

國 立 交 通 大 學  
光 電 工 程 研 究 所  
碩 士 論 文

應用一維光子晶體的阻抗匹配增加發光二極體的

發光效率

Applying the impedance-matching for 1-D photonic  
crystal to increase the extraction efficiency of LED

研究生:張馨文

Hsin-Wen Chang

指導教授:張振雄

Chen-Shiung Chang

中華民國九十六年七月

應用一維光子晶體的阻抗匹配增加發光二極體的  
發光效率

Applying the impedance-matching for 1-D photonic  
crystal to increase the extraction efficiency of LED

研 究 生 : 張 馨 文

Student: Hsin-Wen Chang

指 導 教 授 : 張 振 雄

Advisor: Prof. Chen-Shiung Chang



A Thesis  
Submitted to Institute of Electro-Optical Engineering College of  
Electrical Engineering and Computer Science National Chiao Tung  
University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of  
master in Electro-Optical Engineering

July 2007 Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

# 應用一維光子晶體的阻抗匹配增加發光二極體的發光效率

研究生:張馨文

指導教授:張振雄教授

國立交通大學光電工程所

## 中文摘要

在本論文中，我們首先由波動觀點來探討光正向及斜向入射至多層介質其等效折射率的變化，也由阻抗匹配的概念解釋說明可調式濾波器穿透頻率的漂移。此外我們利用一維光子晶體具有光子禁帶的特性以及等效阻抗的觀念來設計發光二極體(LED)在照明應用上所需的寬頻寬及寬角度的全內反射鏡，藉由此全內反射鏡將LED中向下發射至基板的損耗降到最低，進而提升發光效率。我們也藉由邊緣濾波器(edge filter)以及阻抗匹配(impedance match)觀念來設計一寬頻寬且寬角度的高穿透率結構，使得光可由發光層大量出射至空氣中，進而提升發光效率，在考慮LED有限大小的情況下，我們也以計算的方式估算了的出射效率及出光功率分布。

# Applying the impedance-matching for 1-D photonic crystal to increase the extraction efficiency of LED

Student: Hsin-Wen Chang

Advisor: Prof.Chen-Shiung Chang

Institute of Electro-Optical Engineering College  
National Chiao Tung University

## Abstract

First, We discussed the variation of the effective refractive index for normal incidence and oblique incidence, and demonstrated the shift of transmission frequency for the tunable filter by the concept of impedance-matching. By the characteristic photonic band gap and the effective refractive index of photonic crystal, we also designed an omni-directional reflector (ODR) in LED for lighting applications, which has high reflection for broadband and wide incidence angle. With ODR, the loss in the substrate could be reduced so that the extraction efficiency could be improved. In addition, we used the edge filter and the concept of impedance-matching to design a high transmission structure for broadband and wide incidence angle. Therefore, light can extract from active layer through the high transmission structure to the air, so the extraction efficiency can be increased. To consider the finite size of LED, we theoretically calculated the extraction efficiency could increase to 74% with the high transmission structure.

## 誌謝

本篇論文的完成，首先要感謝我的指導教授張振雄老師，在他悉心的教導之下，使我在光子晶體理論的基礎上紮根，並在學業及研究方面學到許多，也啟發我對問題的思考及邏輯能力。同時也要非常感謝謝文峰老師以及程思誠老師，給予我許多寶貴的建議。另外要感謝在實驗室中的博士班學長龔彥彰，讓我在與學長討論的過程中可以獲得許多寶貴的經驗及啟發。

接下來要感謝我實驗室一起打拼的同學，陪伴我兩年短暫卻又風風雨雨的碩士生涯：首先是認識六年、常常嚇我、也常跟我討論棒球的小昭；拳霸manpower又常在旁邊偷聽我們聊天，然後突然冒出一句驚人之語的文楓；明明是東部人、常破音、好相處又觀察力敏銳的家軒；行動力十足的猛姜；此外還有陪我度過這段時間的好朋友：常跟我隔空討論光子晶體，以及跟我談心的翁翁；默默支持我的鈺潔及快出書的阿彩；跑跑時的好隊友機辯郎許大人；明明是消渣謀又自稱公主的張維娜；生活精算師，懷才不遇又讓我覺得被騙很多錢的康喇叭。

最後我要感謝我最親愛的家人，爸爸、媽媽、哥哥，讓我生活無後顧之憂，無論怎樣都會支持我，讓我可以全力完成碩士學業。媽！我畢業囉！！

張馨文 2007.07.25于新竹交大

# 論文目錄

	頁次
中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
論文目錄.....	iv
圖目錄.....	vi
表目錄.....	ix
<b>第一章 研究背景介紹.....</b>	<b>1</b>
1-1 發光二極體(Light-emitting diodes LED)簡介.....	1
1-1.1 生長分佈布拉格反射層 (DBR) 結構.....	2
1-1.2 製作透明基底LED (TS-LED) .....	3
1-1.3 倒金字塔形LED .....	3
1-1.4 表面粗化技術.....	4
1-1.5 電流散佈層 (current-spreading layer) .....	5
1-1.6 構造及形狀.....	5
1-2 布拉格反射鏡(Bragg distributed reflector DBR)簡介.....	6
1-3 光子晶體(photonic crystal)簡介.....	6
<b>第二章 模擬方法及等效折射率介紹.....</b>	<b>8</b>
2-1 傳輸矩陣法(Transfer matrix method).....	8
2-1.1 單一均勻等向介質層之計算.....	8

2-1.2 多層等向介質結構之矩陣運算法.....	13
2-2 等效折射率(Effective refractive index).....	16
2-2.1 基本概念.....	16
2-2.2 正向入射至多層介質結構之等效折射率.....	19
2-2.3 傾斜入射至多層介質結構之等效折射率.....	20
<b>第三章 利用阻抗匹配法(impedance match)驗證可調式光子晶體模組.....</b>	<b>23</b>
<b>第四章 全內反射鏡(Omnidirectional reflector ODR)與高穿透結構的介紹與設計.....</b>	<b>29</b>
4-1 全內反射鏡(Omnidirectional reflector ODR).....	29
4-1.1 全內反射鏡(ODR)的介紹.....	29
4-1.2 全內反射鏡的設計與探討.....	30
4-2 高穿透率結構---邊緣濾波器(Edge Filter) .....	41
4-2.1 邊緣濾波器(Edge Filter)介紹.....	42
4-2.2 邊緣濾波器(Edge filter)應用在 LED .....	43
4-3 實驗與討論 .....	58
<b>第五章 結論與未來工作.....</b>	<b>60</b>
5-1 結論 .....	60
5-2 未來工作與結語.....	60
<b>參考文獻.....</b>	<b>62</b>

## 圖 目 錄

圖 2-1 單一均勻等向介質層之示意圖 .....	8
圖 2-2 多層均勻等向介質層之示意圖 .....	14
圖 2-3 雙層介電質上之垂直入射 .....	16
圖 2-4 多層介電質之垂直入射之電場及磁場 .....	18
圖 2-5 正向入射至多層介質等效折射率示意圖 .....	20
圖 2-6 斜向入射至多層介質等效折射率示意圖 .....	20
圖 3-1 可調式濾波器調動模組結構圖 .....	23
圖 3-2 調動模組在不同調動距離之穿透頻譜 .....	24
圖 3-3 $\Delta a = 0$ 時在 $f$ 為不同頻率下，波所看到的等效折射率變化 ..	24
圖 3-4 $\Delta a = 0.2dL$ 時不同頻率下，波所看到的等效折射率變化 .....	26
圖 3-5 $\Delta a = -0.5dL$ 時不同頻率下，波所看到的等效折射率變化 .....	26
圖 3-6 不同調動距離下，等效折射率實部隨頻率的變化 .....	27
圖 4-1 中心頻率 $f_0 = 659.3\text{THz}$ ( $\lambda_0 = 455\text{nm}$ ) 依不同角度由空氣入射至 DBR 反射率的變化 .....	31
圖 4-2 波正向入射至 10-pairs $TiO_2/SiO_2$ DBR，等效折射率實部 Nr 與虛部 Ni 對入射光頻率的變化 .....	32
圖 4-3 頻率 $f_0 = 659.3\text{THz}$ ( $\lambda_0 = 455\text{nm}$ ) 入射至 10-pairs $TiO_2/SiO_2$ 每層厚度改為 $d' = \frac{cf'}{4nf_0^2}$ 分別為 $d_H' = 52\text{nm}$ 、 $d_L' = 89\text{nm}$ 時，反射率隨入射	

角度的變化 .....	34
圖 4-4 以入射角 0 度及 80 度入射至 <u>結構A</u> 的反射頻譜.....	35
圖 4-5 以入射角 0 度及 80 度入射至 <u>結構A+結構B</u> 的反射頻譜.....	36
圖 4-6 (a)以入射角 0 度及 80 度入射至 <u>結構C</u> 的反射頻譜	
(b)以中心頻率 $f_0$ 入射至結構 C，反射率對角度的變化.....	37
圖 4-7 (a) LED 中 ODR 的位置結構	
(b) 發光波長以入射角 0 度及 80 度入射至(a)的反射頻譜…	39
(c) 不同波長下入射至圖 4-7(a)結構下，反射率對入射角度 的變化 .....	40
圖 4-8 不同波長所對應的入射角度平均反射率 $\bar{R}$ 做圖 .....	41
圖 4-9 長波濾波器(longwave pass filter) .....	42
圖 4-10為波正向入射至長波濾波器結構的穿透頻譜.....	43
圖4-11 邊緣濾波器應用在LED的結構示意圖 .....	43
圖4-12 LED加入邊緣濾波器以及抗反射層(AR)結構 .....	44
圖4-13 (a)LED光波正向入射至圖4-12結構中，未加入抗反射層與加 入抗反射層後的穿透頻譜(利用穿透矩陣TMM計算而得).....	45
(b) LED光波正向入射至圖4-12結構中，加入抗反射層的穿 透頻譜圖(利用FDTD模擬結果).....	46
圖4-14 光由MQWs正向入射情況下， $N_{eff}$ 隨頻率不同的變化.....	46
圖4-15 LED中心頻率659.3THz(455nm)入射至穿透結構其等效折射率	

$N_{eff}$ 隨入射角度的變化 .....	49
圖4-16 頻率697THz(480nm)入射至穿透結構其等效折射率 $N_{eff}$ 隨入射 角度的變化.....	50
圖4-17 頻率625THz(480nm)入射至穿透結構其等效折射率 $N_{eff}$ 隨入射 角度的變化.....	51
圖4-18 不同頻率下，穿透率隨入射角度不同的變化.....	52
圖4-19 未加穿透結構下，穿透率隨入射角度不同的變化.....	53
圖4-20 不同波長所對應的出射功率 $\tilde{G}$ .....	54
圖 4-21 發光層平分為九個區域的俯視圖.....	54
圖 4-22 發光層不同區域波源的出射角度受到LED有線大小而限制.....	55
圖 4-23 考慮 LED 有限大小情況下，不同波長所對應的出射功率 $\tilde{G}$ .....	56
圖 4-24 考慮 LED 有限大小情況下，不同波長所對應的出射效率.....	57
圖 4-25 利用微波實驗驗證穿透結構裝置圖.....	58
圖 4-26 不同入射角度入射至穿透結構下的穿透率頻譜.....	59
圖 5-1考慮實際製作之架構圖 .....	61

## 表 目 錄

表1-1 兩種粒徑表面粗化和光滑表面的外部量子效率.....	4
表4-1 各結構的禁帶頻寬及角度的平均反射率 .....	38
表 4-2 波長為 455nm, 入射角度 0~90 度的平均穿透率 $\bar{T}$ 精確度比較...	53



# 第一章 研究背景介紹

如何增加發光二極體(LED)發光效率是目前熱門的研究課題，至今針對 LED 發光效率的改善方法有非常多種，在本章我們會先介紹目前主要用來增加 LED 出光效率的方式，接著我們將以波動的角度來探討 LED 的阻抗，亦即由阻抗匹配的觀點切入討論，藉由週期性結構來達到阻抗匹配。當 LED 阻抗達到匹配，則光即可由主動層出射至空氣中，進而提升 LED 的出光效率，這就是本論文主要論述的重點。

## 1-1 發光二極體(Light-emitting diodes LED)簡介

1962年世界上第一個商用紅光GaAsP發光二極體由通用電器公司製作成功後，發光二極體開始顯示出它在發光器件市場中的地位。在19世紀70年代初，雖然當時的發光二極體只有大約0.1%的發光效率，紅光發光二極體就已經廣泛應用在計算器和電子錶的顯示等場合。今天，從紅光到藍光的全波段上，量子井效率超過8%的LED 隨處可見。紅橙光LED的效率已可以達到23%以上。

LED作為一種光源，衡量它的一個重要指標就是光電的轉換效率。在實際應用上，這種效率就是LED的總量子效率。對於一個LED，它的總量子效率  $\eta_{ex}$  可用(1.1.1)式表示。

$$\eta_{ex} = \eta_{in} * \eta_{extr} \quad (1.1.1)$$

式中： $\eta_{in}$  是內部量子效率； $\eta_{extr}$  是抽取效率，即外部量子效率。LED內部量子效率與外部量子效率之間存在巨大的差距。一般來說，高品質LED 的內量子效率可經由改善磊晶品質，減少各種內部缺陷提升，最大可以達到99%以上，而它的外部量子效率卻非常有限，這是由於  $\eta_{extr}$  非常的低的緣故。造成這種情況的原因是多方面的，包括晶格缺陷對光的吸收、襯底對光的吸收以及光在出射過程中，由於全反射造成的

損失等。

發光二極體的內部量子效率與外部量子效率之間存在巨大的差距，以下主要介紹了提高發光二極體（LED）外量子效率的幾種途徑，包括生長分佈布拉格反射層（DBR）技術，將射向基底的光反射回表面；製作透明基底（TS）取代原有的基底；改變LED幾何外形來縮短光在LED內部反射的路程以及限制全反射現象的表面粗化技術，以下我們將介紹每種方法的發展過程及效率提升。

### 1-1.1 生長分佈布拉格反射層（DBR）結構

DBR (Distributed Bragg Reflector) 結構早在19世紀80年代R. D. Burnham等人提出。它是兩種折射率不同的材料週期交替生長的層狀結構，它在主動層(active layer)和基底(substrate)之間，能夠將射向基底的光反射回表面或側面，可以減少基底對光的吸收，提高出光效率[1]。

DBR結構直接利用MOCVD設備進行生長，無須再次加工處理。材料的折射率與DBR的反射效果有直接關係，折射率差( $\Delta n$ )越大，反射率 $R(p)$ 越大，反射效果越好：

$$R(p) \approx 1 - 4 \exp(-2p \frac{\Delta n}{n_s}) \quad (1.1.2)$$

其中  $p$  為DBR週期數(pairs)， $n_s$  為基板(substrate)的折射率， $\Delta n$  為DBR兩個材料的折射率差，另外DBR 的週期數也與反射率成正比，對數越高，反射效果越好。DBR結構設計原是為了單一波長發光腔體的設計，故在主動層(active layer)之發光層上下各有一組DBR的結構。由於腔體影響LED發光的波長範圍變窄，發光的方向也比較侷限在垂直DBR的方向上，因此可以提高出光的量子效率。然而LED中仍有其他寬波長及寬角度的出射光，這一部分的發光就反射回來而無法輕易射出表面，所以又有設計一種寬波長及寬角度反射的結構稱為全內反射鏡(omni-directional reflector)此部份的設計在第四章會有詳細的介紹。

## 1-1.2 製作透明基底LED (TS-LED)

除了將光反射掉，另外一種減少基底吸收作用的方法就是將LED的基底換成透明基底，使光從下底面出射。透明基底可以在LED晶片生長結束後，移去吸光的不透明基底，利用二次外延生長出透明的、寬禁帶的導電層。也可以先在不透明基底片上生長透明層（比如AlGaAs），然後再移去不透明基底。這兩種技術的問題在於透明層的價格昂貴，難於生長，而且與高品質的主動層之間匹配不好。另外一種技術就是bonding（粘合）技術。它是指將兩個不同性質的晶片結合到一起，並不改變原來晶體的性質。bonding的方法非常多，有范德華bonding技術[2]、金屬共溶技術[3]、外延bonding和氧化bonding技術等。但它們都因為結合力太弱、界面不透明或界面導電性差等原因不適合做透明基底的bonding。最終直接bonding技術引起人們的關注。它是將兩晶片直接熔合到一起而不需加任何的粘合劑。用選擇腐蝕的方式將不透明基底腐蝕掉後[4]，在高溫單軸力的作用下將外延片bonding到透明的n-type半導體上[5][6]。製成的器件是GaP基底 - 有源層 - GaP視窗層的三明治結構。它允許光從六個面出射，因而提高了出射效率。1994年，Hewlett-Packard公司開始生產 $\text{TS}(\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x})_{0.5}\text{In}_{0.5}\text{P}/\text{GaP}$  LED，這是當時所能獲得的最高亮度的LED。根據1996年的報導，636 nm的TS-LED外量子效率可以達到23.7%；607.4 nm的TS-LED的發光效率達到50.1 m/W[7]。

## 1-1.3 倒金字塔形LED

這種方法旨在減小光在LED內部反射而造成的主動層及自由載流子對光的吸收[8]。光在內部反射的次數越多，路徑越長，造成的損失越大。通過改變LED的幾何形狀，可以縮短光在LED內部反射的路程。這種新技術在1999年被提出[9]。它是在透明基底LED基礎上的再次加工。將bonding後的LED晶片倒置，切去四個方向的下角，斜面與垂直方向的夾角為35度。LED的這種幾何外形可以使內部反射的光從側

壁的內表面再次傳播到上表面，而以小於臨界角的角度出射。同時使那些傳播到上表面大於臨界角的光，重新從側面出射。這兩種過程能同時減小光在內部傳播的路程。

#### 1-1.4 表面粗化技術

光波在分子密度均勻介質中傳播時，遵循幾何光學定律。光波傳遞到不均勻的介質的表面時，不均勻的介質小塊成為了次波源，從他們到空間各點已有了不可忽略的光程差。這時，除了按幾何光學規律傳播的光線外，其他方向也有光線的存在，也就是散射光。這樣，即使在  $\theta > \theta_c$  的情況下，光線也不會完全遵循全反射定律，角度分佈的隨機性使一部分光出射出來[10]。

