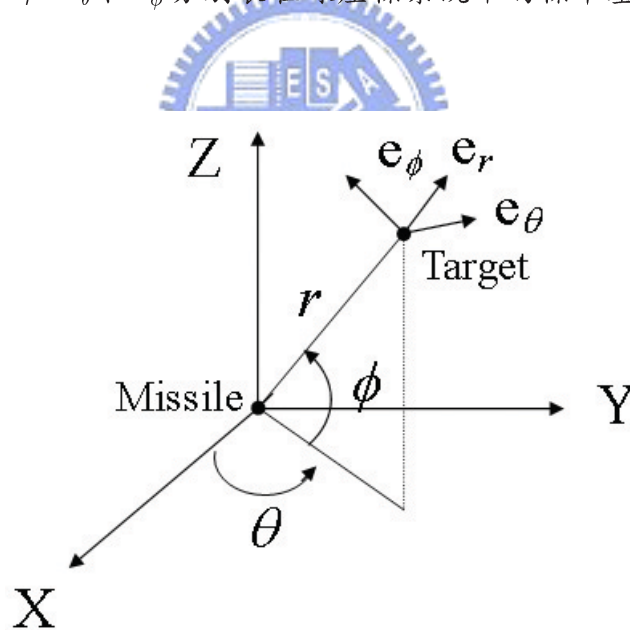


圖 3.1 飛彈攔截過程的幾何圖形

為了簡化導引律設計，我們假設飛彈和目標皆為質點運動。因此，此系統的運動方程式可被整理如下：

$$\ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r\dot{\theta}^2 \cos^2 \phi = a_{Tr} - a_{Mr} \quad (3.1)$$

$$r\ddot{\theta} \cos \phi + 2\dot{r}\dot{\theta} \cos \phi - 2r\dot{\phi}\dot{\theta} \sin \phi = a_{T\theta} - a_{M\theta} \quad (3.2)$$

$$r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} + r\dot{\theta}^2 \cos \phi \sin \phi = a_{T\phi} - a_{M\phi} \quad (3.3)$$

其中， r 表飛彈和目標間的相對距離， θ 和 ϕ 分別表方位角 (azimuth angle) 和傾斜角 (pitch angle)。而 a_{Mr} 、 $a_{M\theta}$ 和 $a_{M\phi}$ 分別表飛彈在球座標中三個指令加速度的分量，且 a_{Tr} 、 $a_{T\theta}$ 和 $a_{T\phi}$ 表相對加速度分量。此研究的主要目標是設計導引律以達成追蹤任務。我們假設

$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T)^T$$

$$\mathbf{x}_1 = (x_1, x_2, x_3)^T = (r, \theta, \phi)^T$$

$$\mathbf{x}_2 = (x_4, x_5, x_6)^T = (\dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi})^T$$

則系統(3.1)(3.2)(3.3)可改寫成

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \quad (3.4)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})(\mathbf{u} + \mathbf{d}) \quad (3.5)$$

其中

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ f_3(\mathbf{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 x_6^2 + x_1 x_5^2 \cos^2 x_3 \\ 2x_5 x_6 \tan x_3 - \frac{2x_4 x_5}{x_1} \\ -\frac{2x_4 x_6}{x_1} - x_5^2 \sin x_3 \cos x_3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{x_1 \cos x_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{x_1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T = (-a_{Mr}, -a_{M\theta}, -a_{M\phi})^T$$

$$\mathbf{d} = (d_1, d_2, d_3)^T = (a_{Tr}, a_{T\theta}, a_{T\phi})^T$$

將系統描述成(3.4)(3.5)式之後，接下來將以(3.4)(3.5)為基礎，來考慮T-S模糊系統的設計。

3.2 建立 T-S 模糊模型

若我們總共使用了 p 個規則來近似原系統，則近似系統可改寫如下：

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \quad (3.6)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) [A_i \mathbf{x} + B_i \mathbf{u}_i] \quad (3.7)$$

其中 $\alpha_i(\mathbf{x})$ 為權重，滿足 $\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) = 1$ 且 $\alpha_i(\mathbf{x}) > 0$ ，另外

$$A_i \in R^{3 \times 6} = \left. \frac{\partial F(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_i^0, \mathbf{u}_i^0}$$

$$B_i \in R^{3 \times 3} = \left. \frac{\partial F(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_i^0, \mathbf{u}_i^0}$$

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})(\mathbf{u} + \mathbf{d})$$

而 $\mathbf{x}_i^0, \mathbf{u}_i^0, i=1, \dots, p$ 為選取之 p 個操作點。

令

$$\overline{\Delta \mathbf{G}} = \mathbf{G}(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \quad (3.8)$$

以及

$$\Delta \mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^p \alpha_i A_i \mathbf{x} \quad (3.9)$$

$i = 1, \dots, p$ ，且在攔截過程中，我們假設 $r > 0$ ，且 $0 < \phi < \pi/2$ ，意即在攔截過程中， $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ 和 B_i 是正定，因此 $\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i > 0$ ，則原系統可改寫成

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i \mathbf{x} + \Delta \mathbf{f} + \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right] (I + \Delta \mathbf{G})(\mathbf{u} + \mathbf{d}) \quad (3.10)$$

$i=1, \dots, p$ 。

3.3 控制器導引律之設計

我們以可變結構控制設計導引律，首先我們定義追蹤誤差

$$\mathbf{e} = (e_1, e_2, e_3)^T \quad (3.11)$$

其中 $e_1 = x_1 - x_{1f}$ ， $e_2 = x_2 - x_{2f}$ ， $e_3 = x_3 - x_{3f}$ 。 x_{1f} ， x_{2f} ， x_{3f} 為欲追蹤最後相對之距離， θ 及 ϕ 訊號。定義順滑平面

$$\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)^T = \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}\mathbf{e} = 0 \quad (3.12)$$

$\mathbf{K} = \text{diag} \{k_1, k_2, k_3\}$ ， $k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0$ 。我們設計控制律如下型式

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{eq} + \mathbf{u}^{re} \quad (3.13)$$

其中 \mathbf{u}^{eq} 之目的是使得順滑平面成為一不變的曲面 (invariant manifold)，而 \mathbf{u}^{re} 將使系統狀態在有限時間內到達順滑平面。直接計算可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} &= \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{e}} \\ &= \ddot{\mathbf{x}}_1 - \ddot{\mathbf{x}}_{1f} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{e}} \\ &= -\ddot{\mathbf{x}}_{1f} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{e}} + \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i \mathbf{x} + \Delta \mathbf{f} + \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right] (I + \Delta \mathbf{G})(\mathbf{u} + \mathbf{d}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

經由選取

$$\mathbf{u}^{eq} = \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right)^{-1} \left[-\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i \mathbf{x} + \ddot{\mathbf{x}}_{1f} - \mathbf{K}\dot{\mathbf{e}} \right] \quad (3.15)$$

可得

$$\dot{\mathbf{s}} = \Delta \mathbf{f} + \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right] (I + \Delta \mathbf{G})(\mathbf{u}^{re} + \mathbf{d}) + \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right] \Delta \mathbf{G} \cdot \mathbf{u}^{eq} \quad (3.16)$$

為了設計 \mathbf{u}^{re} ，我們加入以下假設：

【假設一】：存在非負函數 $\rho(\mathbf{x}, t)$ ，及 $\sigma(\mathbf{x}, t)$ ，使得

$$\sqrt{3} \left\| \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right] \Delta \mathbf{G} \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right]^{-1} \right\| \leq \sigma(\mathbf{x}, t) < 1 \quad (3.17)$$

$$\left\| \Delta \mathbf{f} + \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right] [\mathbf{d} + \Delta \mathbf{G}(\mathbf{d} + \mathbf{u}^{eq})] \right\| < \rho(\mathbf{x}, t) \quad (3.18)$$

選取

$$\mathbf{u}^{re} = -\frac{\rho(\mathbf{x}, t) + \eta}{1 - \sigma(\mathbf{x}, t)} \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) B_i \right]^{-1} \text{sgn}(s) \quad (3.19)$$

其中 η 為一正數。

由於 $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ 及 B_i 皆為對角矩陣，則 $\Delta B_i(\mathbf{x})$ 及 $\overline{\Delta B_i(\mathbf{x})}$ 也都是對角矩陣，因此

$$\text{ss} \leq -\frac{\rho_i + \eta_i}{1 - \sigma_i} \|\mathbf{s}\| + \sigma_i \left(\frac{\rho_i + \eta_i}{1 - \sigma_i} \right) \|\mathbf{s}\| + \rho_i \|\mathbf{s}\| \quad (3.20)$$

$$= -(\rho_i + \eta_i) \|\mathbf{s}\| + \rho_i \|\mathbf{s}\| \quad (3.21)$$

$$= -(\eta_i) \|\mathbf{s}\| \quad (3.22)$$

我們將以上之推導整理成如下定理：

【定理二】：

考慮系統(3.4)及(3.5)，若假設一成立，則在控制律(3.13)(3.15)(3.19)下，系統可達成輸出追蹤之目的。

3.4 模擬結果

在本節中，我們將利用本章所設計之控制律，在不同狀況下，探討其飛彈之性能表現。本次模擬是利用 MATLAB 及 SIMNON 兩種套裝軟體來進行系統模擬。模擬包含下列幾種結果：

- 傳統非線性系統，在 VSC 控制律下之結果。
- 使用 TS 模糊模型，在 VSC 控制律下之結果。
- 傳統非線性系統，在 VSC 控制律，且考慮干擾下之結果。
- 使用 TS 模糊模型，在 VSC 控制律，且考慮干擾下之結果。

3.4.1 建立 T-S 模糊模型

為了簡化討論，我們假設來襲導彈之 ϕ 大約介於 40 到 80 度之間，因此在模擬中我們分別取 ϕ 為 40 度，50 度，60 度，70 度及 80 度，五個規則，並在 r 部份取 5,10,15,20,25 及 30 公里為規則，其模糊歸屬函數如圖 3.2，相搭配之後，共可獲得 30 種規則，意即規則數 $p=30$ 。

又系統與 θ 無關，故操作點之 θ 設為 0，另因希望 θ 、 ϕ 到達目標角度時不再變化，故 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\phi}$ 皆設為 0，以 $x_1=5\text{km}$ ， $x_2=0^\circ$ ， $x_3=40^\circ$ ， $x_4=-2.5\text{km/hr}$ ， $x_5=0\text{rad/hr}$ ， $x_6=0\text{rad/hr}$ 當作第一個操作點，可得

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.002 & 0 & 0.0084 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2611 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

以 $x_1=5\text{km}$ ， $x_2=0^\circ$ ， $x_3=50^\circ$ ， $x_4=-2.5\text{km/hr}$ ， $x_5=0\text{rad/hr}$ ， $x_6=0\text{rad/hr}$ 當作第二個操作點，可得

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0020 & 0 & 0.0119 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3111 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

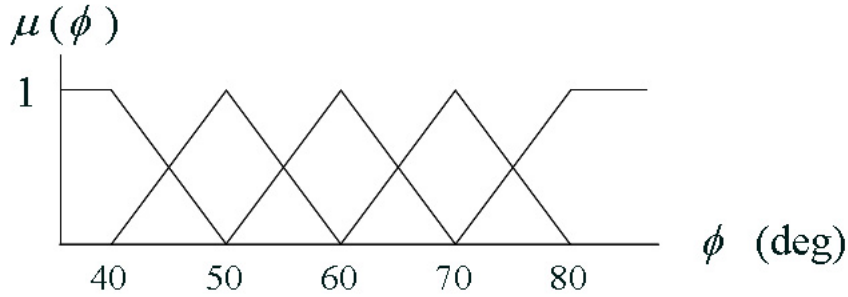
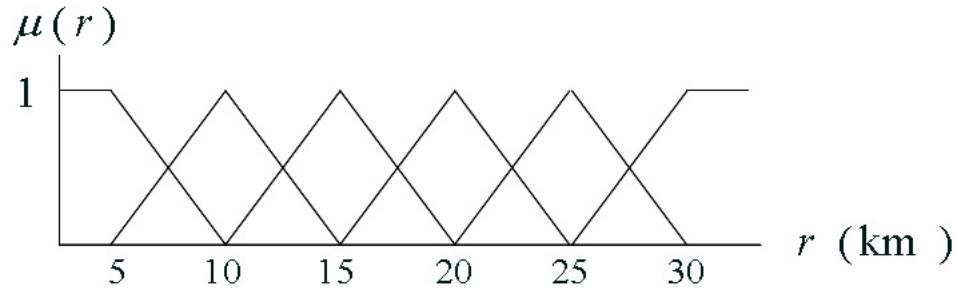


圖 3.2 T-S 模糊模型之歸屬函數

以 $x_1=5\text{km}, x_2=0^\circ, x_3=60^\circ, x_4=-2.5\text{km/hr}, x_5=0\text{rad/hr}, x_6=0\text{rad/hr}$ 當作第三個操作點，可得

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0020 & 0 & 0.0173 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

以 $x_1=5\text{km}, x_2=0^\circ, x_3=70^\circ, x_4=-2.5\text{km/hr}, x_5=0\text{rad/hr}, x_6=0\text{rad/hr}$ 當作第四個操作點，可得

$$A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0020 & 0 & 0.0275 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5848 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2000 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

以 $x_1=5\text{km}, x_2=0^\circ, x_3=80^\circ, x_4=-2.5\text{km/hr}, x_5=0\text{rad/hr}, x_6=0\text{rad/hr}$ 當作第五個操作點，可得

$$A_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0020 & 0 & 0.0567 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1518 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

以 $x_1=10\text{km}, x_2=0^\circ, x_3=40^\circ, x_4=-2.5\text{km/hr}, x_5=0\text{rad/hr}, x_6=0\text{rad/hr}$ 當作第六個操作點，可得

$$A_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.001 & 0 & 0.0084 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} B_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1305 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

以 $x_1=10\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 50^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第七個

操作點，可得

$$A_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.001 & 0 & 0.0119 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} B_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1556 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

以 $x_1=10\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 60^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第八個

操作點，可得

$$A_8 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.001 & 0 & 0.0173 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} B_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

以 $x_1=10\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 70^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第九個

操作點，可得

$$A_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.001 & 0 & 0.0275 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} B_9 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2924 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

以 $x_1=10\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 80^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十個

操作點，可得

$$A_{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.001 & 0 & 0.0567 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} B_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5759 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

以 $x_1=15\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 40^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十一

個操作點，可得

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.007 & 0 & 0.0084 & 0 & 0.3333 & 0 \\ 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3333 \end{pmatrix} B_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0870 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0667 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

以 $x_1=15\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 50^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十二

個操作點，可得

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.007 & 0 & 0.0119 & 0 & 0.3333 & 0 \\ 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3333 \end{pmatrix} B_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1037 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0667 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

以 $x_1=15\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 60^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十三

個操作點，可得

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.007 & 0 & 0.0173 & 0 & 0.3333 & 0 \\ 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3333 \end{pmatrix} B_{13} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1333 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0667 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

以 $x_1=15\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 70^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十四個操作點，可得

$$A_{14} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.007 & 0 & 0.0275 & 0 & 0.3333 & 0 \\ 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3333 \end{pmatrix} B_{14} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1949 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0667 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

以 $x_1=15\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 80^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十五個操作點，可得

$$A_{15} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.007 & 0 & 0.0567 & 0 & 0.3333 & 0 \\ 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3333 \end{pmatrix} B_{15} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3839 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0667 \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

以 $x_1=20\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 40^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十六個操作點，可得

$$A_{16} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.005 & 0 & 0.0084 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0.005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix} B_{16} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0653 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

以 $x_1=20\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 50^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十七個操作點，可得

$$A_{17} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.005 & 0 & 0.0119 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0.005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix} B_{17} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0778 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

以 $x_1=20\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 60^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十八個操作點，可得

$$A_{18} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.005 & 0 & 0.0173 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0.005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix} B_{18} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

以 $x_1=20\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 70^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第十九個操作點，可得

$$A_{19} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.005 & 0 & 0.0275 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0.005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix} B_{19} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1462 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

以 $x_1=20\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 80^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二個操作點，可得

$$A_{20} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.005 & 0 & 0.0567 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0.005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix} B_{20} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2879 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

以 $x_1=25\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 40^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十一個操作點，可得

$$A_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.004 & 0 & 0.0084 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.004 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} B_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0522 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

以 $x_1=25\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 50^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十二個操作點，可得

$$A_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.004 & 0 & 0.0119 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.004 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} B_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0622 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

以 $x_1=25\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 60^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十三個操作點，可得

$$A_{23} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.004 & 0 & 0.0173 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.004 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} B_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.08 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

以 $x_1=25\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 70^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十四個操作點，可得

$$A_{24} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.004 & 0 & 0.0275 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.004 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} B_{24} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.117 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

以 $x_1=25\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 80^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十五個操作點，可得

$$A_{25} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.004 & 0 & 0.0567 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.004 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} B_{25} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2304 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

以 $x_1=30\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 40^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十六個操作點，可得

$$A_{26} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003 & 0 & 0.0084 & 0 & 0.1667 & 0 \\ 0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1667 \end{pmatrix} B_{26} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0435 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0333 \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

以 $x_1=30\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 50^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十七個操作點，可得

$$A_{27} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003 & 0 & 0.0119 & 0 & 0.1667 & 0 \\ 0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1667 \end{pmatrix} B_{27} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0519 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0333 \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

以 $x_1=30\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 60^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十八個操作點，可得

$$A_{28} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003 & 0 & 0.0173 & 0 & 0.1667 & 0 \\ 0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1667 \end{pmatrix} B_{28} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0667 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0333 \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

以 $x_1=30\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 70^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第二十九個操作點，可得

$$A_{29} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003 & 0 & 0.0275 & 0 & 0.1667 & 0 \\ 0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1667 \end{pmatrix} B_{29} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0975 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0333 \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

以 $x_1=30\text{km}, x_2 = 0^\circ, x_3 = 80^\circ, x_4 = -2.5\text{km/hr}, x_5 = 0\text{rad/hr}, x_6 = 0\text{rad/hr}$ 當作第三十個操作點，可得

$$A_{30} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003 & 0 & 0.0567 & 0 & 0.1667 & 0 \\ 0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1667 \end{pmatrix} B_{30} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1920 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0333 \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

我們用以上之操作點，根據當時之狀態來近似原系統，並以前節所設計之控制律，進行模擬。

若攔截飛彈能以正確的方向進入來襲飛彈之軌跡，並沿著其軌跡前進，則我方飛彈將能更有效率地尋找，並鎖定來襲飛彈，進行終端導引，提高攔截之效率。

3.4.2 狀態假設

首先我們將初始狀態設定為 $r_0 = 25\text{km}, \dot{r}_0 = -1\text{km/sec}, \theta_0 = 20^\circ, \dot{\theta}_0 = -0.1^\circ/\text{sec}, \phi_0 = 75^\circ, \dot{\phi}_0 = 0.1^\circ/\text{sec}, k_1 = k_2 = k_3 = 1$ 且選取 $\eta_1 = \eta_2 = 2, \eta_3 = 1$ 。定義區間 $D_{ij} = \{\mathbf{x} | r_i \leq r \leq r_{i+1}, \phi_j \leq \phi \leq \phi_{j+1}\}$ ，如圖 3.3，對於我們所模擬之系統，估算結果如表格 3.1，故 ρ_1, ρ_2, ρ_3 選取 1， $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0.2089$ ，而為了減少切跳現象，我們以飽合函數 $\text{sat}(s_i/\varepsilon_i)$ 代替符號函數 (sign function)，且 ε_i 取 0.1。而傳統非線性系統之控制律則以

$$\mathbf{u}^{eq} = -G^{-1}(x)[f(x) - \ddot{\mathbf{x}}_{1f} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{x}}] \quad (3.53)$$

取代(3.15)，並且將(3.19)改為

$$\mathbf{u}^{re} = -[(\bar{\rho}_1(\mathbf{x}, t) + \eta_1)sgn(s_1), \dots, (\bar{\rho}_3(\mathbf{x}, t) + \eta_3)sgn(s_3)]^T \quad (3.54)$$

其中 $\bar{\rho}_i$ 和 η_i ， $i=1,2,3$ 。而在此，我們將傳統非線性系統控制律 [19]

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & -G^{-1}(\mathbf{x})[\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \ddot{\mathbf{x}}_{1f} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{e}}] \\ & - [(\bar{\rho}_1(\mathbf{x}, t) + \eta_1)sgn(s_1), \dots, (\bar{\rho}_3(\mathbf{x}, t) + \eta_3)sgn(s_3)] \end{aligned} \quad (3.55)$$

k_i ， η_i ， ε_i ，選取與 T-S 模糊模型相同，而 $\bar{\rho}_i = 1$ 。

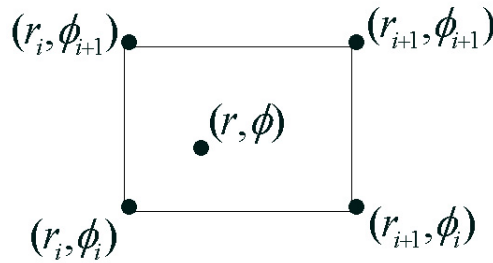


圖 3.3 被觸動之四個操作點



3.4.3 模擬結果

在各例中，我們皆以傳統非線性系統和 T-S 模糊模型系統做比較，結果顯示於圖 3.4 至 3.51 及表格 3.2，圖形中實線表示傳統非線性系統 (nonlinear VSC)，虛線表示 T-S 模糊模型系統 (TS-type VSC)，表格 3.2 中 t_{reach} 表示 x_1 小於 0.01km 之時間， e_θ 和 e_ϕ 表示當抵達目標點時， θ 和 ϕ 與目標角度之差距， $\|u_i\|_\infty := \max_t |u_i|$ 表示飛彈在過程中所使用輸入之最大值， $\int |u_i|^2$ 是過程中所需之能量。

例一：在此例子中，我們假設目標角度 $\theta_f = 15^\circ$ ， $\phi_f = 80^\circ$ ，結果如圖 3.4 至 3.11，在圖 3.4 中可看出 x_1 ， x_2 ， x_3 之狀態皆在有限時間內達到目標，且 T-S 模糊模型在 x_1 狀態中還稍快於非線性系統，在表格 3.2 中亦可看出，圖 3.5 則表示過程之立體圖形表現，兩者之差距並不太大，而圖 3.5 是三度空間各方向之位置，結果亦相距不

大，而 u 之表現在圖3.6可看出，不管是 u_1 ， u_2 或 u_3 都在剛開始時較大，圖3.6則可看出兩者之 u 在0到1秒之間的差異，傳統非線性系統皆稍大於T-S模糊模型系統，我們知道抵達目標的時間取決於 u_1 之狀況，在表格中亦觀察出T-S模糊模型系統雖稍快抵達目標點，但相對地亦付出較多的能量，圖3.9是順滑膜曲面之狀態表示，T-S模糊模型系統之 s_2 雖大於傳統非線性系統許多，但仍然相當小，圖3.10是順滑膜曲面之狀態在初始的變化，而圖3.11是誤差之狀況，可看出兩者誤差皆相當小，雖由表格3.2中知道T-S模糊模型系統的誤差大於傳統非線性系統的誤差，但兩者皆相當地小，仍可以達到攔截的目的。

例二: 這個例子之目標角度與例一相同，但考慮干擾 $\theta_d = 0.1 \sin 0.5t(\text{rad})$ ， $\phi_d = 0.1 \sin 0.5t(\text{rad})$ ，圖形結果如圖3.12到圖3.19所示，我們可以從圖中得知，兩者皆可以達成攔截之目的，因此可以得知，當有干擾發生時，T-S模糊模型所設計之控制律，依舊可以達成攔截之目的，也表示出了模糊控制的強健性。而由表格3.2中，例二之攔截時間小於例一，是因為在例一中的 $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$ ，而例二之 ρ_1 ， ρ_2 ， ρ_3 選取為干擾之最大值之絕對值，故會較慢於例二。在傳統非線性系統的誤差部份，例二與例一有所差距，而T-S模糊模型仍與例一相當接近，可知干擾對傳統非線性系統的影響較大，而且在圖3.11的 x_2, x_3 可看出傳統非線性系統之誤差亦較大，故可知當有干擾時，T-S模糊模型有較好之表現。而在圖3.13到圖3.19中可看出兩者之表現亦相差不大，亦能達到攔截之目的。

例三: 例三將目標角度改成 $\theta_f = 30^\circ$ ， $\phi_f = 70^\circ$ ，圖形結果如圖3.20到圖3.27所示，可得知亦可達成攔截之目的。將例三與例一作比較，例三在能量部分消耗大於例一許多，是因為其初始狀態的緣故，因 θ_f 大於初始 θ ，但 $\dot{\theta}$ 卻小於零，故需要較大之能量以達成所需之角度，在 ϕ 部分亦是相同原因造成能量的消耗大於例一，而攔截所需時間仍然相同，是因為距離相同，而消耗差不多的 u_1 ，故攔截時間亦相當接近。

例四: 例四之目標角度與例三相同，但考慮干擾，圖形結果如圖3.28到圖3.35所

示，其能量消耗亦相當大，其原因和例三相同，且攔截時間如同例二之原因，皆小於沒有干擾時之狀況。而誤差部分也是對傳統非線性系統之影響較大。

例五: 例五之目標角度與例三相同，不考慮干擾，但將初始狀態改成 $r_0 = 25\text{km}$ ， $\dot{r}_0 = -1\text{km/sec}$ ， $\theta_0 = 20^\circ$ ， $\dot{\theta}_0 = 0.1^\circ/\text{sec}$ ， $\phi_0 = 75^\circ$ ， $\dot{\phi}_0 = -0.1^\circ/\text{sec}$ ，讓角度初始變化量與目標角度方向相同，圖形結果如圖 3.36 到圖 3.43 所示，依然可以達到攔截之目的，且由表格 3.2 可知能量的消耗則與例一接近，比較例一例三與例五之後，可知能量消耗與初始狀態和目標角度之相對關係有相當大之影響，故若初始狀態未設計良好時，會造成能量大量消耗，但仍舊可以達到攔截之目的。

例六: 例六之目標角度改成 $\theta_f = 10^\circ$ ， $\phi_f = 80^\circ$ ，不考慮干擾，初始狀態與例一相同，圖形結果如圖 3.44 到圖 3.51 所示，可得知亦可以達到攔截之目的。

綜合比較以上各模擬例子之後，可得知干擾對 T-S 模糊模型系統之影響，比傳統非線性系統小，不論是否有干擾，目標角度與初始狀態之間的大小關係，當使用了我們在本章所設計之導引律之後，都可以達到攔截的目的。