表面粗化的方法很多，加洲大學的I. Schnitzer和E. Yablonovitch 提出用自然光刻法[11]。就是先用旋轉鍍膜的方法將直徑300nm的聚苯乙烯球鍍在LED的表面，這些小球遮擋一部分表面，然後用等離子腐蝕的方法[12]將未遮蔽的表面腐蝕到深度為170 nm左右，形成了粗糙的LED表面。另外，德國物理技術研究所的R. Windisch 等人用430 nm的聚苯乙烯球進行了進一步的實驗[13]，發現了比前人更好的結果，如表1-1所示。實驗證明[14]，表面相關尺度不是隨意的，當它為波長的1/2左右時，才能出現較好的散射效果。

項目	表面光滑	300nm	430nm
在基底上	4. 4%	4. 7%	5. 70%
在鏡面上	31%	47%	54%

表1-1 兩種粒徑表面粗化和光滑表面的外部量子效率

表面粗化技術力圖解決，因為半導體材料折射率（平均3.5）大於空氣折射率，

而使入射角大於臨界角的光線，發生全反射無法出射所造成的損失。光在粗化表面的隨機出射已使一些物理學定律失去適用性，需要大量實驗來研究粗糙度與粗化尺度對出光率的影響。

### 1-1.5 電流散佈層 (current-spreading layer)

利用電流散佈層 (current-spreading layer)，又稱為窗戶層 (window layer)，來確保在pn接面上的所有區域都會發光。許多領先的GaN LED製造商也利用覆晶封裝的幾何形狀，將元件朝下安裝，使得光從基板而非元件頂部表層發射。覆晶封裝技術除了提供較高的出光效率外，也可以得到較佳的熱管理，高速的電路互聯，較小尺寸的模組，以及較高的穩定度。對四元晶片而言，GaAs基板吸收了所有的可見光，所以要不就在作用區及基板之間加入反射結構，否則更好的方式是，將GaAs基板換成透明的GaP基板。最早使用透明基板的是Hewlett-Packard (後來的Agilent)，現在Lumileds公司也採用此一方法。。但是要用精確的結晶校準來達到此晶片黏貼技術 (wafer bonding)，因此就需要複雜且昂貴的製程技術。

### 1-1.6 構造及形狀

部分晶片製造商，特別是Cree和Lumileds，同時也藉著雕塑晶粒的形狀來減少反射及增加光抽取，以加強發光二極體的外部量子效率。Lumileds的TIP (truncated-inverted-pyramid) 型晶粒結構，可以製造出出光效率達到60%的四元晶片。同時該公司的研發人員指出，TIP-LED晶片在發光波長605nm時，每 $1 \times 1$  mm測量到的功率為100 lm/W。然而，TIP-LED結構並不適合大量製造。

在改善發光二極體的出光效率上，有更多複雜的方法被採用，包括2D光子晶體的使用 [15]。這是用電流散佈層中，形成一個規律地100–250 nm直徑電洞的陣列，將光線導到元件表面。此方法是由Sandia 國家實驗室 (Sandia National

Laboratories) 的研究人員，以及Lumileds為了改善藍光GaN LED的效率所共同研發的。這種小面積的LED (~0.036mm<sup>2</sup>)，已經被證實可以增加兩倍的亮度。

以上的幾種方法，除透明基底LED已經在美國投入工業化生產過程中外，其他幾種方法都處在實驗室研究階段，不斷有新的實驗結果出現。在發光二極體的研製和生產過程中，幾乎每十年其性能就有一個大的飛躍，以期望發光二極體能以其低耗電、高亮度的優勢，代替其他形式的光源，照亮世界的各個角落。

## 1-2 布拉格反射鏡(Distributed Bragg Reflector)簡介

布拉格反射鏡(Distributed Bragg Reflector)是由兩種不同折射率( $n_H$ 、 $n_L$ )的材料，相互交疊而組成，其厚度為四分之一入射中心波長 $\lambda_0$ 的整數倍，是一種四分之一波長多層系統(quarter-wave-stack multi-layered system)，相當於簡單的一維光子晶體。在此結構中電磁波經周期性介質散射後，中心波長的入射電磁波強度會因破壞性干涉而呈指數衰減，無法在系統內傳播，於是在頻譜上形成能隙，光子能帶之間可能出現帶隙，即光子頻率帶隙晶體(photon frequency bandgap，簡稱PBG)。

## 1-3 光子晶體簡介

光子晶體的基本原理為布拉格繞射(Bragg diffraction)，也就是光波會在光子晶體中產生破壞性干涉，造成類似於電子能帶的光子能帶結構，進而產生光子能隙。完全能隙是完美的光子晶體才可能具有的特性，但令人更感到興趣的應用，則是出現在不完美的光子晶體。在一維光子晶体的週期結構中摻入雜質，局部破壞其規則排列，將在光子禁帶中引入新的電磁波模式(稱為雜質態或缺陷態)，從而使摻雜光

子晶體產生一系列有用實用價值的光學效應，如光學延遲、窄帶濾波等。缺陷態的許多特性將使得光子晶體具有許多有價值的應用，諸如：高效率反射鏡的製造、改善發光二極管的效率、高品質因數微諧振腔的製造以及光子開關、光子存儲器、光子限幅器等各個方面。



# 第二章 模擬方法以及等效折射率的介紹

## 前言：

由前一章我們可以知道 LED 目前的發展趨勢以及影響其發光效率的主要原因，然而至今針對 LED 發光效率的改善方法多以光學的觀點切入討論，然而光波亦為電磁波，因此我們提出一個新的看法，即由波動觀點來探討 LED 結構的等效阻抗，從等效阻抗以及阻抗匹配的觀點來針對反射及穿透來做改善，進而使得 LED 的出射效率提高。因此在本章將首先介紹我們所使用模擬計算方法—穿透矩陣法(TMM)的原理，接著介紹等效阻抗的原理以及利用阻抗匹配來驗證可調式光子晶體模組。

## 2-1 傳輸矩陣法(Transfer Matrix Method)

### 2-1.1 單一均勻等向介質層之計算

首先考慮單一介質層  $n_2$ ，介於兩個半無窮大的介質  $n_1, n_3$  中，如圖 2.1 所示

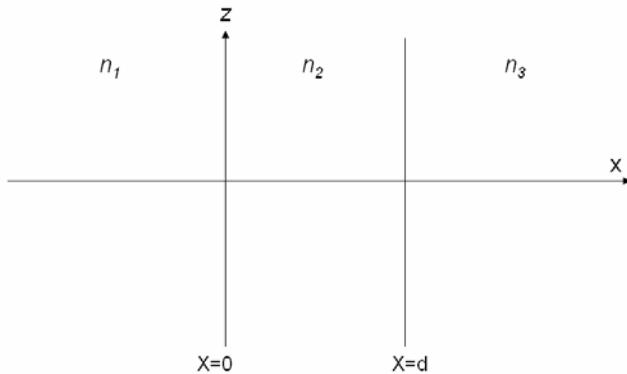


圖 2-1 單一均勻等向介質層之示意圖

並假設所有的介質均具有均勻性(homogeneous)及等向性(isotropic)，圖 2.1 整個結構之折射率分佈可以被表示成

$$n(x) = \begin{cases} n_1, & x < 0 \\ n_2, & 0 < x < d \\ n_3, & d < x \end{cases} \quad (2.1.1)$$

假設以一平面電磁波沿法線以  $\theta$  入射介質層  $n_2$ ，則我們可以將電場波動方程式表示為以下的形式：

$$E(x) \exp[(i(\omega t - \beta z))] \quad (2.1.2)$$

其中  $\beta$  為傳播向量在 z 方向上分量

如果我們假設平面波是由  $x = -\infty$  處入射，則電場向量  $E(x)$  可以寫成

$$E_y(x) = \begin{cases} Ae^{-ik_{1x}x} + Be^{ik_{1x}x}, & x < 0, \\ Ce^{-ik_{2x}x} + De^{ik_{2x}x}, & 0 < x < d, \\ Fe^{-ik_{3x}(x-d)}, & d < x \end{cases} \quad (2.1.3)$$

在此我們假設電場向量為 S 極化(垂直入射面)即 TE 波。A, B, C, D 及 F 為常數， $k_{1x}$ ,  $k_{2x}$ ,  $k_{3x}$  為電磁波在各介質中傳播時之波向量 k 之 x 分量，其中

$$k_{ix} = [(\frac{n_i \omega}{c})^2 - \beta^2]^{1/2} = (\frac{\omega}{c}) n_i \cos \theta_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.1.4)$$

$\theta_i$  為平面波在各介質中與 x 軸之夾角，A、C，B、D，F 分別代表入射波、反射波及透射波之振幅。

由式(2.1.3)，再利用 Maxwell's 方程式，我們可推導出在各介質中的磁場向量  $H_z(x)$  的表示式：

$$H_z(x) = \begin{cases} \frac{k_{1x}}{\omega \mu} (Ae^{-ik_{1x}x} - Be^{ik_{1x}x}), & x < 0, \\ \frac{k_{2x}}{\omega \mu} (Ce^{-ik_{2x}x} - De^{ik_{2x}x}) & 0 < x < d, \\ \frac{k_{3x}}{\omega \mu} Fe^{-ik_{3x}(x-d)} & d < x \end{cases} \quad (2.1.5)$$

其中  $\mu$  為導磁係數，並假設它在三個介質中都是相同數值。

在此利用  $E_y$  及  $H_z$  必需滿足邊界條件，即在  $x=0$  及  $x=d$  介面場必需是連續，代入這些條件後可得關係式如下

$$A+B = C+D \quad (2.1.6a)$$

$$k_{1x}(A-B) = k_{2x}(C-D) \quad (2.1.6b)$$

$$Ce^{-ik_{2x}d} + De^{ik_{2x}d} = F \quad (2.1.6c)$$

$$k_{2x}(Ce^{-ik_{2x}d} - De^{ik_{2x}d}) = k_{3x}F \quad (2.1.6d)$$

在上述四個式子中，我們可將  $B$ ,  $C$ ,  $D$  及  $F$  統一以  $A$  來表示，並經過一些代數運算步驟後可得到

$$F = A \frac{4k_{1x}k_{2x}e^{-ik_{2x}d}}{(k_{1x}+k_{2x})(k_{2x}+k_{3x})+(k_{1x}-k_{2x})(k_{2x}-k_{3x})e^{-i2k_{2x}d}} \quad (2.1.7)$$

及

$$B = A \frac{(k_{1x}-k_{2x})(k_{2x}+k_{3x})+(k_{1x}+k_{2x})(k_{2x}-k_{3x})e^{-i2k_{2x}d}}{(k_{1x}+k_{2x})(k_{2x}+k_{3x})+(k_{1x}-k_{2x})(k_{2x}-k_{3x})e^{-i2k_{2x}d}} \quad (2.1.8)$$

而  $C$  及  $D$  可分別寫成和  $F$  的關係式

$$C = \frac{1}{2}F(1 + \frac{k_{3x}}{k_{2x}})e^{ik_{2x}d}, \quad (2.1.9)$$

$$D = \frac{1}{2}F(1 - \frac{k_{3x}}{k_{2x}})e^{-ik_{2x}d} \quad (2.1.10)$$

如果我們利用式(2.1.4)，我們可以寫出介電質介面之穿透及反射係數

$$r_{12} = \frac{k_{1x} - k_{2x}}{k_{1x} + k_{2x}}, \quad (2.1.11)$$

$$r_{23} = \frac{k_{2x} - k_{3x}}{k_{2x} + k_{3x}}, \quad (2.1.12)$$

$$t_{12} = \frac{2k_{1x}}{k_{1x} + k_{2x}}, \quad (2.1.13)$$

$$t_{23} = \frac{2k_{2x}}{k_{2x} + k_{3x}} \circ \quad (2.1.14)$$

將各介質界面穿透及反射係數之表示式代入(2.1.7)(2.1.8)式後，整理可得總穿透及總反射係數之表示式

$$t = \frac{F}{A} = \frac{t_{12}t_{23}e^{-i\phi}}{1 + r_{12}r_{23}e^{-i2\phi}}, \quad (2.1.15)$$

及

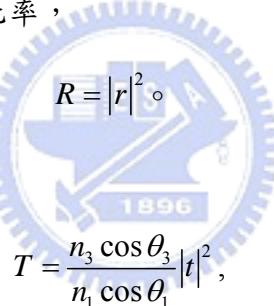
$$r = \frac{B}{A} = \frac{r_{12} + r_{23}e^{-2i\phi}}{1 + r_{12}r_{23}e^{-i2\phi}}, \quad (2.1.16)$$

其中， $\phi = k_{2x}d = \frac{2\pi n_2 d}{\lambda} \cos \theta_2$ 。

在此反射率定義為能量的反射比率，

$$R = |r|^2 \circ \quad (2.1.17)$$

穿透率定義為能量的穿透比率，



$$T = \frac{n_3 \cos \theta_3}{n_1 \cos \theta_1} |t|^2, \quad (2.1.18)$$

$\frac{n_3 \cos \theta_3}{n_1 \cos \theta_1}$  為相速度的修正項。

假如所有介質均為實數且無吸收，則依據能量守衡可以寫出

$$R + T = 1, \quad (2.1.19)$$

在前面的敘述中，我們所計算的為單層均向且均勻的結構，但由前面的分析中我們可以想見，當計算多層介質結構時，所需要解的方程式將會變的非常複雜。因此，我們將採用矩陣法來解決此類問題，此種方法尤其適用來解決週期結構的問題。

現在我們首先考慮前面所描述的單層介質結構的問題，電場可以表示成為由向右行進波及向左行進波組成，

$$E(x) = R e^{-ik_x x} + L e^{ik_x x} \equiv A(x) + B(x) \quad (2.1.20)$$

$\pm k_x$  為波向量  $x$  成分，而  $R$  及  $L$  為在各均勻層中之常數， $A(x)$  代表向右行進之波的振幅，而  $B(x)$  代表向左行進波之振幅，在此我們定義

$$\begin{aligned} A_1 &= A(0^-), \\ B_1 &= B(0^-), \\ A_2' &= A(0^+), \\ B_2' &= B(0^+), \\ A_2 &= A(d^-), \\ B_2 &= B(d^-), \\ A_3' &= A(d^+), \\ B_3' &= B(d^+), \end{aligned} \quad (2.1.21)$$

在此  $0^-$  代表  $x=0$  左邊界面， $0^+$  代表  $x=0$  右邊界面。同理， $d^-$  及  $d^+$  分別代表  $x=d$  左邊界面及右邊界面，如果我們將各界面中之電場振幅改以行向量來表示，則我們可得以下之關係：

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} A_2' \\ B_2' \end{pmatrix}, \quad (2.1.22a)$$

$$\begin{pmatrix} A_2' \\ B_2' \end{pmatrix} = P_2 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\phi_2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix}, \quad (2.1.22b)$$

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = D_2^{-1} D_3 \begin{pmatrix} A_3' \\ B_3' \end{pmatrix}, \quad (2.1.22c)$$

其中  $D$  矩陣可以表示成

$$D_\alpha = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_\alpha \cos \theta_\alpha & -n_\alpha \cos \theta_\alpha \end{pmatrix} & \text{for s wave,} \\ \begin{pmatrix} \cos \theta_\alpha & \cos \theta_\alpha \\ n_\alpha & -n_\alpha \end{pmatrix} & \text{for p wave,} \end{cases} \quad (2.1.23)$$

$\alpha = 1, 2, 3$  而  $\theta_\alpha$  為各介質層中波向量與  $x$  軸的波夾角。

而  $P_2$  稱為解釋波傳播經過此層狀結構之傳播矩陣，其中  $\phi_2 = k_{2x} d$  。

從式(2.1.22)  $A_1$ ,  $B_1$ 及 $A'_3$ ,  $B'_3$ 之關係可表示為：

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 P_2 D_2^{-1} D_3 \begin{pmatrix} A'_3 \\ B'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_3 \\ B'_3 \end{pmatrix} \quad (2.1.24)$$

在此，定義反射及穿透係數分別為

$$r = \left( \frac{B_1}{A_1} \right)_{B'_3=0} = \frac{M_{21}}{M_{11}}, \quad (2.1.25)$$

$$t = \left( \frac{A_3}{A_1} \right)_{B'_3=0} = \frac{1}{M_{11}} \quad (2.1.26)$$

而反射率及穿透率分別為，

$$R = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2, \quad (2.1.27)$$

$$T = \frac{n_3 \cos \theta_3}{n_1 \cos \theta_1} |t|^2 = \frac{n_3 \cos \theta_3}{n_1 \cos \theta_1} \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2, \quad (2.1.28)$$

其中  $\theta_1$  及  $\theta_3$  為電磁波在晶體中之入射角及出射角。

## 2-1.2 多層等向介質結構之矩陣運算法

接下來我們將考慮計算多層等向介質結構(如圖 2.2)之矩陣運算法，首先，我們考慮此結構之折射率分佈如所示：

$$n(x) = \begin{cases} n_0, & x < x_0 \\ n_1, & x_0 < x < x_1, \\ n_2, & x_1 < x < x_2, \\ \vdots & \vdots \\ n_N, & x_{N-1} < x < x_N, \\ n_s, & x_N < x \end{cases} \quad (2.1.29)$$

其中  $n_0$  代表入射端的折射率， $n_1, n_2, \dots, n_N$  為各層之折射率， $x_l$  代表第  $l$  層與第  $l+1$  層

接觸之位置， $n_s$ 為出射端之折射率。

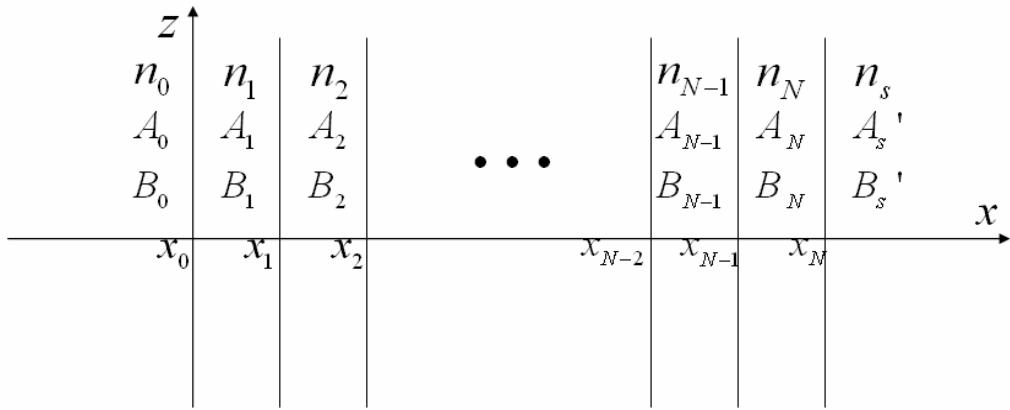


圖 2-2 多層均勻等向介質層之示意圖

各層之厚度分別為

$$\begin{aligned} d_1 &= x_1 - x_0 \\ d_2 &= x_2 - x_1 \\ &\vdots \\ d_N &= x_N - x_{N-1} \end{aligned} \quad (2.1.30)$$

而電場  $E(x)$  之分布可以寫成

$$E(x) = \begin{cases} A_0 e^{-ik_{0x}(x-x_0)} + B_0 e^{ik_{0x}(x-x_0)}, & x < x_0; \\ A_l e^{-ik_{lx}(x-x_l)} + B_l e^{ik_{lx}(x-x_l)}, & x_{l-1} < x < x_l; \\ A'_s e^{-ik_{sx}(x-x_N)} + B'_s e^{ik_{sx}(x-x_N)}, & x_N < x \end{cases} \quad (2.1.31)$$

其中，

$$k_{lx} = \left[ \left( n_l \frac{\omega}{c} \right)^2 - \beta^2 \right]^{1/2} = n_l \frac{\omega}{c} \cos \theta_l, \quad l = 1, 2, \dots, N \quad (2.1.32)$$

$\theta_l$  為平面波進入各層介質之入射角度， $A_l$  及  $B_l$  代表在  $x = x_l$  界面上之電場振幅大小。依照前節中所分析的結果，可以輕易寫出

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} &= D_0^{-1} D_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} &= P_l D_l^{-1} D_{l+1} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix}, \quad l = 1, 2, \dots, N\end{aligned}\tag{2.1.33}$$

其中  $A_{N+1} = A'_s$ ,  $B_{N+1} = B'_s$ , 而  $D$  矩陣及  $P$  分別矩陣可寫成

$$D_l = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_l \cos \theta_l & -n_l \cos \theta_l \end{pmatrix} & \text{for s wave,} \\ \begin{pmatrix} \cos \theta_l & \cos \theta_l \\ n_l & -n_l \end{pmatrix} & \text{for p wave,} \end{cases} \tag{2.1.34}$$

$$P_l = \begin{pmatrix} e^{ik_l d_l} & 0 \\ 0 & e^{-ik_l d_l} \end{pmatrix} \tag{2.1.35}$$

由式(2.1.33) 整理可得

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = D_0^{-1} \left[ \prod_{l=1}^N D_l P_l D_l^{-1} \right] D_s \begin{pmatrix} A'_s \\ B'_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_s \\ B'_s \end{pmatrix} \tag{2.1.36}$$

在此，我們可以計算反射及穿透係數分別為

$$r = \left( \frac{B_0}{A_0} \right)_{B_s=0} = \frac{M_{21}}{M_{11}}, \tag{2.1.37}$$

$$t = \left( \frac{A_s}{A_0} \right)_{B_s=0} = \frac{1}{M_{11}} \tag{2.1.38}$$

其中， $t = |t|^{i\theta}$ ， $\theta$ 為穿透係數之相位角。

而反射率及穿透率分別為

$$R = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2, \tag{2.1.39}$$

$$T = \frac{n_s \cos \theta_s}{n_0 \cos \theta_0} |t|^2 = \frac{n_s \cos \theta_s}{n_0 \cos \theta_0} \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2 , \quad (2.1.40)$$

其中  $\theta_0$  及  $\theta_s$  為平面波在晶體之入射角及出射角。

## 2-2 等效折射率法

### 2-2.1 基本概念

#### 合成總場之波阻抗

由定義得之，在任何平行於平坦界面的平面上之定義合成總場波阻抗可以表達成，總電場強度與總磁場強度之比。由圖 2.3 可得與  $z$  座標相依的均勻平面波之波阻抗可寫為

$$Z(z) = \frac{E_x(z)}{H_y(z)} \quad (\Omega) \quad (2.2.1)$$

對於在無限大介質內沿  $+z$  方向傳播的單一行進波而言，波阻抗等於介質之本質阻抗  $\eta$ ；同理沿  $-z$  方向傳播的單一行進波而言，不論  $z$  為何值，波阻抗皆為  $-\eta$ 。

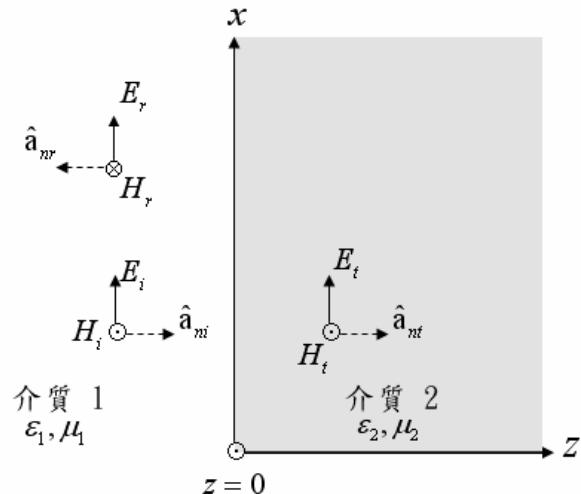


圖 2-3 雙層介電質上之垂直入射

考慮由圖 2.3 所示，均勻平面波由介質 1 垂直入射於平坦之介面介質 2，介質 2 為一無限延伸的均勻介質。我們可得出在介質 1 內之總電場與總磁場分別為

$$\begin{aligned} E_{1x}(z) &= E_{i0}(e^{-j\beta_1 z} + \Gamma e^{j\beta_1 z}) \\ H_{1y}(z) &= \frac{E_{i0}}{\eta_1}(e^{-j\beta_1 z} - \Gamma e^{j\beta_1 z}) \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

其中  $\Gamma$  為反射係數， $\beta$  為波向量。由(2.2.1)知其比值在介質 1 中與界面相距  $z$  距離處的合成總場波阻抗為

$$Z_1(z) = \frac{E_{1x}(z)}{H_{1y}(z)} = \eta_1 \frac{e^{-j\beta_1 z} + \Gamma e^{j\beta_1 z}}{e^{-j\beta_1 z} - \Gamma e^{j\beta_1 z}} \quad (2.2.3)$$

將  $\Gamma = (\eta_2 - \eta_1)/(\eta_2 + \eta_1)$  代入(2.2.3)式(其中  $\eta_2$  為介質 2 的本質波阻抗)，並假設在界面左方  $z = -l$  處，可得

$$Z_1(-l) = \eta_1 \frac{\eta_2 \cos \beta_1 l + j\eta_1 \sin \beta_1 l}{\eta_1 \cos \beta_1 l + j\eta_2 \sin \beta_1 l}, \quad (\eta_1, \eta_2 \text{ 為介質 } 1, 2 \text{ 波阻抗}) \quad (2.2.4)$$

當  $\eta_1 = \eta_2$  時，上式可簡化為  $\eta_1$ 。表示介質在  $z = 0$  處沒有不連續的界面，故沒有反射波。合成總場的波阻抗與介質的本質阻抗相等。

## 多層介電質的等效阻抗轉換

考慮如圖 2.4 之多層介電質介面的問題時，由於介質 2 中之總場是波在  $z = 0$  與  $z = d$  界面上多次反射的結果，可將之寫成兩組分別往  $+z$  及  $-z$  方向傳送的行進波，並由(2.2.4)式我們可得在  $z = 0$  處，往波的行進方向看進去得到的等效波阻抗為

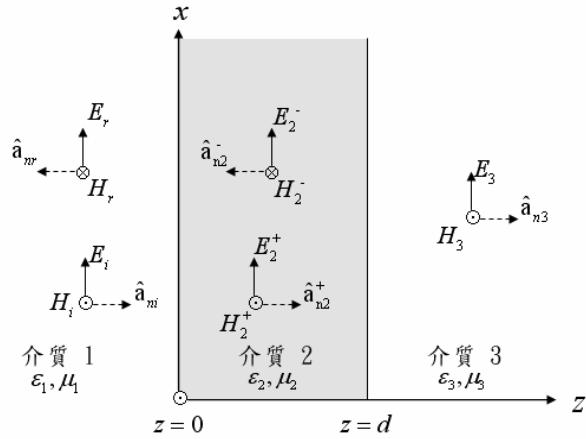


圖 2-4 多層介電質之垂直入射之電場及磁場

$$Z_2(0) = \eta_2 \frac{\eta_3 \cos \beta_2 d + j\eta_2 \sin \beta_2 d}{\eta_2 \cos \beta_2 d + j\eta_3 \sin \beta_2 d} \quad (2.2.5)$$

當我們要討論在介質 1 內的波時，就必須處理在  $z=0$  處的不連續，而這不連續可用一無限大介質的等效阻抗(2.2.5)來表示。故在計算介質 1 內的入射波之反射係數時，不用一一代入邊界條件來解出，只要用一等效阻抗去計算在  $z=0$  處之等效反射係數即可。

### 等效折射率

由介質之本質阻抗的定義知  $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$ ，其中  $\eta_0$  為真空中之本質阻抗， $\epsilon_r$  及  $\mu_r$  為相對介電常數和相對導磁係數。假設為非磁性材料則  $\mu_r$  為 1，並由材料折射率  $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r}$  得出阻抗和折射率之間的轉換關係式為  $\eta = \frac{\eta_0}{n}$ 。代入(2.2.5)式，則我們可獲得兩層介質之等效折射率表示式為：

$$\frac{\eta_0}{N_{eff}} = \frac{\eta_0}{n_2} \frac{\frac{n_3}{n_2} \cos \beta_2 d_2 + j \frac{\eta_0}{n_2} \sin \beta_2 d_2}{\frac{n_0}{n_2} \cos \beta_2 d_2 + j \frac{\eta_0}{n_3} \sin \beta_2 d_2} \quad (2.2.7)$$

同除  $\eta_0$ ，並整理可得

$$N_{eff} = n_2 \frac{n_3 \cos \beta_2 d_2 + j n_2 \sin \beta_2 d_2}{n_2 \cos \beta_2 d_2 + j n_3 \sin \beta_2 d_2} \quad (2.2.8)$$

其中  $N_{eff}$  表示由介質 1 向介質 2、介質 3 看過去的等效折射率， $\beta_2 = \frac{2\pi f n_2}{c}$  為波在

垂直介面時，介質 2 中的傳播常數。

## 2-2.2 正向入射至多層介質結構之等效折射率

由上述所知，若一電磁波由介質  $n_1$  入射至一多層介質結構時，如圖 2-5，我們欲探討在  $n_1$  介質中的電磁場，則可利用等效折射率的概念將多層介質結構等效為一均勻的單一介質（如灰色區塊），當電磁波行進至  $n_1$  與  $n_2$  界面時，我們可以想像電磁波看到的是一均勻介質其阻抗為  $N_{eff}$ ，這使問題簡化只有為  $n_1$  與  $N_{eff}$  兩個均勻介質，並由此計算此兩均勻介質的不連續面所發生的反射與穿透現象。同樣地，我們也可以藉由反射率來反推多層介質的等效折射率：

$$r = \frac{n_1 - N_{eff}}{n_1 + N_{eff}} \quad (2.2.9)$$

整理可得

$$N_{eff}(\theta_{in} = 0^\circ) = n_1 \left( \frac{1-r}{1+r} \right) \quad (2.2.10)$$

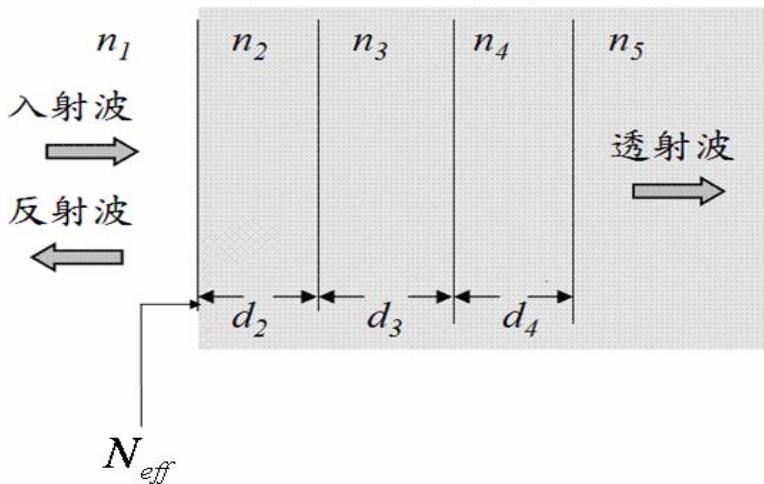


圖 2-5 正向入射至多層介質等效折射率示意圖

### 2-2.3 傾斜入射至多層介質結構之等效折射率

上一小節中我們已經了解波正向入射至多層介質結構時的等效折射率，在本節中我們要討論傾斜入射時的狀況。當波以  $\theta_{in}$  入射時，折射率  $n$  與波向量  $\beta$  需要適當的修正，以下我們分別探討 TE 與 TM 偏振下的情況：

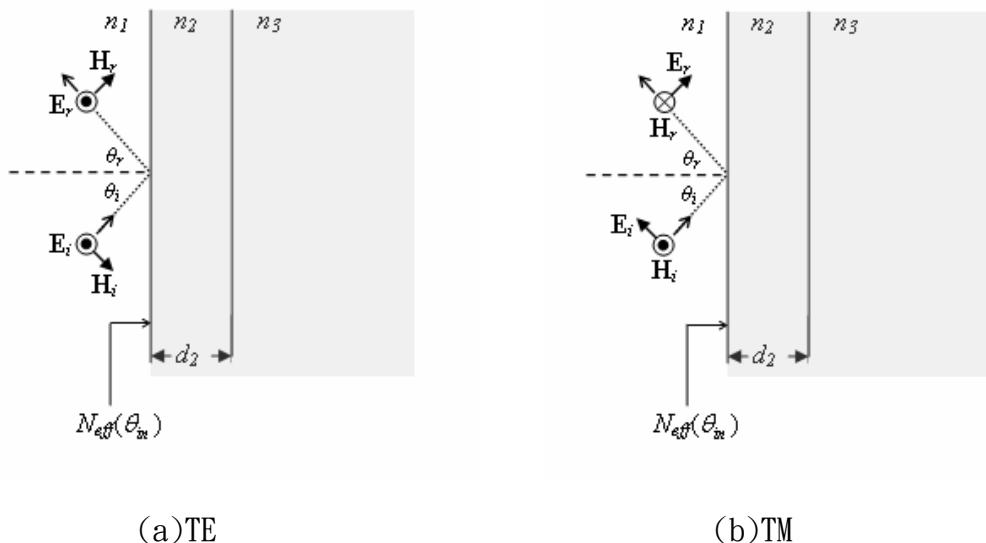


圖 2-6 斜向入射至多層介質等效折射率示意圖

$$n \rightarrow \begin{cases} TE: n \cos \theta \\ TM: \frac{n}{\cos \theta} \end{cases} \quad (2.2.11)$$

$$\beta \rightarrow \beta \cos \theta \quad (2.2.12)$$

根據入射波的偏振不同，橫向的折射率需要依電磁波入射角度修正如式(2.2.11)、(2.2.12)，再將此二式分別代入(2.2.8)式作修正，即可得知當波斜向入射時看到的多層介質的等效折射率：

$$TE: N_{eff}(\theta_{in}) = n_2 \cos \theta_2 \times \frac{n_3 \cos \theta_3 \cos(\beta_2 \cos(\theta_2)d_2) + j n_2 \cos \theta_2 \sin(\beta_2 \cos(\theta_2)d_2)}{n_2 \cos \theta_2 \cos(\beta_2 \cos(\theta_2)d_2) + j n_3 \cos \theta_3 \sin(\beta_2 \cos(\theta_2)d_2)} \quad (2.2.13)$$

$$TM: N_{eff}(\theta_{in}) = \frac{\frac{n_2}{\cos \theta_3} \cos(\beta_2 \cos(\theta_2)d_2) + j \frac{n_2}{\cos \theta_2} \sin(\beta_2 \cos(\theta_2)d_2)}{\frac{n_2}{\cos \theta_2} \cos(\beta_2 \cos(\theta_2)d_2) + j \frac{n_3}{\cos \theta_3} \sin(\beta_2 \cos(\theta_2)d_2)} \quad (2.2.14)$$

其中  $\theta_2$ 、 $\theta_3$  可由 snell's law 求得。

同樣的，我們亦可由反射率反推等效折射率，即依偏振不同對(2.2.10)式作修正：

$$TE: N_{eff}(\theta_{in}) = n_1 \cos \theta_{in} \left( \frac{1-r}{1+r} \right) \quad (2.2.15)$$

$$TM: N_{eff}(\theta_{in}) = \frac{n_1}{\cos \theta_{in}} \left( \frac{1-r}{1+r} \right) \quad (2.2.16)$$

由上討論中我們便可根據波的入射角度與偏振情形將多層介質簡化為單一均勻介質來討論，對於計算及討論將會簡化許多。

結論：電磁波傳輸在介質中，因磁場與電場比值所形成之波阻抗是與介質的結構組成有關，且在界面電場與磁場所發生之折射率與穿透率大小又與介質兩端之阻抗差異發生極大的關連。若要使得電磁波發生之折射率及穿透率改變，就可以由阻抗

的角度加以調整，藉改變介質之厚度及結構來改變波的反射與透射大小是可行的方法。理論上使用等效折射率方法及由 TMM 求得之反射率來反推等效折射率的方法均是可以達到設計上的目的且其結果是一致的。