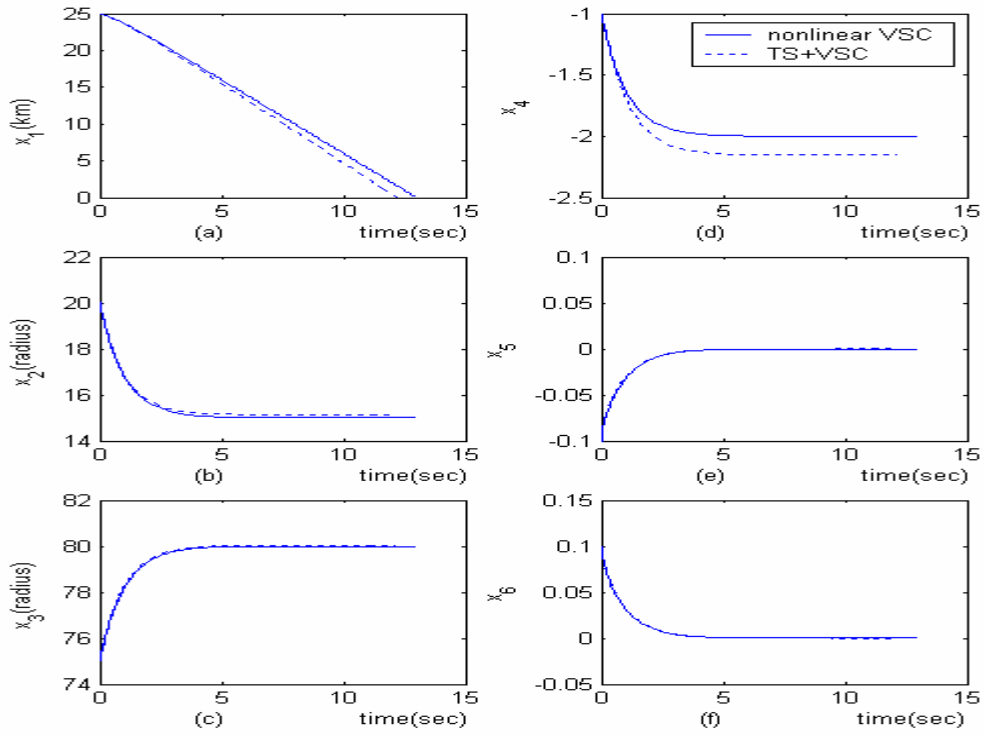


圖 3.4 例一 $x_1 - x_6$ 六個狀態時間響應圖

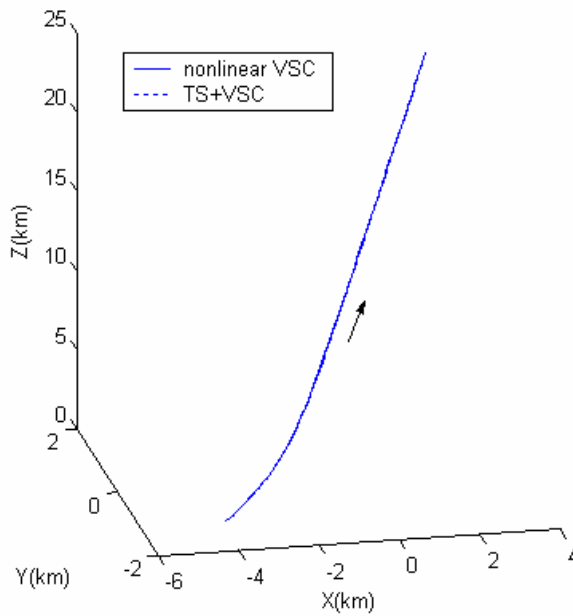


圖 3.5 例一之 3D 軌跡圖

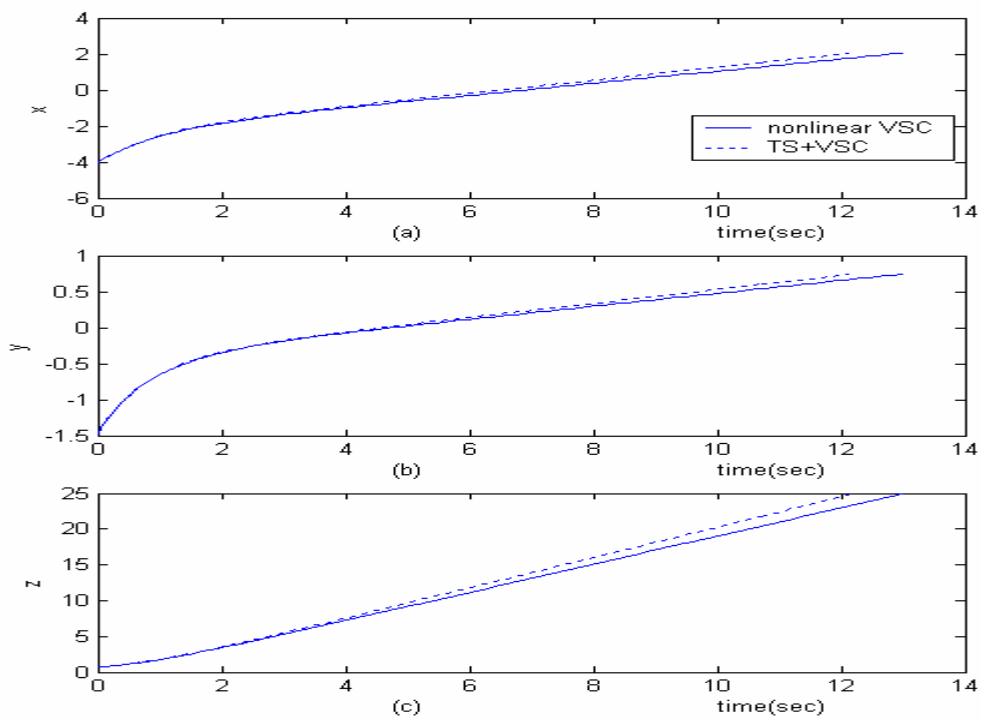


圖 3.6 例一之 x, y, z 軸時間響應圖

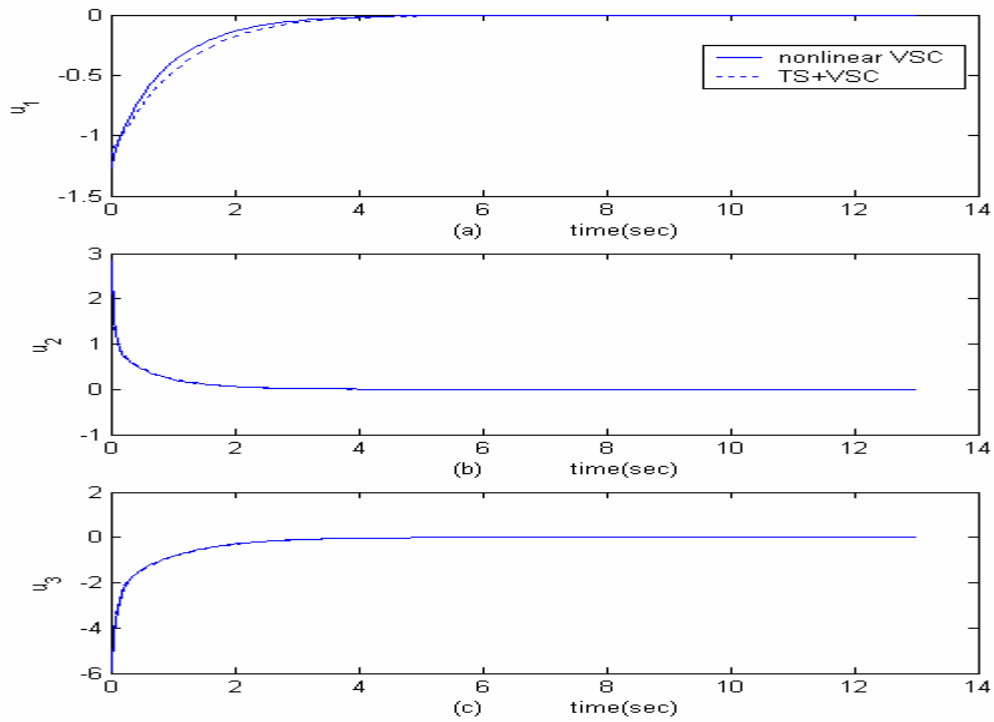


圖 3.7 例一之控制輸入時間響應圖

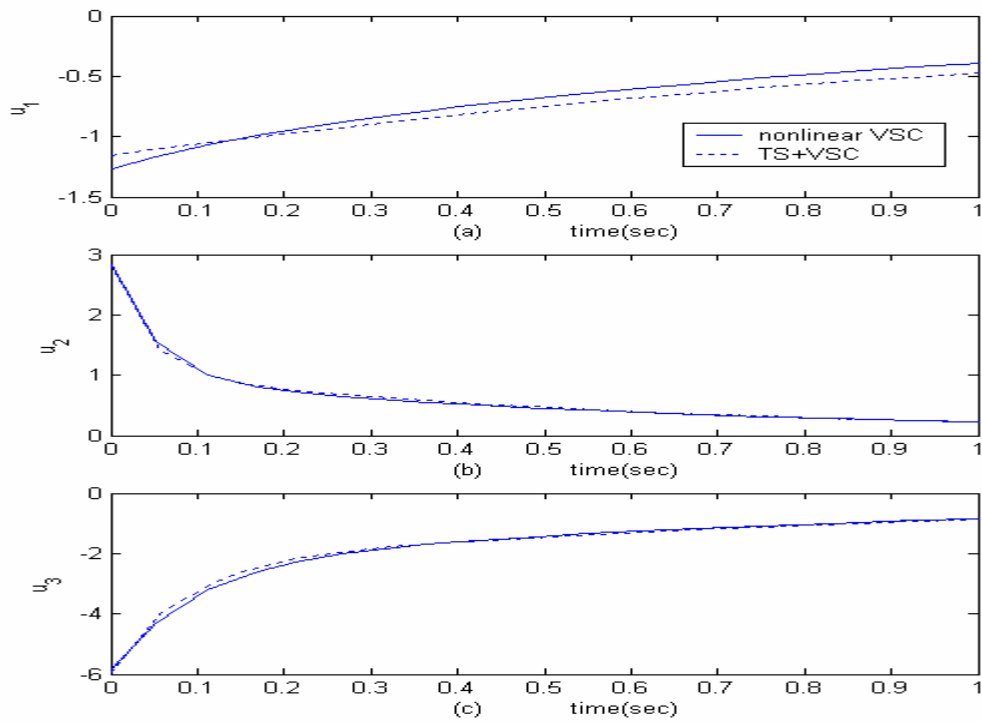


圖 3.8 例一之輸入在 $t=0-1$ 秒時之時間響應

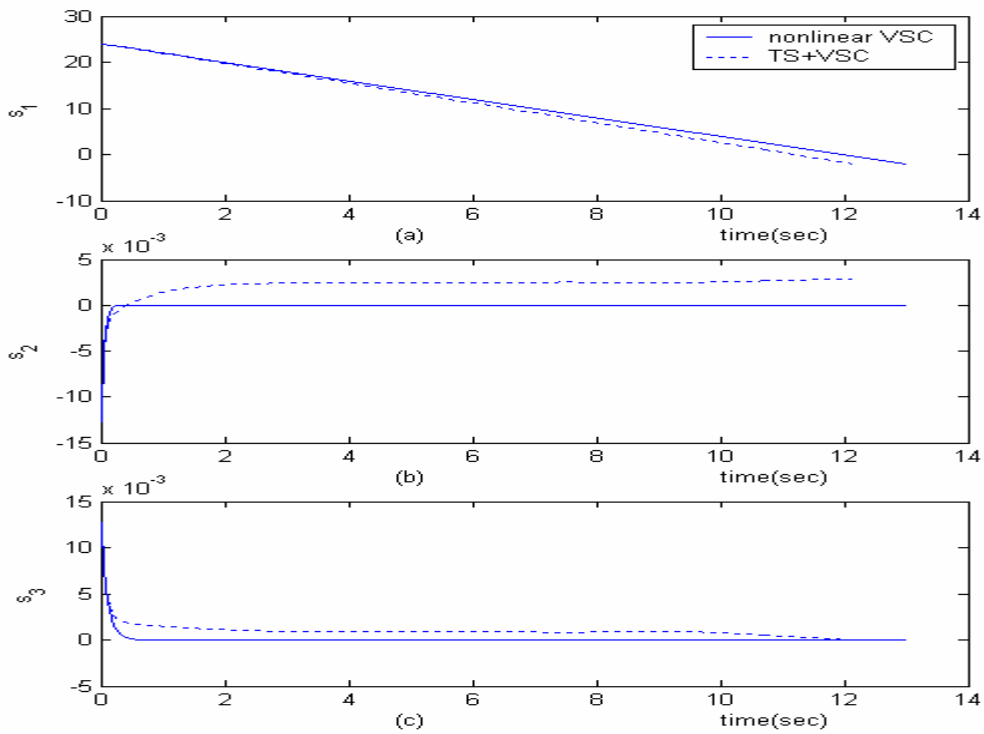


圖 3.9 例一之三個順滑變數時間響應圖

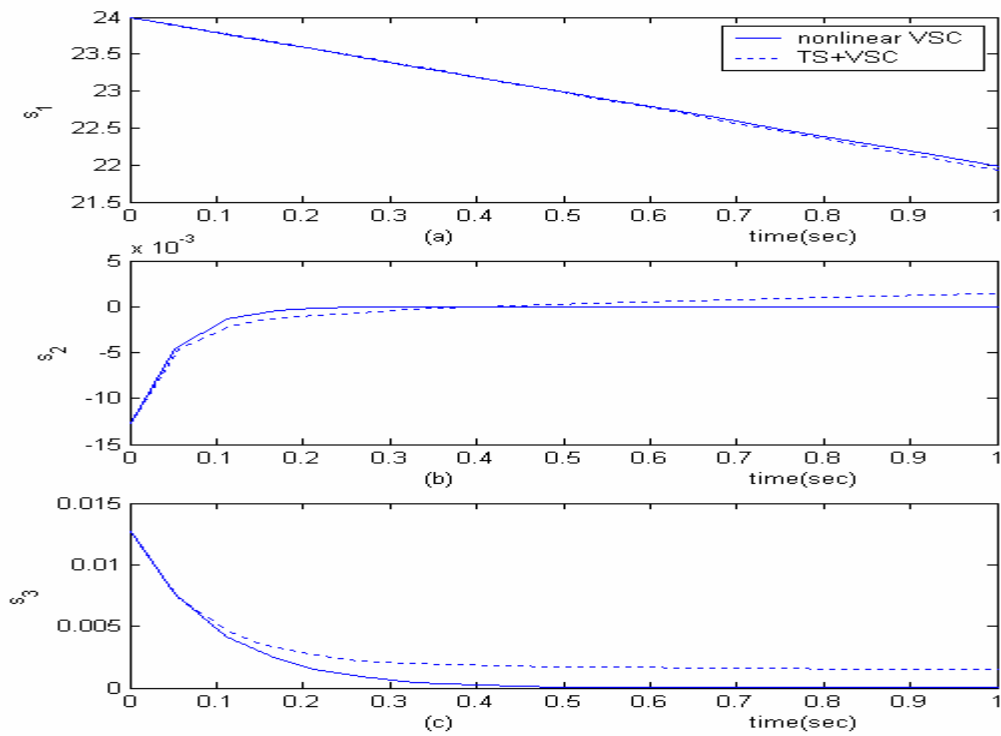


圖 3.10 例一之三個順滑變數在 $t=0-1$ 秒之時間響應

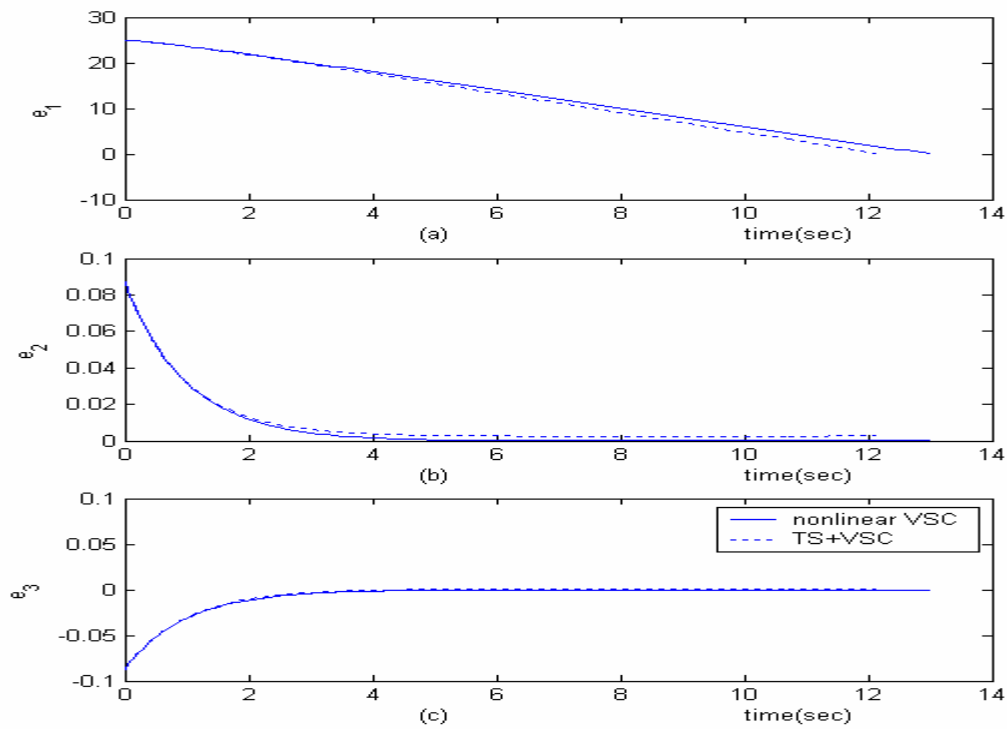


圖 3.11 例一之 r , θ , ϕ 三狀態之誤差時間響應

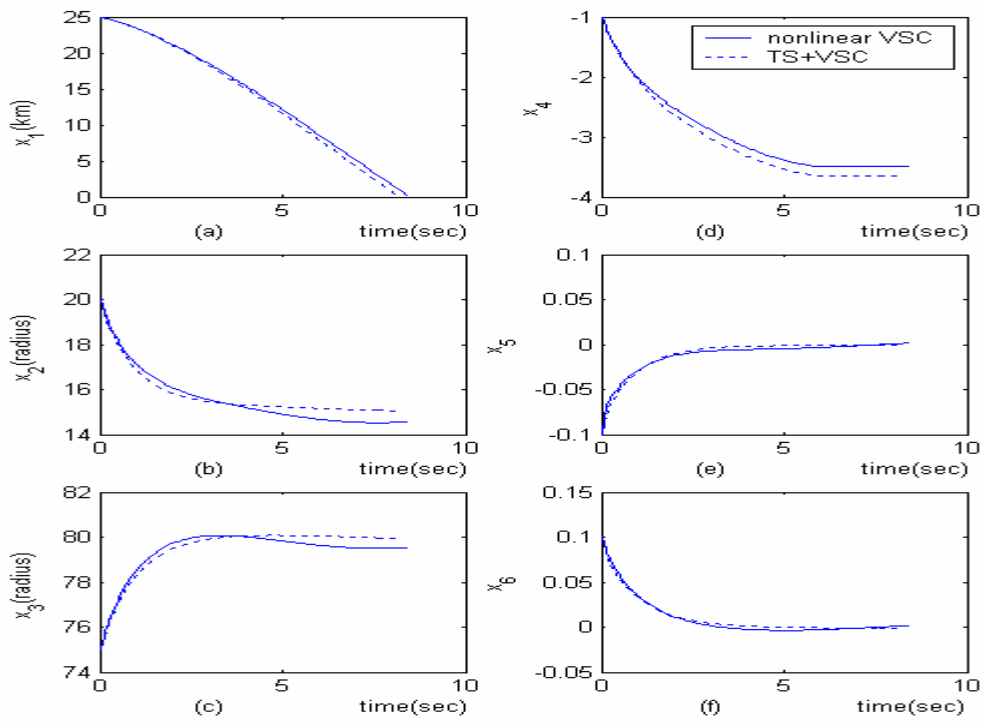


圖 3.12 例二 $x_1 - x_6$ 六個狀態時間響應圖

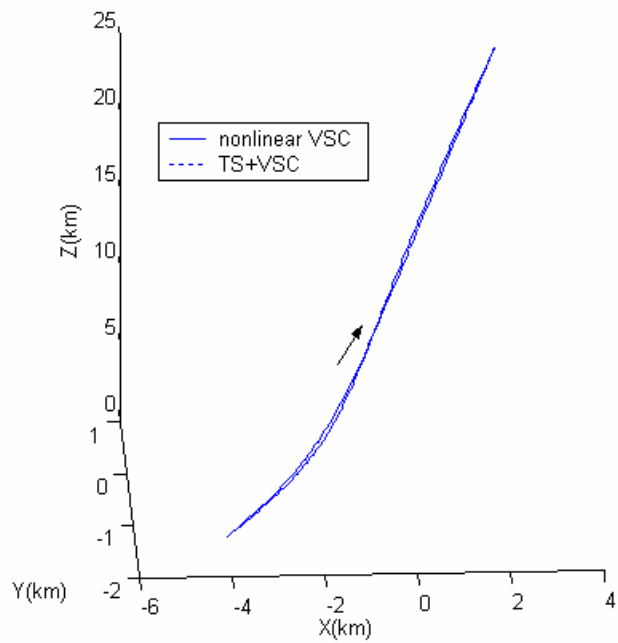


圖 3.13 例二之 3D 軌跡圖

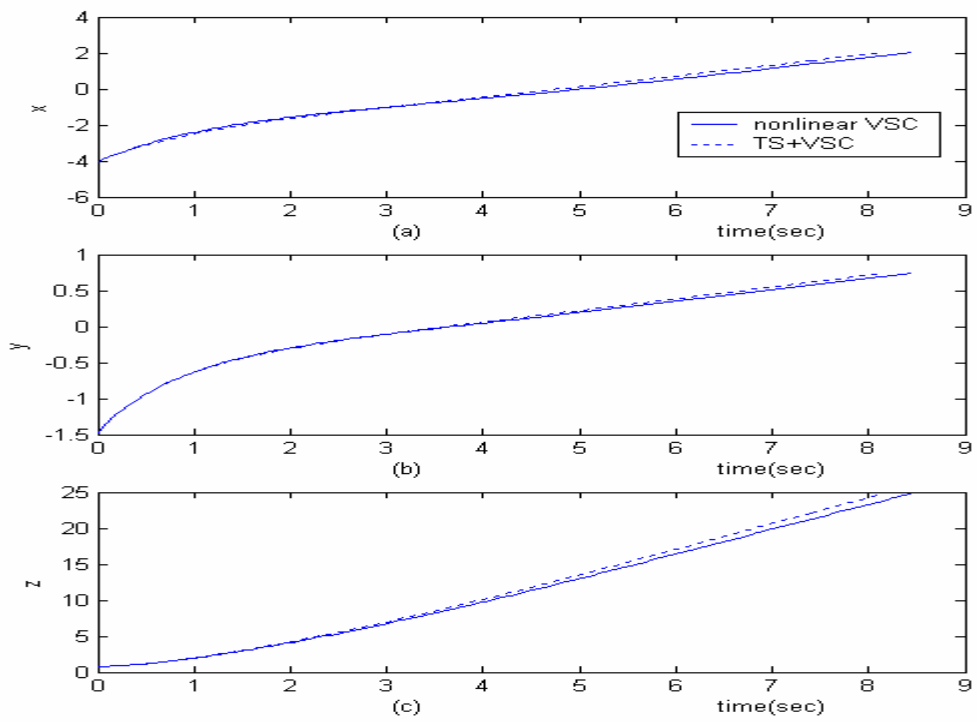


圖 3.14 例二之 x, y, z 軸時間響應圖

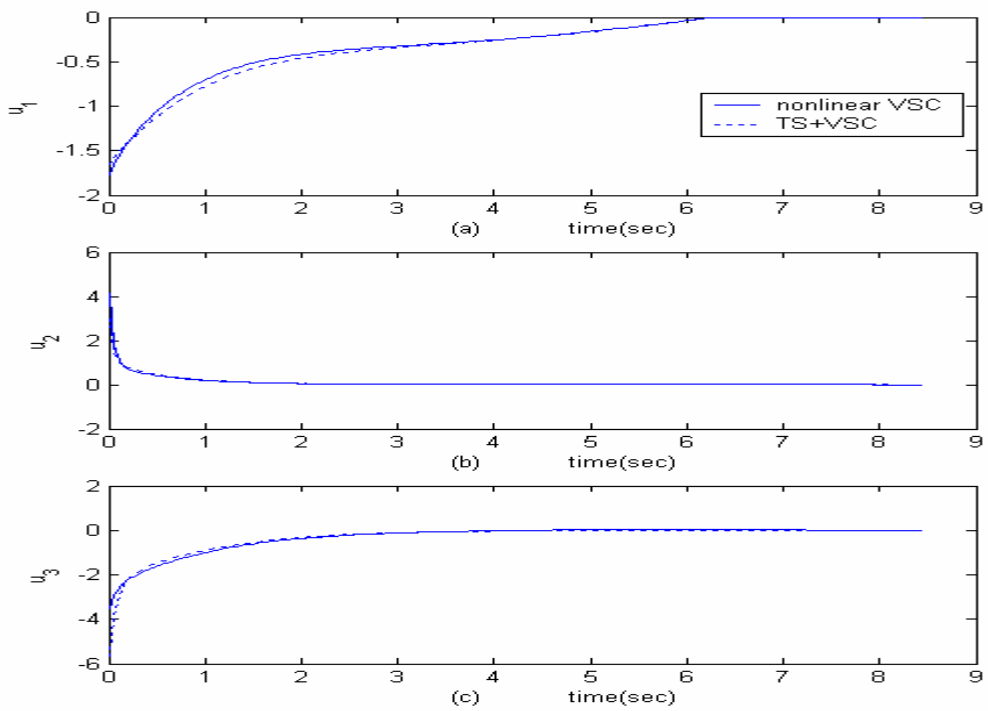


圖 3.15 例二之控制輸入時間響應圖

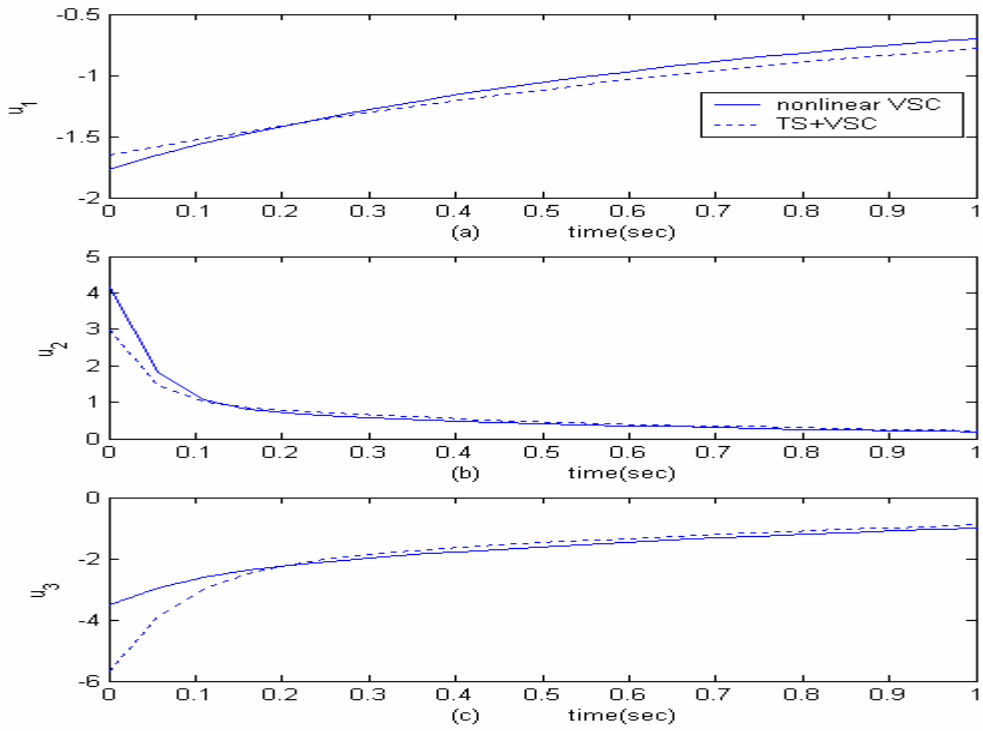


圖 3.16 例二之輸入在 $t=0-1$ 秒時之時間響應

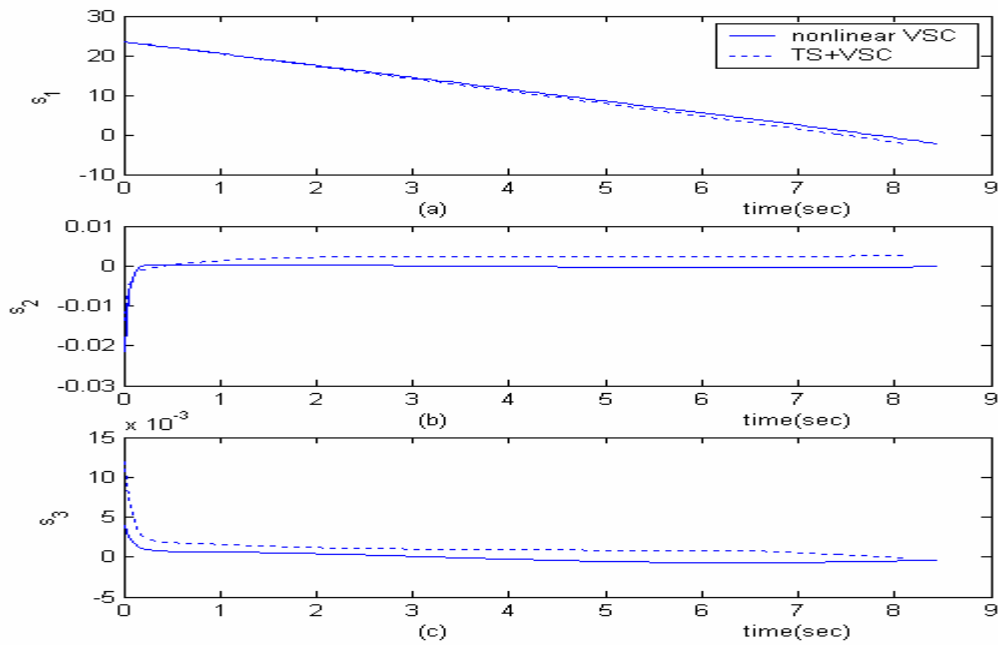


圖 3.17 例二之三個順滑變數時間響應圖

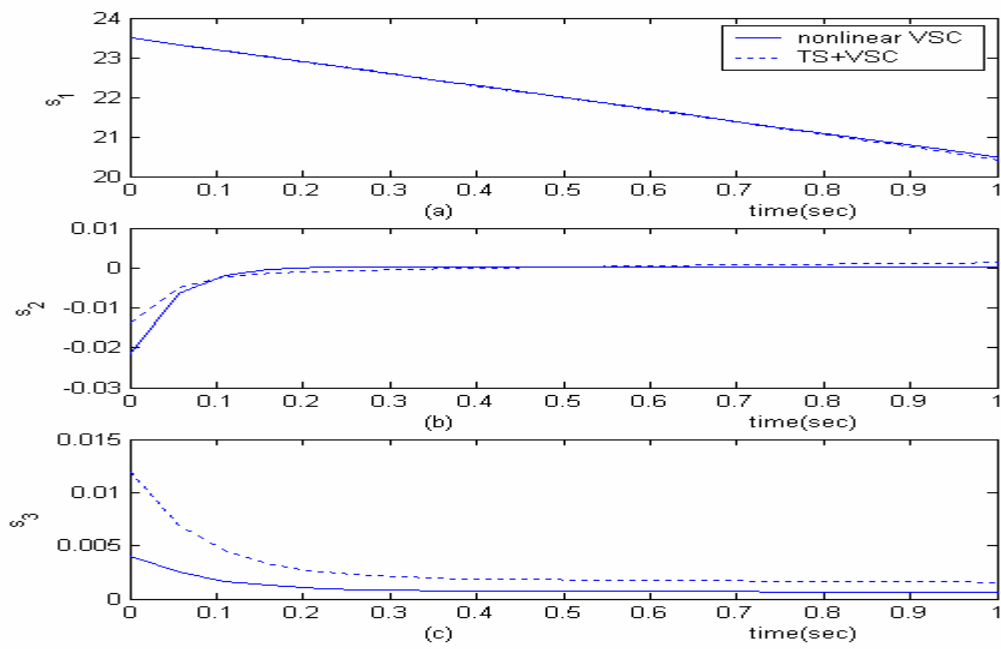


圖 3.18 例二之三個順滑變數在 $t=0-1$ 秒之時間響應

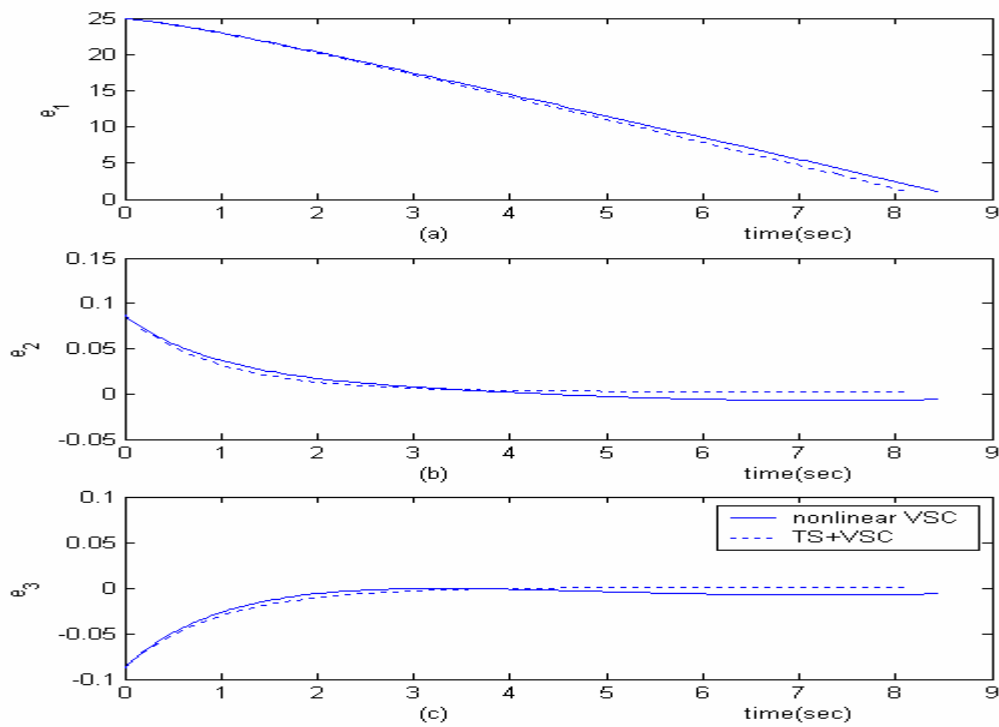


圖 3.19 例二之 r , θ , ϕ 三狀態之誤差時間響應

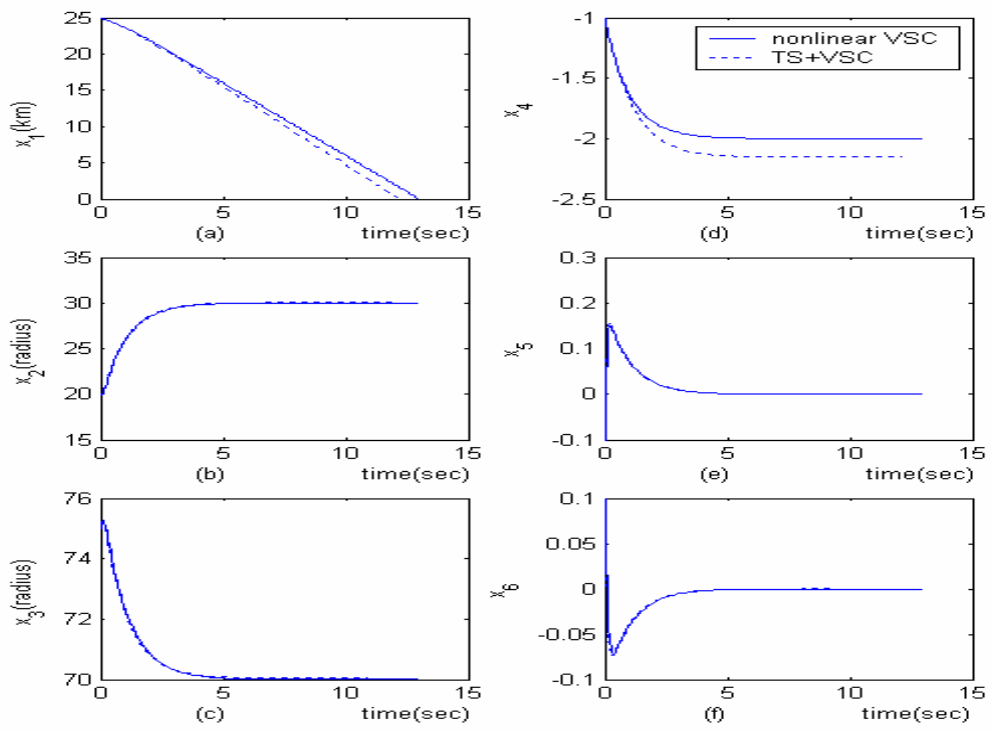


圖 3.20 例三 $x_1 - x_6$ 六個狀態時間響應圖

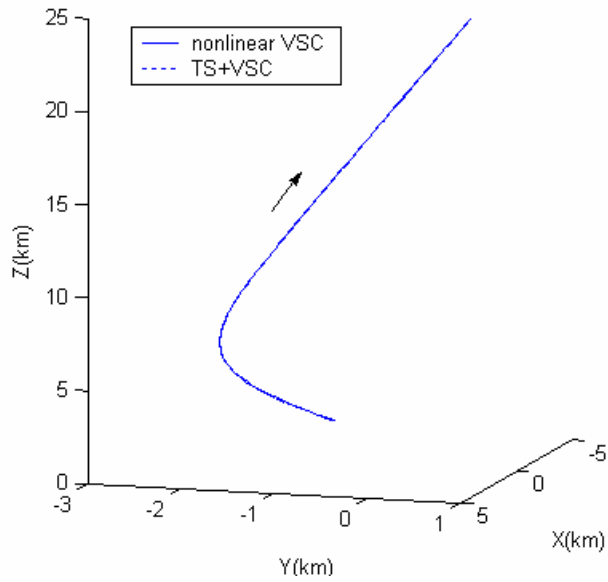


圖 3.21 例三之 3D 軌跡圖

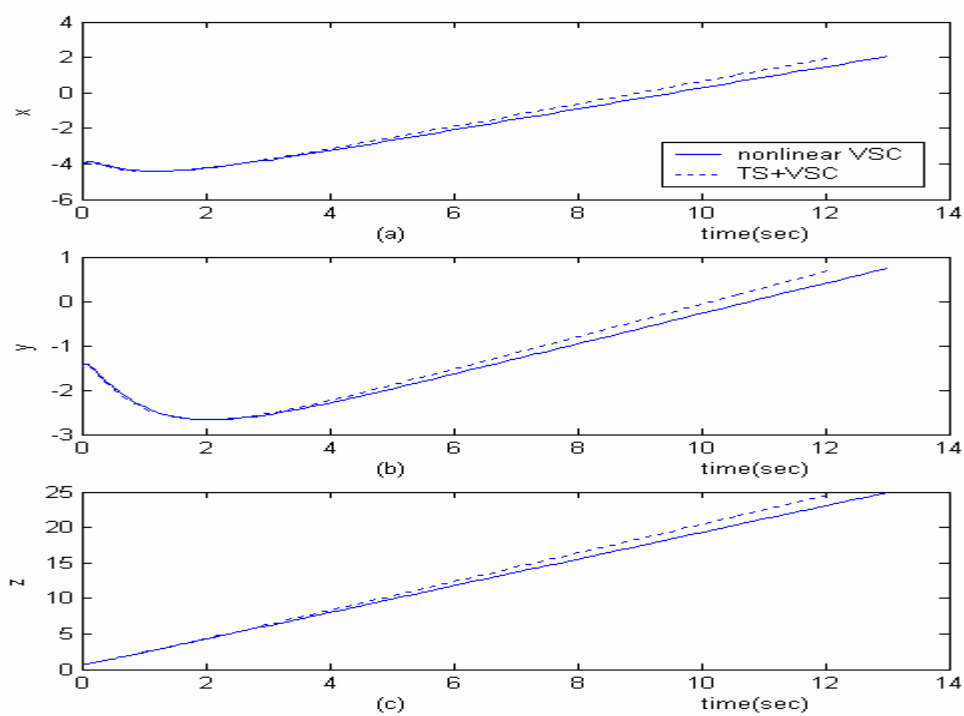


圖 3.22 例三之 x, y, z 軸時間響應圖

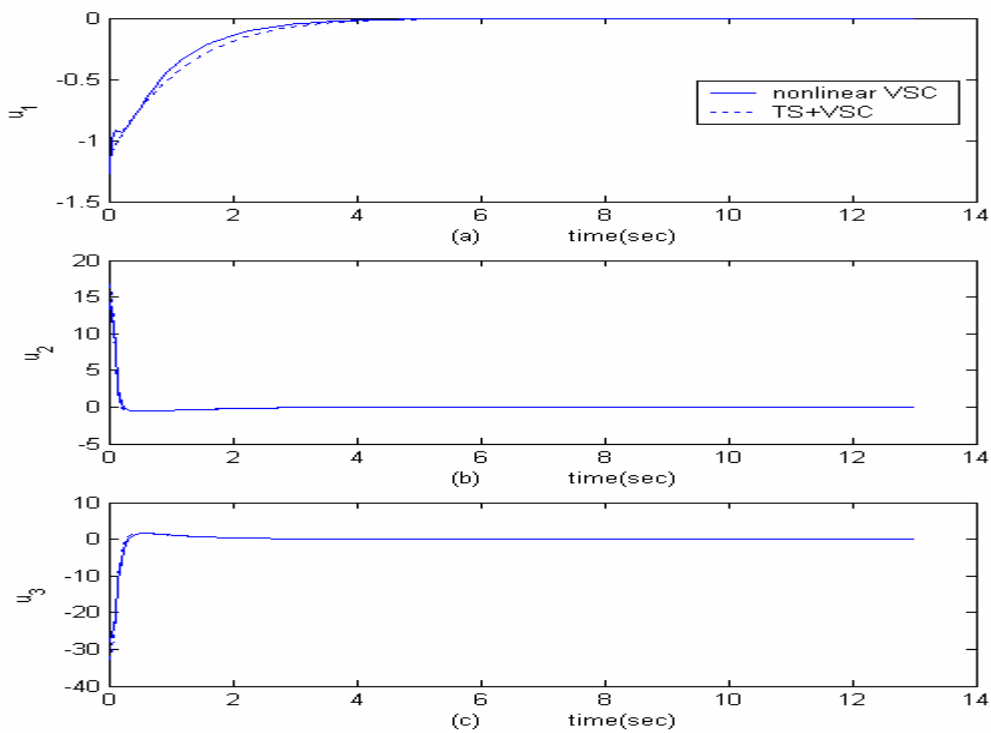
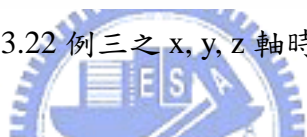