# 第三章 利用阻抗匹配法(impedance match)驗證可調式光子晶體模組

在上一章我們討論了各種情況下等效折射率的算法，以及如何利用等效折射率將波入射至多層介質的問題簡化。接著在本章中，我們就要利用等效折射率法來探討與驗證可調式光子晶體模組。在參考文獻[16]的論文中提及了對於一含有缺陷層的一維光子晶體，如何達成穿透頻率的可調性以及在濾波器及色散補償器方面的應用。其主要是以調動缺陷層旁之調動層來達成，如圖 3-1，此結構缺陷態的中心頻

率為 100THz，其調動結果如圖 3-2。其中  $d_H = \frac{\lambda_0}{4n_H}$  、  $d_L = \frac{\lambda_0}{4n_L}$  ，  $\lambda_0$  為缺陷態的中心頻率。

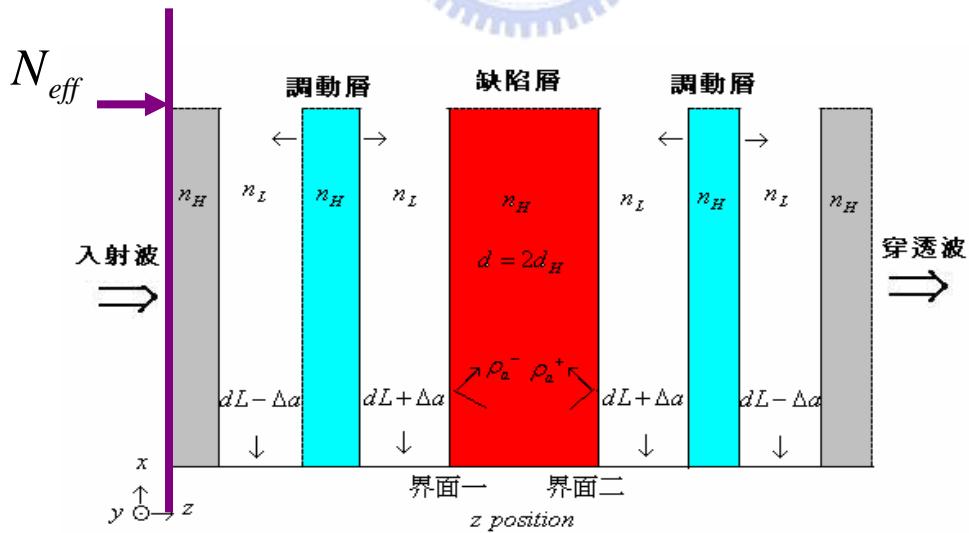


圖 3-1 可調式濾波器調動模組結構圖

$$(n_H = 2, n_L = 1, d_H = 0.375\mu m, d_L = 0.75\mu m)$$

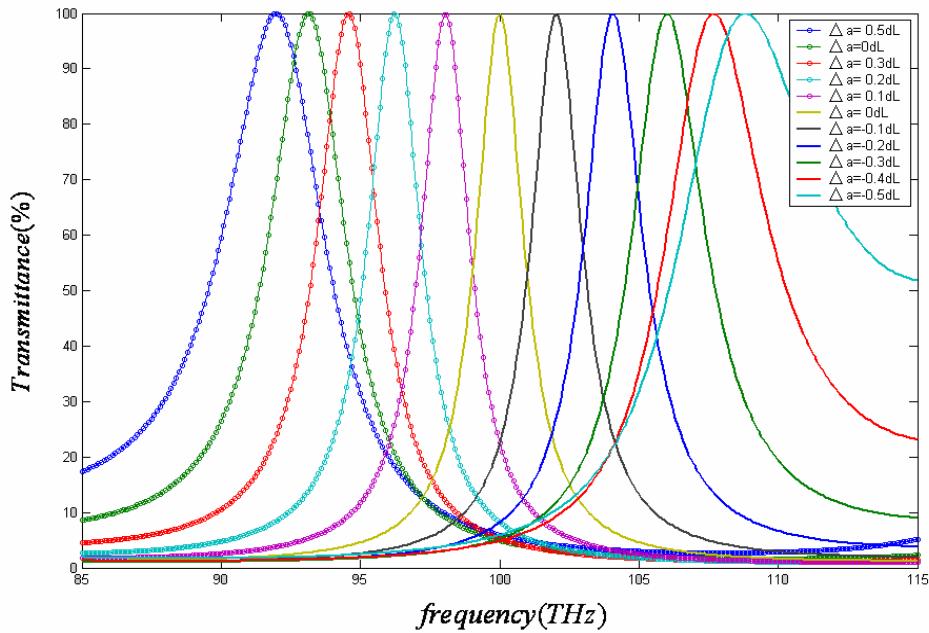


圖 3-2 調動模組在不同調動距離之穿透頻譜

( $n_H = 2$  ,  $n_L = 1$  ,  $d_H = 0.375\mu m$  ,  $d_L = 0.75\mu m$ )

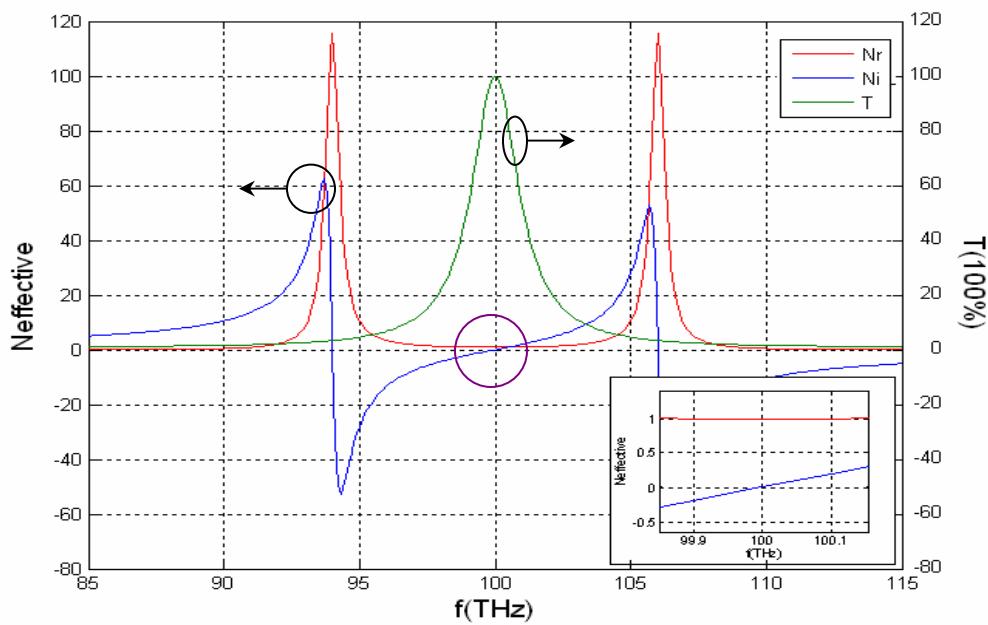


圖 3-3  $\Delta a = 0$  時在  $f$  為不同頻率下，波所看到的等效折射率變化，圖右下角為  
紫色區域的放大圖

接下來我們要以等效折射率以及阻抗匹配的觀點來探討可調式光子晶體模組中穿透頻譜的漂移。

首先注意到當調動距離 $\Delta a = 0$ 時，對晶體中有一缺陷態，在光子能隙中產生，其穿透頻率為100THz，表示當波的頻率為100THz入射到圖3-1中的紫色界面時，波所看到的折射率與入射環境(空氣  $n_{air} = 1$ )相等，因此在此界面上並無反射，圖3-3為不同頻率的波入射到圖3-1中紫色界面時所看到的等效折射率的變化。

圖3-3中紅色與藍色線分別代表等效折射率的實部與虛部，綠色線則表示當光子晶體模組調動距離為零時的穿透峰值，由圖3-3中我們可以發現，穿透頻率100THz所對應到的等效折射率為 $N_r=1$ 、 $N_i=0$ ，與入射環境(空氣  $n_{air} = 1$ )相等，即達到匹配，因此當波入射頻率為100THz時，並無看到界面的不連續，因此可全穿透；此外在100THz兩側的等效折射率有明顯的變化，這變化會使得100THz兩側的穿透率迅速降低，而使穿透頻率有較高的Q值。

接著我們將探討調動後的光子晶體模組影響穿透頻率的變化，當調動距離 $\Delta a = 0.2d_L$ 時，由圖3-2中可以發現穿透峰值由100THz變為96.22THz，由等效折射率的觀點亦可解釋穿透峰值的漂移。

由圖3-4中我們可以發現，穿透頻率96.22THz所對應到的等效折射率為 $N_r=1$ 、 $N_i=0$ ，與入射環境(空氣  $n_{air} = 1$ )相等，即達到阻抗匹配，因此當波入射頻率為96.22THz時，並無看到界面的不連續，因此可全穿透；此外在穿透頻率的兩側，等效折射率有明顯變化，意即波的入射頻率落在這兩側時，所看到的等效折射率與入射環境( $n_{air} = 1$ )的折射率相差很大且 $N_i \neq 0$ ，造成穿透率迅速降低，因此穿透頻率的Q值並不會有顯著的降低。接著我們將討論當調動光子晶體模組 $\Delta a = 0 \sim -0.5d_L$ 後，穿透峰值往高頻漂移，以及Q值降低的原因。

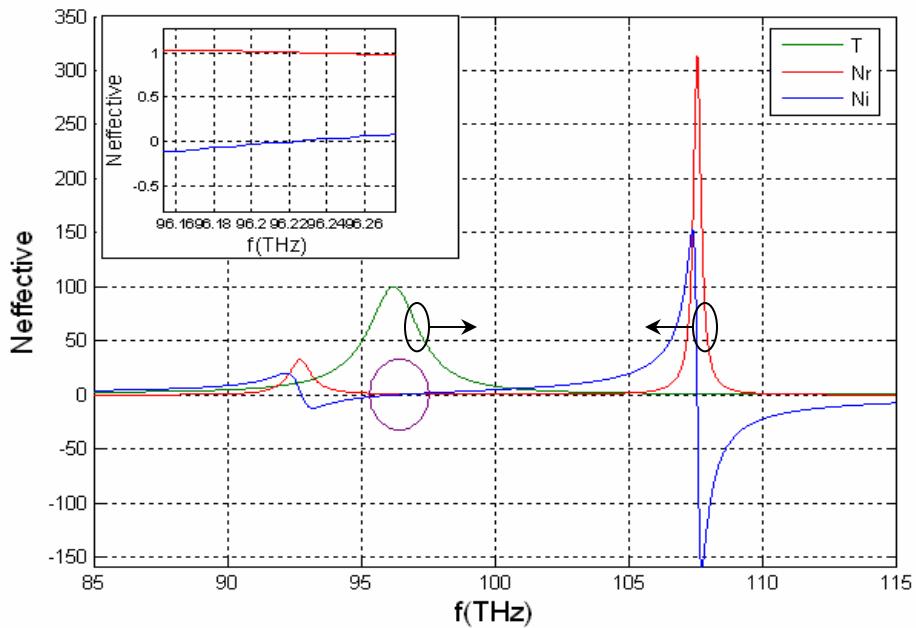


圖 3-4  $\Delta a = 0.2dL$  時不同頻率下，波所看到的等效折射率變化，圖左上角為紫色

#### 區域放大圖

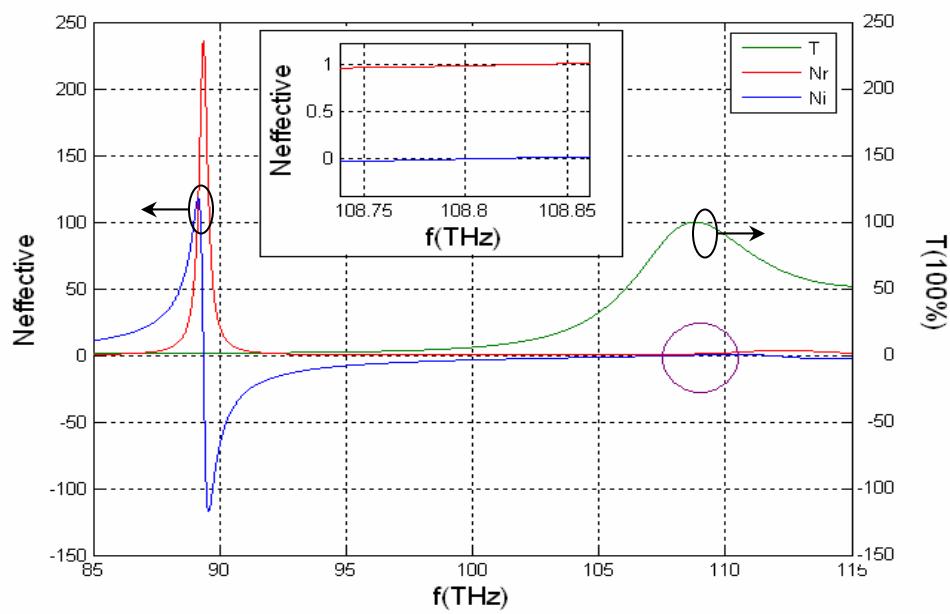


圖 3-5  $\Delta a = -0.5dL$  時不同頻率下，波所看到的等效折射率變化，中央圖示為紫色

#### 區域的放大圖

同樣地，由圖 3-5 中我們可以發現，穿透頻率 108.8THz 所對應到的等效折射率為  $N_r=1$ 、 $N_i=0$ ，與入射環境(空氣  $n_{air}=1$ )相等，即達到阻抗匹配，因此當波入射頻率為 108.8THz 時，入射波可全穿透。此外我們可以發現，穿透頻率 108.8THz 的 Q 值相較於未調動的穿透頻率有顯著的降低，尤其在比 108.8THz 更高頻的區域，仍保持有約有 50%的穿透率。由圖 3-5 中可以觀察到，在 108.8THz 右側高頻區域的等效折射率並無顯著變化，因此此區域頻率的波入射至光子晶體模組時，所看到折射率與空氣並無非常大的差異，穿透率便無明顯的下降；然而由圖 3-5 中也可發現，在低頻區域，如  $f=90\text{THz}$  時，其  $N_r$  值到達約 250，相較於空氣  $N_r=1$ ，等效折射率有很大的差異，因此對於低頻的穿透率有明顯的抑制效果。

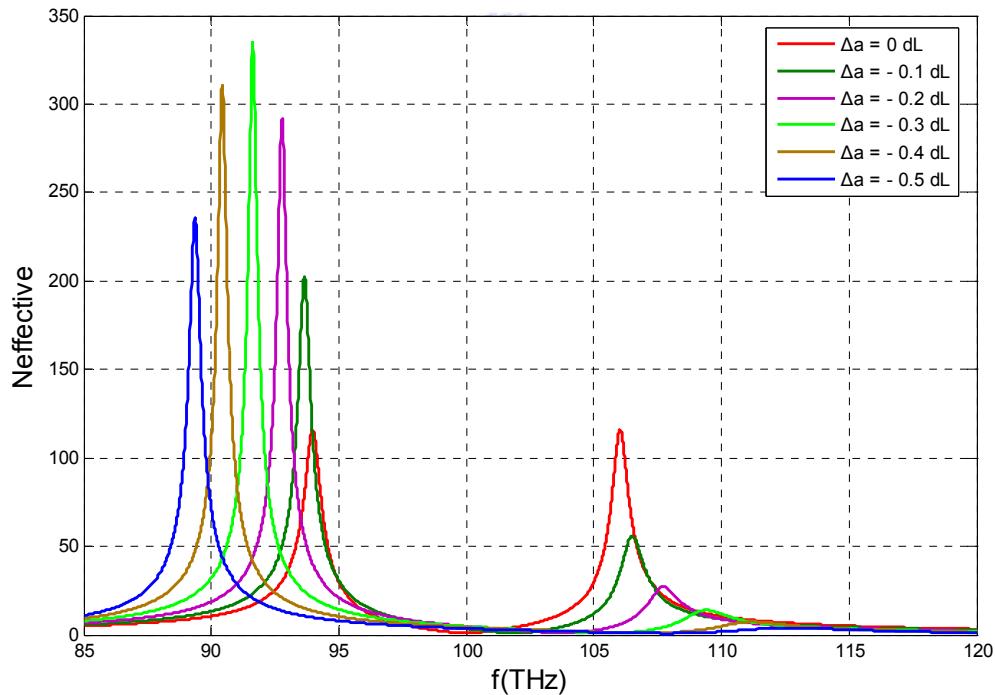


圖 3-6 不同調動距離下，等效折射率實部隨頻率的變化

針對光子晶體模組調動後對穿透 Q 的影響我們以圖 3-6 來做進一步的探討，圖 3-6 中表示在不同的調動距離  $\Delta a$  下，等效折射率實部隨頻率的變化，由之前的討

論知道，當等效折射率的  $N_r=1$ 、 $N_i=0$  所對應到的頻率即為穿透頻率。然而其穿透  $Q$  值則要以穿透頻率兩側的等效折射率來討論，圖 3-6 中我們可以發現，隨著調動距離不同，等效折射率實部也有明顯的變化，並且當調動層往缺陷層調動時( $\Delta a < 0$ )，在低頻部份的等效折射率實部  $N_r$  有劇烈的增加，當  $N_r$  變化到與空氣  $N_r=1$  差異越大時，也就是說入射波所看到的阻抗的差異非常大，因而造成穿透率的迅速降低；而高頻部份的  $N_r$  則有明顯的降低，使得高頻部份的折射率接近入射環境空氣的折射率，這個變化趨勢使得穿透頻率隨著  $\Delta a$  不同而往高頻漂移時，在穿透頻率的右側(高頻區)的穿透率不會迅速下降；反之在穿透頻率的左側(低頻區)的穿透率則會迅速下降，因而影響穿透  $Q$  值。

由上討論我們可以得到幾個結論：(1) 當入射波所看到的等效折射率與空氣相同時，亦即  $N_r=1$ ， $N_i=0$ ，則可完全穿透。(2) 當穿透峰值兩側的頻率所看到的等效折射率與空氣差異越大時，會使得穿透峰值兩側頻率的穿透率下降很快，因而造成  $Q$  值的增加。



# 第四章 全內反射鏡 (Omnidirectional reflector ODR)與 高穿透結構的介紹與設計

上一章我們成功以等效折射率的觀點來探討可調式光子晶體模組，在本章中我們要繼續以等效折射率的觀點，先來探討發光二極體(LED)內部結構中的下反射層，在此我們將探討下反射層設計方法中的全內反射鏡(Omnidirectional reflector ODR)，藉由 ODR 的高反射率將 LED 向下方發的光經由全反射向上而有機會由上方之穿透層出射至空氣中，進而提升 LED 的發光效率。此外我們也利用一維光子晶體的等效折射率觀點來控制波的阻抗匹配，設計對寬頻寬、寬角度的全內反射鏡。

## 4-1 全內反射鏡(ODR)



### 4-1.1 全內反射鏡(ODR)的介紹

為了在可見光波段得到高反射率，我們可以利用金屬反射鏡以及布拉格反射鏡(Distributed Bragg reflector DBR)，其中金屬反射鏡在可見光波段可以提供寬頻寬以及大角度的高反射，然而金屬卻有損耗的機制；而 DBR 結構可視為一維光子晶體，提供了光子禁帶(photon gap)，當入射波段落在此光子禁帶內將會被全反射，並且不會產生損耗，然而 DBR 的反射率與入射角度有關，隨著入射角度的增加，光子禁帶會朝高頻漂移，而使反射率降低。因此全內反射鏡(ODR)即提供一個無損耗機制且有一寬頻寬及大角度入射的反射頻譜。

在討論無論是 DBR 或是金屬的反射機制時，我們必須先考慮入射波的偏振，當 TM 波入射角度為 Brewster 角( $\phi_B$ )時，反射率為 0，其中  $\phi_B = \tan^{-1}(\frac{n_1}{n_2})$ ，而  $n_1$ 、 $n_2$  為

相鄰的兩個介質之折射係數，對 DBR 而言，隨著  $\phi_B$  發生，反射率也會有明顯的下降，因此我們若要使得 DBR 結構有大角度的反射率發生，便要針對 DBR 的結構參數稍作修正以避免  $\phi_B$  的產生[17]。此外還有包含金屬的三層結構之 ODR[18][19]，此三層結構 ODR 主要是藉由金屬的折射率為一複數，且其實數部分相較於半導體折射率來的小很多，而虛數部分則大很多，用以避免 TM 波入射時， $\phi_B$  的發生使反射率降低。

由(4.1.1)式可清楚看出，若要維持高反射率，則要使  $\frac{n_m}{n_s}$  達到最小且  $\frac{k_m}{n_s}$  達到最大值。

$$\tan \phi_B = \frac{n_m}{n_s} + i \frac{k_m}{n_s} \quad (4.1.1)$$

其中金屬折射率  $N_m = n_m + ik_m$ 、半導體折射率為  $n_s$

## 4-1.2 全內反射鏡的設計與探討

在本節中我們要探討如何以一維光子晶體的等效折射率法來設計多層介質結構以符合 LED 中所需要的 ODR，在此我們主要針對可用於照明用的 LED 做設計，即需要寬頻寬(半高寬約為 25nm 以上)以及寬角度的高反射，其目的是為了在相同電流激發條件下增加發光的效率。

因為 LED 發光光源無特定的偏極化，因此我們必須同時考慮 TE 以及 TM 波的反射率，由上一節中我們可以知道， $\phi_B$  是使 TM 波反射率大大降低的一個主要因素，因此我們首要避免  $\phi_B$  的產生，為了要避免  $\phi_B$  的產生由(4.1.1)可知我們必須使  $\frac{n_m}{n_s}$

達到最小，且  $\frac{k_m}{n_s}$  達到最大值。除了金屬以外，我們在本節中試著以多層介質結構來滿足上述條件，首先我們考慮在一維光子晶體結構中，若週期數越多反射率越高以及磊晶成本的考量，我們選取 10-pairs 的 DBR 先做討論，以目前磊晶常用之材料

$TiO_2 / SiO_2$  為例，當 LED 發光中心頻率  $f_0 = 659.3THz$  (中心波長為  $455nm$ ) 情況下， $TiO_2 / SiO_2$  折射率分別為  $n_{TiO_2} = 2.52$  、  $n_{SiO_2} = 1.48$  。圖 4.1 為利用穿透矩陣法 TMM 算出在 LED 發光中心頻率  $f_0 = 659.3THz$ ，以入射角度  $0 \sim 90$  度入射至此 DBR 結構下反射率的變化：

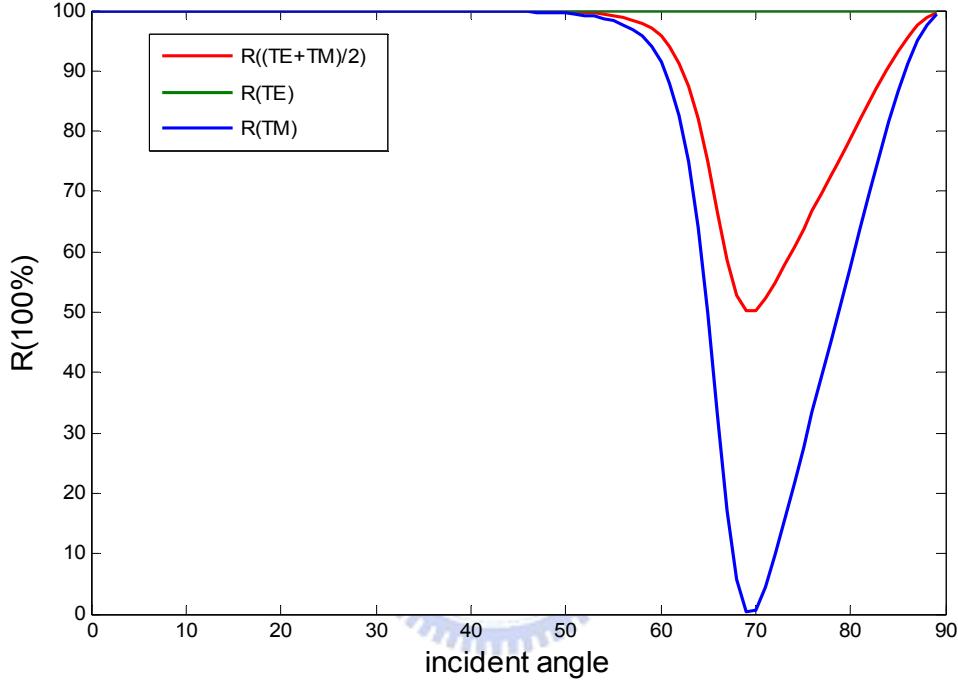


圖 4-1 中心頻率  $f_0 = 659.3THz$  ( $\lambda_0 = 455nm$ ) 依不同角度由空氣入射至 DBR 反射率的變化

圖 4-1 中紅色線代表平均反射率  $R = (R_{TE} + R_{TM})/2$ ，綠色與藍色線分別代表 TE 與 TM 波的反射率，由圖中我們發現入射光波角度大於 60 度時，反射率會迅速降低，這是因為 TM 波有 Brewster 角( $\phi_B$ )的產生，因此若要在各角度維持高反射率，首要需針對  $\phi_B$  做修正，由上一節的討論中知道，要避免  $\phi_B$  的產生，則結構的折射率實部必須比虛部小很多，對 DBR 介質結構而言，波以中心頻率正向入射時的等效折射率是一純實數值，因此我們必須改變每一層的厚度來滿足上述條件。接下來我們要討

論如何選取介質的厚度：

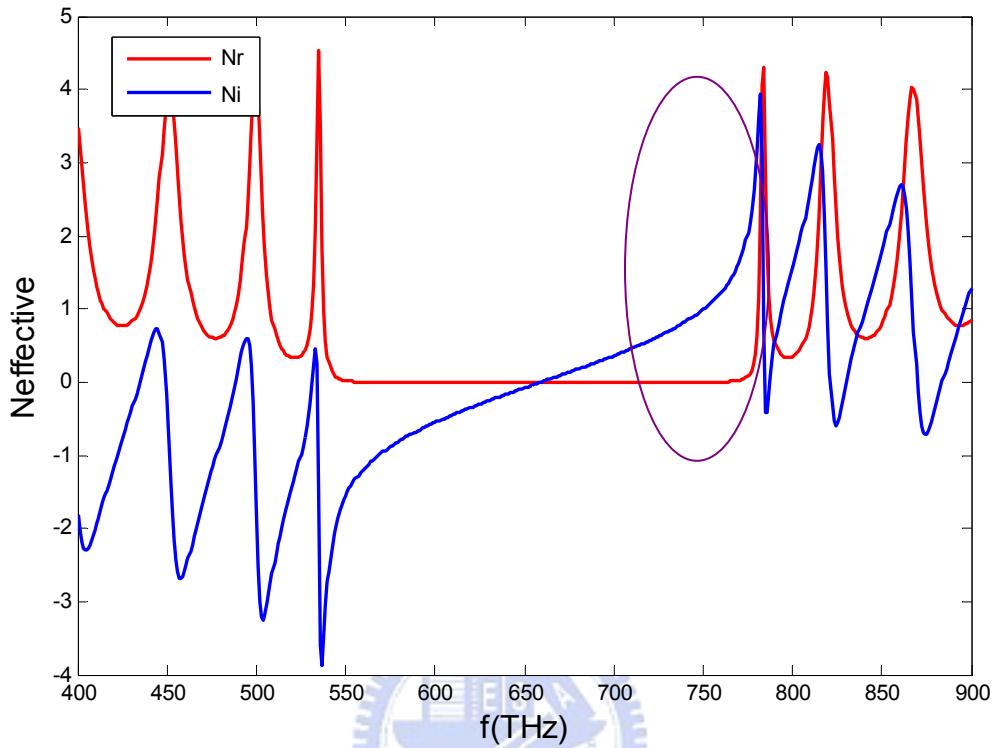


圖 4-2 波正向入射至 10-pairs  $TiO_2 / SiO_2$  DBR，等效折射率實部 Nr 與虛部 Ni 對入射光頻率的變化

圖 4-2 為波正向入射至 DBR，其等效折射率隨頻率的變化，由圖中可以發現中心頻率  $659.3\text{THz}$  ( $\lambda_0 = 455\text{nm}$ ) 所對應到的等效折射率為一純實數，由(2.2.8)式代

入每層厚度為四分之一波長後，可求得相位  $\phi = \beta d = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$ ，因此公式可簡化為

$$N_{eff} = \frac{n_2^2}{n_3} \text{，依此類推最後可得到 p 週期的 DBR 結構其等效折射率為}$$

$$N_{eff} = \left( \frac{n_L}{n_H} \right)^{2p} \times n_0 \text{，其中 } n_0 \text{ 為空氣折射率。因此在中心頻率的等效折射率為}$$

$$\left( \frac{1.48}{2.52} \right)^{20} = 2.3835 \times 10^{-5} \text{，與理論計算相同，而我們所需要的折射率為 } Ni \gg Nr \text{，即}$$

圖 4-2 中紫色區域，以此區域中的頻率入射至 DBR，根據(4.1.1)式即可避免  $\phi_B$  的發生，進而在各角度皆可維持高反射率。至此我們了解若結構本身參數維持不變，為了避免  $\phi_B$  的發生，則必須改變入射頻率為  $f'$ ，代表在  $f'$  頻率下，光經過 DBR 每層所產生的相位變化  $\varphi'$  可滿足  $Ni >> Nr$  的條件，因此在 LED 發光中心頻率  $f_0 \neq f'$  的情況下，為了滿足相位條件，必須改變 DBR 每層厚度為  $d'$ 。若 DBR 設計滿足相位  $\varphi'$ ，就會在  $f'$  上產生高反射率。

$$\text{相位條件: } \varphi' = k'd = \frac{2n\pi}{\lambda'} \frac{\lambda_0}{4n} = \frac{\pi}{2} \frac{\lambda_0}{\lambda'} = \frac{\pi}{2} \frac{f'}{f_0} \quad (4.1.2)$$

其中  $k'$  為頻率  $f'$  的波向量(wave vector)， $d$  為 DBR 每一層厚度( $\frac{\lambda_0}{4n}$ )

(4.1.2)式表示若要滿足  $Ni >> Nr$  情況下的相位  $\varphi$ 。

$$d' = \frac{\varphi'}{k} = \frac{\frac{\pi}{2} \frac{\lambda_0}{\lambda'}}{2n\pi} = \frac{\lambda_0^2}{4n\lambda'} = \frac{cf'}{4nf_0^2} \quad (4.1.3)$$

其中  $k$  為中心頻率  $f_0$  的波向量(wave vector)， $c$  為真空中光速， $d'$  為改變後的厚度

(4.1.3)式表示當發光中心頻率  $f_0$  入射時，為了維持相位  $\varphi'$ ，而所做的厚度改變。

因此若設計 DBR 層每一層  $d' = \frac{cf'}{4nf_0^2}$  時，就可以在  $f_0$  入射時讓  $\varphi'$  產生同時也產生  $Ni >> Nr$  之情形，因而產生在  $f_0$  之高反射率的設計。

接著我們選取  $f' = 760THz$  的情況來做驗證，每層厚度  $d'$  由(4.1.3)所決定，分別為  $d_H' = 52nm$ 、 $d_L' = 89nm$  入射頻率為  $f_0 = 659.3THz(\lambda_0 = 455nm)$ ，其反射率隨入射角度的變化如圖 4-3：

由圖 4-3 可以發現，反射率皆維持在 99%以上。以上我們討論了如何在單一頻率入射情況下，以大角度入射皆維持高反射率。為了討論方便，以下我們將 10-pairs

$TiO_2 / SiO_2$  每層厚度為  $d'$  的結構簡稱為結構A。

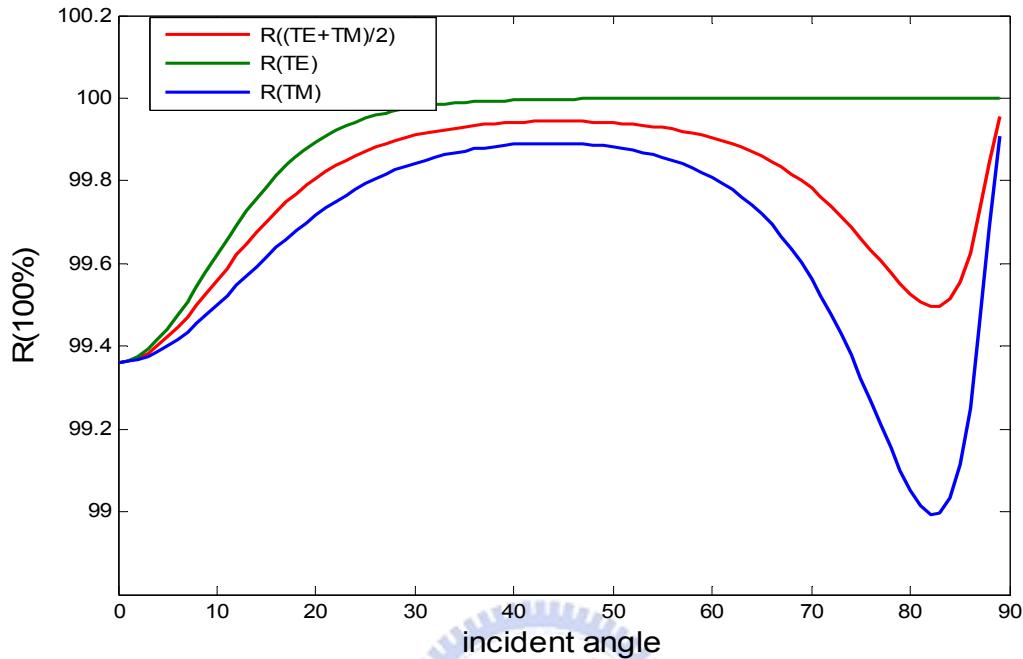


圖 4-3 頻率  $f_0 = 659.3\text{THz}$  ( $\lambda_0 = 455\text{nm}$ ) 入射至 10-pairs  $TiO_2 / SiO_2$  每層厚度改為  $d' = \frac{cf'}{4nf_0^2}$  分別為  $d_H' = 52\text{nm}$ 、 $d_L' = 89\text{nm}$  時，反射率隨入射角度的變化

首先了解到當每層厚度改為  $d'$ ，會造成整個反射頻譜的漂移，假設漂移後頻譜的中心頻率為  $f_0''$ ，由(4.1.3) (4.1.4)可得知漂移後的中心頻率  $f_0''$  為：

$$d' = \frac{\lambda_0''}{4n} = \frac{cf'}{4nf_0^2} = \frac{c}{4nf_0''} \rightarrow f_0'' = \frac{f_0^2}{f'} \quad (4.1.4)$$

由(4.1.4)得知漂移後的中心頻率  $f_0'' = 571.94\text{THz}$ ，即禁帶往低頻漂移如圖 4-4。

由圖 4-4 可以發現，入射角度由 0 度至 80 度反射率在  $610\text{THz} \sim 670\text{THz}$  ( $447\text{nm} \sim 491\text{nm}$ ) 波段仍維持在 96%以上，其中  $R = \frac{R_{TE} + R_{TM}}{2}$ ，然而 LED 應用在照明系統時，需較大的頻寬，因此我們藉由異質結構來增加反射頻寬[20][21][22]。