圖 3.23 例三之控制輸入時間響應圖

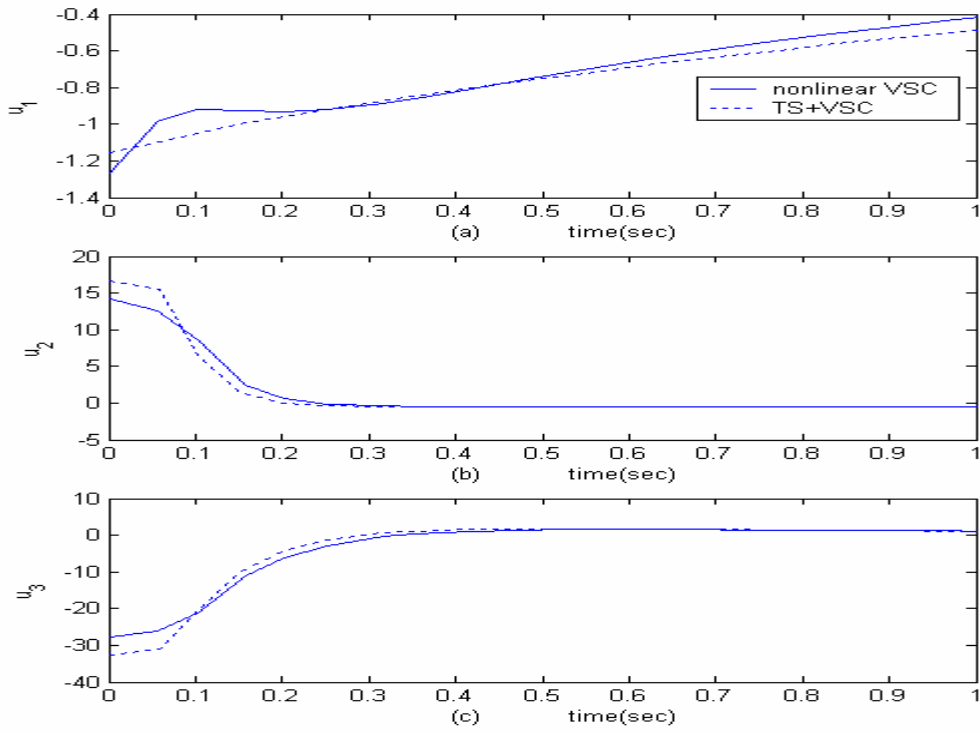


圖 3.24 例三之輸入在 $t=0-1$ 秒時之時間響應

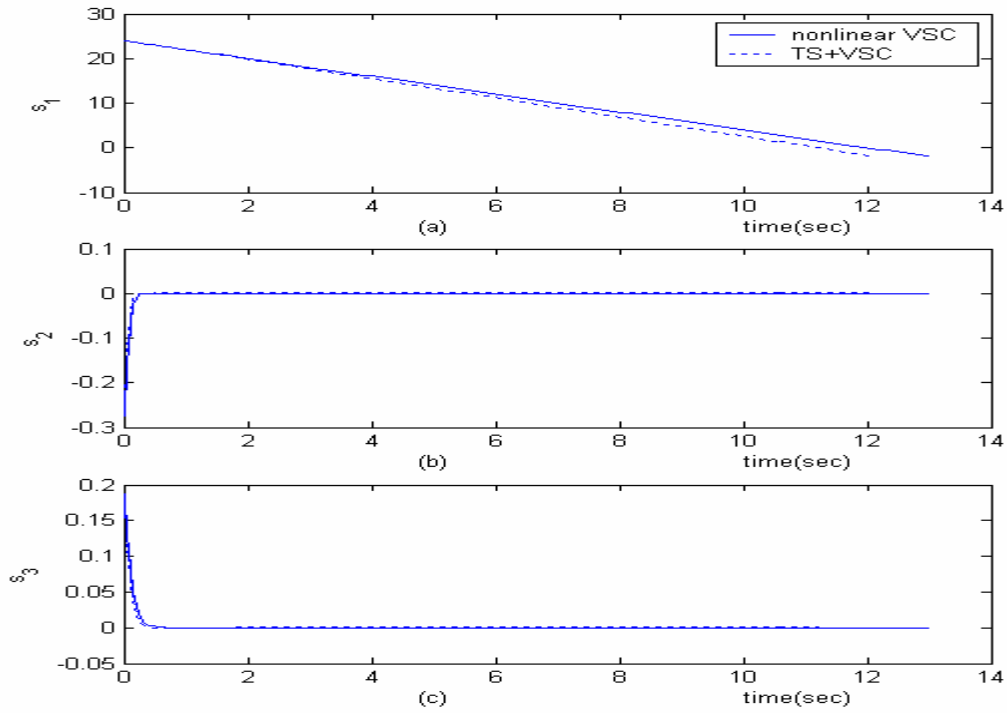


圖 3.25 例三之三個順滑變數時間響應圖

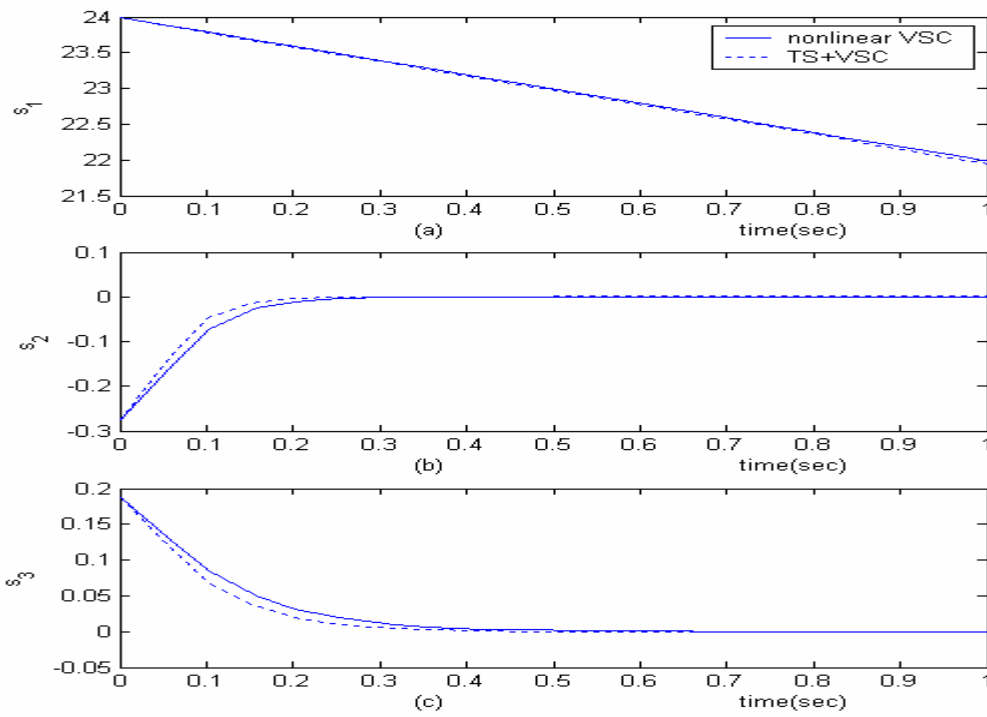


圖 3.26 例三之三個順滑變數在 $t=0-1$ 秒之時間響應

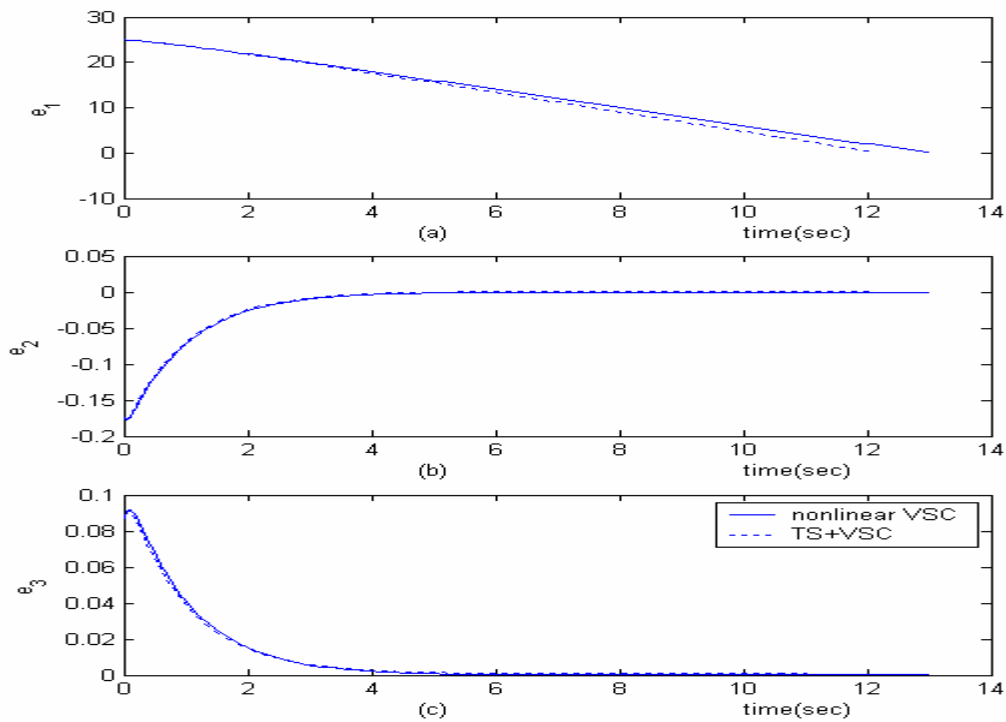


圖 3.27 例三之 r , θ , ϕ 三狀態之誤差時間響應

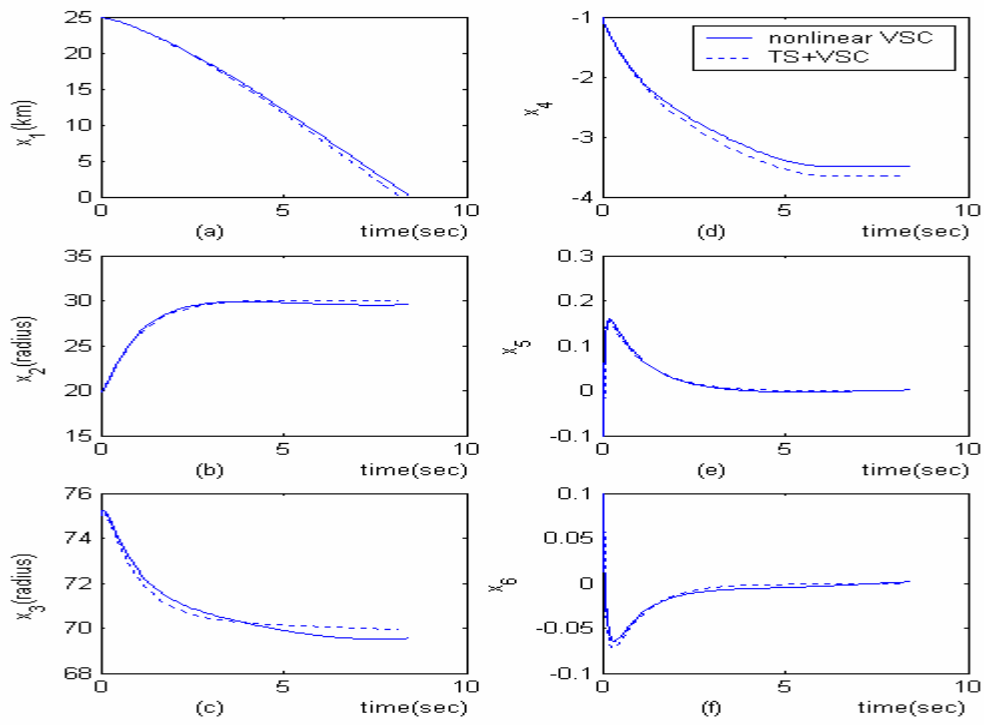


圖 3.28 例四 $x_1 - x_6$ 六個狀態時間響應圖

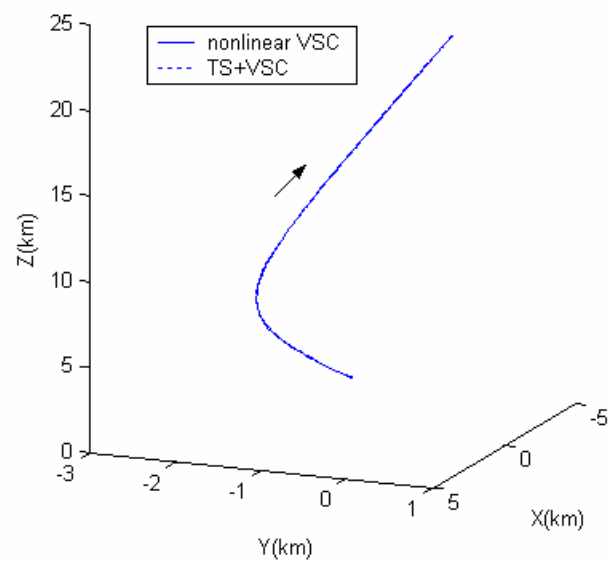


圖 3.29 例四之 3D 軌跡圖

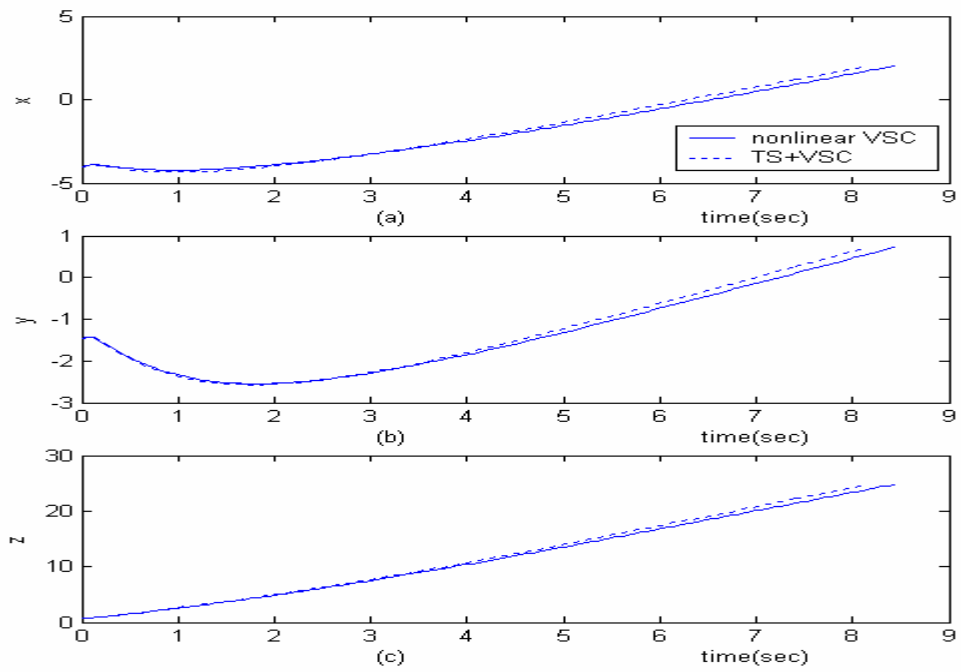


圖 3.30 例四之 x, y, z 軸時間響應圖

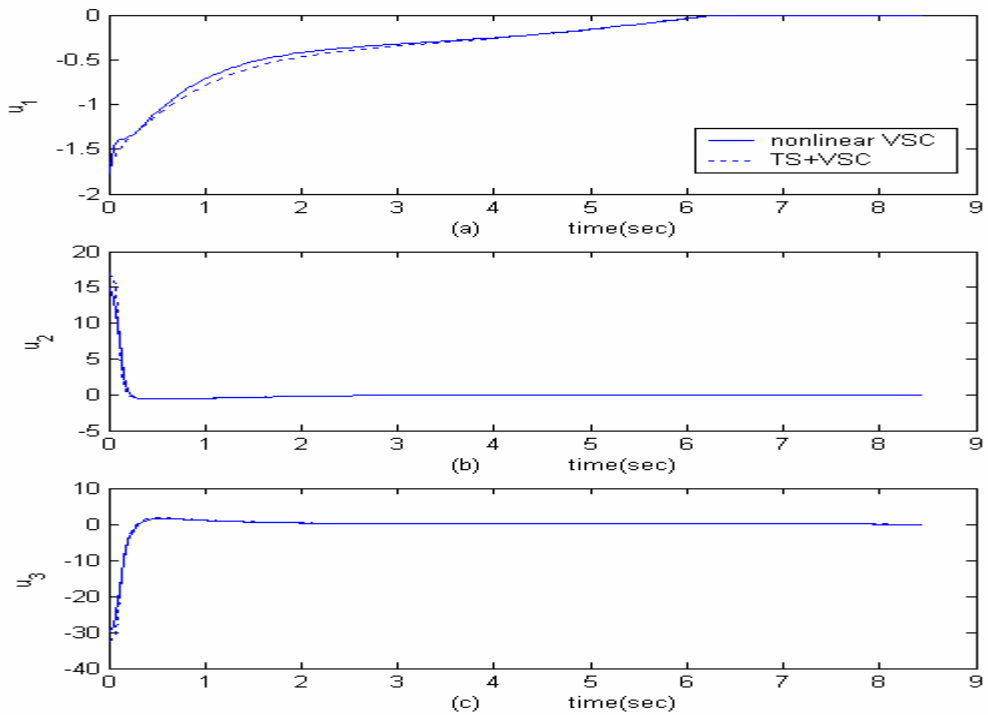


圖 3.31 例四之控制輸入時間響應圖

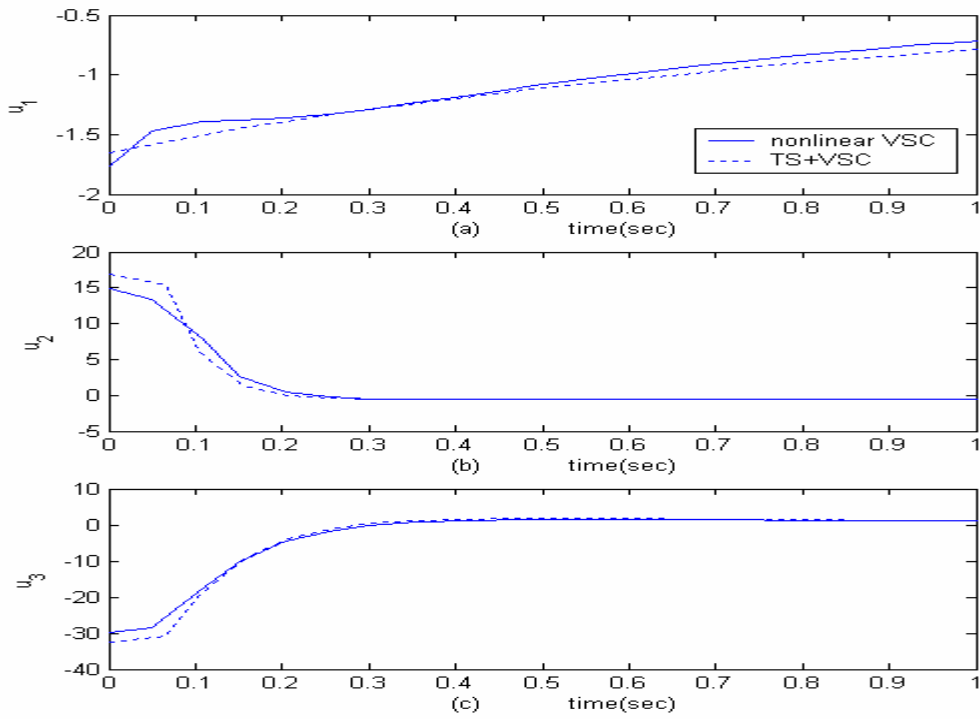


圖 3.32 例四之輸入在 $t=0-1$ 秒時之時間響應

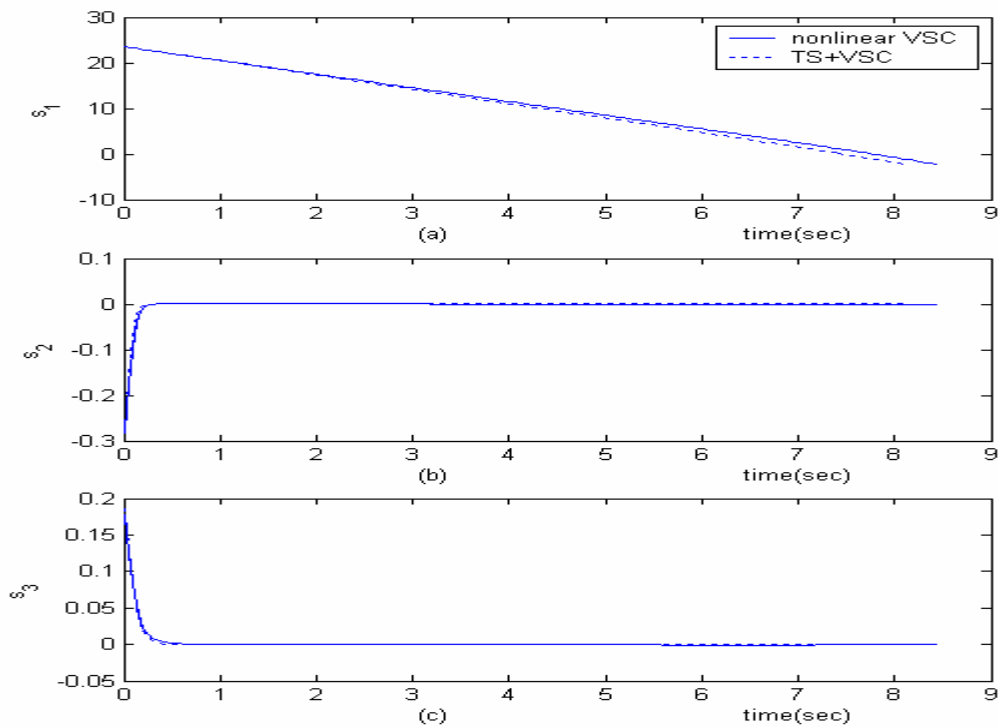


圖 3.33 例四之三個平滑變數時間響應圖

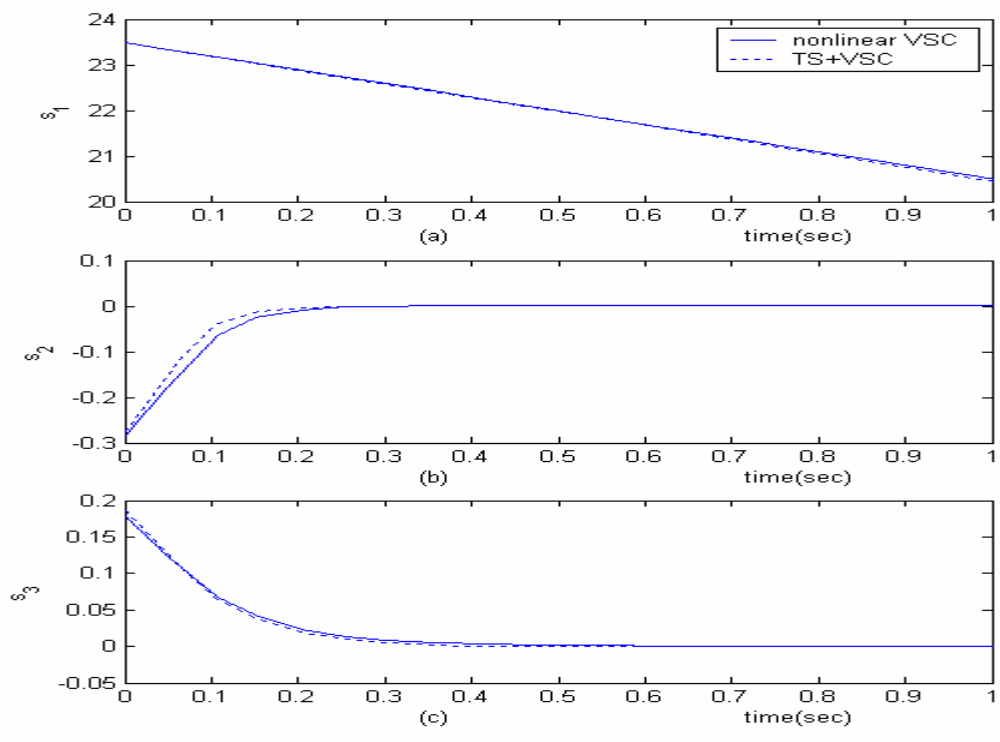


圖 3.34 例四之三個順滑變數在 $t = 0-1$ 秒之時間響應

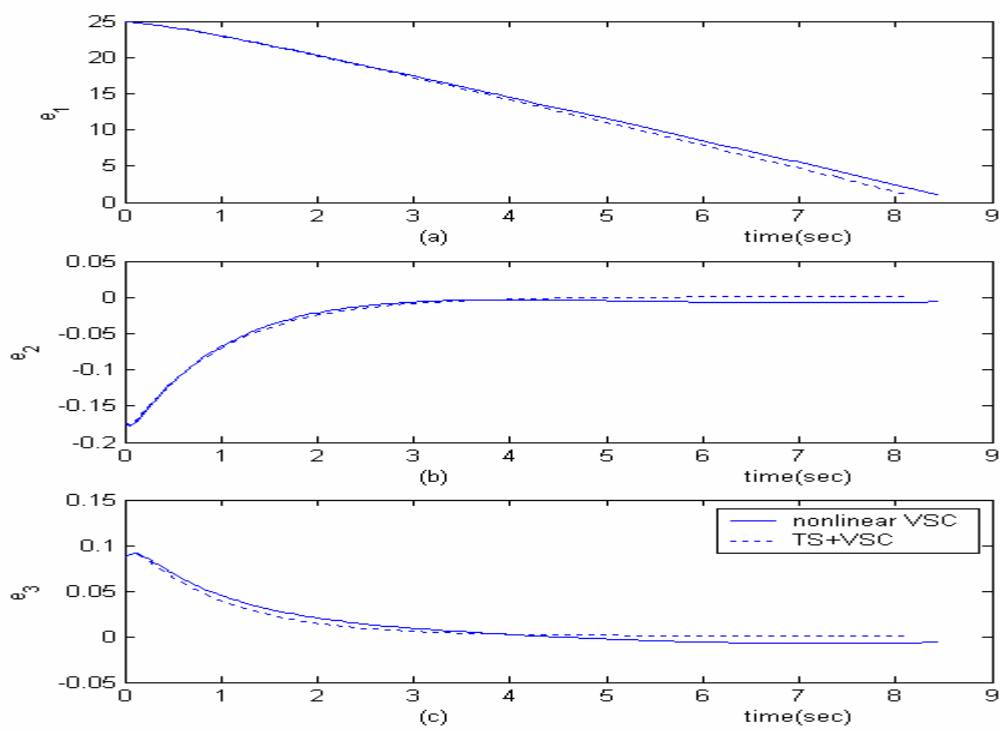


圖 3.35 例四之 r, θ, ϕ 三狀態之誤差時間響應

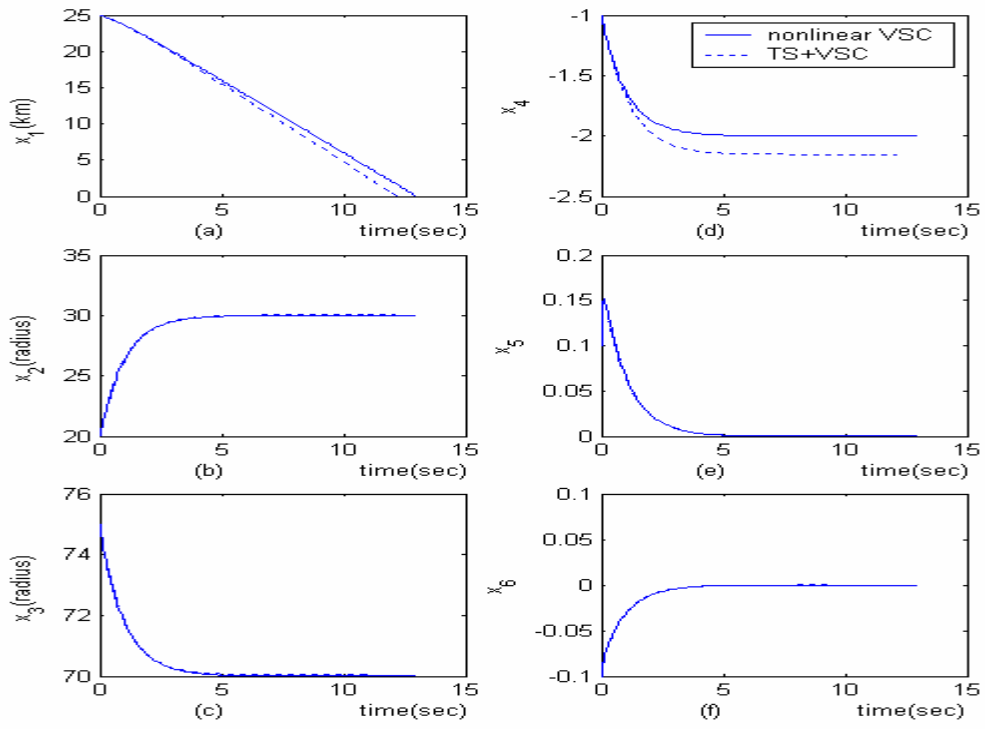


圖 3.36 例五 $x_1 - x_6$ 六個狀態時間響應圖

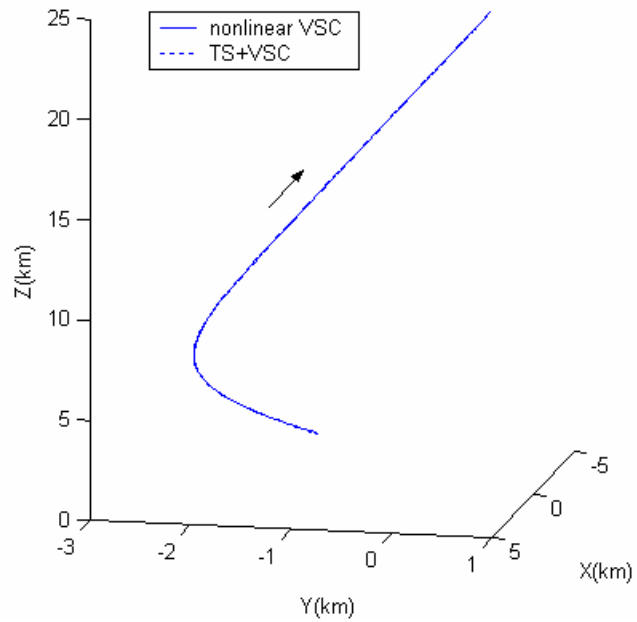


圖 3.37 例五之 3D 軌跡圖

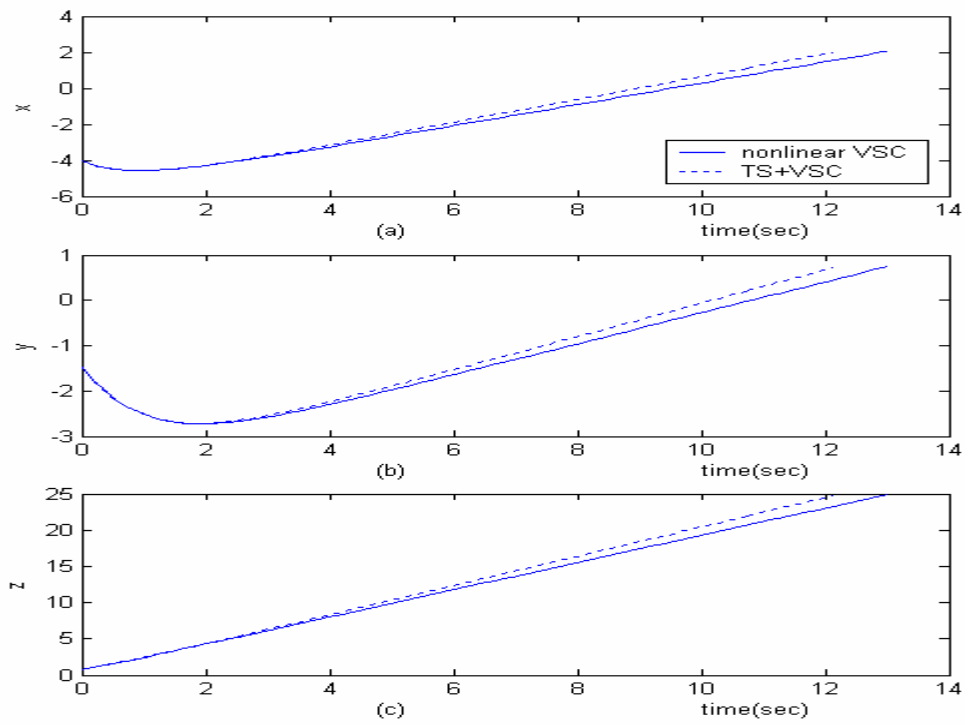


圖 3.38 例五之 x, y, z 軸時間響應圖

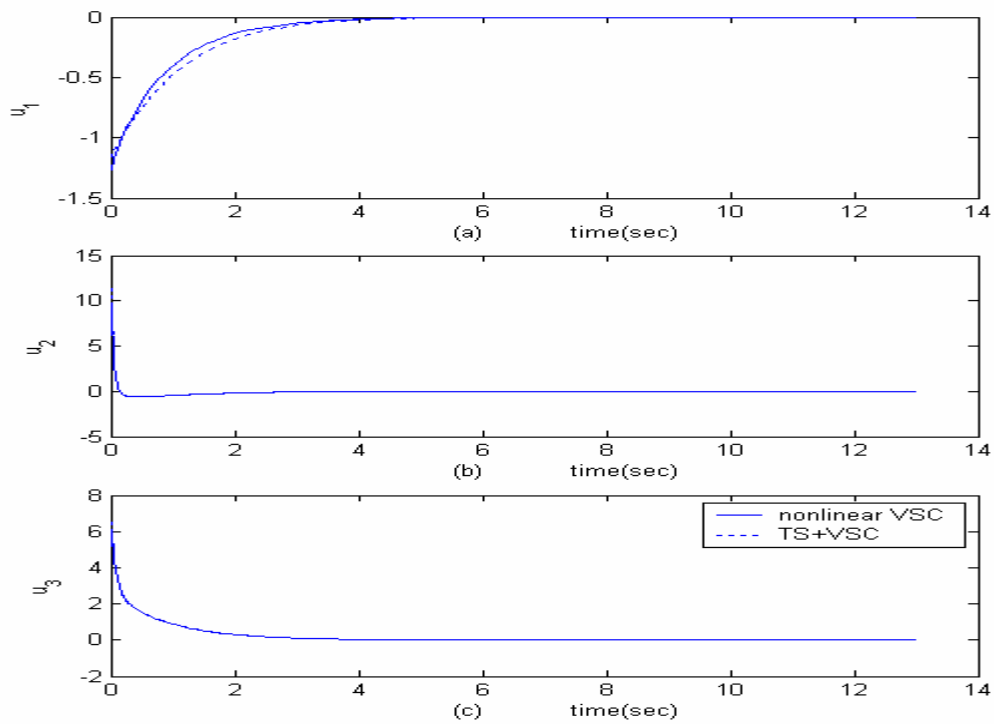


圖 3.39 例五之控制輸入時間響應圖

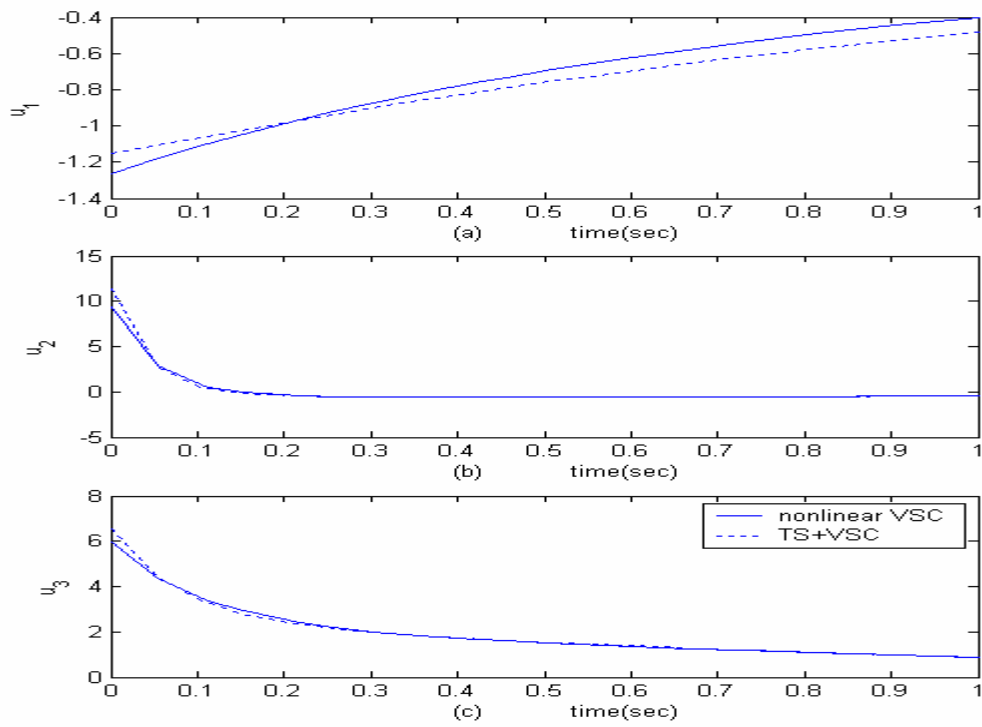


圖 3.40 例五之輸入在 $t=0-1$ 秒時之時間響應

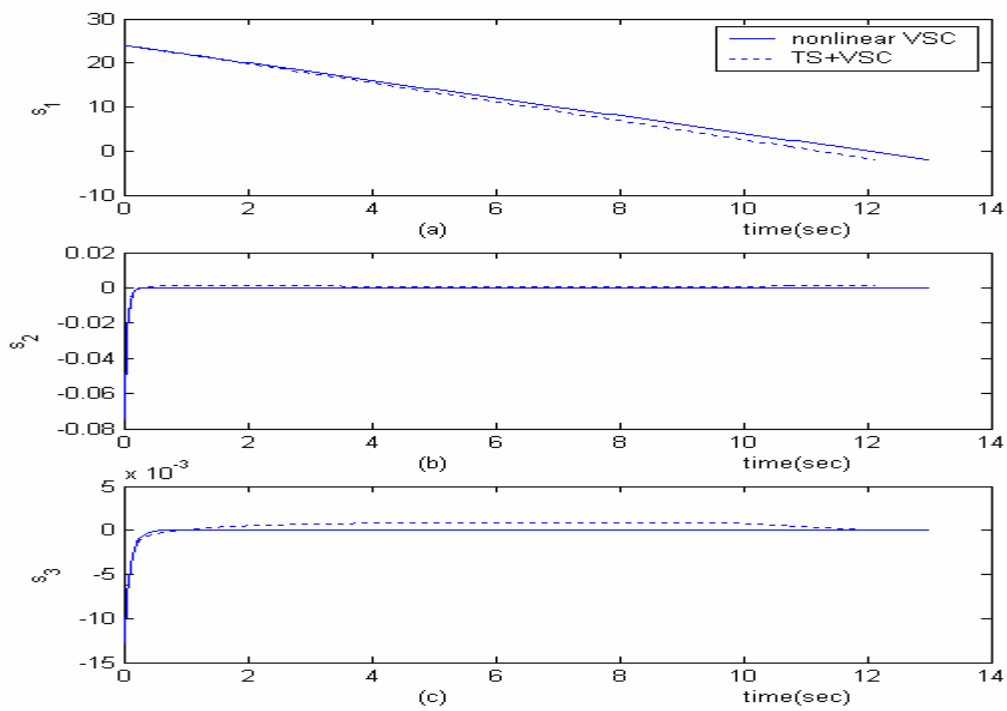


圖 3.41 例五之三個順滑變數時間響應圖

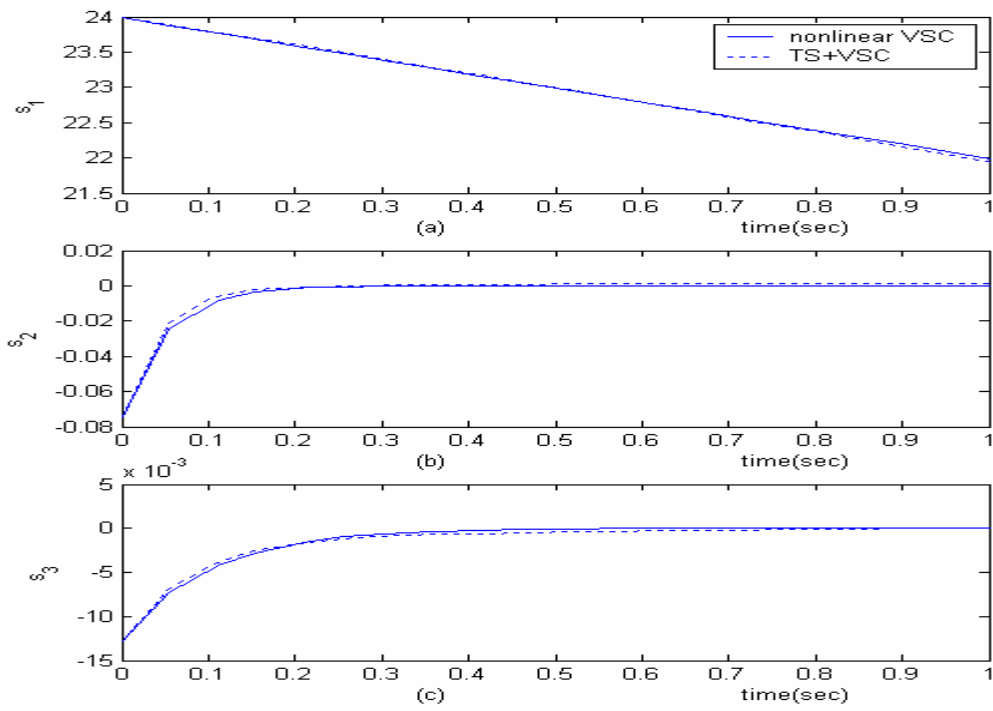


圖 3.42 例五之三個順滑變數在 $t=0-1$ 秒之時間響應

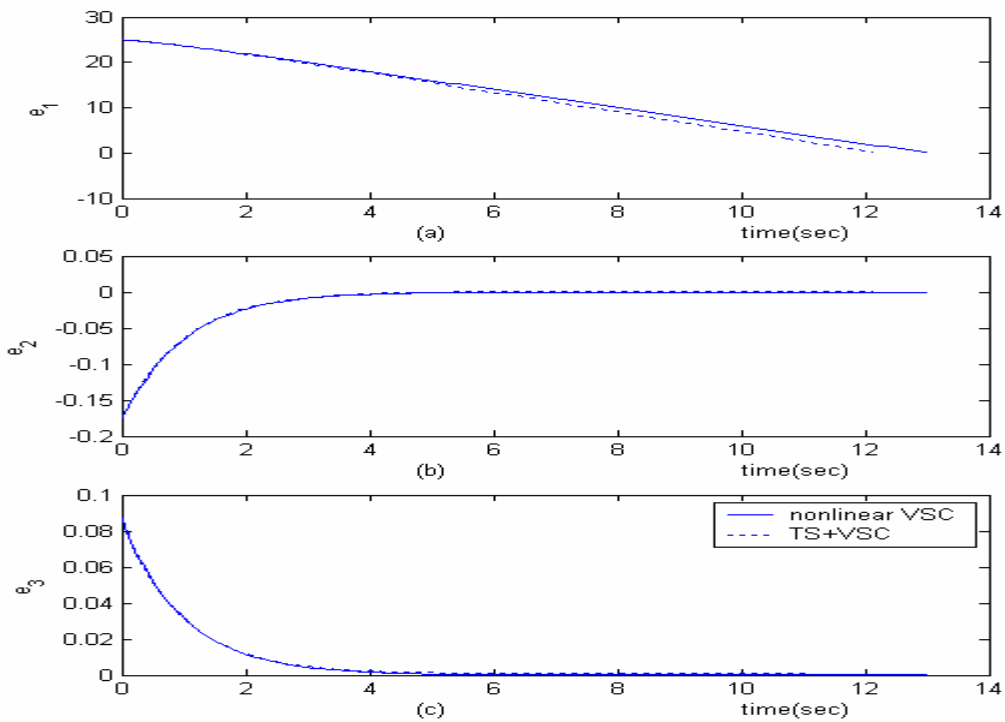


圖 3.43 例五之 r , θ , ϕ 三狀態之誤差時間響應

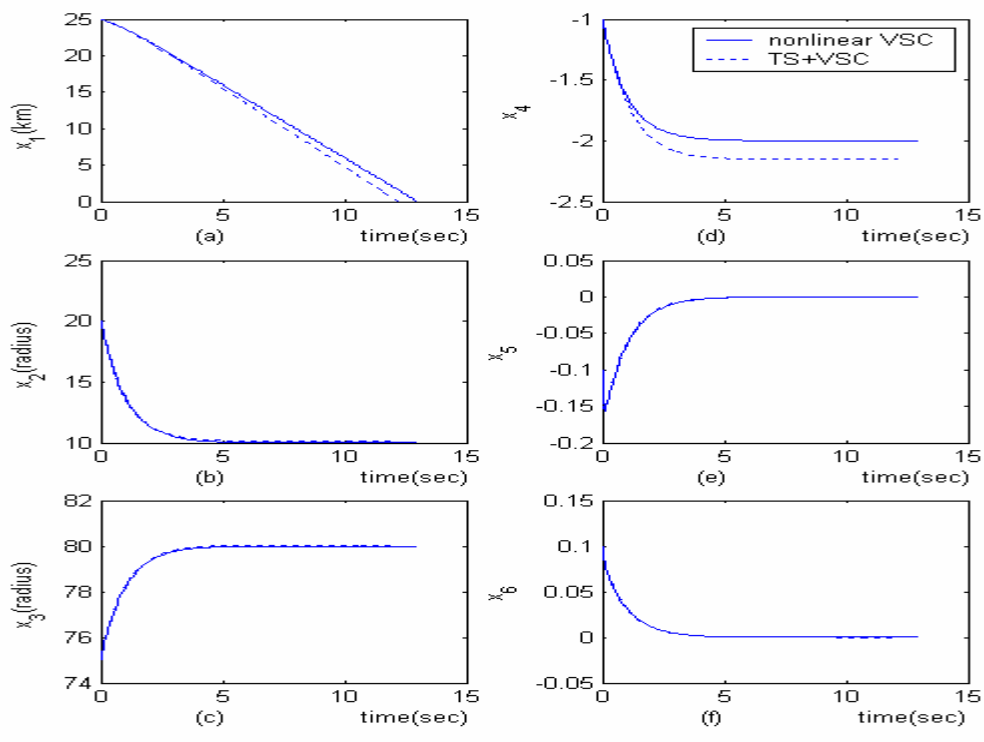


圖 3.44 例六 $x_1 - x_6$ 六個狀態時間響應圖

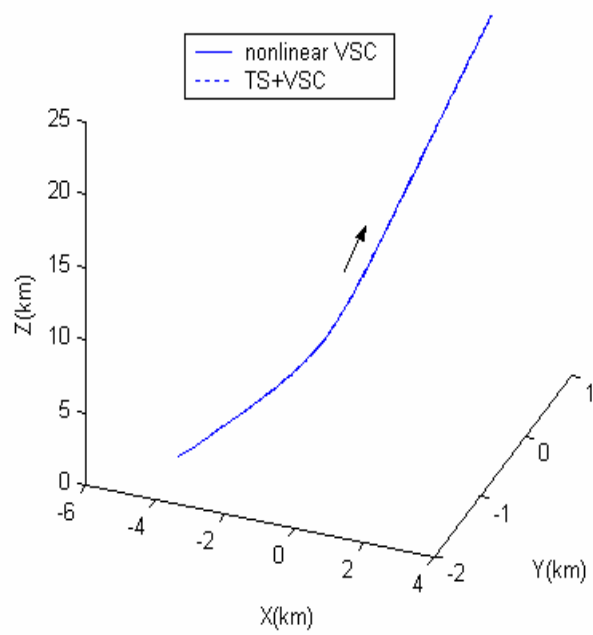


圖 3.45 例六之 3D 軌跡圖

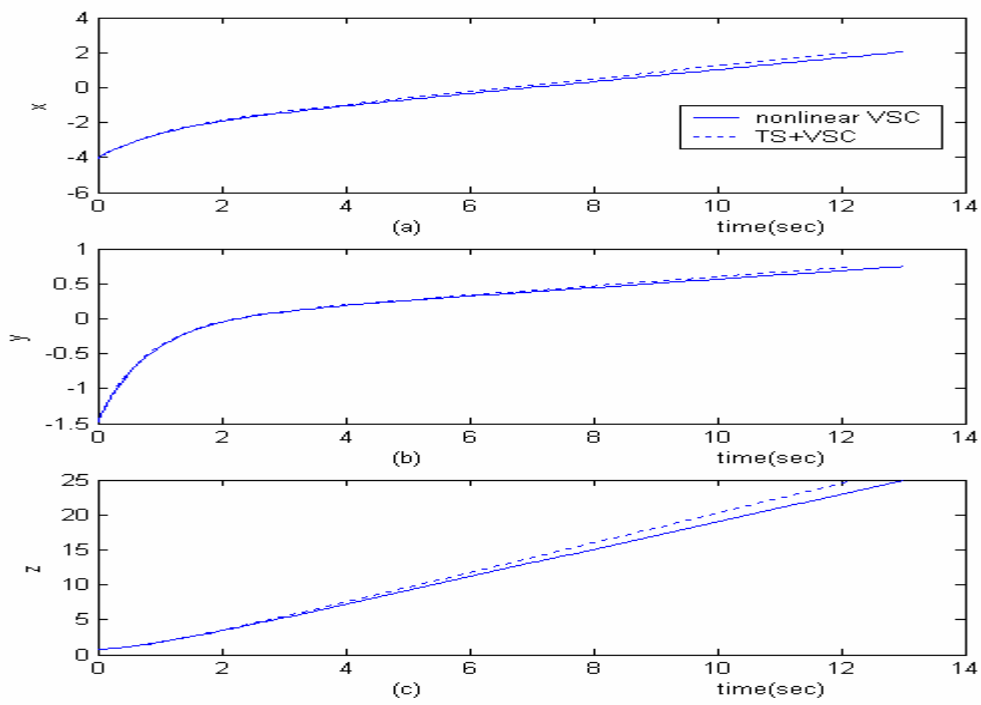


圖 3.46 例六之 x, y, z 軸時間響應圖

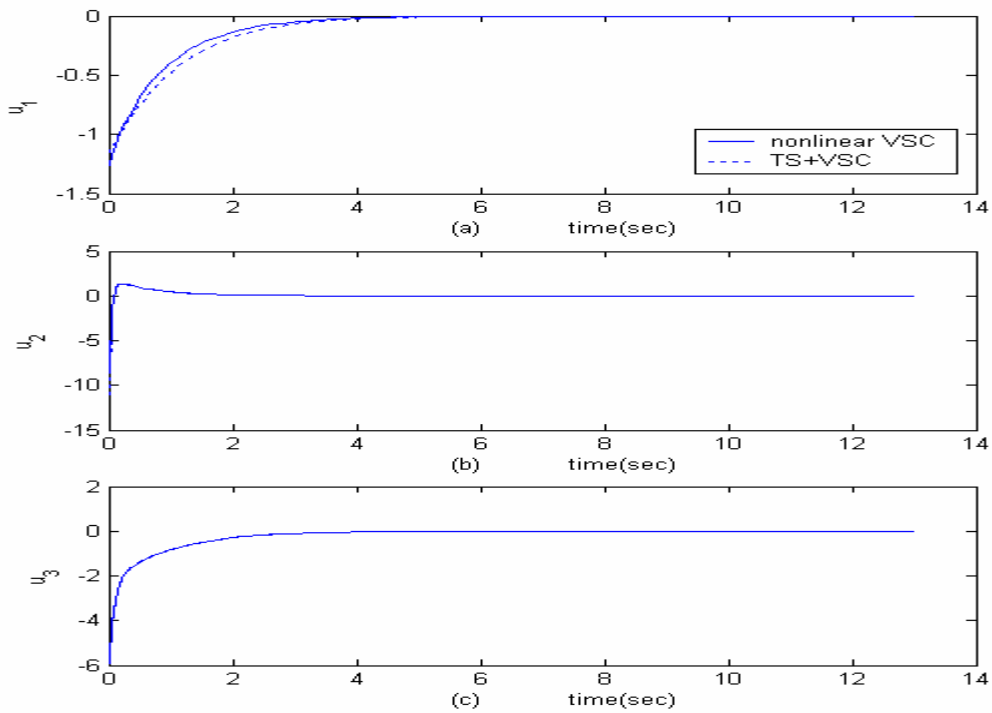


圖 3.47 例六之控制輸入時間響應圖

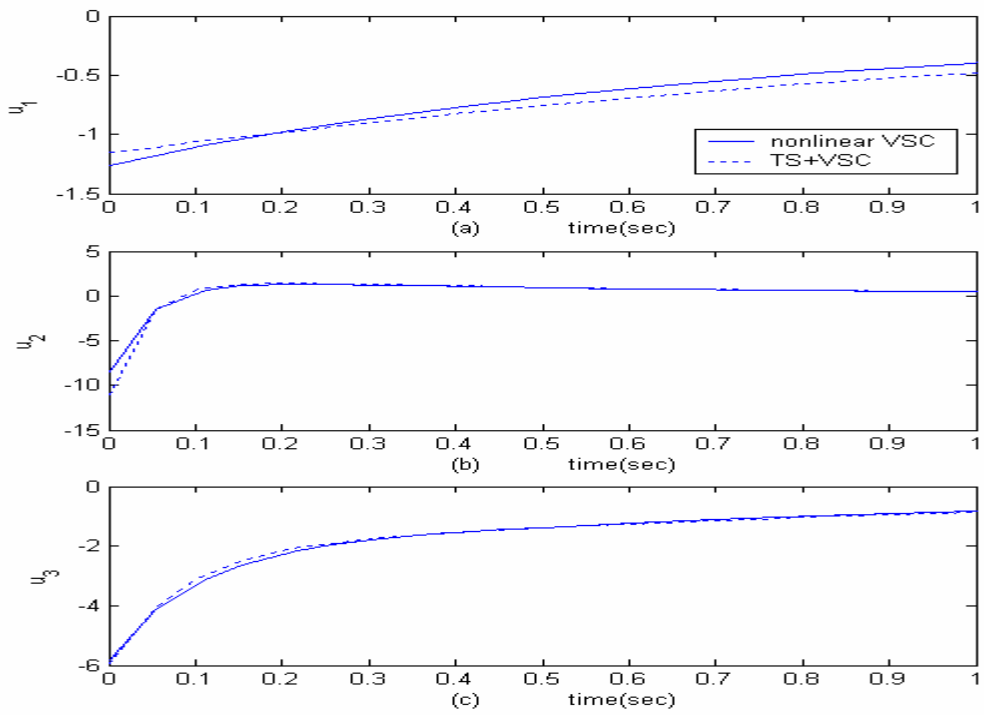


圖 3.48 例六之輸入在 $t=0-1$ 時之時間響應

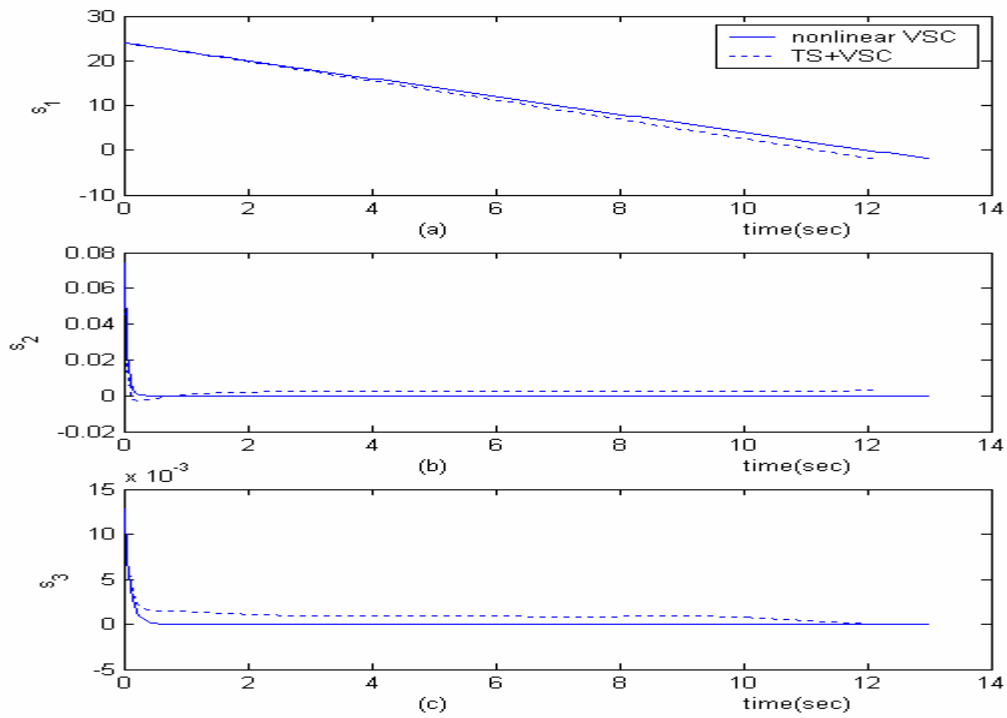


圖 3.49 例六之三個順滑變數時間響應圖

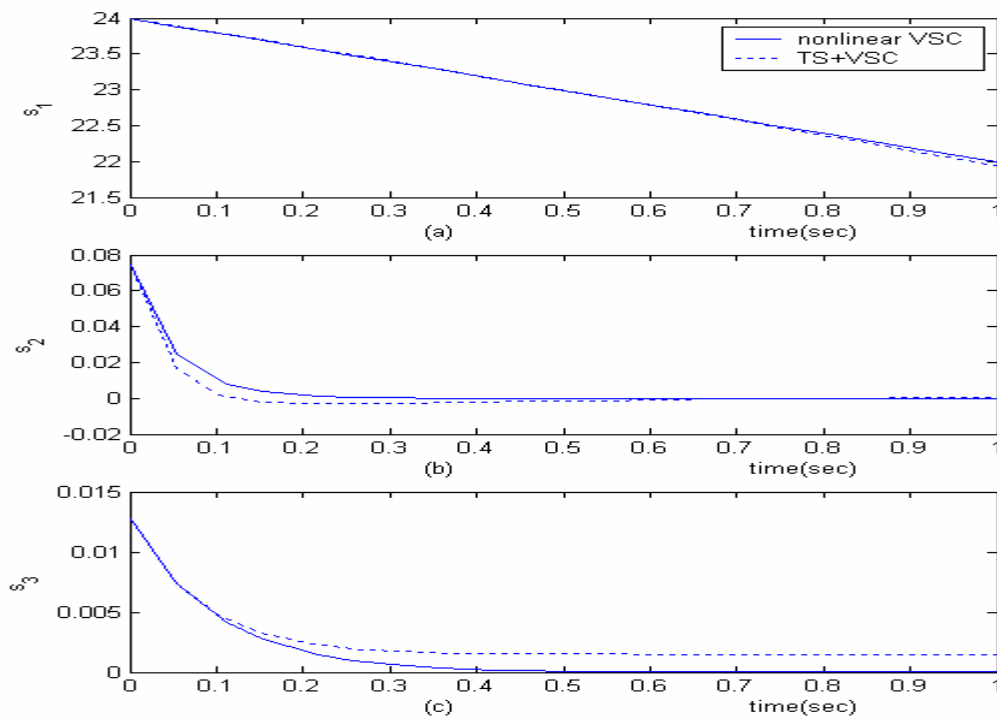


圖 3.50 例六之三個順滑變數在 $t=0-1$ 秒之時間響應

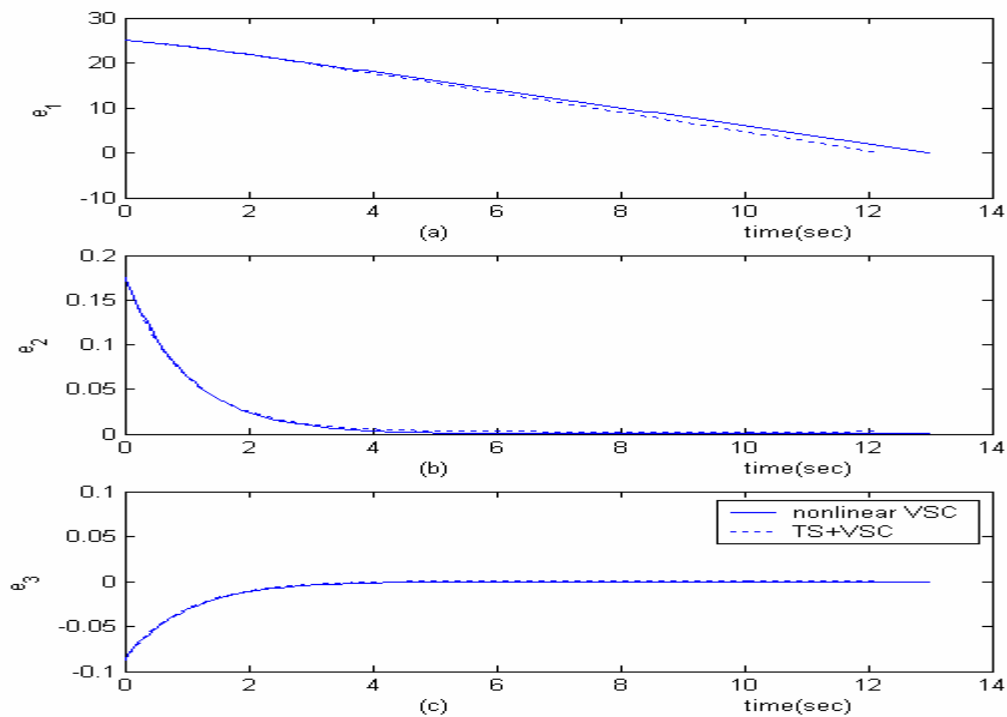


圖 3.51 例六之 r , θ , ϕ 三狀態之誤差時間響應

	例一		例二	
	Nonlinear VSC	TS-type VSC	Nonlinear VSC(with d)	TS-type VSC(with d)
$t_{reach}(r < 10m)$	12.990sec	12.150sec	8.450sec	8.1657sec
$(e_\theta, e_\phi)_{reach}$	1.9778e-7	2.7377e-3	4.9781e-3	2.4779e-3
	-1.9599e-7	3.2039e-4	6.2740e-3	3.1238e-4