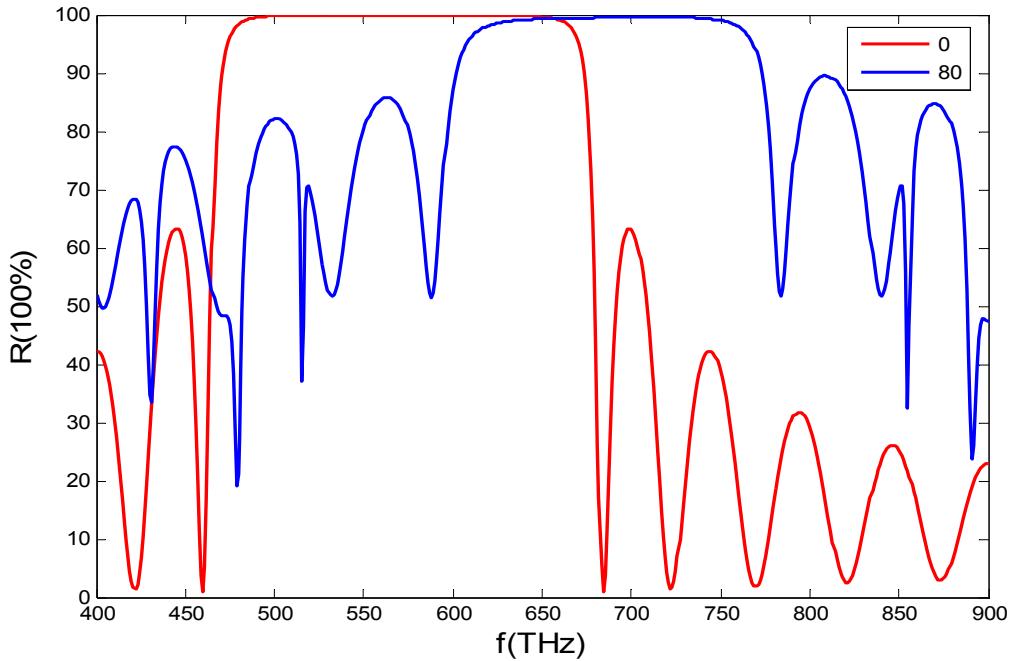


圖 4-4 以入射角 0 度及 80 度入射至結構A的反射頻譜

由於結構A禁帶往低頻漂移，因此為了確保高頻波段的波亦可維持高反射率，我們加入 10-pairs  $TiO_2 / SiO_2$  DBR，其中心頻率即為發光中心頻率  $f_0 = 659.3\text{THz}$ 。為了討論方便起見，以下我們將 10-pairs  $TiO_2 / SiO_2$  DBR，每層厚度  $d = \frac{\lambda_0}{4n}$ ，其厚度分別為  $d_H = 45\text{nm}$ 、 $d_L = 77\text{nm}$ ，的週期結構稱為結構B。

接下來我們以結構A+結構B來表示結構A與結構B組合而成的異質結構，圖 4-5 為不同頻率波入射至結構A+結構B，入射角分別為 0 度及 80 度情況下反射率對頻率的變化，其中  $R = \frac{R_{TE} + R_{TM}}{2}$ ，由圖中可發現  $612\text{THz} \sim 774\text{THz}$  ( $387\text{nm} \sim 490\text{nm}$ ) 頻段在大角度入射仍維持反射率 96%以上。相較於結構A，高反射率頻寬大 102 個THz(59nm)，滿足LED在照明系統上所需要的寬頻寬及大角度的條件。

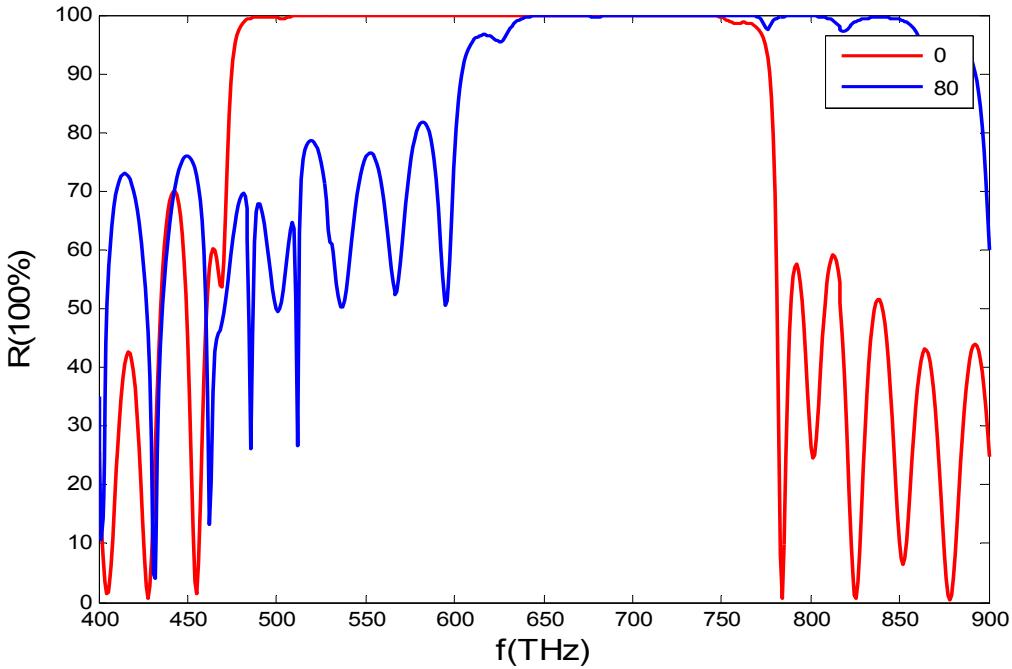


圖 4-5 以入射角 0 度及 80 度入射至結構A+結構B的反射頻譜

以上我們利用了結構A來避免 $\phi_B$ 的產生，結構B來增加頻寬，以達到寬頻寬及大角度維持高反射率的條件，接著我們要討論如果不考慮 $\phi_B$ ，單純的利用異質結構來增加頻寬，是否可以達到一樣的效果。考慮材料同為 $TiO_2 / SiO_2$ ，中心頻率分別為 485THz(618nm)與 659.3THz(455nm)的 10-pairs DBR結構，所組合成的異質結構我們稱為結構C。

圖 4-6 中可發現，在 0 度入射時的反射頻寬比結構A+結構B來的大，但在斜向入射時便會產生 $\phi_B$ ，使得反射率降低。以下我們以表 4-1 來比較各個結構下對角度的平均反射率以及可用頻寬(禁帶頻寬)。

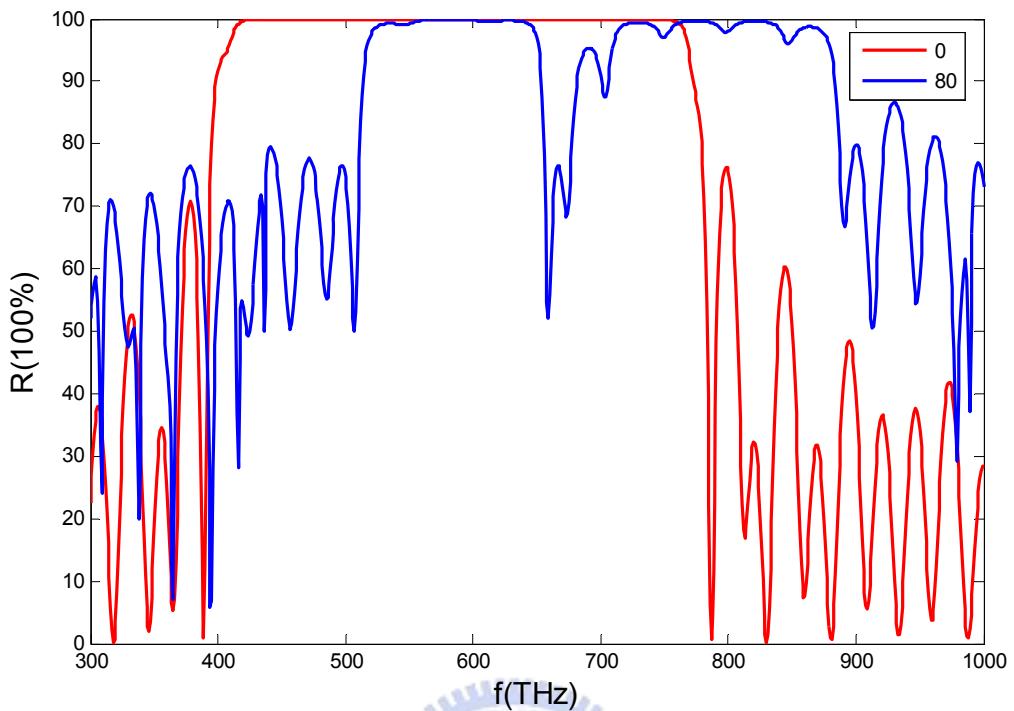


圖 4-6 (a)以入射角 0 度及 80 度入射至結構 C 的反射頻譜

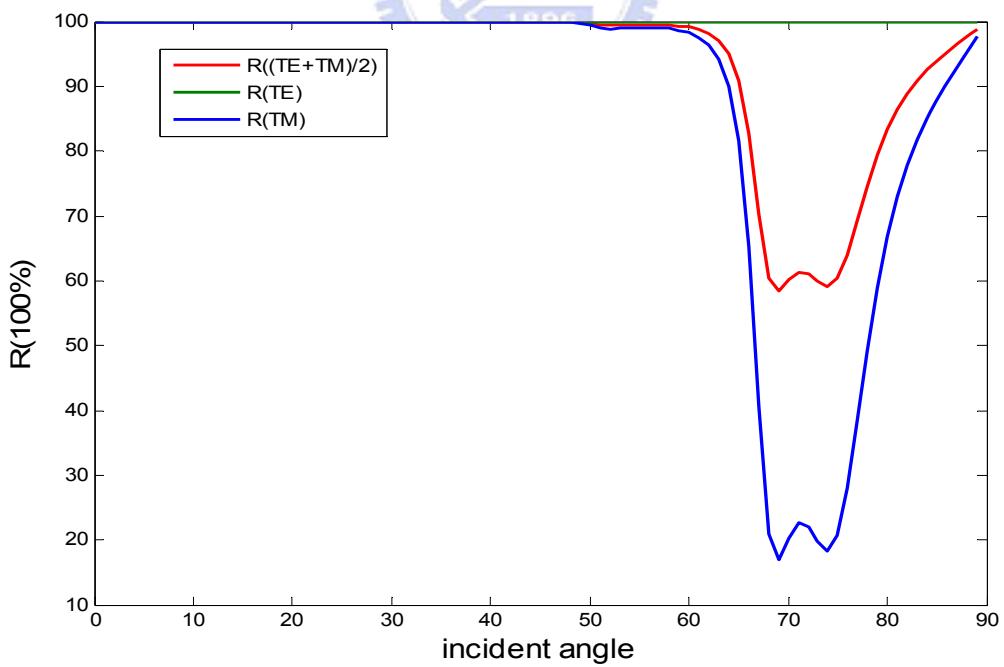


圖 4-6 (b) 以中心頻率  $f_0$  入射至結構 C，反射率對角度的變化

名稱	結構 每層厚度	禁帶頻寬 $\Delta f$ ( $\Delta \lambda$ ) (R>96%)	頻率 $f_0$ 入射，入射角度 0~90 度的平均反射率
結構 A	10-pairs $TiO_2 / SiO_2$ $d' = \frac{cf'}{4nf_0^2}$ ( $f' = 760THz$ ) $d_H' = 52nm$ 、 $d_L' = 89nm$	610THz~670THz (448nm~492nm) $\Delta f = 60THz$ $\Delta \lambda = 44nm$	99.7694%
結構 B	10-pairs $TiO_2 / SiO_2$ $d = \frac{c}{4nf_0}$ $d_H = 45nm$ 、 $d_L = 77nm$	707THz~772THz (389nm~424nm) $\Delta f = 65THz$ $\Delta \lambda = 35nm$	91.9382%
結構 A+結構 B	10-pairs $TiO_2 / SiO_2$ $d' = \frac{cf'}{4nf_0^2}$ ( $f' = 760THz$ ) +10-pairs $TiO_2 / SiO_2$ $d = \frac{c}{4nf_0}$	612THz~774THz (387nm~490nm) $\Delta f = 162THz$ $\Delta \lambda = 103nm$	99.9698%
結構 C	10-pairs $TiO_2 / SiO_2$ $d = \frac{c}{4nf}$ ( $f = 485THz$ ) ( $d_H = 61nm$ 、 $d_L = 104nm$ ) +10-pairs $TiO_2 / SiO_2$ $d = \frac{c}{4nf_0}$	518THz~768THz (390nm~580nm) $\Delta f = 250THz$ $\Delta \lambda = 190nm$	90.4945%

表 4-1 各結構的禁帶頻寬及角度的平均反射率

接著我們要考慮 LED 的實際情形，包含基板(藍寶石 Sapphire)以及半導體層(GaN) 其結構及反射率頻譜，其中  $R = \frac{R_{TE} + R_{TM}}{2}$  :

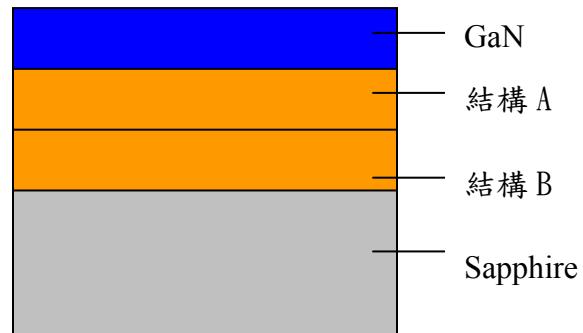


圖 4-7 (a) LED 中 ODR 的位置結構

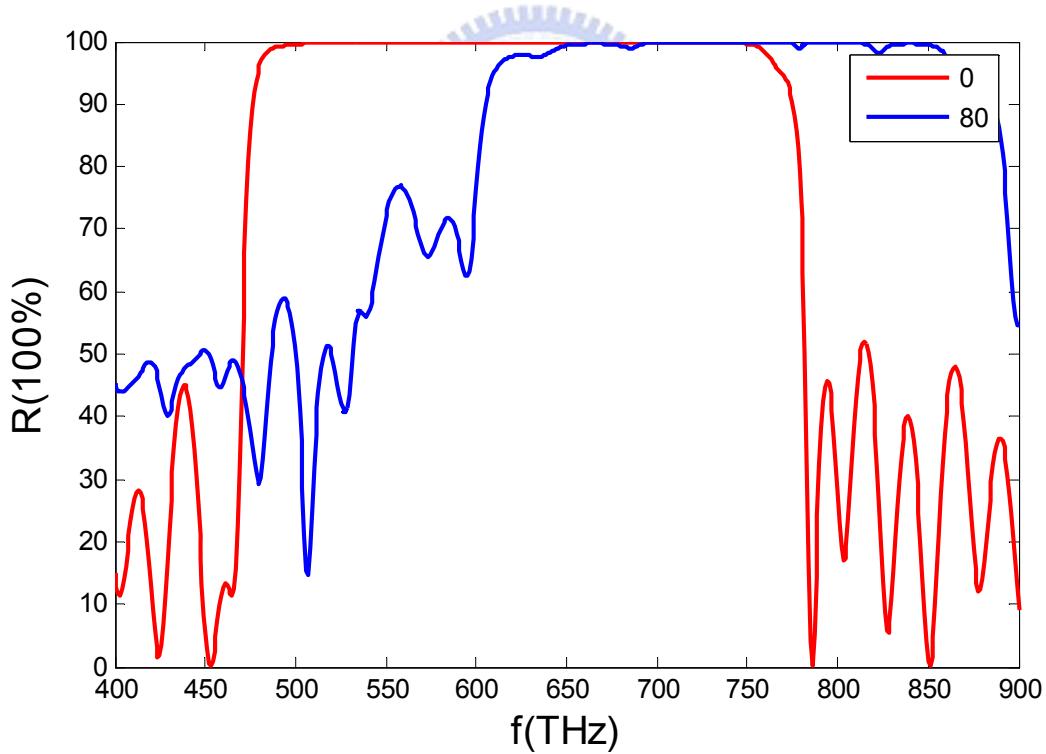


圖 4-7 (b) 發光波長以入射角 0 度及 80 度入射至(a)的反射頻譜

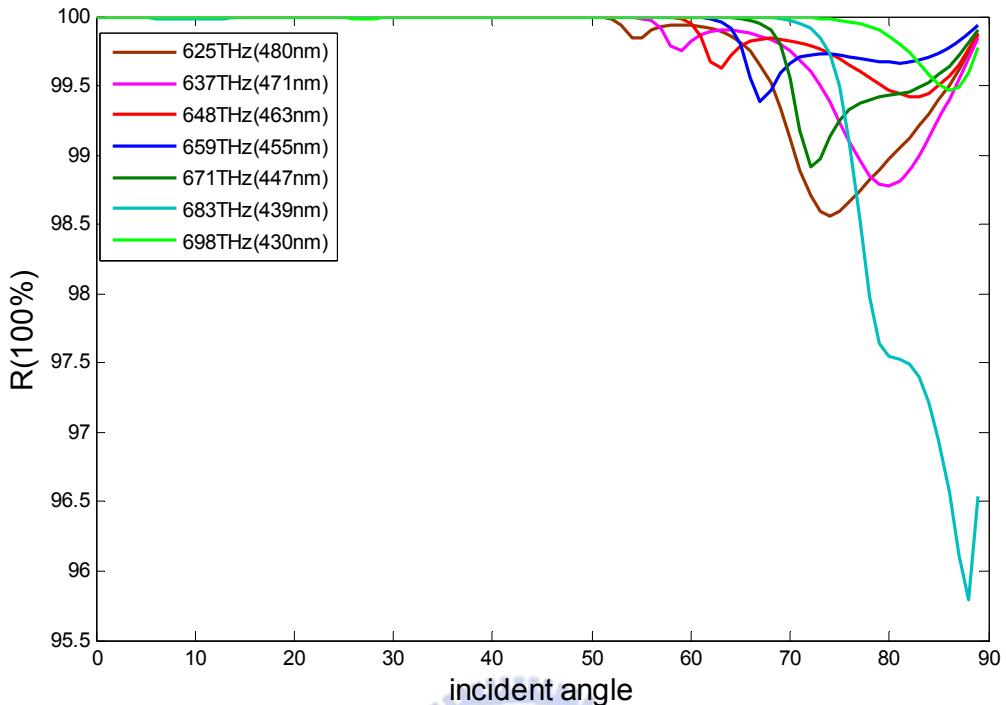


圖 4-7(c) 不同波長下入射至圖 4-7(a)結構下，反射率對入射角度的變化

圖4-7(b)可以知道612THz~766THz (391nm~490nm)皆維持在高反射率( $R>96\%$ )，圖4-7(c)為所需頻寬內，不同波長反射率隨入射角度的變化，由此兩圖得知我們所需要的寬頻寬及大角度的高反射率可以藉由結構A+結構B達成。

為了更精確的探討每個波長入射至結構B(DBR結構)以及結構A+結構B，在不同角度下的反射率大小，我們將每個波長在0~90度的反射率做平均，得到每個波長下對入射角度每隔0.5度的平均反射率 $\bar{R}$ ，其波長對 $\bar{R}$ 作圖如圖4-8所示：

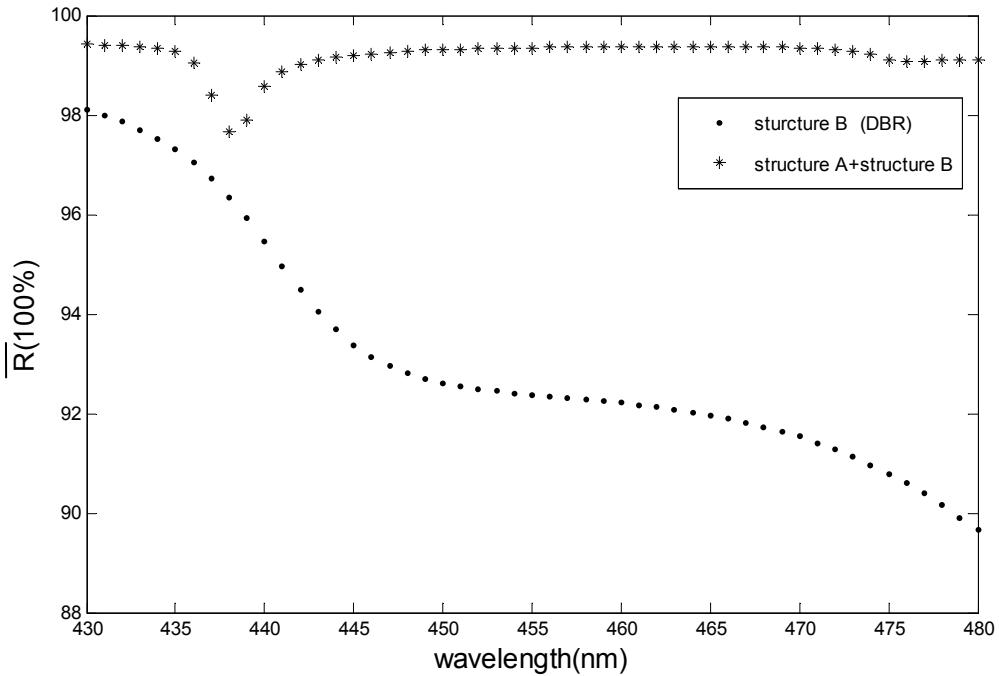


圖4-8 不同波長所對應的入射角度平均反射率  $\bar{R}$  做圖

由圖4-8可得知，入射至結構A+結構B的情況下，在每個波長所對應到的入射角度的平均反射率  $\bar{R}$ ，除了在437nm左右會降至97.67%，其餘波段皆可維持在99%左右，相較於結構A的情況，更能顯示出其在寬頻寬及寬角度皆能維持高反射率的特性，因此我們可藉由多層介質的結構A與結構B的組合結構來達到寬頻寬及大角度的高反射率目標。

#### 4-2 高穿透率結構---邊緣濾波器(Edge Filter)

由4-1節我們已經設計出一寬頻寬以及大角度下的全反射鏡，藉由異質結構可將射至基板的光經由反射而有機會從正向出射至空氣中。接著在本節中，我們將藉由阻抗匹配的觀念來設計一個正向或背向皆為高穿透結構的雙向出光LED。

## 4-2.1 邊緣濾波器(Edge Filter)介紹

在本小節中我們首先介紹一種寬頻高穿透的邊緣濾波器(edge filter)[23]，希望藉由邊緣濾波器來達到照明用LED所需要的寬頻寬同時也容許大角度的光出射。邊緣濾波器的結構如圖4-9：

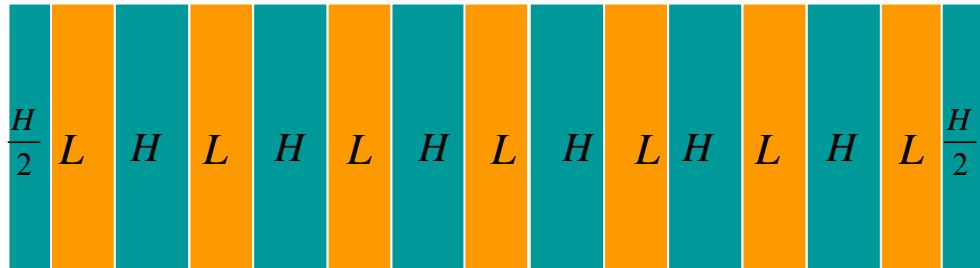


圖4-9 長波濾波器(longwave pass filter)

圖4-9為兩種不同介質交互組合而成的長波濾波器(longwave pass filter)結構，其中H、L分別代表兩種不同介質的高低折射率，H層厚度為 $\frac{\lambda}{4n_H}$ 、L層厚度為 $\frac{\lambda}{4n_L}$ 、

$\frac{H}{2}$ 厚度為 $\frac{\lambda}{8n_H}$ ， $\lambda$ 為禁帶的中心頻率。我們同樣選用 $TiO_2 / SiO_2$ 材料做設計，此結

構的穿透頻譜如圖4-10。

圖4-10為禁帶中心頻率為1000THz的穿透頻譜圖，由圖中我們可以發現高頻區的穿透率會隨頻率不同而快速震盪，在低頻區的穿透率變化較為緩和且皆維持高穿透率。由4-1節中我們知道，穿透頻帶會隨著入射角度增加而往高頻區漂移，因此我們可以利用長波濾波器在低頻區皆可維持高穿透率的特性，使斜向入射的波即使因為穿透頻帶往高頻漂移，仍可維持高穿透率。

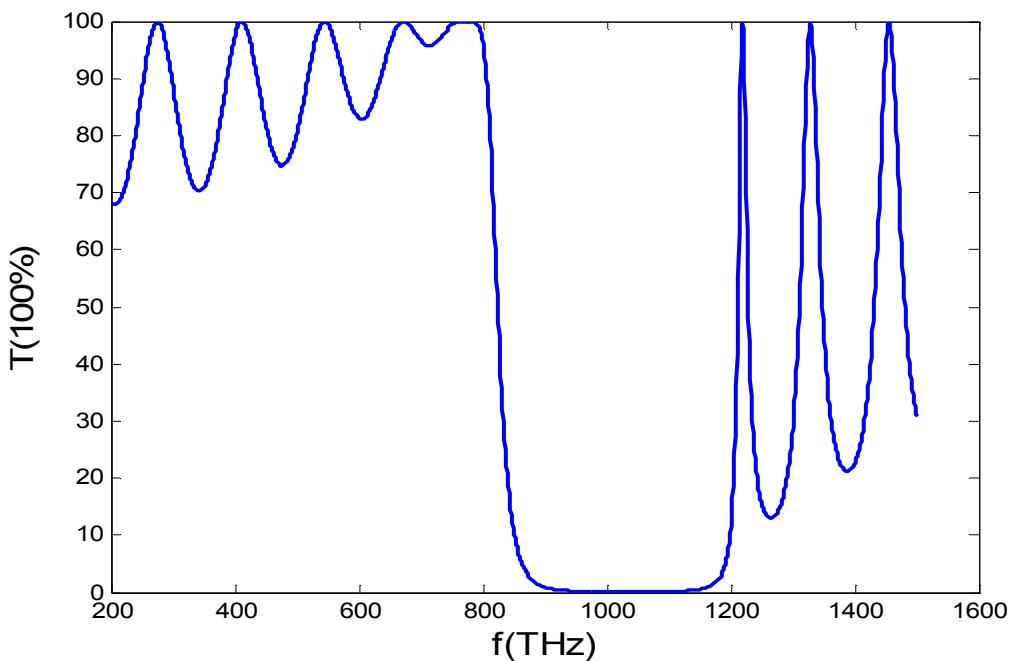


圖 4-10 為波正向入射至長波濾波器結構的穿透頻譜

#### 4-2.2 邊緣濾波器應用在LED

在本節我們要將邊緣濾波器應用到LED，藉由邊緣濾波器有一高且寬的穿透頻帶來提高LED的發光效率。其結構如圖4-11：

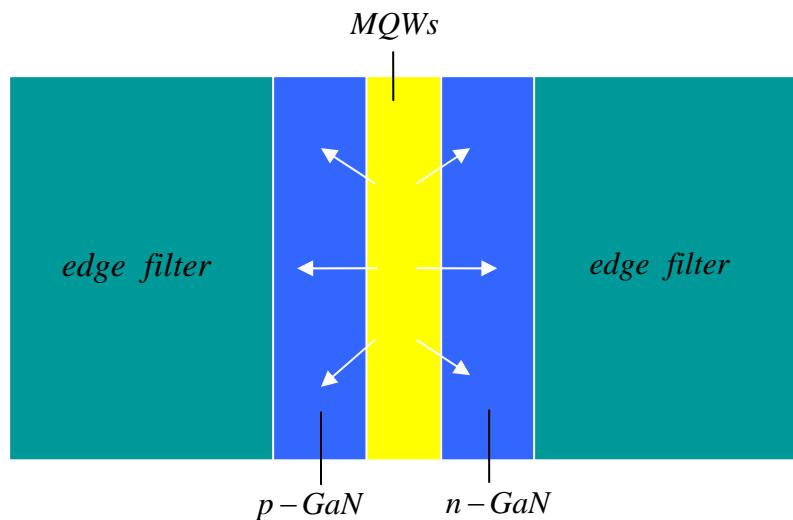


圖4-11 邊緣濾波器應用在LED的結構示意圖

圖4-11為邊緣濾波器應用在LED上的結構示意圖，其中邊緣濾波器結構如圖4-9所示。LED發光頻率(波長)為  $f_0 = 659.3\text{THz}(\lambda_0 = 455\text{nm})$ ，為了在發光頻率附近有寬且高的穿透率，因此我們設定邊緣濾波器每層的厚度為  $d = \frac{\lambda}{4n}$ ，其中  $d_H = 30\text{nm}$ 、 $d_L = 51\text{nm}$ ， $\lambda = 300\text{nm}(f = 1000\text{THz})$ ，其穿透頻譜如圖4-10，由圖中可以發現在發光頻率659.3THz附近有寬且高的穿透率，然而發光頻率附近的穿透率會隨著頻率不同而有些微震盪，這是因為GaN與邊緣濾波器以及邊緣濾波器與空氣間的阻抗不匹配所造成，因此為了讓穿透率震盪可以減緩，我們在GaN與邊緣濾波器之間以及邊緣濾波器與空氣之間各加入一層抗反射層(antireflection layer，AR)使反射減少，以提高穿透率，其加入抗反射層後的結構如圖4-12：

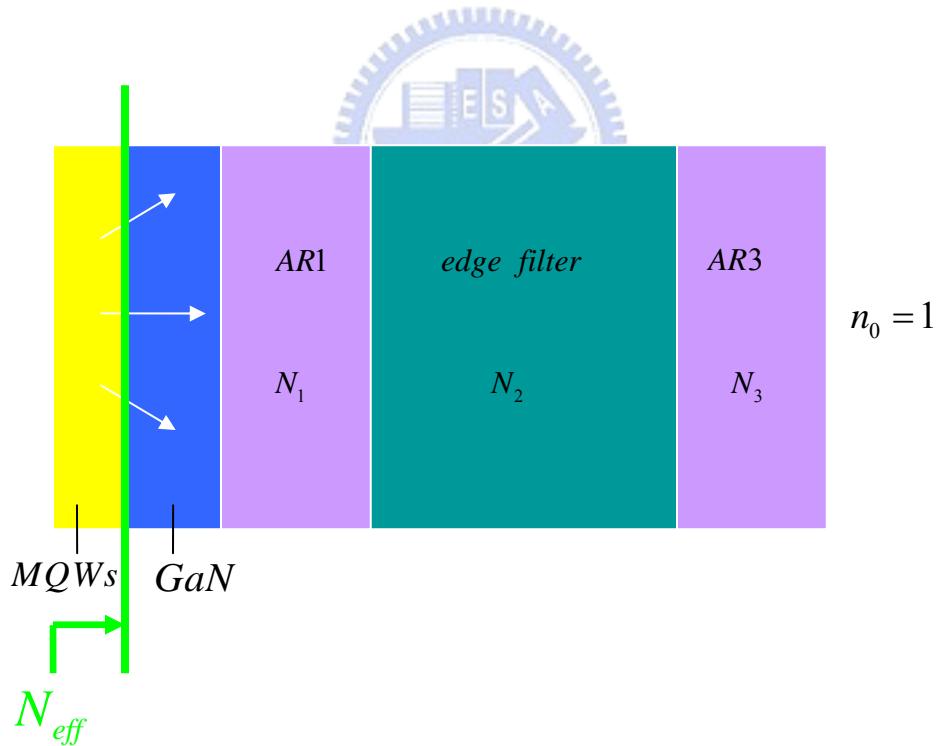


圖4-12 LED加入邊緣濾波器以及抗反射層(AR)結構

圖4-12為圖4-11右側結構中加入兩層抗反射層(AR)的示意圖，而左側結構與右

側對稱。其中GaN折射率  $N_{GaN} = 2.45$ ，邊緣濾波器由左側看入的等效折射率為  $N_{2left} \approx 1.23$ ，GaN與邊緣濾波器中間的抗反射層在此稱為AR1，其折射率  $N_1 = \sqrt{N_{GaN} \times N_{2left}} \approx 1.4$ 、厚度  $d_1 = \frac{\lambda_0}{4N_1} = 81nm$ ， $\lambda_0$  為發光中心波長455nm；邊緣濾波器由右側看入的等效折射率為  $N_{2right} \approx 2.06$ ，邊緣濾波器與空氣中間的抗反射層稱為AR3，其折射率  $N_3 = \sqrt{N_{2right} \times n_0} \approx 1.74$ 、厚度  $d_3 = \frac{\lambda_0}{4N_3} = 65nm$ ， $\lambda_0$  為發光中心波長455nm。圖4-13為圖4-12結構穿透頻譜與沒有加入抗反射層的穿透頻譜(分別利用穿透矩陣TMM以及FDTD模擬)：

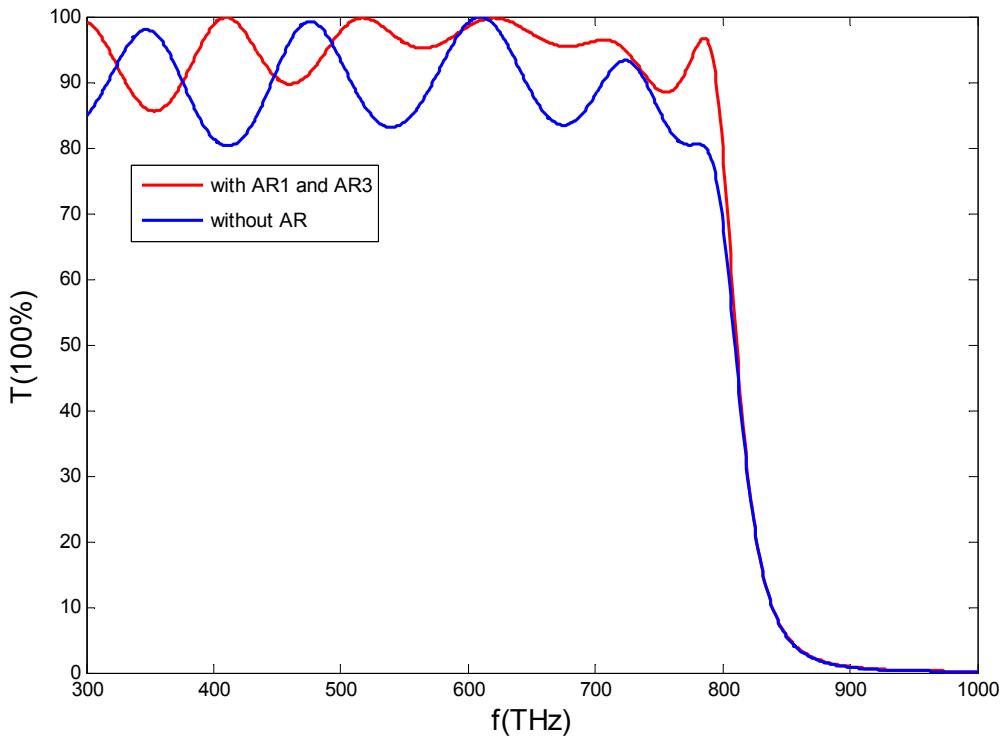


圖4-13 (a)LED光波正向入射至圖4-12結構中，未加入抗反射層與加入抗反射層後的穿透頻譜(利用穿透矩陣TMM計算而得)

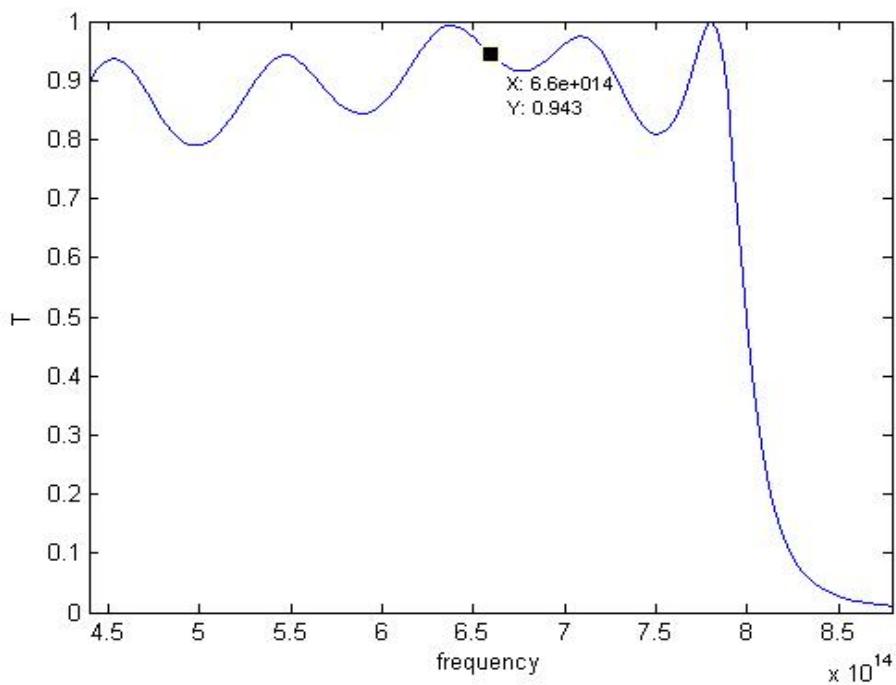


圖4-13 (b) LED光波正向入射至圖4-12結構中，加入抗反射層的穿透頻譜圖  
(利用FDTD模擬結果)