$\ u_i\ _\infty$	1.2667	1.1531	1.7667	1.6531
	2.8252	2.8114	4.1496	2.9783
	4.8217	4.9272	3.5221	4.6562
$\int u_i ^2$	0.6521	0.7508	1.8920	2.0477
	0.6118	0.6203	0.9060	0.6519
	4.8325	4.7497	3.9477	4.6419

	例三		例四	
	Nonlinear VSC	TS-type VSC	Nonlinear VSC(with d)	TS-type VSC(with d)
$t_{reach}(r < 10m)$	12.990	12.150	8.450	8.1650
$(e_\theta, e_\phi)_{reach}$	-4.4573e-7	1.0845e-3	-6.0387e-3	9.0019e-4
	2.5414e-7	3.2472e-4	-6.2322e-3	3.3767e-4
$\ u_i\ _\infty$	1.2667	1.1531	1.7667	1.6531
	14.123	16.712	14.826	16.886
	27.638	32.491	29.919	32.609
$\int u_i ^2$	0.6640	0.7575	1.8528	2.0602
	18.1577	22.7449	19.0907	23.9810
	89.0199	107.7131	89.6664	109.7172

	例五		例六	
	Nonlinear VSC	TS-type VSC	Nonlinear VSC(with d)	TS-type VSC(with d)
$t_{reach}(r < 10m)$	12.990	12.150	12.990	12.150
$(e_\theta, e_\phi)_{reach}$	-40329e-7	1.0849e-3	4.0345e-7	2.7371e-3
	1.9406e-7	3.2421e-4	-1.9405e-7	3.2251e-4
$\ u_i\ _\infty$	1.2667	1.1531	1.2667	1.1531
	9.4249	11.329	8.4678	11.084
	4.9451	6.5286	4.8217	4.9272
$\int u_i ^2$	0.6863	0.7682	0.6734	0.7628
	3.2871	4.2282	2.9290	4.4138
	4.3179	4.4347	4.6175	4.5262

表格 3.1 例一 – 例六之各項表現數據

	$\sigma_k(x, t), k = 1, 2, 3$	$\sup_{x \in D_{ij}} (\Delta \mathbf{f})_k ,$ $k=1,2,3$
D_{11}	0, 0.1213, 0.1111	0.0417,0.0401,0.0433
D_{12}	0, 0.1283, 0.1111	0.0334, .0311,0.0442
D_{13}	0, 0.1457, 0.1111	0.0286,0.0130,0..0456
D_{14}	0, 0.2089, 0.1111	0.0285, 0.0348,0.0473
D_{21}	0, 0.0510, 0.04	0.0696, 0.0282, .0230
D_{22}	0, 0.0586, 0.04	0.0557, 0.0254, .0239
D_{23}	0, 0.0773, 0.04	0.0477, 0.0190, .0254
D_{24}	0, 0.1456, 0.04	0..0476,0.0016,0.0270
D_{31}	0, 0.0316, 0.0204	0.0974, 0.0238,0.0154
D_{32}	0, 0.0394, 0.0204	0.0780, 0.0235,0.0163
D_{33}	0, 0.0585, 0.0204	0.0668, 0.0216,0.0177
D_{34}	0, 0.1282, 0.0204	0.0666, 0.0159,0.0194
D_{41}	0, 0.0236, 0.0123	0.1252, 0.0216,0.0113
D_{42}	0, 0.0315, 0.0123	0.1003,0.0225, 0.0123
D_{43}	0, 0.0507, 0.0123	0.0858, 0.0231,0.0137
D_{44}	0, 0.1210, 0.0123	0.0856, 0.0237,0.0153
D_{51}	0, 0.0196, 0.0083	0.1531, 0.0202,0.0088
D_{52}	0, 0.0275, 0.0083	0.1226, 0.0219,0.0097
D_{53}	0, 0.0468, 0.0083	0.1049, 0.0240,0.0111
D_{54}	0, 0.1174, 0.0083	0.1047, 0.0287,0.0128

表格 3.2 在區域 D_{ij} 內估算 $\sigma_k(x, t)$ 和 $\sup_{x \in D_{ij}} |(\Delta \mathbf{f})_k|$.

第四章

T-S Fuzzy 模式在兩軸機械手臂控制之應用

4.1 系統數學模式

我們可將前章所推導之控制律推廣，除了飛彈系統以外，亦可應用在其他非線性系統之上，今我們考慮一機器手臂系統，表示圖形如圖 4.1 所示，而其動態系統數學模式如 [23]，

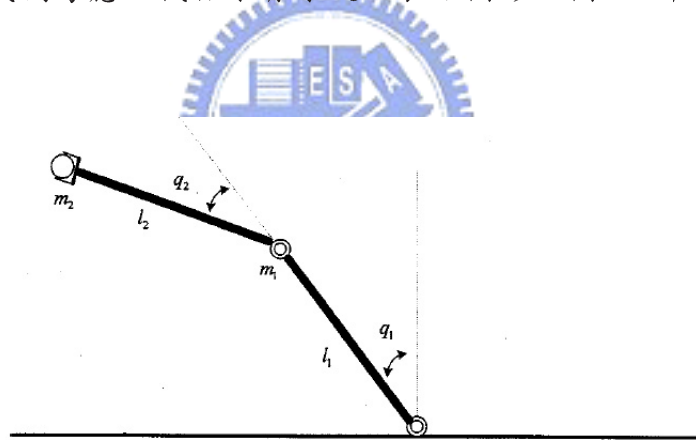


圖 4.1 兩軸機器手臂系統圖

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (4.1)$$

其中

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 & m_2l_1l_2(s_{q1}s_{q2} + c_{q1}c_{q2}) \\ m_2l_1l_2(s_{q1}s_{q2} + c_{q1}c_{q2}) & m_2l_2^2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = m_2 l_1 l_2 (c_{q_1} s_{q_2} - s_{q_1} c_{q_2}) \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2) l_1 g s_{q_1} \\ -m_2 l_2 g s_{q_2} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$\mathbf{q} = [q_1, q_2]^T$ ， q_1, q_2 表示廣義座標， $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 表示慣量， $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 包含科氏力與向心力， $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 是重力， $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2]^T$ (N-m) 是控制輸入， m_1, m_2 是手臂之質量，長度分別為 l_1, l_2 ，重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ，且以代號 $s_{q_1} = \sin(q_1)$ ， $s_{q_2} = \sin(q_2)$ ， $c_{q_1} = \cos(q_1)$ ， $c_{q_2} = \cos(q_2)$ ，於是可將原系統模型(4.2)(4.3)(4.4) 改寫為

$$\dot{x}_1 = x_2 + w_1 \quad (4.5)$$

$$\dot{x}_2 = f_1(x) + g_{11}(x)\tau_1 + g_{12}(x)\tau_2 + w_2 \quad (4.6)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 + w_3 \quad (4.7)$$

$$\dot{x}_4 = f_2(x) + g_{21}(x)\tau_1 + g_{22}(x)\tau_2 + w_4 \quad (4.8)$$

其中 $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [q_1, \dot{q}_2, q_3, \dot{q}_4]^T$ ， w_1, w_2, w_3, w_4 表示外在的干擾且

$$f_1(x) = \frac{(c_{q_1} s_{q_2} - s_{q_1} c_{q_2})}{a} \times [m_2 l_1 l_2 (s_{q_1} s_{q_2} + c_{q_1} c_{q_2}) x_2^2 - m_2 l_2^2 x_4^2] \\ + \frac{1}{a} \times [(m_1 + m_2) l_2 g s_{q_1} - m_2 l_2 g s_{q_2} (s_{q_1} s_{q_2} + c_{q_1} c_{q_2})]$$

$$f_2(x) = \frac{(c_{q_1} s_{q_2} - s_{q_1} c_{q_2})}{a} \times [-(m_1 + m_2) l_1^2 x_2^2 + m_2 l_1 l_2 (s_{q_1} s_{q_2} + c_{q_1} c_{q_2}) x_4^2] \\ + \frac{1}{a} \times [-(m_1 + m_2) l_2 g s_{q_1} (s_{q_1} s_{q_2} + c_{q_1} c_{q_2}) + (m_1 + m_2) l_1 g s_{q_2}]$$

$$g_{11}(x) = \frac{m_2 l_2^2}{m_2 l_1 l_2 a}$$

$$g_{12}(x) = \frac{-m_2 l_1 l_2 (s_{q_1} s_{q_2} + c_{q_1} c_{q_2})}{m_2 l_1 l_2 a}$$

$$g_{21}(x) = \frac{-m_2 l_1 l_2 (s_{q1} s_{q2} + c_{q1} c_{q2})}{m_2 l_1 l_2 a}$$

$$g_{22}(x) = \frac{(m_1 + m_2) l_1^2}{m_2 l_1 l_2 a}$$

其中 $a = l_1 l_2 [(m_1 + m_2) - m_2 (s_{q1} s_{q2} + c_{q1} c_{q2})^2]$

4.2 建立 T-S 模糊模型及控制器設計

在這裡，我們假設 $m_1 = m_2 = 1$ 且 $l_1 = l_2 = 1$ ，而角度 x_1 和 x_3 則限制在 $[-\pi/2, \pi/2]$ ， $\mathbf{w} = [w_1, w_2, w_3, w_4]^T$ ， $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T$ ， $u_1 = \tau_1$ 、 $u_2 = \tau_2$ 因此此非線性系統 (4.5) (4.8) 的 T-S 模糊模型系統已由 [23] 完成。

假如 x_1 大約在 $-\pi/2$ 且 x_3 大約在 $-\pi/2$ 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_1 \mathbf{x}(t) + B_1 \mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5.297 & -0.001 & -0.315 & -8.4 \times 10^{-6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6.859 & 0.002 & 3.155 & 6.2 \times 10^{-6} \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

假如 x_1 大約在 $-\pi/2$ 且 x_3 大約在 0 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_2 \mathbf{x}(t) + B_2 \mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3.0428 & -0.0011 & 0.1791 & -0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3.5436 & 0.0313 & 2.5611 & 1.14 \times 10^{-5} \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

假如 x_1 大約在 $-\pi/2$ 且 x_3 大約在 $\pi/2$ 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_3 \mathbf{x}(t) + B_3 \mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.2728 & 0.0030 & 0.4339 & -0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 9.1041 & 0.0158 & -1.0574 & -3.2 \times 10^{-5} \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

假如 x_1 大約在 0 且 x_3 大約在 $-\pi/2$ 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_4 \mathbf{x}(t) + B_4 \mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.4535 & 0.0017 & 1.2427 & 0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3.1873 & -0.0306 & 5.1911 & -1.8 \times 10^{-5} \end{pmatrix}, B_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

假如 x_1 大約在 0 且 x_3 大約在 0 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_5\mathbf{x}(t) + B_5\mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 11.1336 & 0 & -1.8145 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -9.0918 & 0 & 9.1638 & 0 \end{pmatrix}, B_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

假如 x_1 大約在 0 且 x_3 大約在 $\pi/2$ 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_6\mathbf{x}(t) + B_6\mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.1702 & -0.0010 & 1.6870 & -0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2.3559 & 0.0314 & 4.5298 & 1.1 \times 10^{-5} \end{pmatrix}, B_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

假如 x_1 大約在 $\pi/2$ 且 x_3 大約在 $-\pi/2$ 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_7\mathbf{x}(t) + B_7\mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_7 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4.1204 & -0.0041 & 0.6205 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 8.8794 & -0.0193 & -1.0119 & 4.4 \times 10^{-5} \end{pmatrix}, B_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

假如 x_1 大約在 $\pi/2$ 且 x_3 大約在 0 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_8\mathbf{x}(t) + B_8\mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_8 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3.6421 & 0.0018 & 0.0721 & 0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2.2490 & -0.0305 & 2.9832 & -1.9 \times 10^{-5} \end{pmatrix}, B_8 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

假如 x_1 大約在 $\pi/2$ 且 x_3 大約在 $\pi/2$ 時，則 $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_9\mathbf{x}(t) + B_9\mathbf{u}(t) + \mathbf{w}$ ，

$$A_9 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.2933 & -0.0009 & -0.2188 & -1.2 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.4649 & 0.0024 & 3.2693 & 9.2 \times 10^{-6} \end{pmatrix}, B_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

而歸屬函數則如圖 4.2 所示，我們根據此 T-S 模糊模型系統來設計我們所需之控制器。依據第三章我們所推導出之控制律 (3.13)(3.15)(3.19)，可得到此系統所需之控

制器。在我們的設計中，使用了可變結構控制來設計控制器，而在此方法中所使用到的saturation或sign-type控制器，各有其優缺點，例如saturation-type控制律，只能夠保證系統狀態抵達到邊界層以內，而無法保證漸近穩定，將有可能會一直存在某一定值之誤差，特別是當有不確定項或干擾在系統中的時候。而在sign-type方面，則會有切跳(chattering)的現象發生，而這種不連續的現象發生時，有可能會造成機械系統上的傷害，而且也是相當浪費能量的一種方式，[19]在 \mathbf{u}^{re} 的設計部分，以 $\psi(s_i, t) = \frac{2s_i}{|s_i| + ce^{-\gamma t}}$ ， $i=1, \dots, n$ ，取代saturation-type，作為改善方式，則可以達到漸進穩定的效果，並且相較於sign-type，可減輕切跳現象的發生。

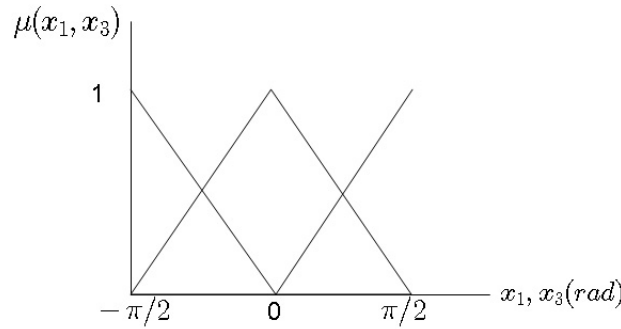


圖 4.2 x_1, x_3 歸屬函數圖

4.3 模擬結果

首先我們將初始狀態設定為 $x_1 = 1\text{rad/s}$ ， $x_2 = -0.1\text{rad/s}^2$ ， $x_3 = -0.3\text{rad/s}$ ， $x_4 = 0.2\text{rad/s}^2$ ，T-S 模糊模型部份 $k_1 = k_2 = 1$ 且選取 $\rho_1 = \rho_2 = 1$ ， η_1 、 η_2 則選取為最大之干擾值 30， $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.71$ ，而為了減少切跳現象，我們以飽合函數 $\text{sat}(s_i/\varepsilon_i)$ 代替符號函數(sign function)，且 ε_i 取 0.005。而傳統非線性系統部分 k_i 、 η_i 、 ε_i ，選取與 T-S 模糊模型相同，另選取 $\bar{\rho}_i = 1$ 。

例一：選取目標角度為 $x_1 = 0.5(\text{rad})$ ， $x_3 = -0.5(\text{rad})$ ，而 \mathbf{u}^{re} 的設計部分，採取

(3.19) 的設計方法，結果如圖 4.3 至圖 4.9，圖 4.3 表示出 x_1-x_4 之結果，可看出 x_1 、 x_3 皆有達到我們所要求之目標角度，圖 4.4 則表示出使用我們所設計的 T-S 模糊模型系統控制律，與傳統非線性系統控制律，皆能使得順滑函數沿著順滑平面滑動，而在圖 4.5 可看出誤差相當的小。在圖 4.6 中則可看出兩種控制律在誤差方面，T-S 模糊模型控制律的誤差會比較小，這也使得圖 4.7 傳統非線性系統與順滑平面相差較大，接下來，我們觀察兩者的輸入，圖 4.8 顯示出兩者之輸入 u_1 、 u_2 即原系統的 τ_1 、 τ_2 ，大致上兩者相距不大，但觀察圖 4.9 則可知 T-S 模糊模型會有較大之輸入，因為 T-S 模糊模型會與原系統有所誤差，而當初我們為了仍能達到追蹤目標角度之目的，我們加入了最大誤差所需的輸入，當狀態並非是在最大誤差時，就會使得輸入略大於當時所需之輸入，因此會造成輸入能量之浪費，尤其在 u_2 部分能量浪費的現象更是明顯。圖 4.10 顯示出兩者在一剛開始輸入之差距，僅在 0.01 秒以內有差別，這也是因為當初所設計之控制律不同所致。圖 4.11 則分別顯示 \mathbf{u}^{re} 、 \mathbf{u}^{eq} 的時間響應圖，綜合圖 4.3-4.11，兩者雖然在控制律設計不同，但都能夠達到我們要追蹤目標角度的目的。

例二: 選取目標角度為 $x_1 = 1.4(\text{rad})$ ， $x_3 = 0.5(\text{rad})$ ，而 \mathbf{u}^{re} 的設計部分，採取 (3.19) 的設計方法，結果如圖 4.12 至圖 4.20，結果與例一相同，亦能達到追蹤目標角度的目的。

例三: 選取目標角度為 $x_1 = 1.4(\text{rad})$ ， $x_3 = 0.5(\text{rad})$ ，與例二相同，而 \mathbf{u}^{re} 的設計部分，採取 (3.19) 的設計方法，但將 $\psi(s_i, t) = \frac{2s_i}{|s_i| + ce^{-\gamma t}}$ ， $i=1, \dots, n$ ，取代 saturation-type， $\epsilon = 1$ ， $\gamma = 1$ 比較不同的 \mathbf{u}^{re} 之間的關係，兩者皆使用 T-S 模糊模型系統控制律，結果如圖 4.21 至圖 4.26，由圖 4.21 可知兩者皆達到追蹤目標角度的目的，圖 4.22 雖看起來差不多，但若將最後部分放大後，圖 4.23 則可看出明顯不同，採用 saturation-type 將會收斂的比我們所改良方法慢，而其他部分則無太大差距。所以若使用了 [19] 改良之方法，可以達到追蹤目標角度的目的，且順滑函數將會收斂的比 saturation-type 快。

例四: 與例一相同，選取目標角度為 $x_1 = 0.5(\text{rad})$ ， $x_3 = -0.5(\text{rad})$ ， \mathbf{u}^{re} 的設計部分亦與例一同，但在此例中，我們加入了干擾，採取與 [23] 相同的 $\mathbf{w} = [0.1 \sin 2t, 0.1 \cos 2t, 0.1 \cos 2t, 0.1 \sin 2t]^T$ ，結果如圖 4.27 至圖 4.33，圖 4.27 中 x_1-x_4 皆會一直在變化，且誤差部分如圖 4.30，也一直在變化，但由圖 4.28、4.29 可知，順滑函數仍然皆有在邊界層以內，還是能達到追蹤目標角度的目的。而在控制輸入部分，會一直在變化，也是因為有外在干擾的關係。由此例可知，當有有限干擾時，依舊能達到追蹤目標角度的目的。

例五: 由 [23] 將初始狀態設為 $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [0.5, 0, -0.5, 0]$ ，目標角度 $x_1 = 1.4(\text{rad})$ ， $x_3 = 0.5(\text{rad})$ ，與例二相同，而 \mathbf{u}^{re} 的設計部分，採取 (3.19) 的設計方法，系統皆採取 T-S 模糊模型設計，但分別使用 sign-type，saturation-type 以及與 [19] 相同之 $\psi(s_i, t) = \frac{2s_i}{|s_i| + ce^{-\gamma t}}$ ，其圖型如圖 4.34-圖 4.39，狀態上並無太大差異，但可在圖 4.37 當中可明顯看出，sign-type 有切跳現象，saturation-type 也沒有漸近穩定，而改善方式則使得順滑變數漸漸變小，而在輸入方面，sign 也有切跳現象，而另外兩者則不會。

例六: 與例五類似，由 [23] 將初始狀態設為 $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [0.5, 0, -0.5, 0]$ ，目標角度 $x_1 = 1.4(\text{rad})$ ， $x_3 = 0.5(\text{rad})$ ，與例二相同，而 \mathbf{u}^{re} 的設計部分，採取 (3.19) 的設計方法，系統皆採取原始非線性系統設計，但分別使用 sign-type，saturation-type 以及與 [19] 相同之 $\psi(s_i, t) = \frac{2s_i}{|s_i| + ce^{-\gamma t}}$ ，其圖型如圖 4.40-圖 4.47，圖 4.40 顯示出狀態上改善方式在一開始會有較大差異，在圖 4.41 中亦在一開始有較大差異，原因可在圖 4.46 得知，因一開始之輸入略小於其他兩者，所以會有一些差距，在圖 4.42 依舊可看出改善方式的優點，sign-type 有切跳現象，saturation-type 的順滑變數較大於改善方式，但三者也都可達成追蹤目標角度之目的。

由以上各例我們可知，T-S 模糊模型除了我們原先的反飛彈系統外，也成功的應用在兩軸機械手臂系統。而 [19] 所提出之改善方法，確實也可以減輕 sign-type 常照成的切跳現象，另外改善方法也可使得順滑變數比 saturation-type 小。

在表格 4.2 中，我們使用 matlab 運算控制律，讓原始非線性系統控制律 (3.56) 與 T-S 模糊模型控制律 (3.13) 各運算 500000 次控制力 \mathbf{u} ，而使用 matlab 裡的 tic 與 toc 指令，記錄其運算時間，可看出 T-S 模糊模型運算速度較快於原始非線性系統，減少了許多的運算時間。



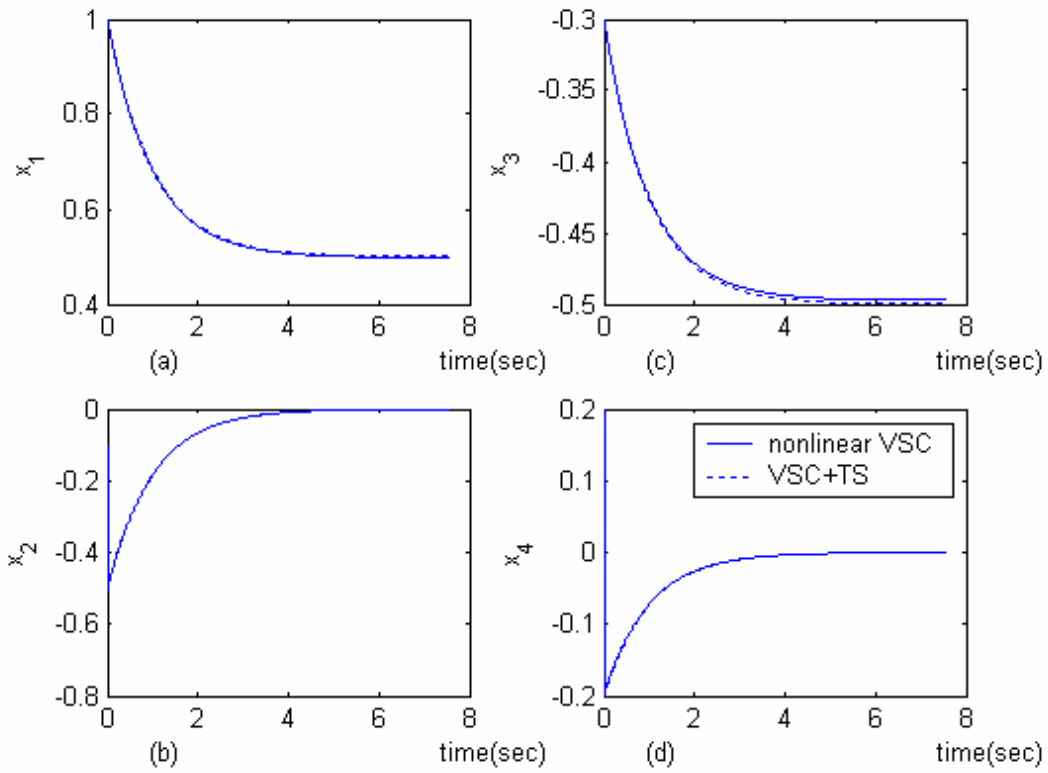


圖 4.3 例一之四個狀態時間響應圖

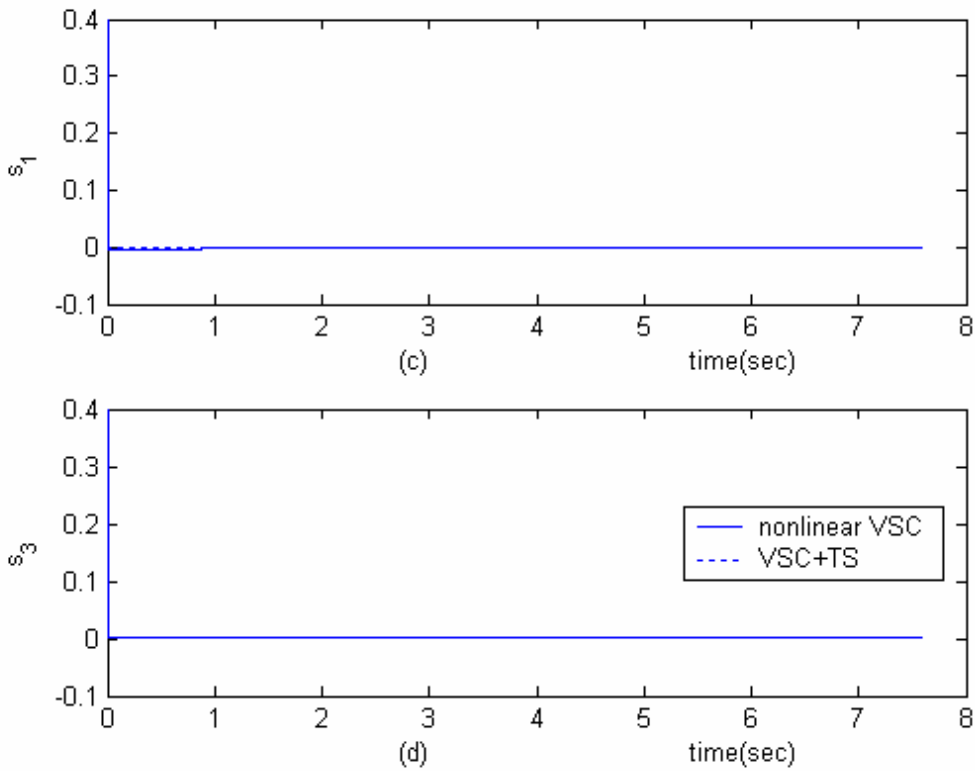


圖 4.4 例一之兩個順滑變數時間響應圖

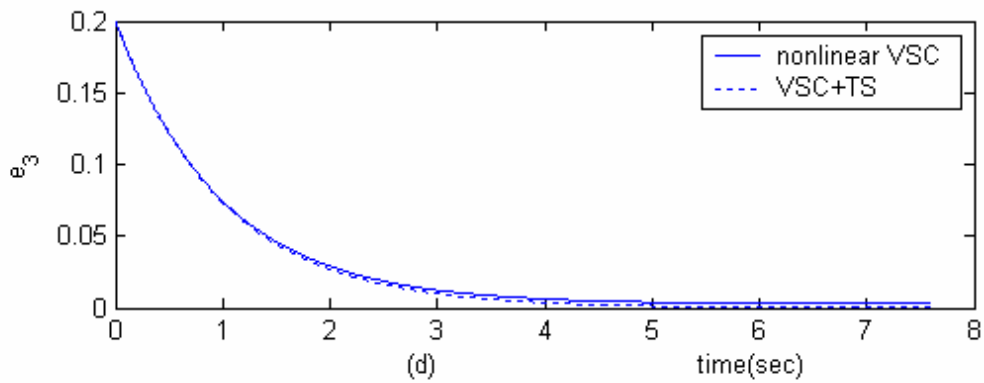
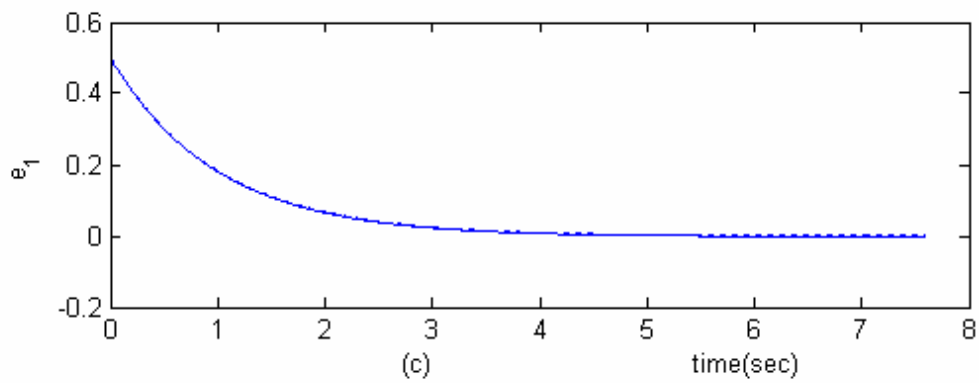


圖 4.5 例一之兩個誤差時間響應圖

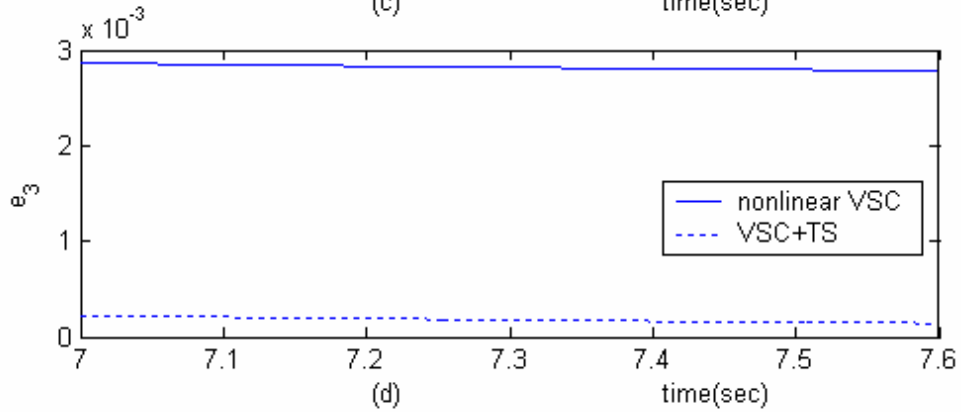
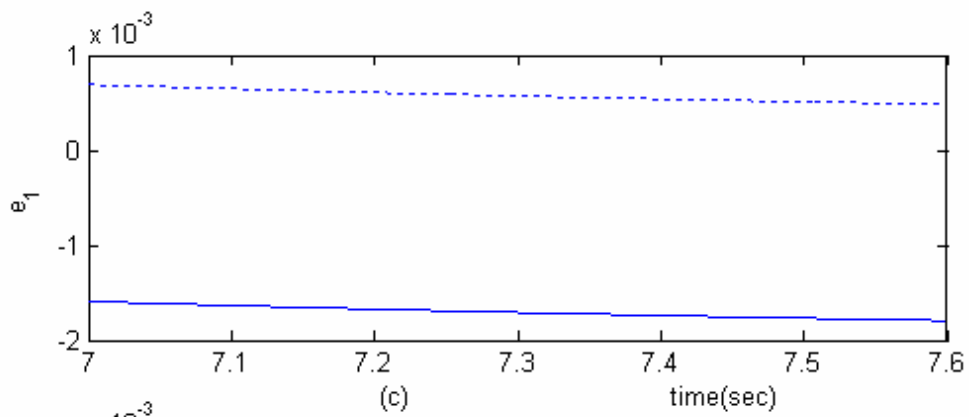


圖 4.6 例一之兩個誤差在 $t = 7-7.6$ 秒時之時間響應圖

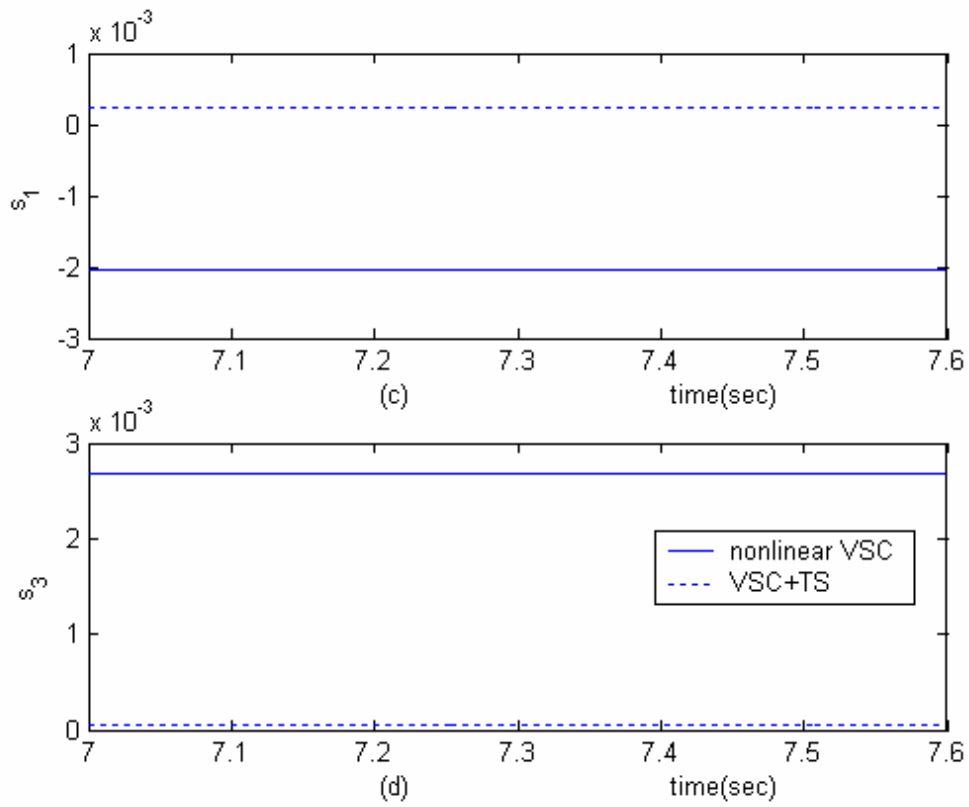


圖 4.7 例一之兩個順滑變數在 $t = 7-7.6$ 秒時之時間響應圖

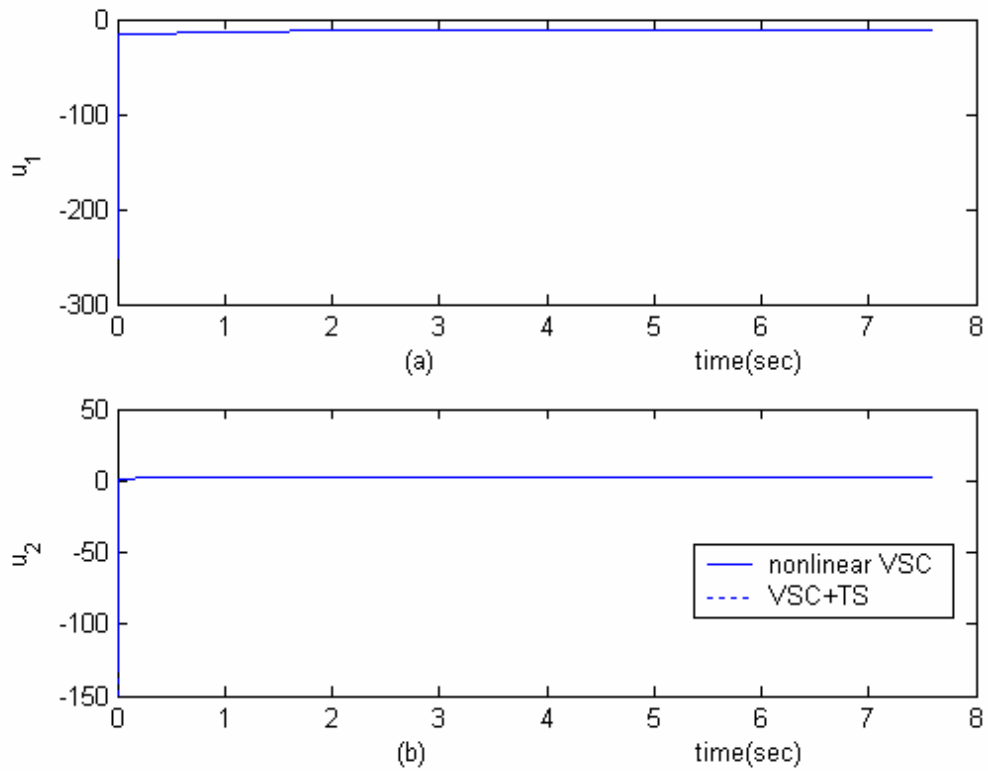


圖 4.8 例一之控制輸入時間響應圖

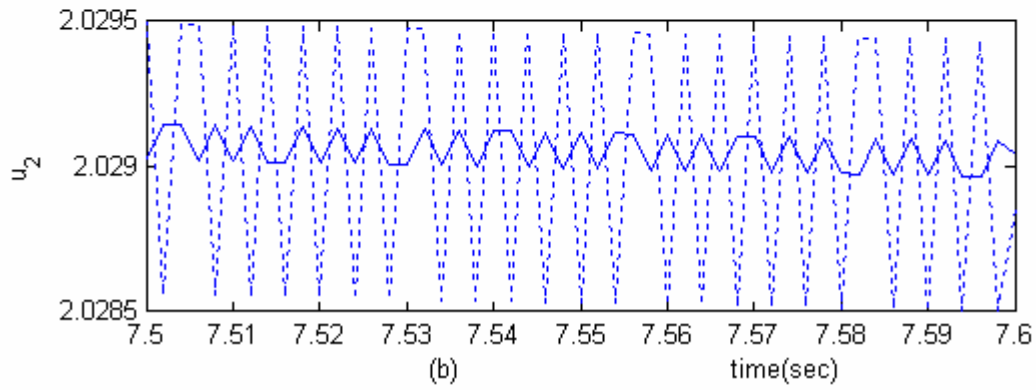
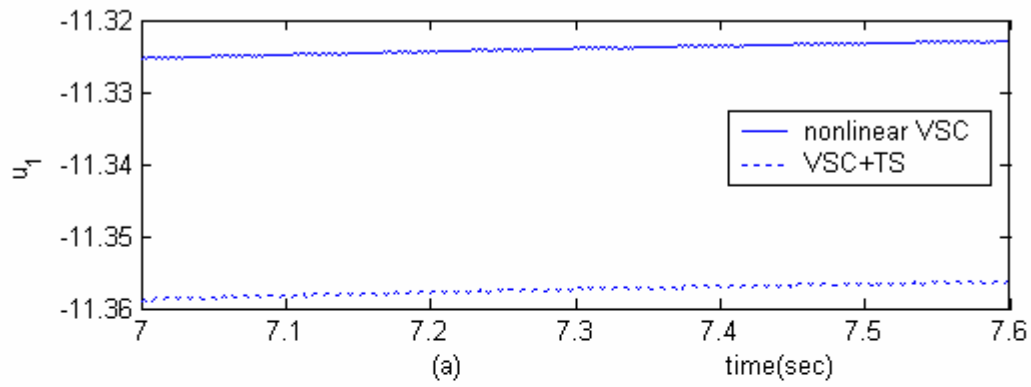


圖 4.9 例一之控制輸入在 $t = 7.5-7.6$ 秒時之時間響應圖

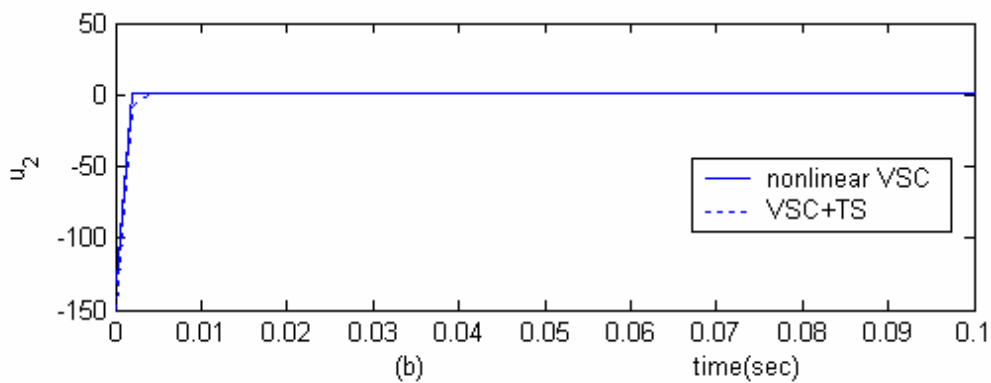
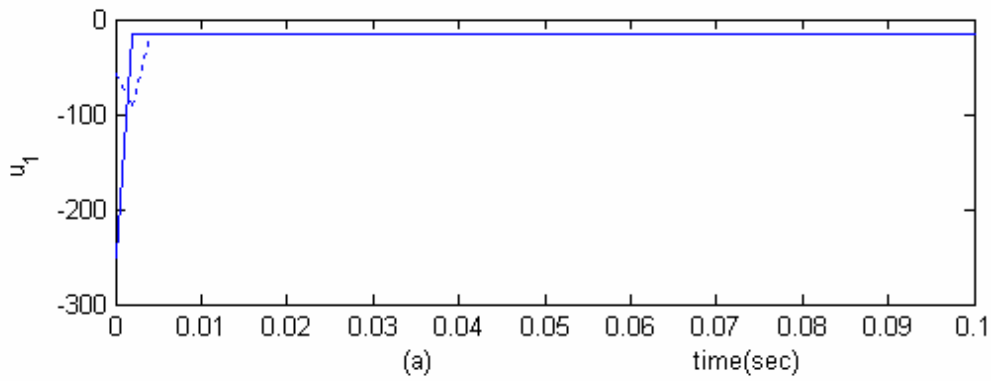


圖 4.10 例一之控制輸入在 $t = 0-0.1$ 秒時之時間響應圖

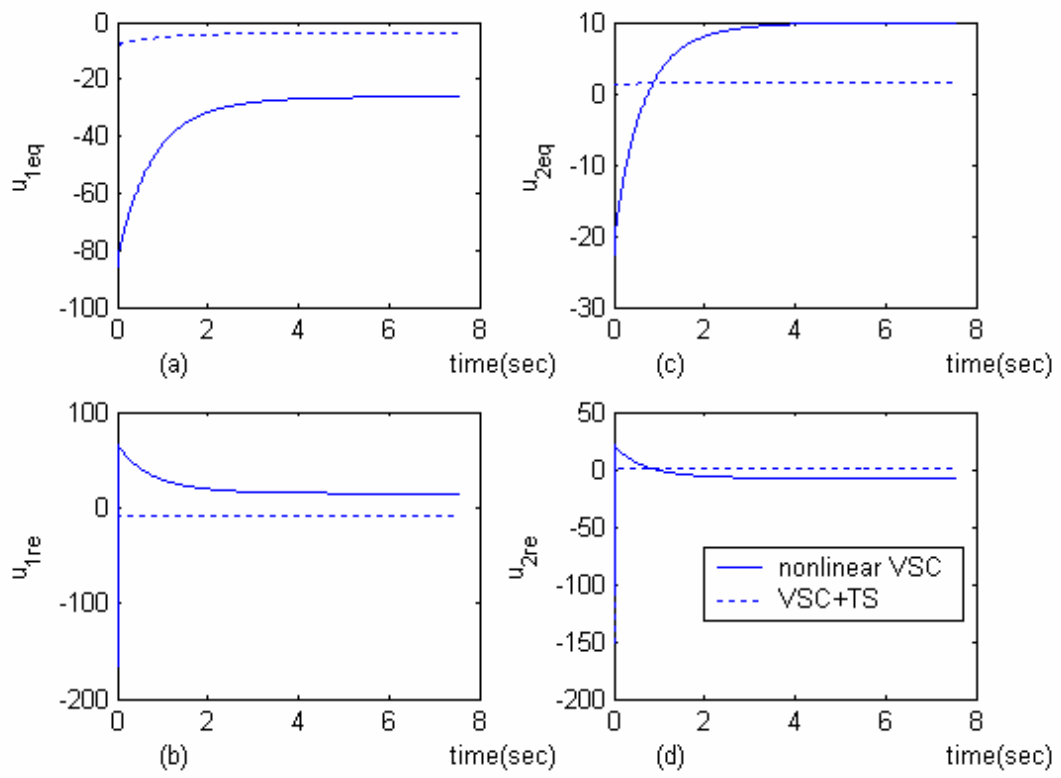


圖 4.11 例一之各項控制輸入時間響應圖



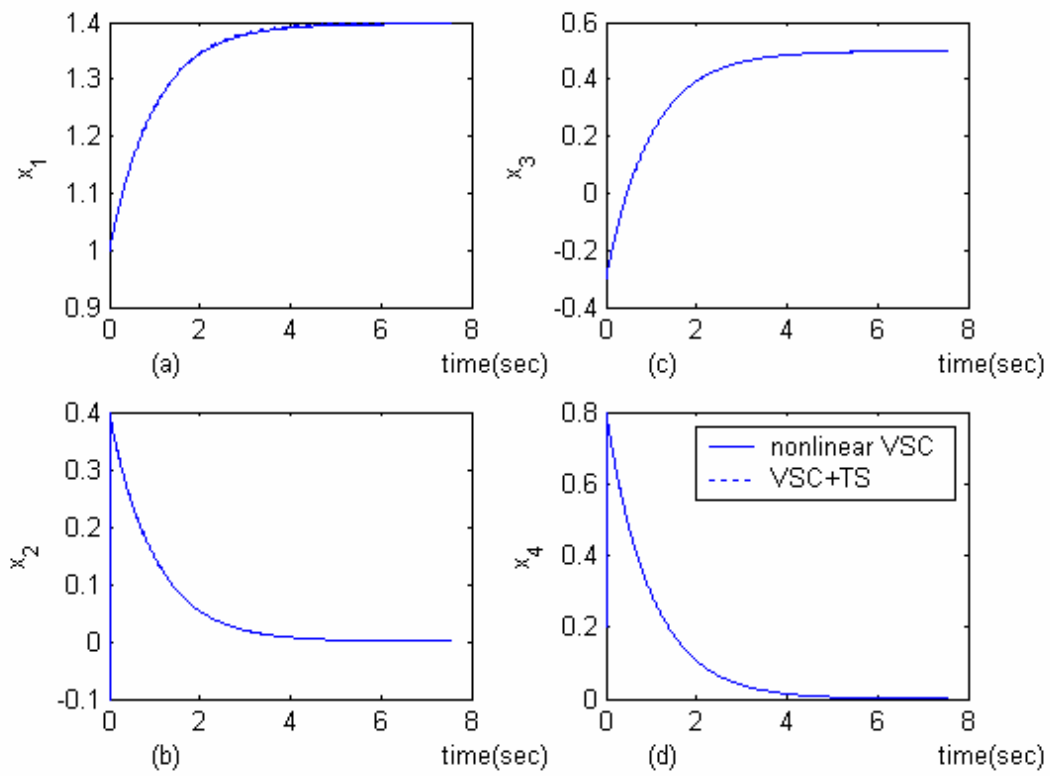


圖 4.12 例二 x_1 - x_4 四個狀態時間響應圖

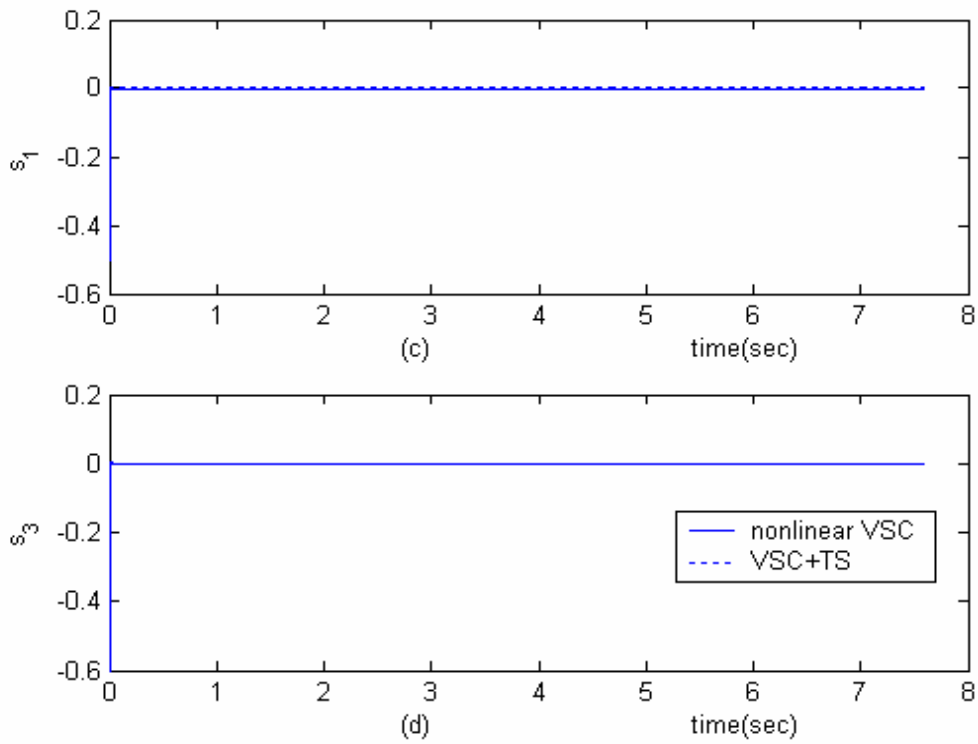


圖 4.13 例二之兩個平滑變數時間響應圖

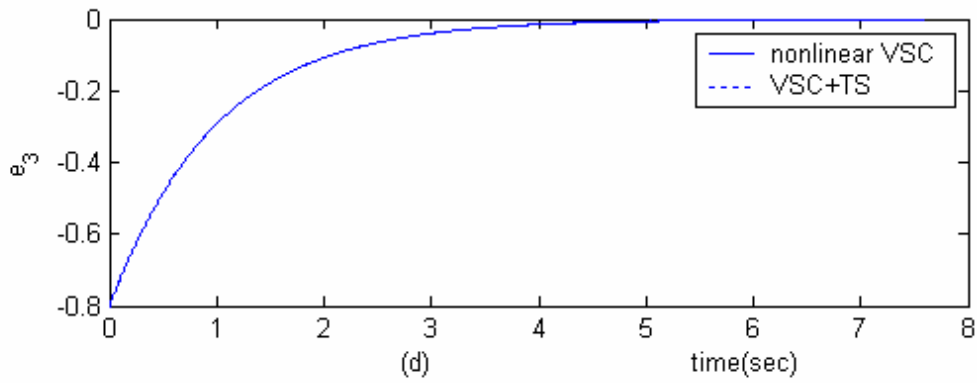
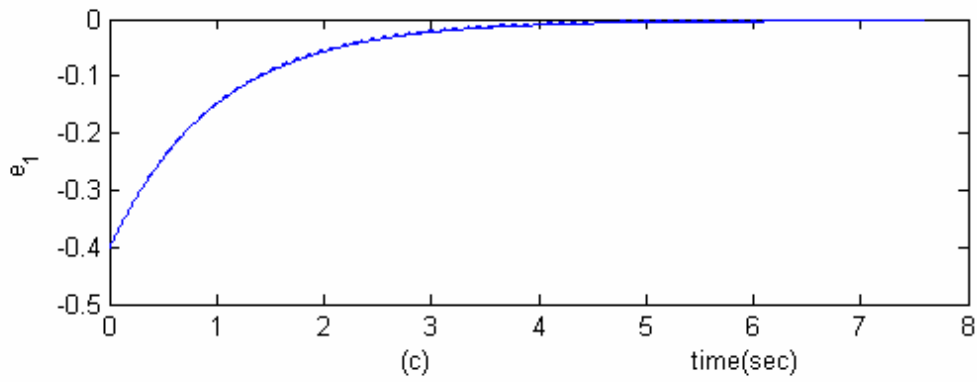


圖 4.14 例二之兩個誤差時間響應圖

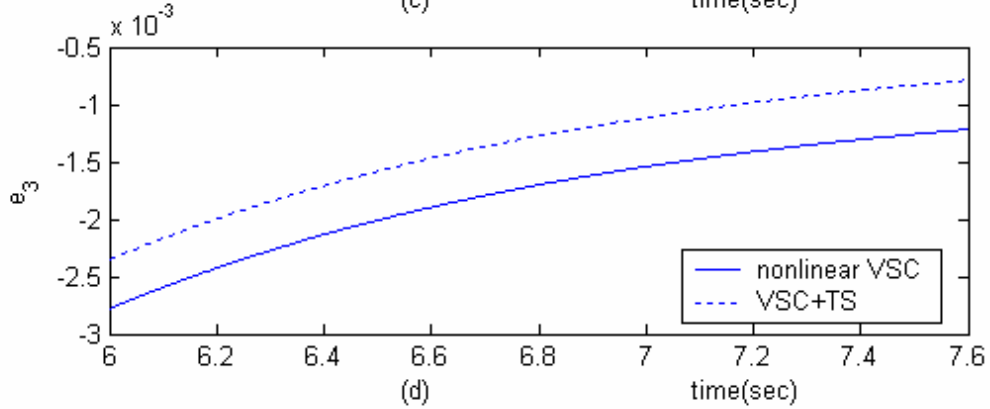
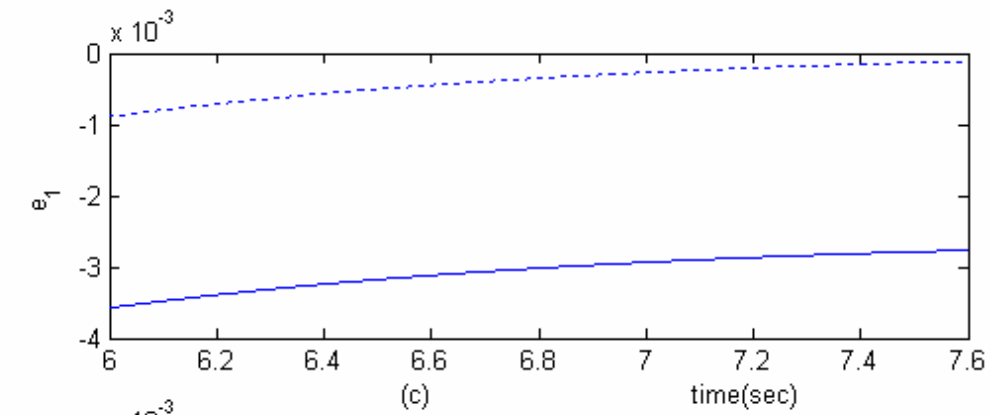


圖 4.15 例二之兩個誤差在 $t = 6-7.6$ 秒時之時間響應圖

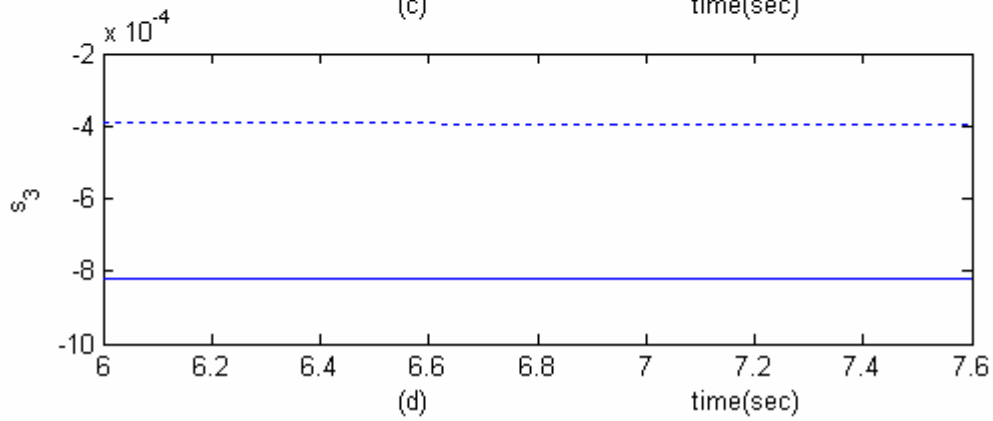
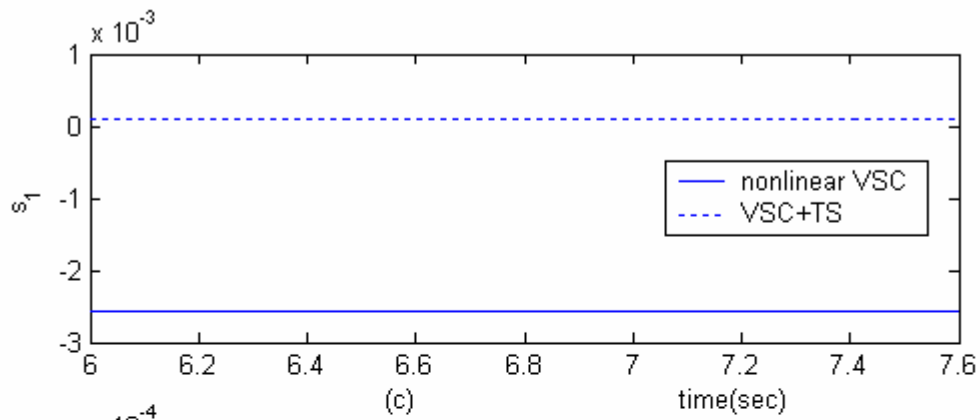


圖 4.16 例二之兩個順滑變數在 $t = 6-7.6$ 秒時之時間響應圖

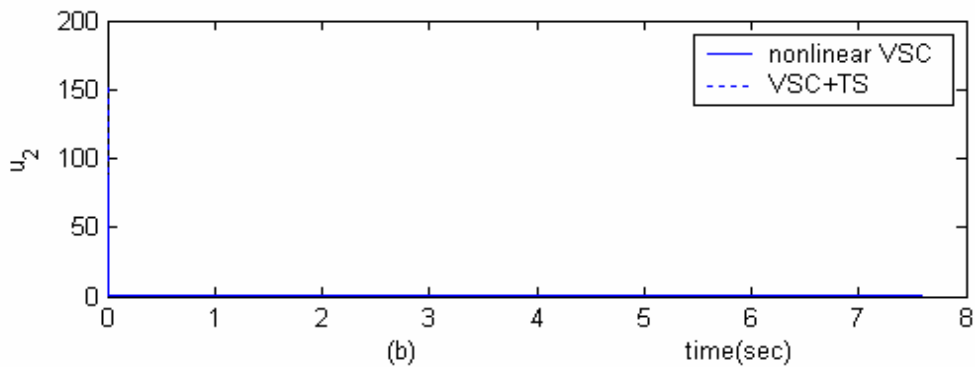
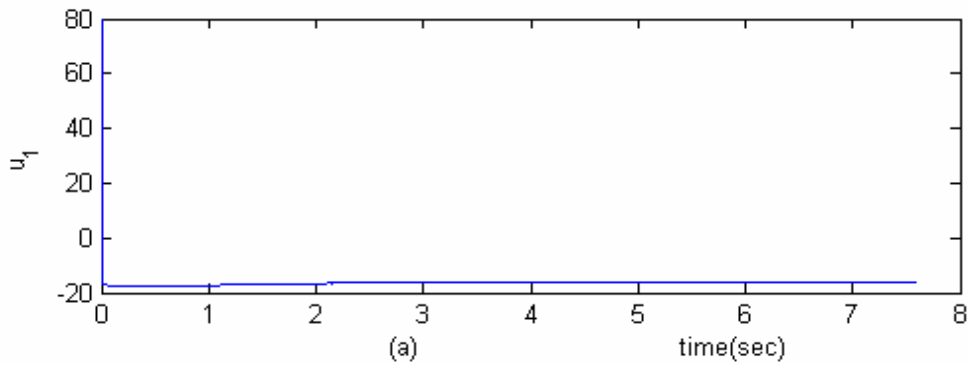


圖 4.17 例二之控制輸入時間響應圖

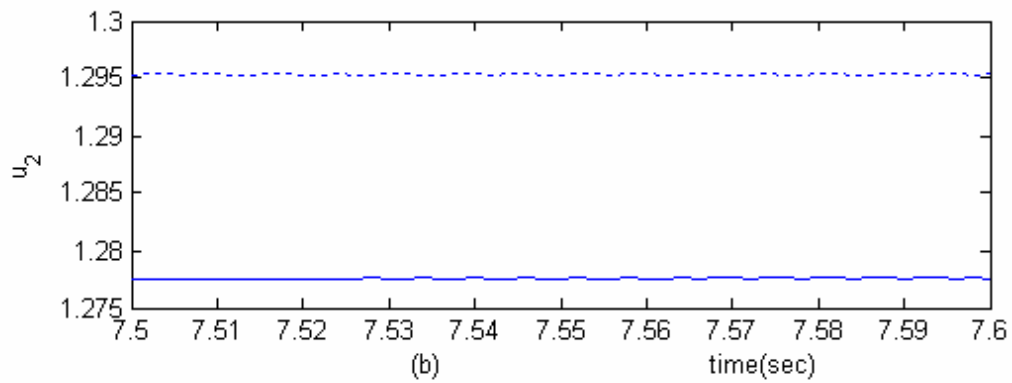
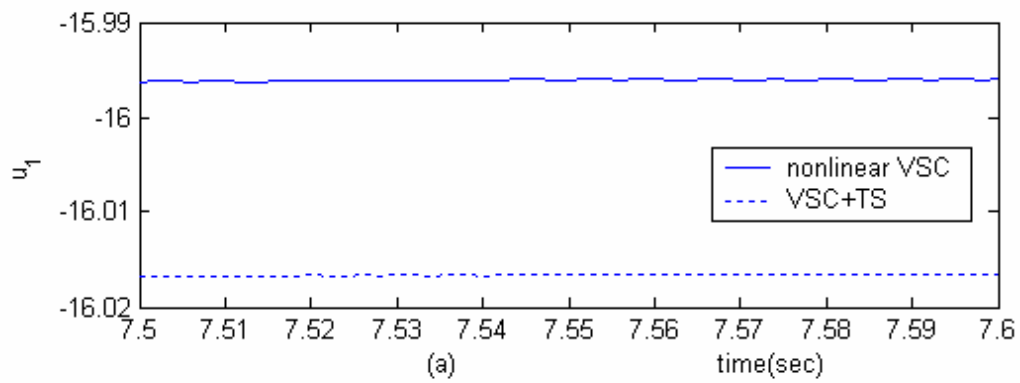


圖 4.18 例二之控制輸入在 $t = 7.5-7.6$ 秒時之時間響應圖

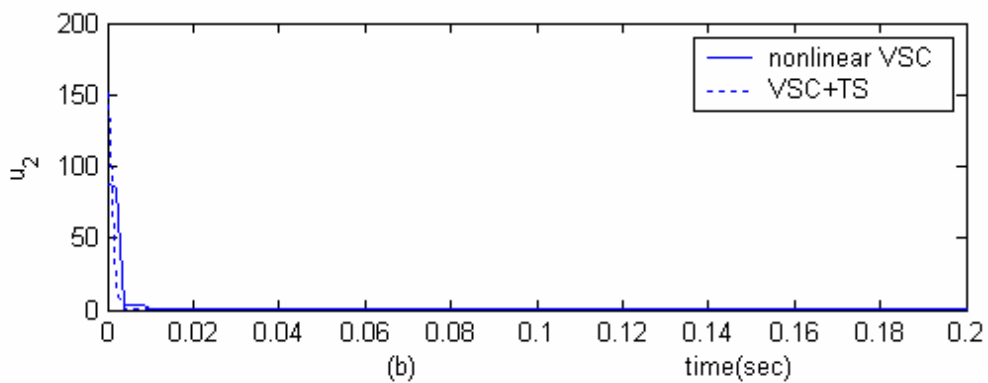
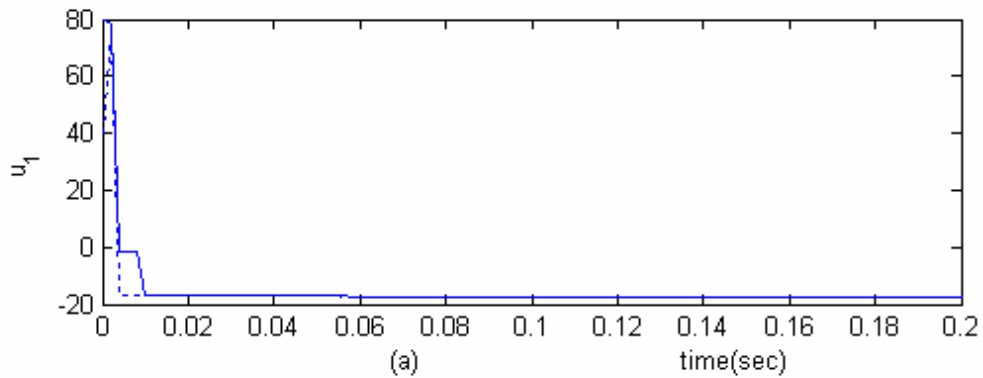


圖 4.19 例二之控制輸入在 $t = 0-0.2$ 秒時之時間響應圖

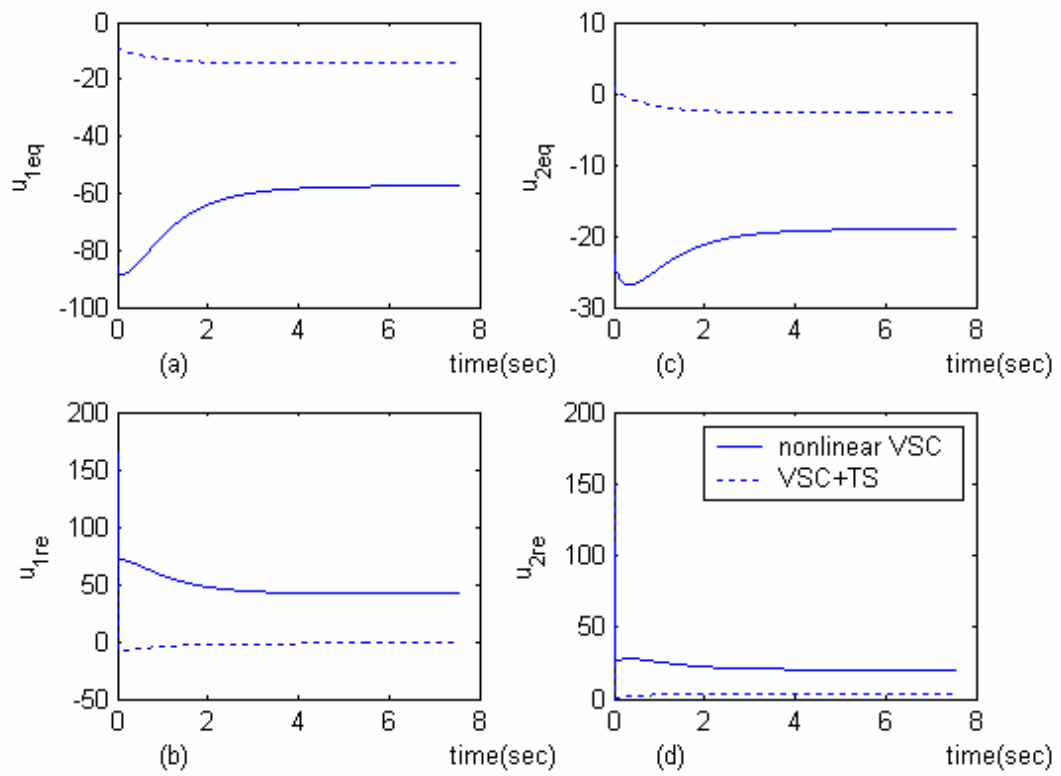


圖 4.20 例二之各項控制輸入時間響應圖



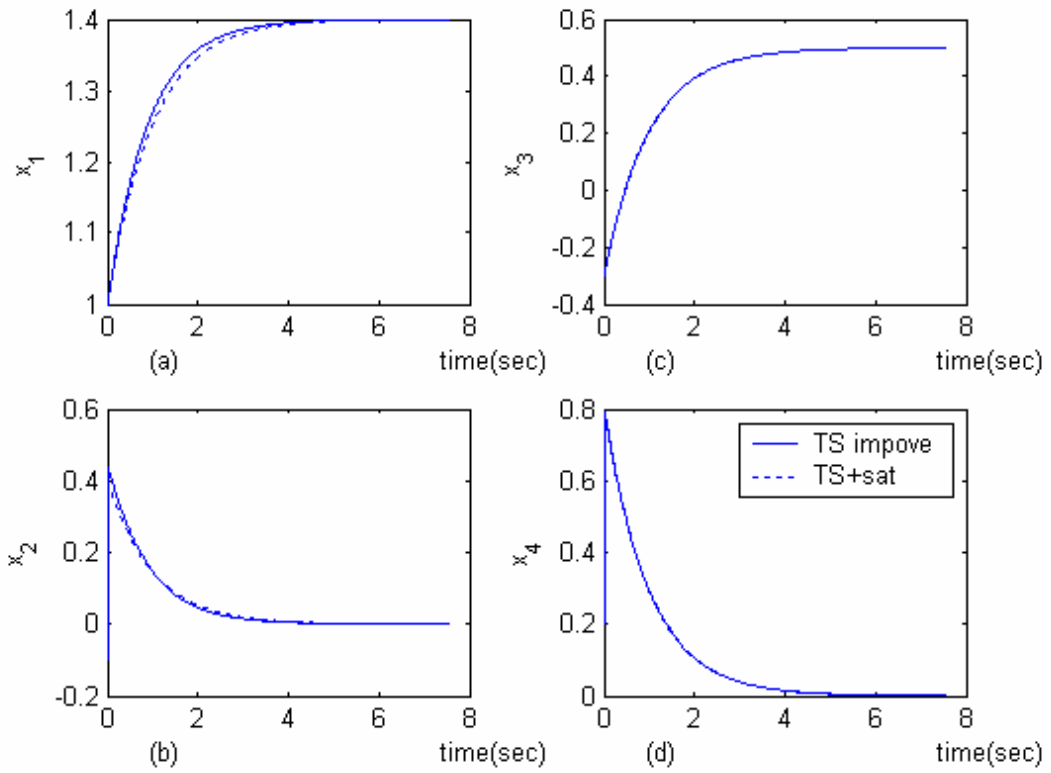


圖 4.21 例三 x_1 - x_4 四個狀態時間響應圖

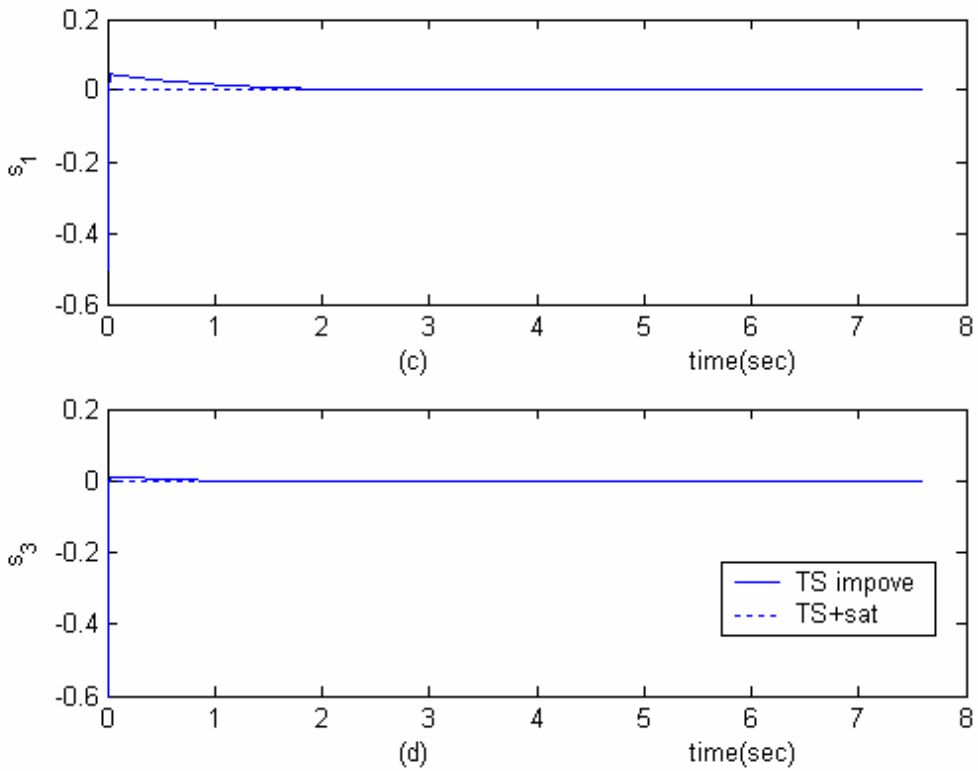


圖 4.22 例三之兩個順滑變數時間響應圖

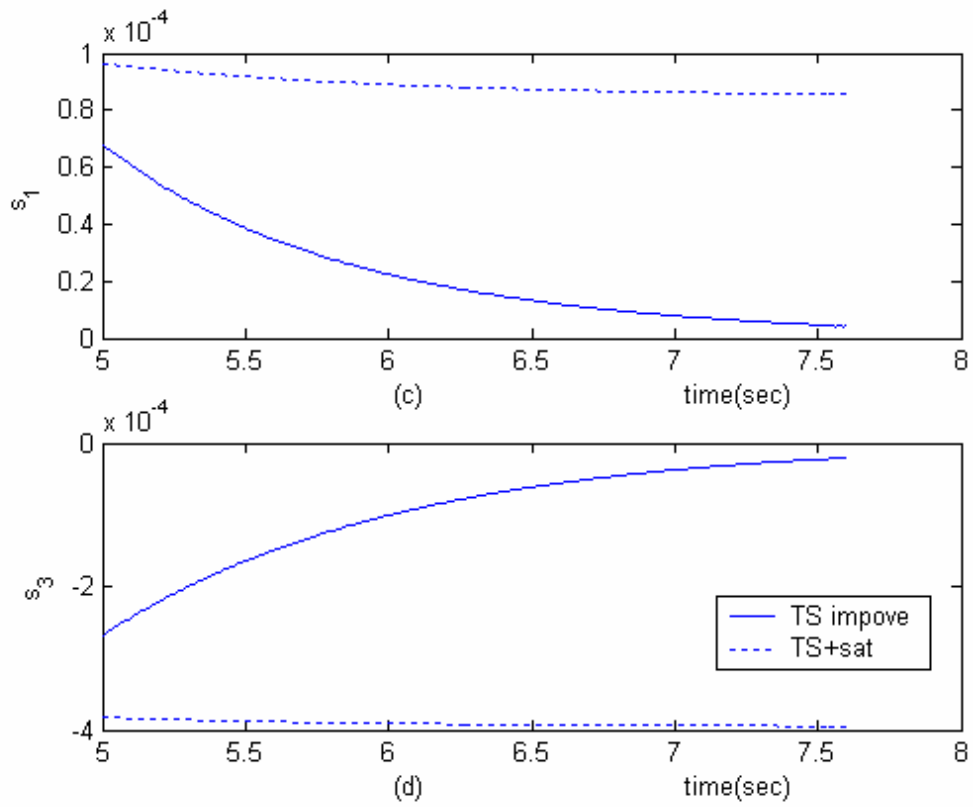


圖 4.23 例三之兩個順滑變數在 $t = 5-8$ 秒時之時間響應圖

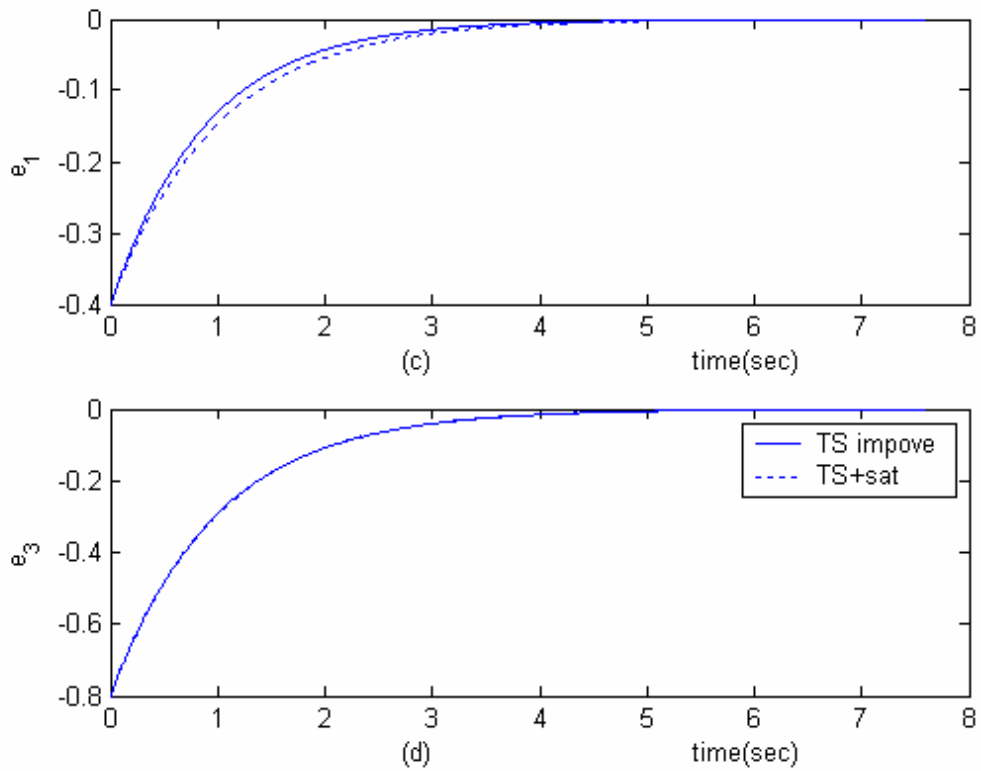


圖 4.24 例三之兩個誤差之時間響應圖

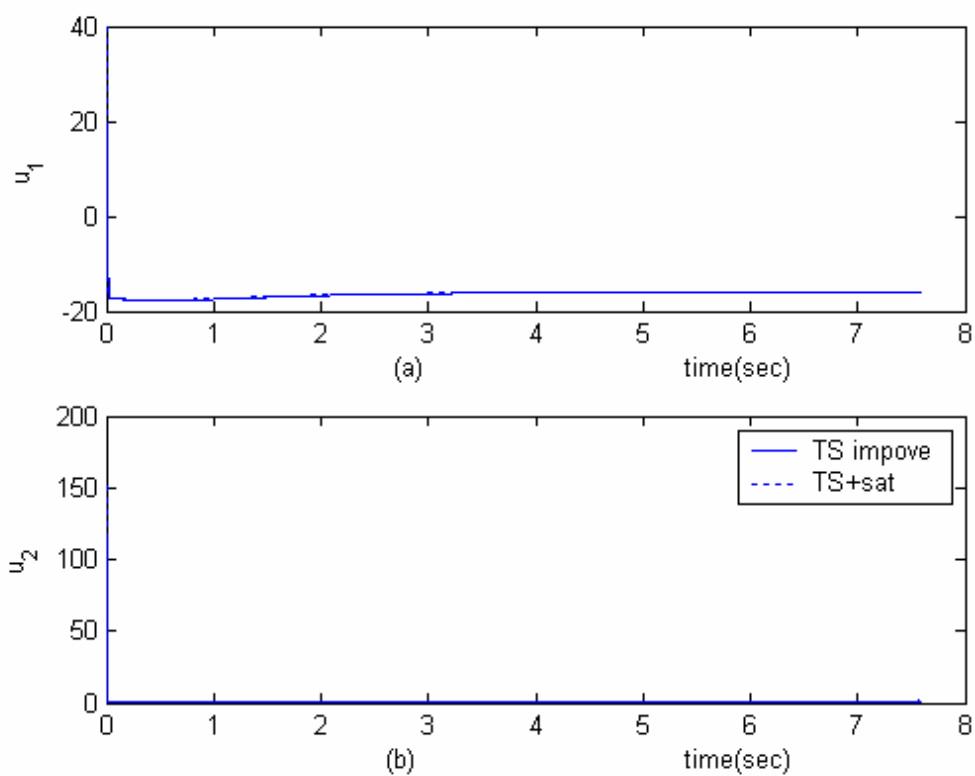


圖 4.25 例三之控制輸入時間響應圖

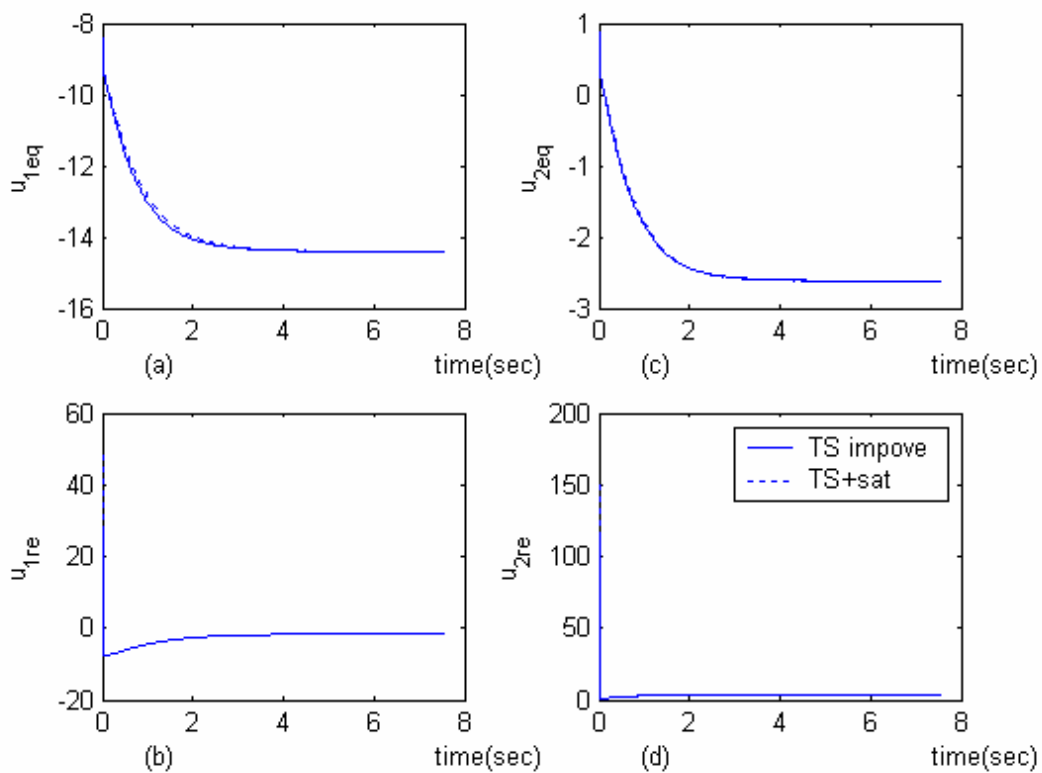


圖 4.26 例三之各項控制輸入時間響應圖

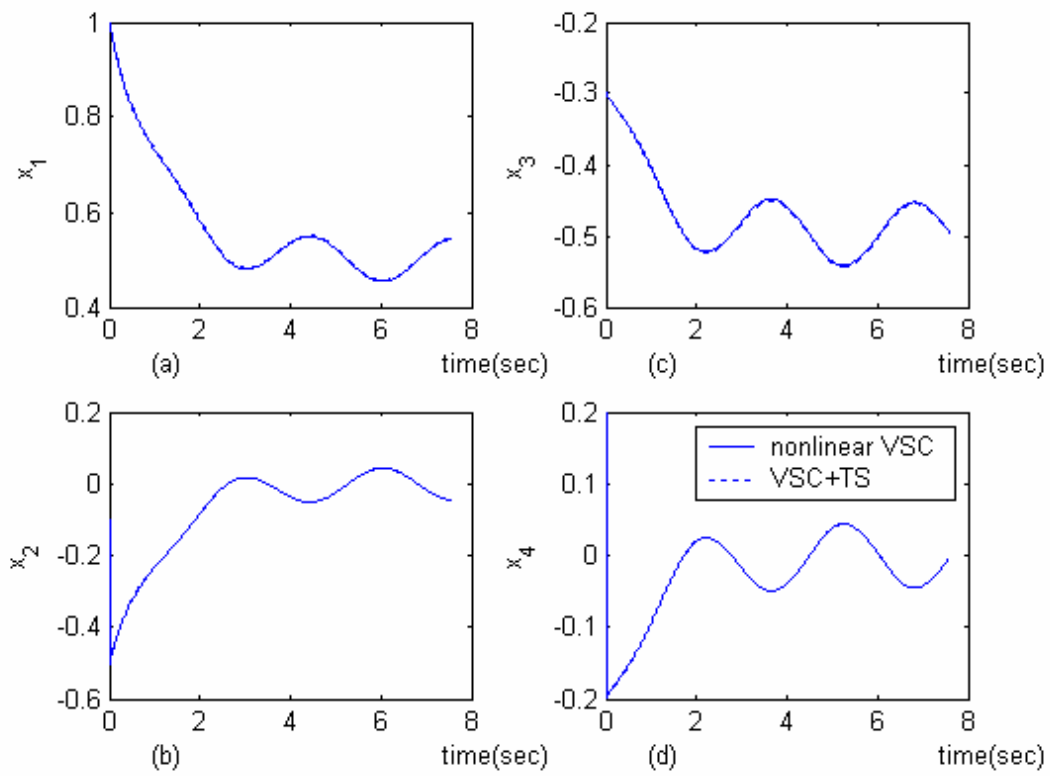


圖 4.27 例四四個狀態時間響應圖

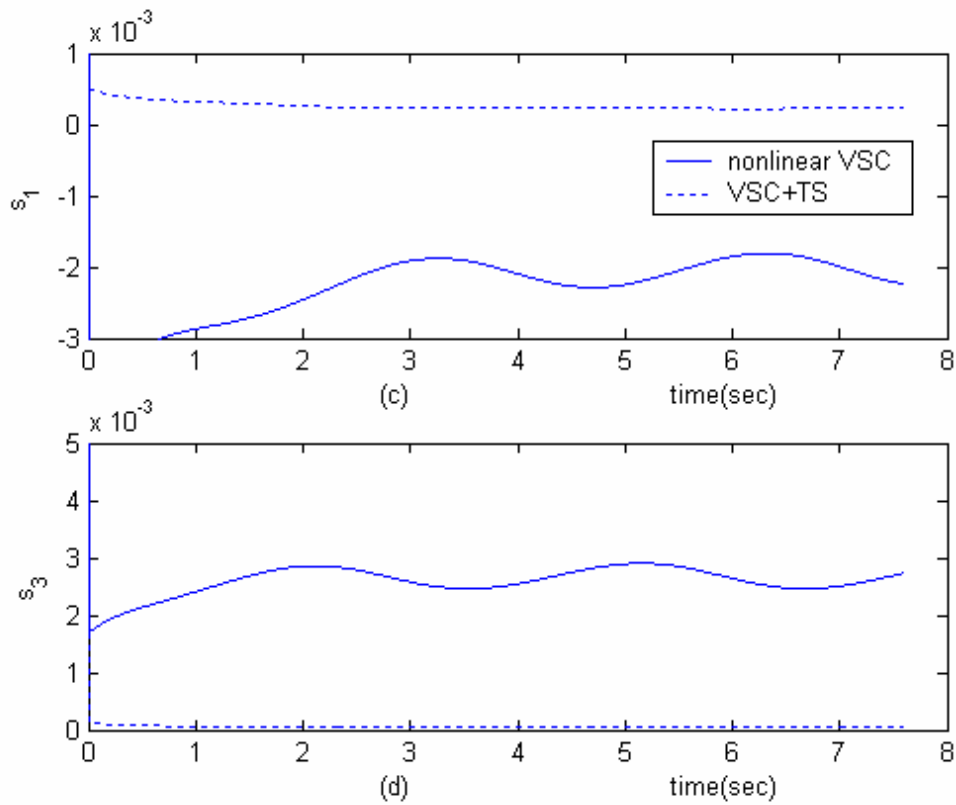


圖 4.28 例四之兩個平滑變數時間響應圖

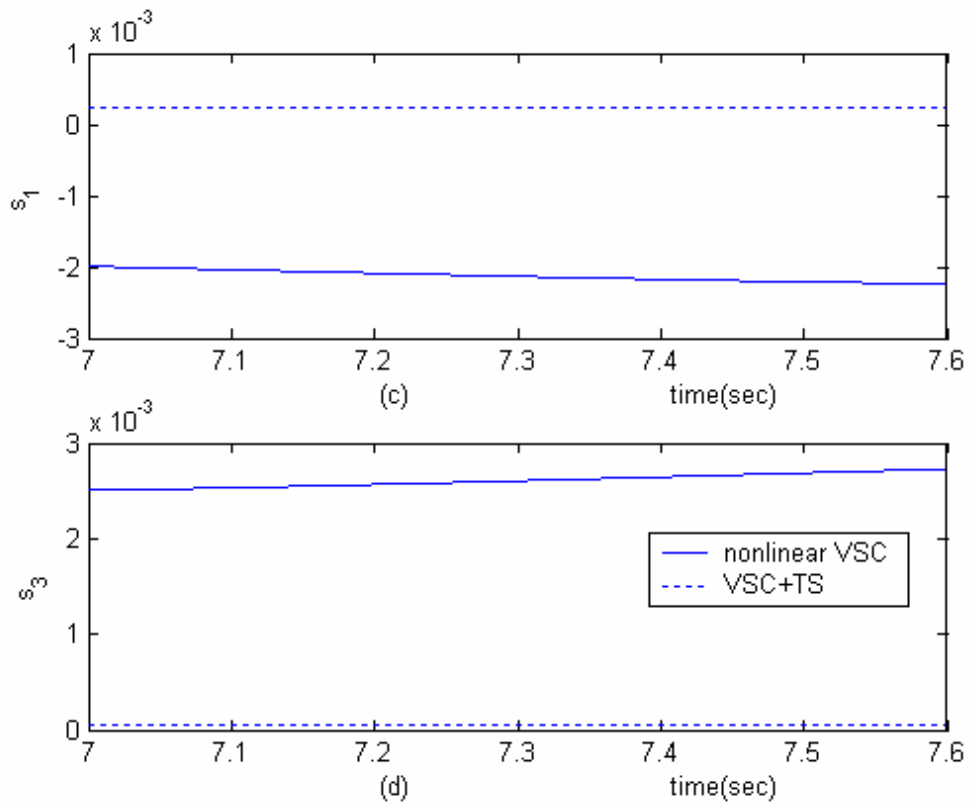


圖 4.29 例四之兩個順滑變數在 $t = 7-7.6$ 秒時之時間響應圖

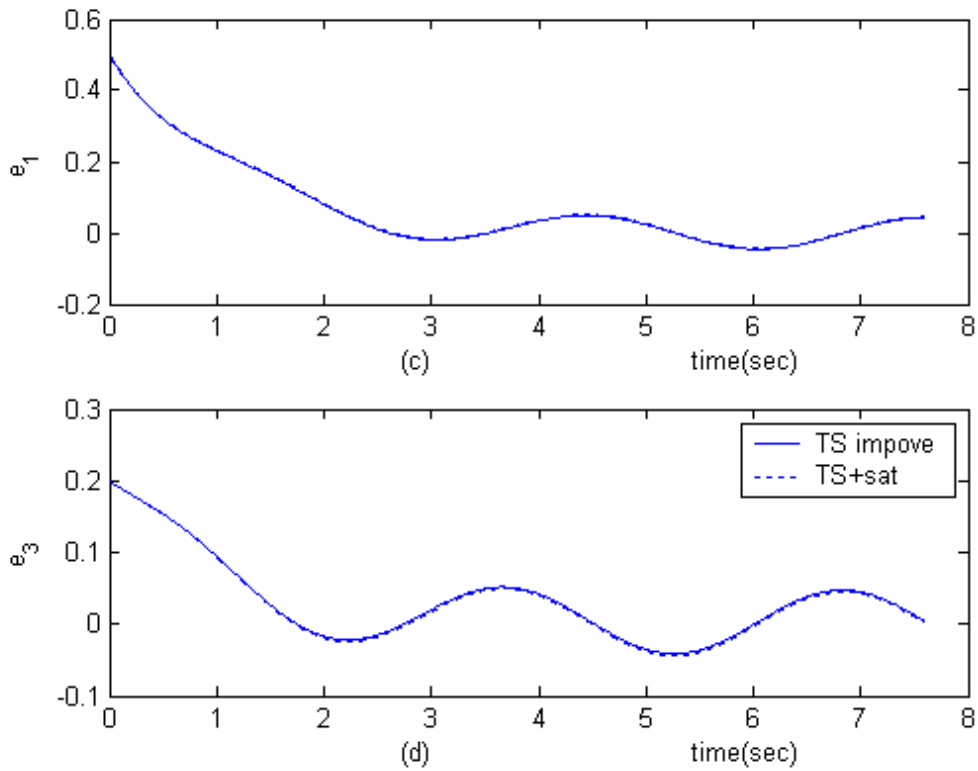


圖 4.30 例四之兩個誤差之時間響應圖

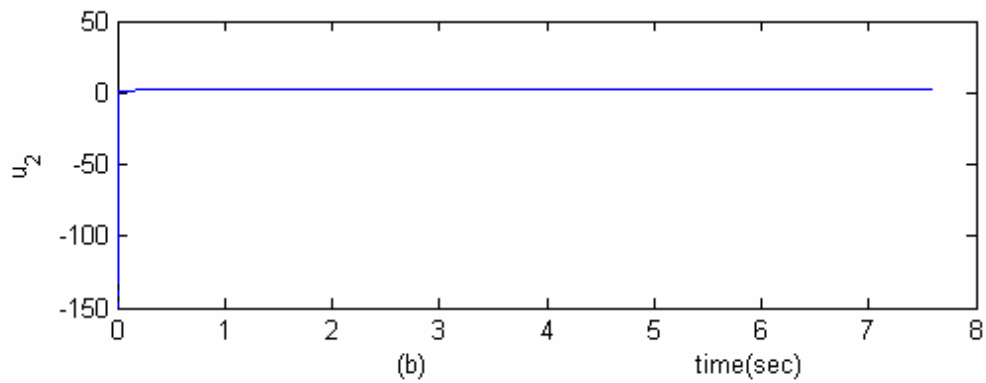
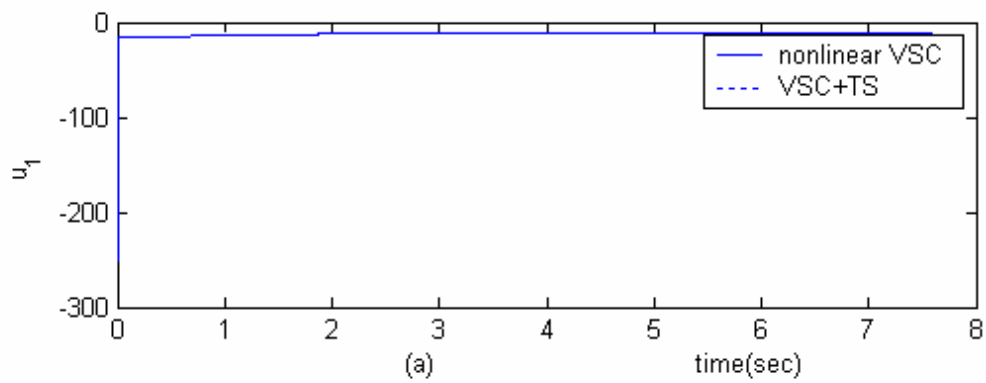


圖 4.31 例四之控制輸入時間響應圖

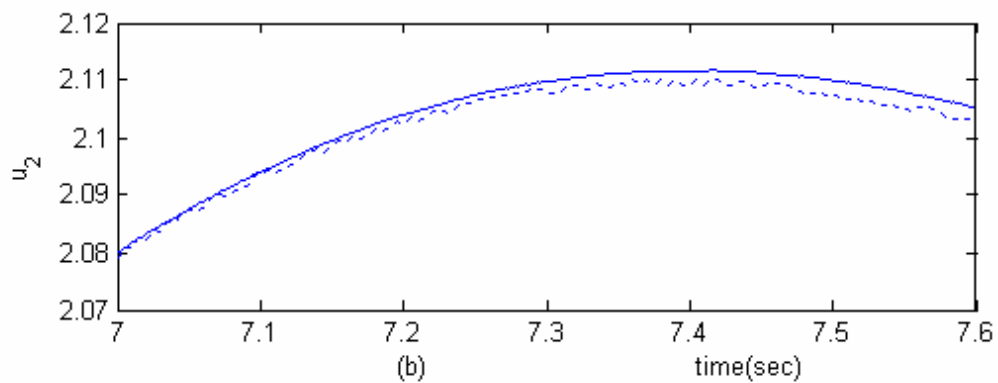
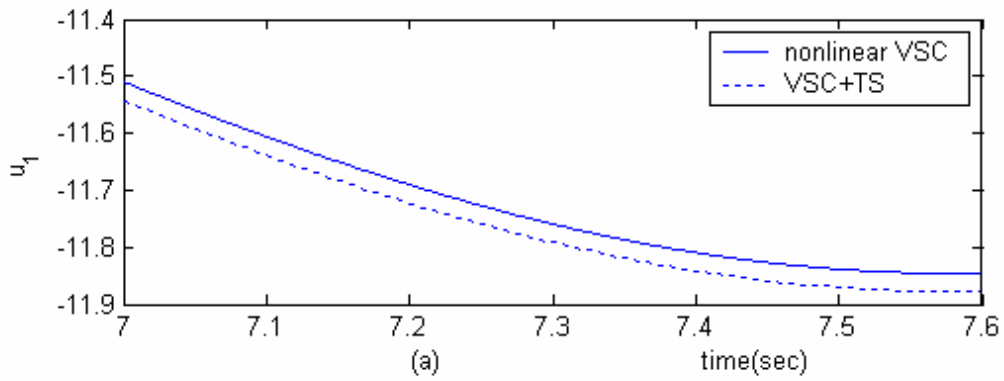


圖 4.32 例四之控制輸入在 $t = 0-0.2$ 秒時時間響應圖

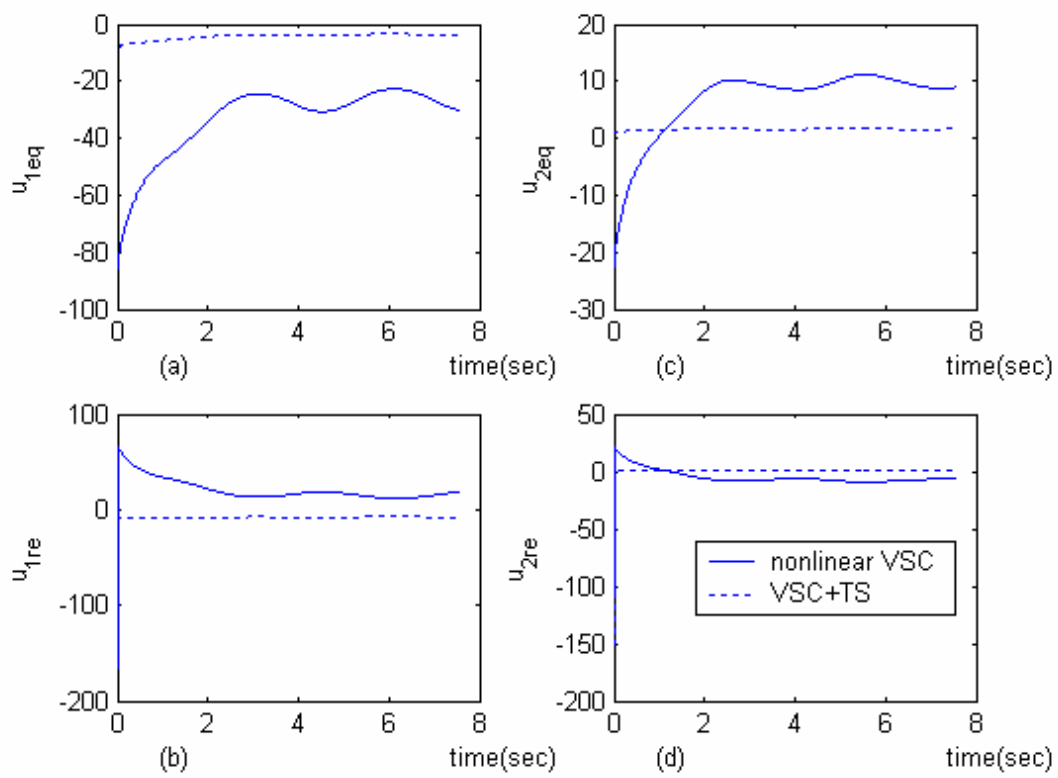


圖 4.33 例四之各項控制輸入時間響應圖



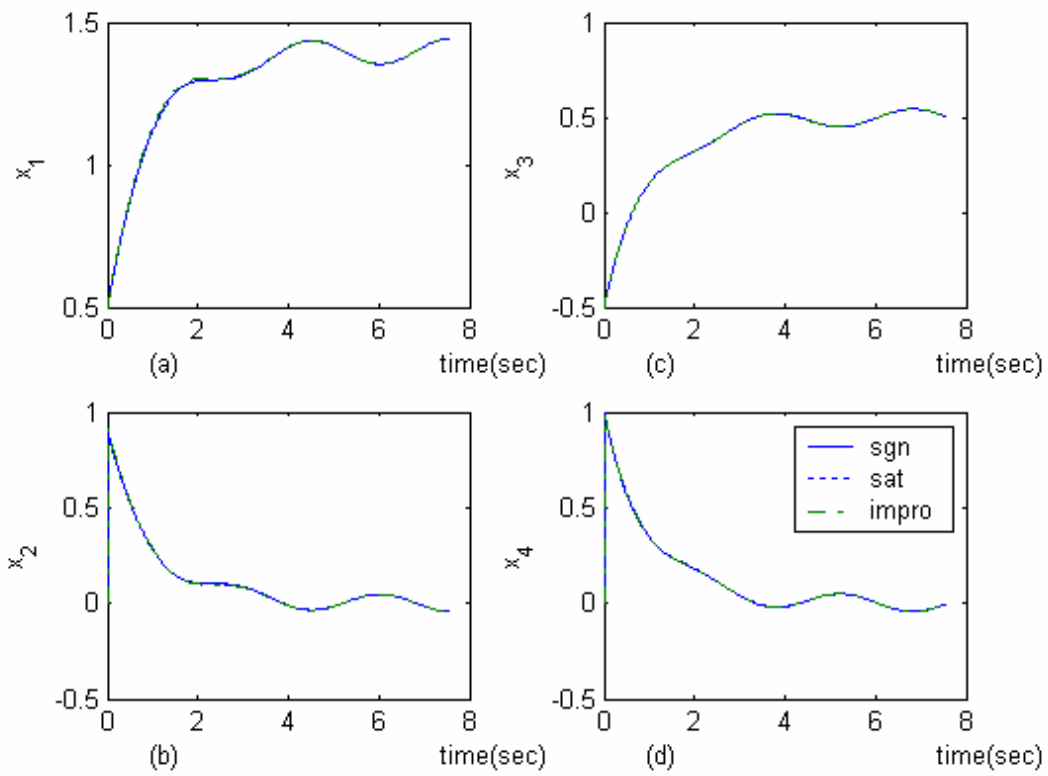


圖 4.34 例五 x_1 - x_4 四個狀態時間響應圖

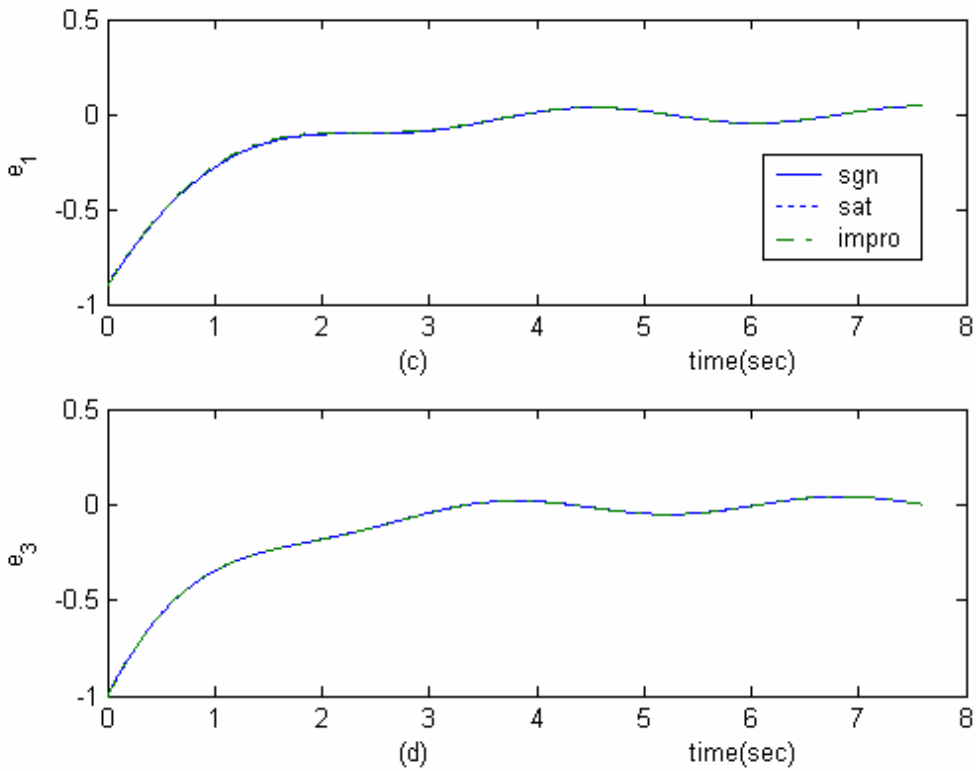


圖 4.35 例五之兩個誤差之時間響應圖

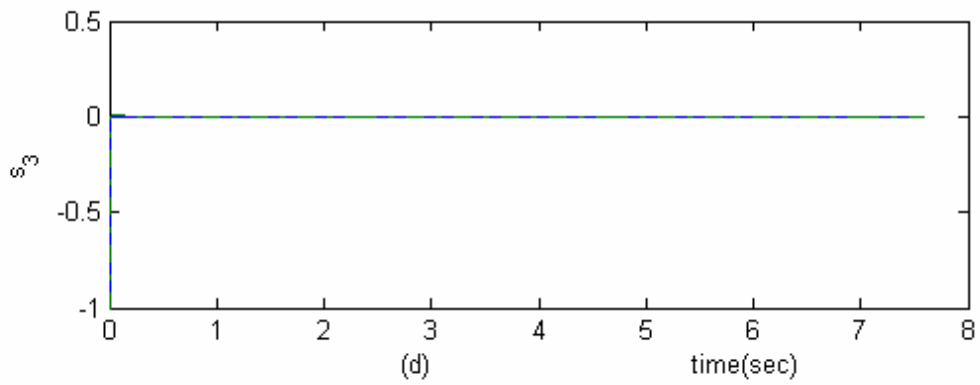
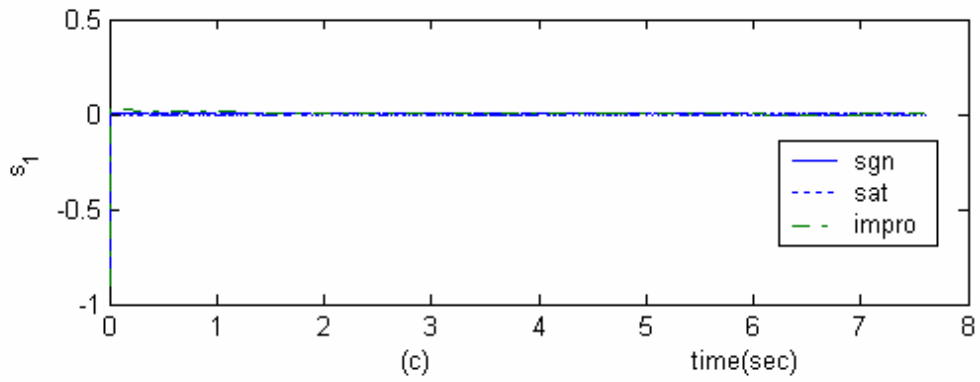


圖 4.36 例五之兩個順滑變數之時間響應圖

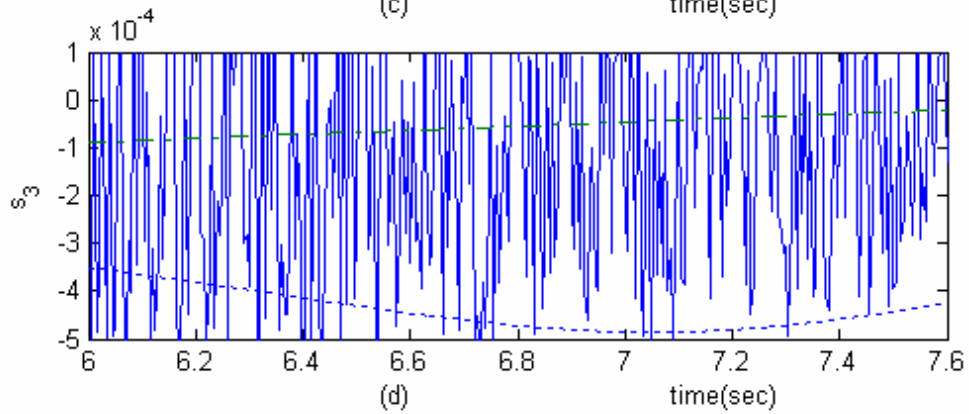
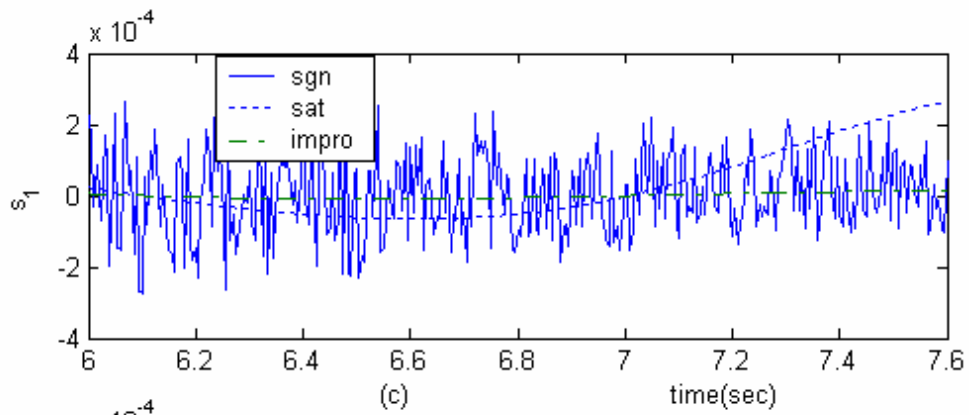


圖 4.37 例五之兩個順滑變數在 $t = 6-7.6$ 秒時時間響應圖

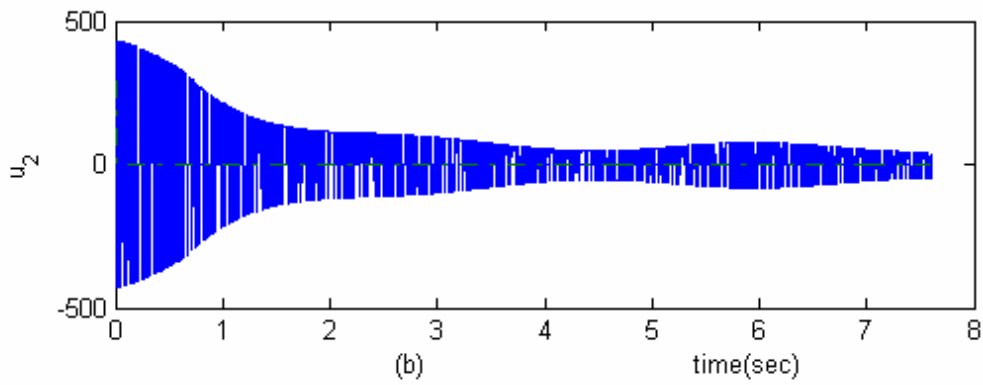
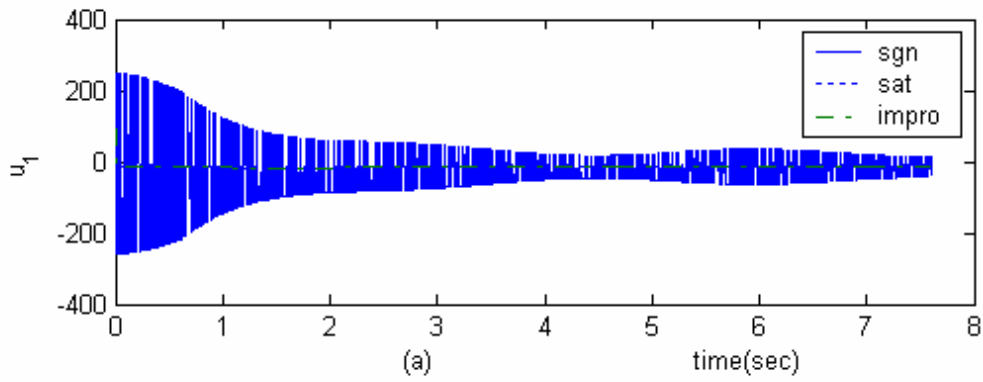


圖 4.38 例五之控制輸入時間響應圖

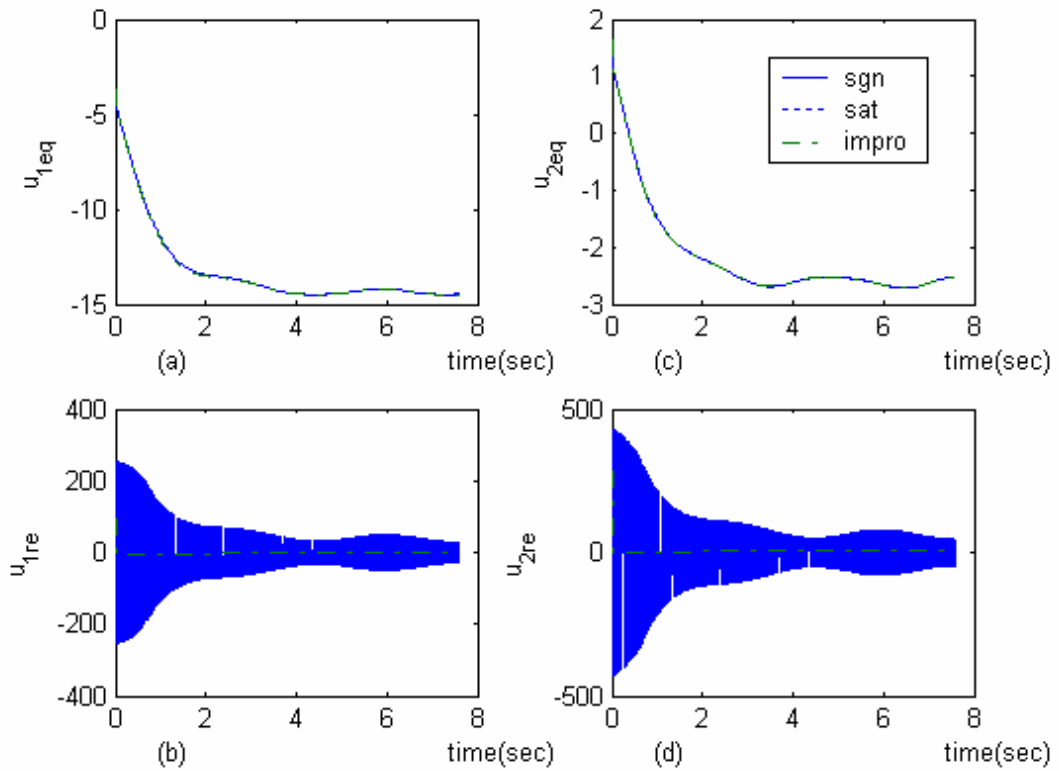


圖 4.39 例五之各項控制輸入時間響應圖

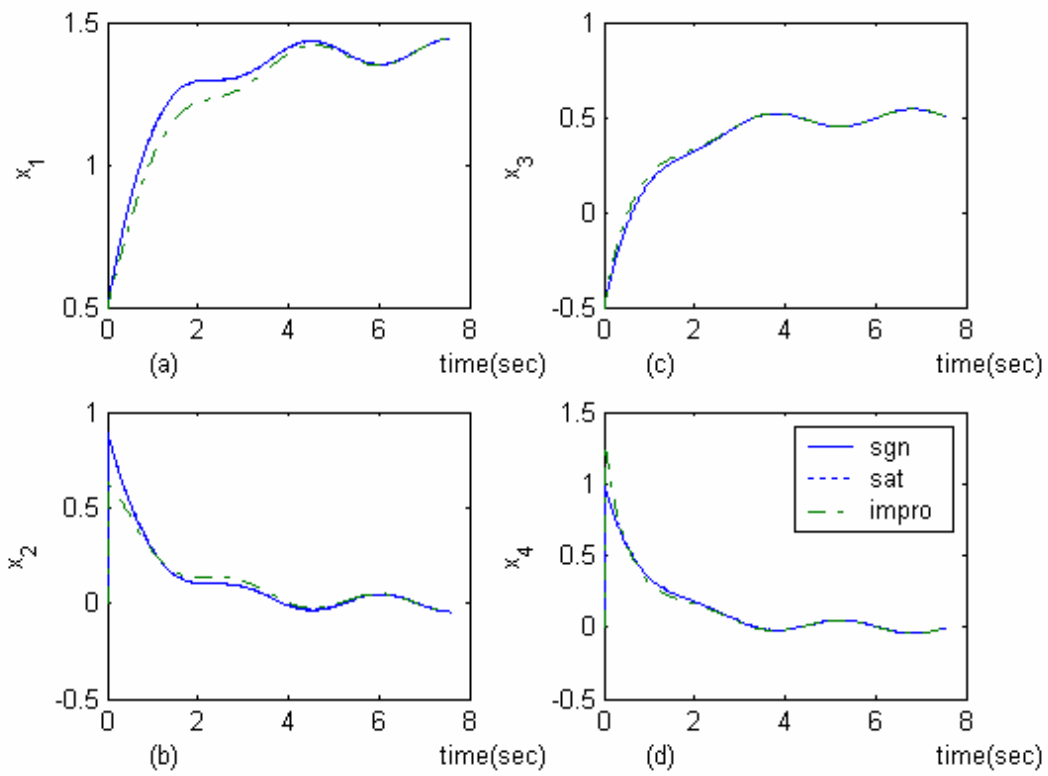


圖 4.40 例六 x_1 - x_4 四個狀態時間響應圖

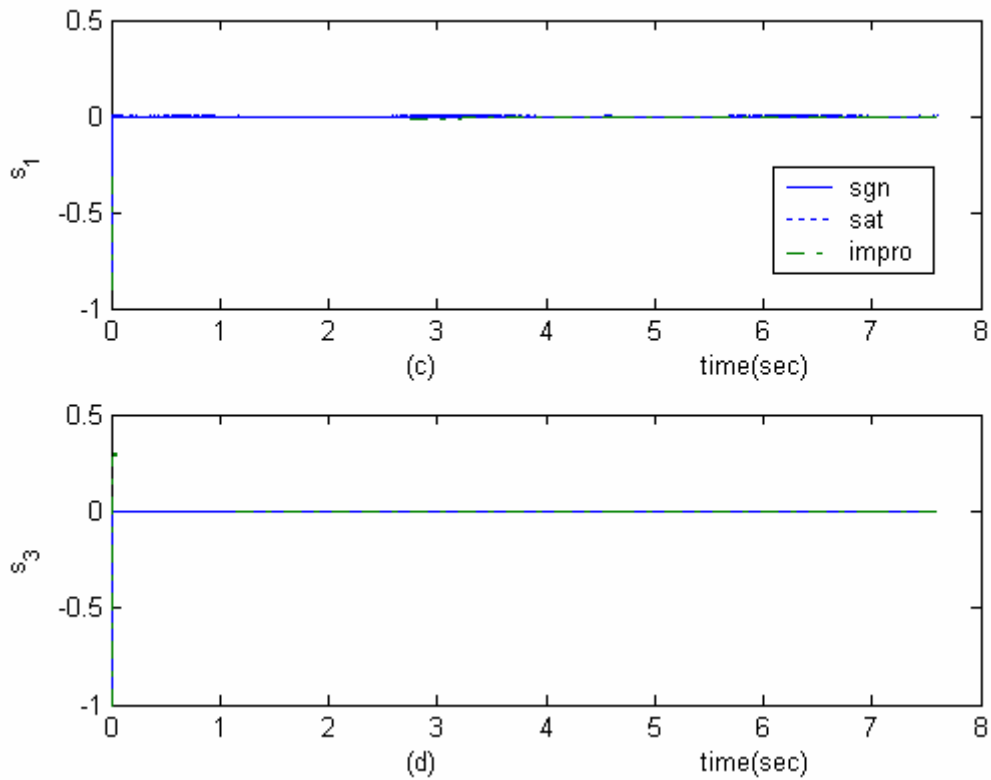


圖 4.41 例六之兩個順滑變數之時間響應圖

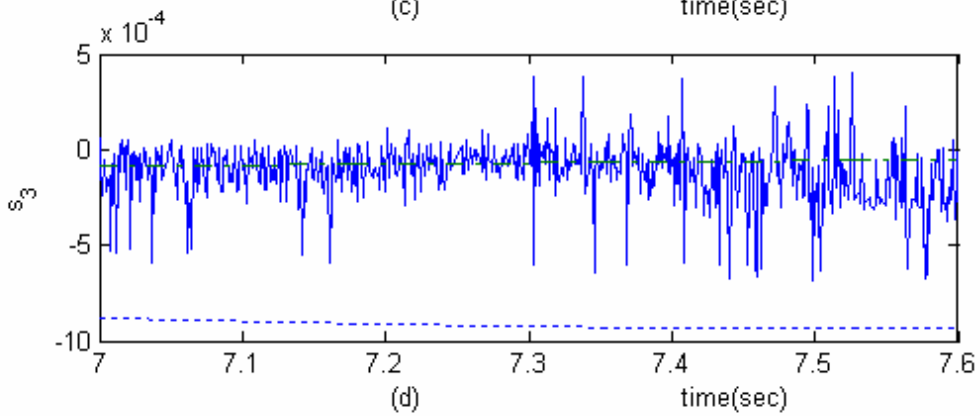
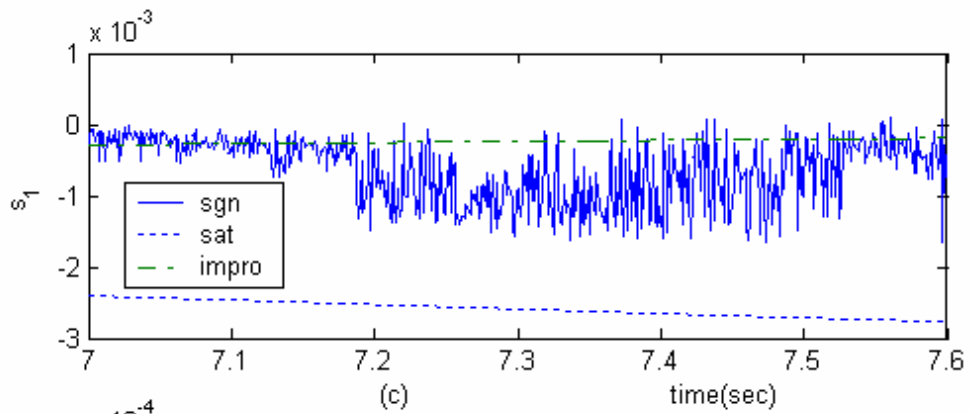


圖 4.42 例六之兩個順滑變數在 $t = 6-7.6$ 秒時之之時間響應圖

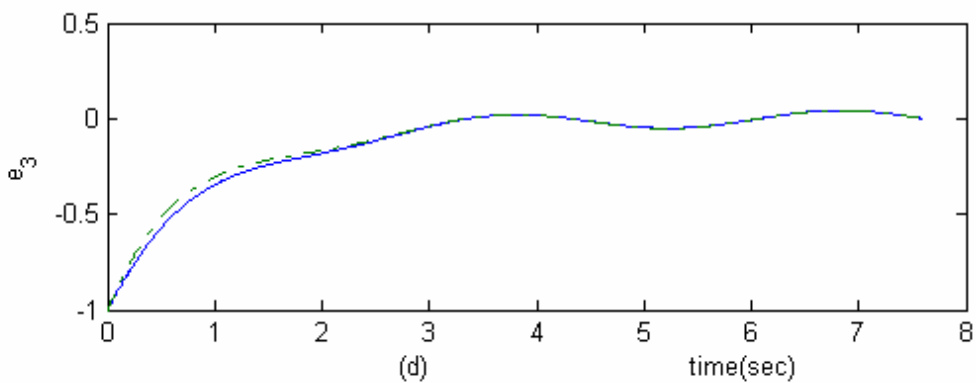
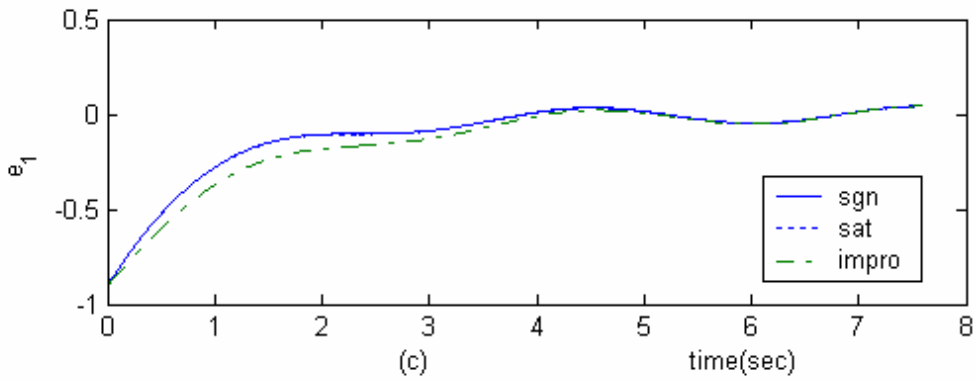


圖 4.43 例六之兩個誤差之時間響應圖

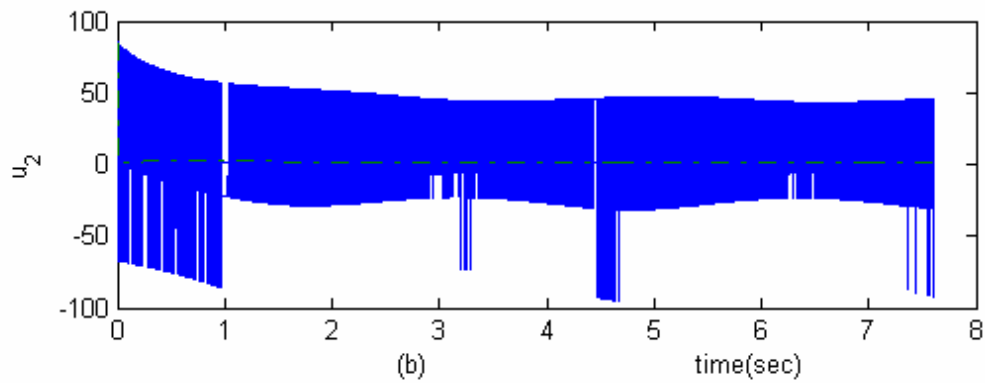
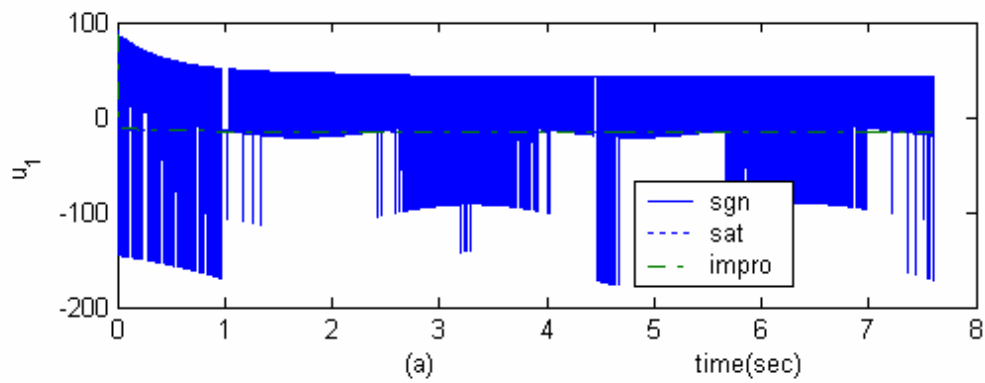


圖 4.44 例六之控制輸入時間響應圖

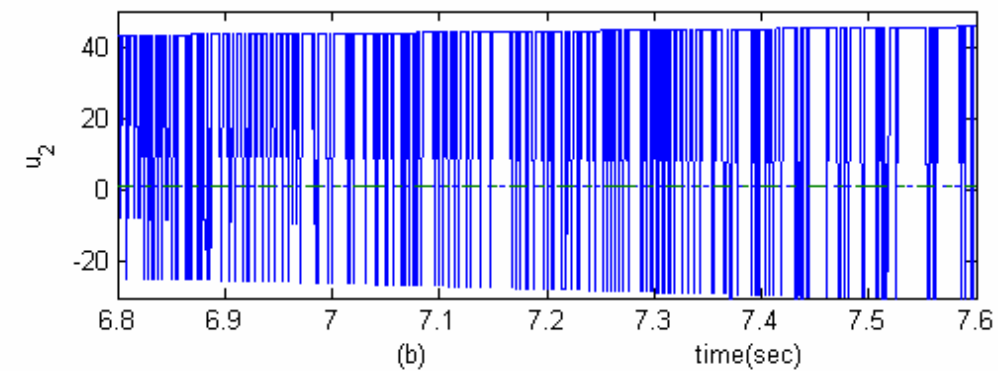
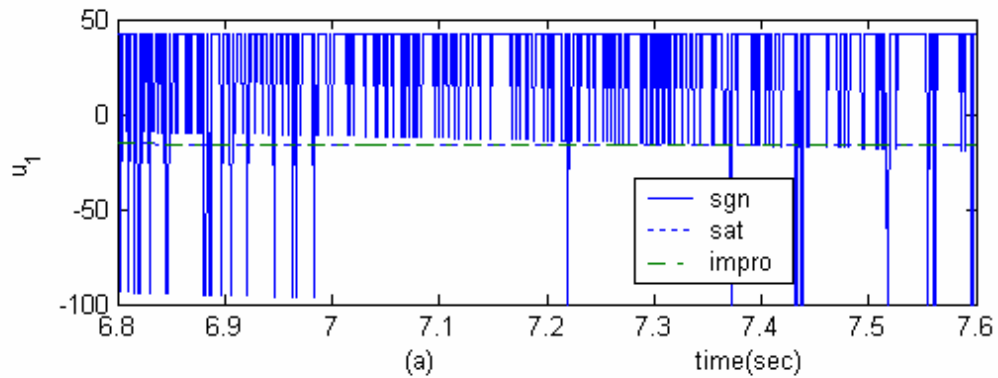


圖 4.45 例六之控制輸入在 $t = 6.8-7.6$ 秒時之時間響應圖

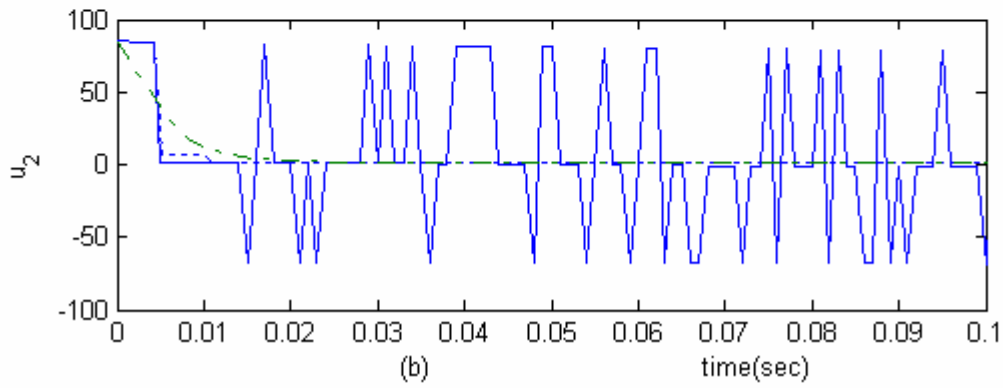
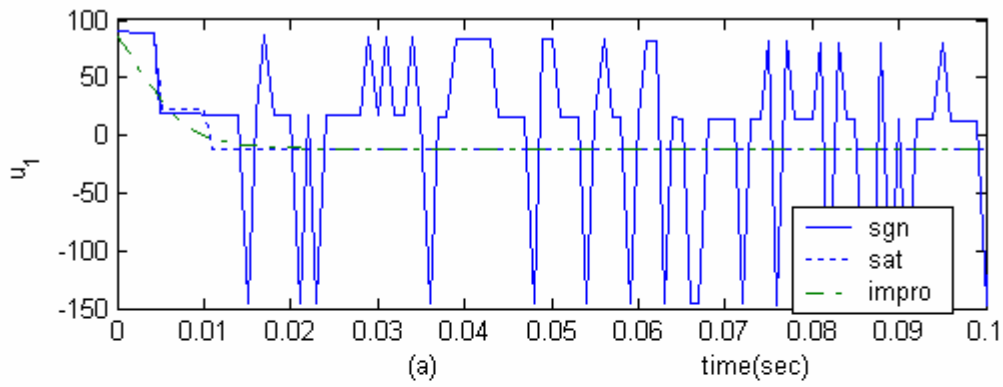


圖 4.46 例六之控制輸入在 $t = 0-0.1$ 秒時之時間響應圖

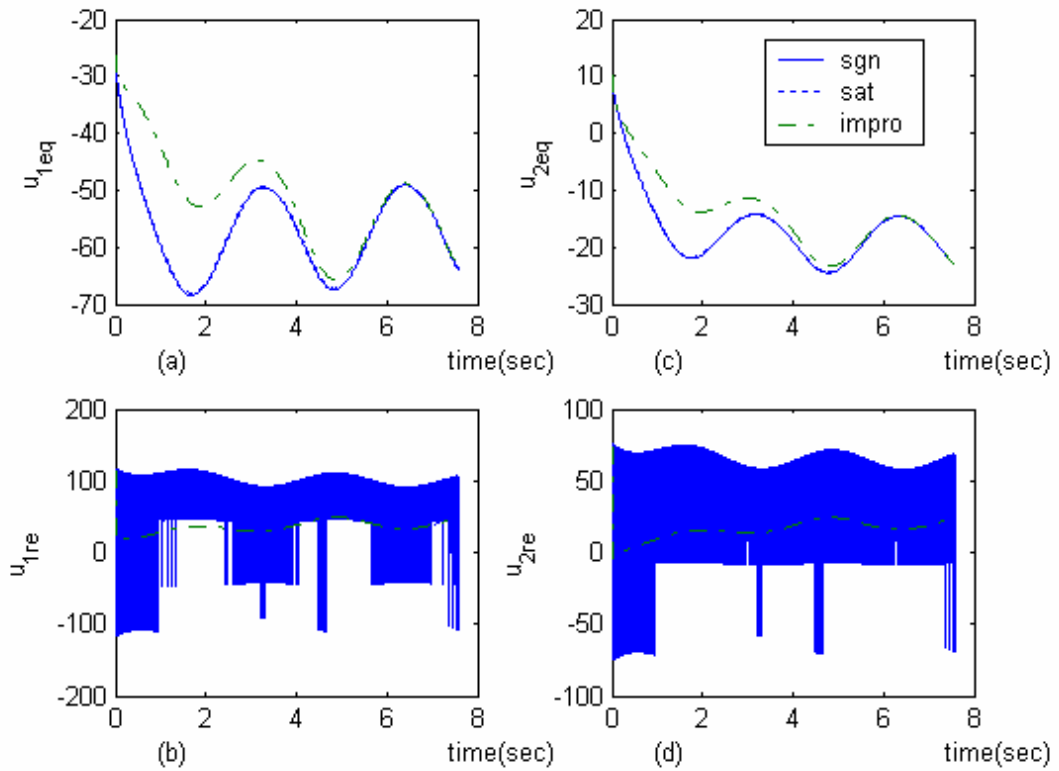


圖 4.47 例六之各項控制輸入時間響應圖

	$\sigma_k(x, t), k = 1, 2$	$\sup_{x \in D_{ij}} (\Delta \mathbf{f})_k , k=1, 2$
D_{11}	0.5 , 0.5	9.8, 19.6
D_{12}	0.5 , 0.5	9.8, 28.4
D_{21}	0.707 , 0.707	9.8, 28.4
D_{22}	0.707 , 0.707	9.8, 19.6

表格 4.1 在區域 D_{ij} 內估算 $\sigma_k(x, t)$ 和 $\sup_{x \in D_{ij}} |(\Delta \mathbf{f})_k|$.

	nonlinear	TS Fuzzy
第一次(秒)	15.7720	13.1790
第二次(秒)	15.7330	13.3700
第三次(秒)	15.8830	13.2990
第四次(秒)	15.6720	13.2690
第五次(秒)	15.7630	13.1990
平均(秒)	15.7646	13.2632

表格 4.2 模擬時間比較



第五章

結論與未來研究方向

5.1 結論

本論文之目的在於設計智慧型飛彈導引技術，使攔截彈道飛彈之任務，能被快速且有效地執行。為了提高攔截效率及成功率，假設已有偵測系統可以提供我方攔截飛彈必要之資訊，使其能以正確的方向鑽進來襲飛彈之彈道軌跡進行攔截任務。如此導引模式將有助於我方攔截飛彈搜尋並鎖定來襲飛彈進行終端攔截任務。針對我方攔截飛彈導引律之設計議題，我們已完成了T-S Fuzzy模式在導引控制器應用之分析與研究，結合T-S Fuzzy模式及變結構控制技術設計攔截導引律。

在導引律的設計方面，我們利用T-S模糊模型計算快速的優點及可變結構反應快速及穩健的特性，設計攔截飛彈之中途導引律，以有效地導引我方飛彈在預估的高度，以正確的位置及方向進入來襲飛彈之彈道軌跡。由於彈道飛彈軌跡預測機制之預測結果將會隨時間變化，因此預定進入彈道飛彈軌跡的切入點之位置及方向也將隨時間而變化。這部分的變異我們在設計中也列入考慮，並以軌跡追蹤的方式來進行中途導引任務。此外，由於攔截系統難免具有模式不確定性及外界干擾，這部分的不確定性我們也利用可變結構設計技術克服。由模擬結果顯示，攔截飛彈的確可以有效地以正確的方向進入預估的彈道飛彈軌跡。一旦攔截飛彈朝來襲飛彈之預估軌跡飛去，則我方飛彈便較有機會搜尋到並鎖定來襲飛彈進行終端攔截任務。模擬結果驗證了所設計的導引律之有效性。而當我們將此方法應用在其他非線性系統時，無論是否有干擾，或是改變目標角度，也都能達到目標追蹤目的。另外也得

知 T-S 模糊模型確實可以減少運算量，當反飛彈系統需要不斷更新攔截目標資料，運算其相對應的控制律時，將會有較快的反應時間，當然也就有較多的時間攔截目標飛彈，以利提高攔截的成功率。

整體而言，本論文已將 T-S 模糊模式及可變結構理論發展出彈道飛彈軌跡之攔截飛彈導引律，以利引導攔截飛彈以正確的位置及方向，進入來襲飛彈之彈道軌跡，模擬結果也驗證了所提方法之有效性。

5.2 未來研究方向

- 在本論文中，我們僅考慮反飛彈系統與攔截目標之間的質點相對運動，往後的研究可考慮反飛彈系統的姿態控制。
- 另外當飛彈在高空飛行時的空氣阻力、大氣壓力，…等係數隨環境變化而有所不同，如何針對環境的變化，使控制器能在不同的條件之下，可以精確地導引飛彈也將是重要的課題。
- 而我們所推導出的控制律，也將可以應用在更多更複雜的非線性系統當中，此外對於 T-S 模糊模型的應用，也可以與容錯控制相結合。

參考書目

- [1] O. Begovich, E.N. Sanchez and M. Maldonado, "Takagi-Sugeno fuzzy scheme for real-time trajectory tracking of an underactuated robot," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol.10, no.1, January 2002.
- [2] Y.T. Chan, and A.G.C. Hu, "A Kalman filter based tracking scheme with input estimation," *IEEE Transaction Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-15, No. 2, pp.237-244, 1979.
- [3] Y.T. Chan, J.B. Plant, and J. Bottomly, "A Kalman tracker with a simple input estimator," *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 18, No.2, pp.235-239, 1982.
- [4] C.B. Chang, and J.A. Tabaczynski, "Application of state estimation to target tracking," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-29, No.2 ,1984.
- [5] C.B. Chang, R.H. Whiting, and M. Athans, "On the state and parameter estimation for maneuvering reentry vehicles," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 22, No. 1, pp. 99-105, 1977.
- [6] C.C. Chuang, S. F. Su, and S. S. Chen, "Robust TSK fuzzy modeling for function approximation with outliers," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 9, pp. 810 -821, 2001.
- [7] P.J. Cpsta, and W.H. Moore III, "Extended Kalman-Bucy filters for radar tracking and identification," *Proceedings of the IEEE National Radar Conference*, pp. 127-131, 1991.
- [8] A. Farina, B. Ristic, and D. Benvenuti, "Tracking a ballistic target: comparison of several nonlinear filters," *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 38, Iss. 3, pp. 854-867, 2002.
- [9] A. Gelb, *Applied Optimal Estimation*, The M.I.T. Press, MA, 1974.
- [10] G.C.Googwin, and K.S. Sin, *Adaptive Filter Prediction and Control*, Prentice Hall, New York, 1984.
- [11] C.C. Hsiao, S.F. Su, T.T. Lee, and C.C. Chuang, "Hybrid compensation control for affine TSK fuzzy control systems," *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Part B*, vol. 34, pp. 1865-1187, 2004.
- [12] F.H. Hsiao, C.W. Chen, Y.W. Liang, S.D. Xu, and W.L. Ching, "T-S controllers for nonlinear interconnected systems with multiple time delays," *IEEE Trans. Circuits and Systems, Part I*, vol. 5, pp. 1883-1893, 2005.
- [13] F.H . Hsiao, Y.W. Liang, S.D. Xu, C.W. Chen, and G.C. Li, "Robust H^∞ fuzzy control of nonlinear systems with multiple time delays," *International Journal of Systems Science*. v 38, n 4, January, pp. 351-360, 2007
- [14] F.H. Hsiao, Y.W. Liang, S.D. Xu, and G.C. Li, "Decentralized stabilization of neural network linearly interconnected systems via T-S fuzzy control," *ASME Journal of Dynamics, Measurement, and Control*. v 129, n 3, May, pp. 343-351, 2007

- [15] R.E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, 82 (Series D), pp. 35-45, 1960.
- [16] S. Kawamoto, K. Tada, A. Ishigame, and T. Taniguchi, "An Approach to Stability analysis of second Order Fuzzy Systems," *Proc. of First IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol. 1, 1992, pp. 1427-1434.
- [17] D.E. Kirk, "Optimal control theory," *University Book Publishing Company*, pp. 184-202, 1985.
- [18] S.C. Lee, and C.Y. Liu, "Improved Trajectory Estimation of Reentry Vehicles from Radar Measurements Using On-Line Adaptive Input Estimator," *IEICE Trans. on Fundamentals*, Vol. E81-A, No. 9, pp. 1867-1872, 1998.
- [19] D.C. Liaw, Y.W. Liang and C.C. Cheng, Nonlinear control for missile terminal guidance, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 122, No. 4, pp. 663-668, 2000. (SCI & EI)
- [20] P. Minvielle, "Decades of improvements in re-entry ballistic vehicle tracking," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, Vol. 20, No. 8, 2005.
- [21] H. Ohtake, K. Tanaka, and H.O. Wang, "Fuzzy modeling via sector nonlinearity concept," *IFSA world congress and 20th NAFIPS International Conference*, joint 9th, Vol. 1, pp.127-132, 2001.
- [22] K. Tanaka and H.O. Wang, *Fuzzy Control systems Design and Analysis - A Linear Matrix Inequality Approach*, John Wiley & Sons, 2001.
- [23] C.S. Tseng, B.S. Chen, and H.J. Uang, "Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 9, pp. 381-392, 2001.
- [24] P.C. Tuan, S.G. Deng, H.M. Wang, T.C. Chen, and C.T. Hou, "A study of algorithms for anti-tactical ballistic missile intercept point prediction," *Journal of C.C.I.T*, Vol. 32, No.2, pp.1-14, 2004.
- [25] L.X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control - Design and Stability Analyiss*, Prentice-Hall, 1994.
- [26] R.J. Wang, W.W. Lin, and W.J. Wang, "Stabilizability of linear quadratic state feedback for uncertain fuzzy time-delay systems," *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Part B*, vol. 34, pp. 1288-1292, 2004.
- [27] G. Welch, and G. Bishop, *An Introduction to the Kalman Filter*, UNC-Chapel Hill, 2006.
- [28] H. Ying, "Analytical analysis and feedback linearization tracking control of the general Takagi-Sugeno fuzzy dynamic systems," *IEEE Trans. Syst. Man., Cybern.*, vol. 29, pp.290-298, May 1999.
- [29] F. Zheng, Q.G. Wang, and T.H. Lee "Output Tracking Control of MIMO Fuzzy Nonlinear Systems Using Variable Structure Control Approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 10, no. 6, pp. 686-697, 2002.