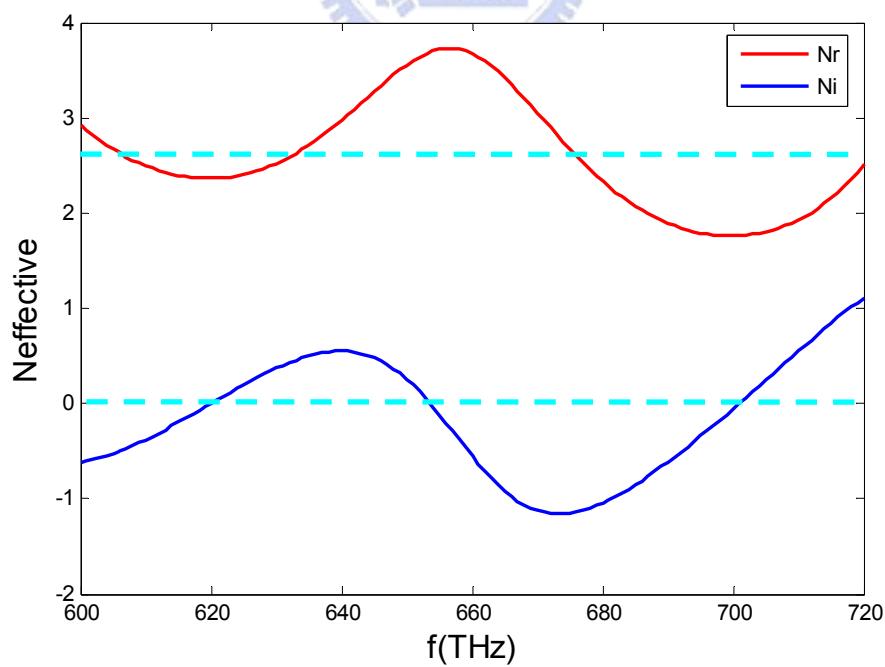


圖4-14 光由MQWs正向入射情況下， $N_{eff}$  隨頻率不同的變化

以下為了方便討論，我們將圖4-12中綠色線右側之結構稱為穿透結構。

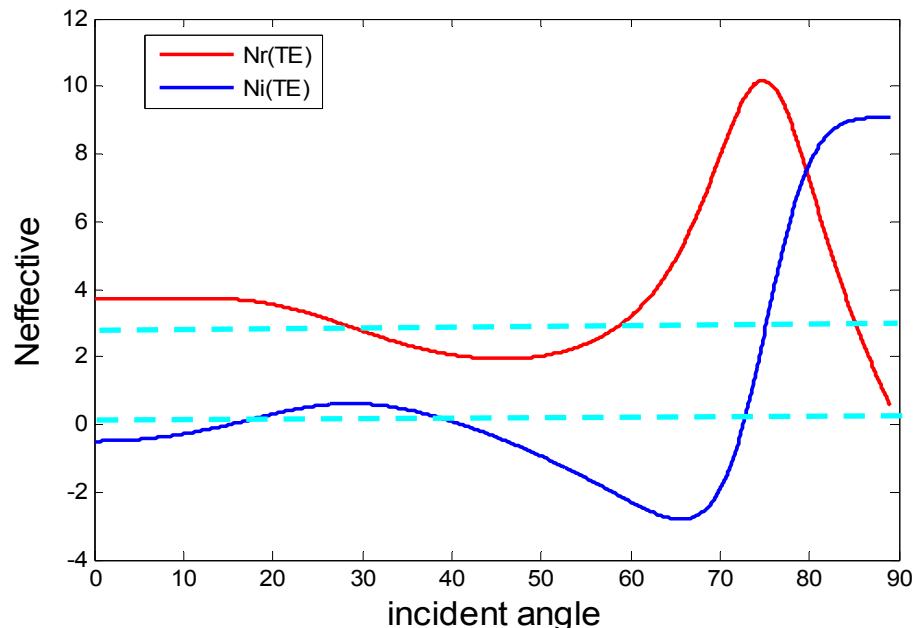
圖4-13為LED光由MQWs( $n \approx 2.65 - 0.00039i$ )正向出射經由穿透結構至空氣的穿透率頻譜。由上圖可發現，在加入抗反射層後的穿透頻譜在發光中心頻率附近的穿透率變化明顯緩和，在所需頻寬內(625THz~700THz、455nm~480nm)穿透率皆在90%以上，並且因為穿透頻帶很寬，因此即使因為入射角度不同而使得穿透頻帶向高頻漂移，在發光中心頻率附近所需的頻寬內(625THz~700THz、455nm~480nm)仍可維持高穿透率，以下我們便要根據等效折射率的觀點，針對不同角度入射做更詳細的討論。

由(2.2.8)得知 $N_{eff}$ 為入射波向量 $\beta$ 的函數， $\beta$ 與入射頻率成正比，所以對不同之入射頻率， $N_{eff}$ 的實部與虛部會隨著頻率不同而變化。

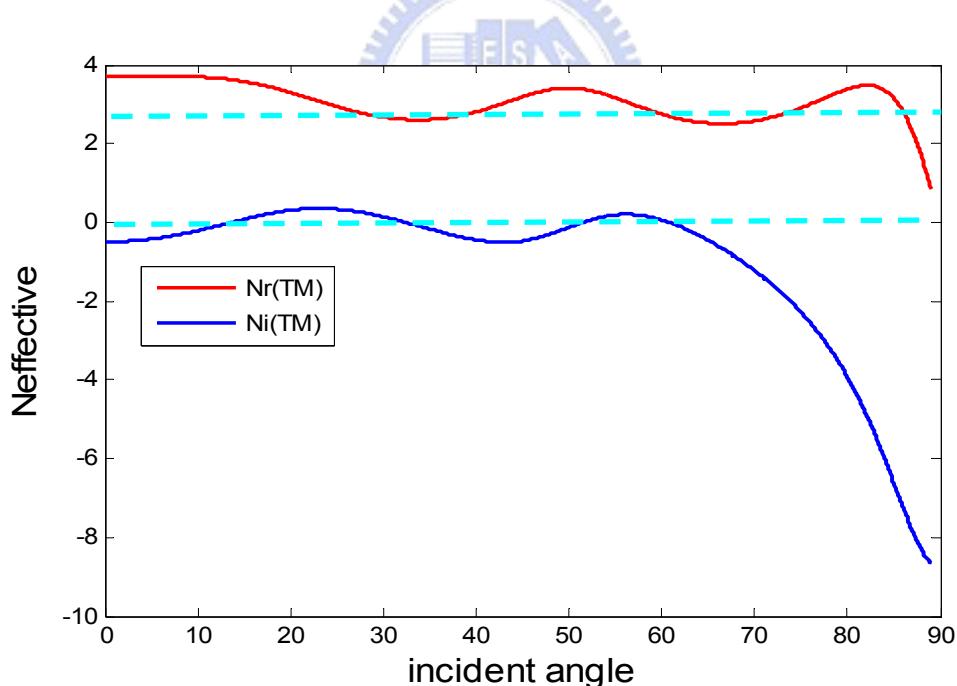
圖4-14為圖4-12中，光由多層量子井(MQWs)正向入射至穿透結構的等效折射率 $N_{eff}$ 對頻率的變化，由先前的討論知道，如果要讓光可全穿透，則光所看到的折射率必須和光原本所處環境折射率相同，因此若要讓LED光源可由MQWs出射至空氣中，則光所看到的折射率 $N_{eff}$ 必須和MQWs折射率( $n \approx 2.65 - 0.00039i$ )相同，由圖4-14中可以發現， $N_{eff}$ 的實部Nr與虛部Ni隨著頻率不同而作震盪，其中Nr在2~4之間震盪，Ni在0~±1之間震盪，然而因為震盪很緩和，因此與MQWs的折射率( $n \approx 2.65 - 0.00039i$ )差異不會因為頻率不同而有快速的變化，使得在中心頻率659.3THz附近的頻率皆可維持高穿透率。接下來我們同樣利用等效折射率的觀點來討論斜向入射的情況。首先我們討論LED發光的中心頻率659.3THz(455nm)下隨不同角度所看到的穿透結構等效折射率 $N_{eff}$ 的變化，由於斜向入射，因此我們分別討論TE與TM的情況下的變化。

圖4-15中可看到頻率為659.3THz(波長455nm)的光由MQWs入射至穿透結構時，依照不同入射角度及偏振不同所看到的等效折射率的變化，由圖中我們可以發現，在入射角度大於70度後，等效折射率  $N_{eff}$  有較快速的變化，使得光所看到的折射率與MQWs折射率( $n=2.65-0.00039i$ )差異較大，因此入射光頻率為659.3THz(波長455nm)入射角度大於70度時，穿透率會有較顯著的下降。接著我們討論在所需頻寬中最大頻率(697THz、430nm)以及最小頻率(625THz、480nm)下依不同角度入射至穿透結構，所看到的等效折射率  $N_{eff}$  的變化，如圖4-16及圖4-17所示，由圖中我們知道穿透結構的等效折射率  $N_{eff}$  依偏振不同及入射角度不同會有所變化，並且隨著角度越大，與MWQs折射率差異越大，因此大角度入射時，會使得穿透率下降較多。



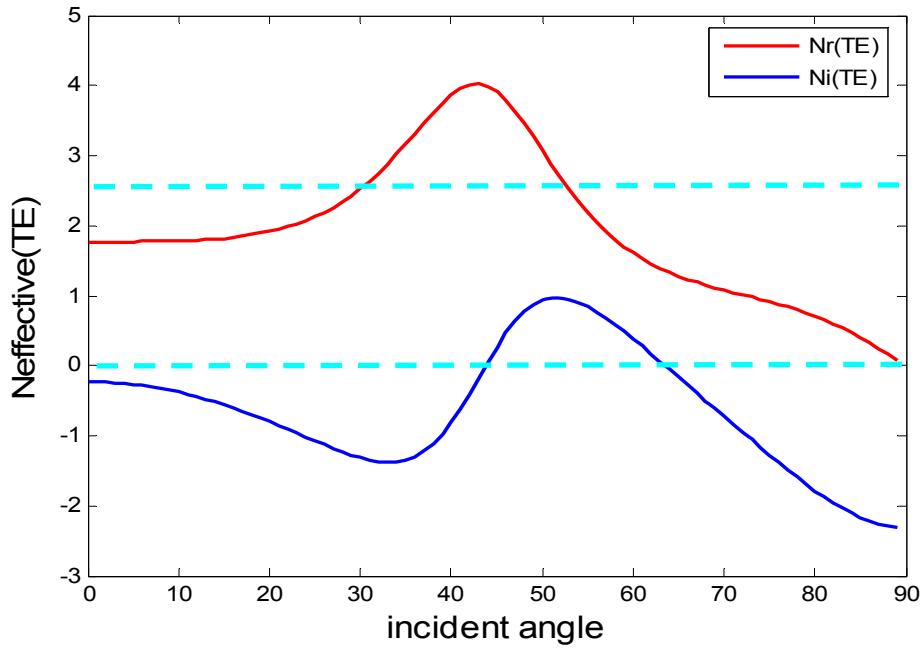


(a) TE

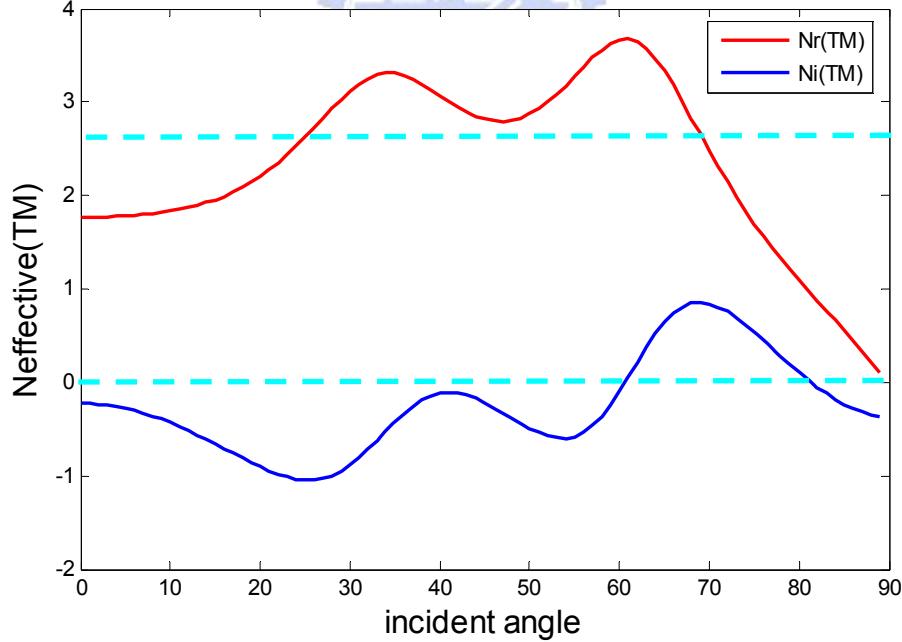


(b) TM

圖4-15 LED中心頻率659.3THz(455nm)入射至穿透結構其等效折射率 $N_{\text{eff}}$ 隨入射角度的變化

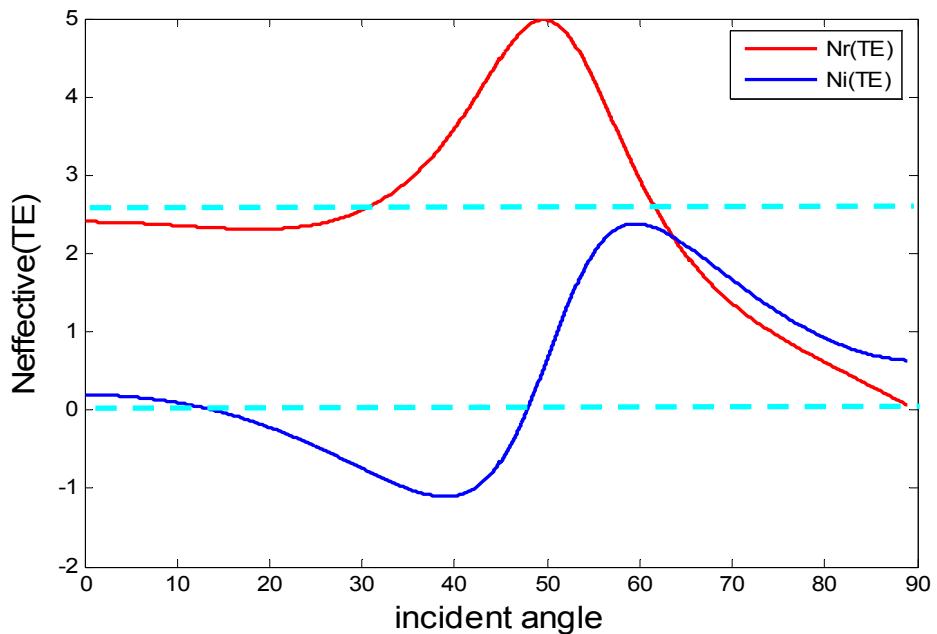


(a) TE

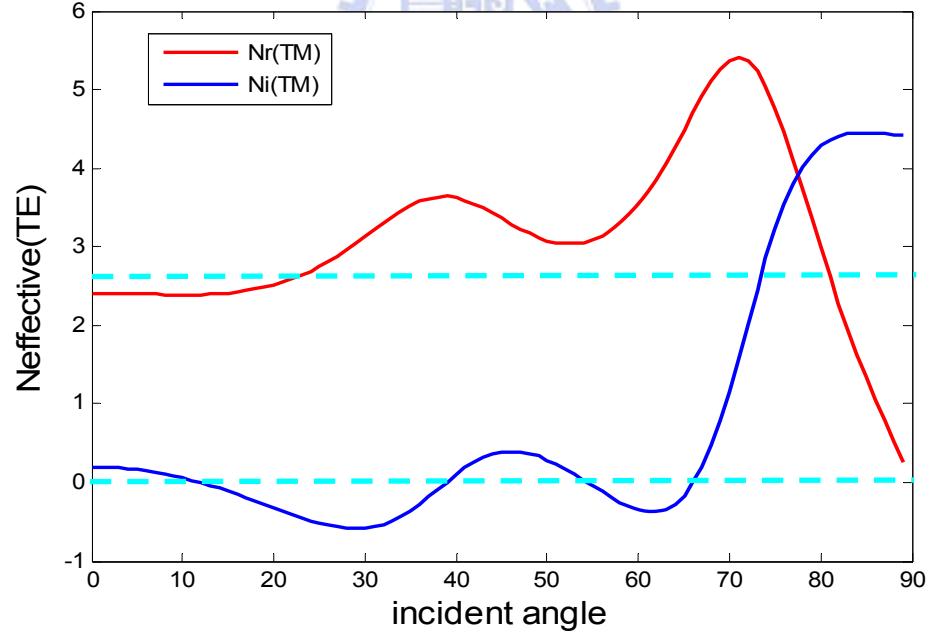


(b) TM

圖4-16 頻率697THz(480nm)入射至穿透結構其等效折射率  $N_{\text{eff}}$  隨入射角度的變化



(a) TE



(b) TM

圖4-17 頻率625THz(480nm)入射至穿透結構其等效折射率  $N_{\text{eff}}$  隨入射角度的變化

以下我們要討論在照明應用上所需頻寬內(625THz~700THz，430nm~480nm)各個頻率(波長)的穿透率依入射角度不同的變化，其中穿透率  $T(\theta) = \frac{T_{TE} + T_{TM}}{2}$ ：

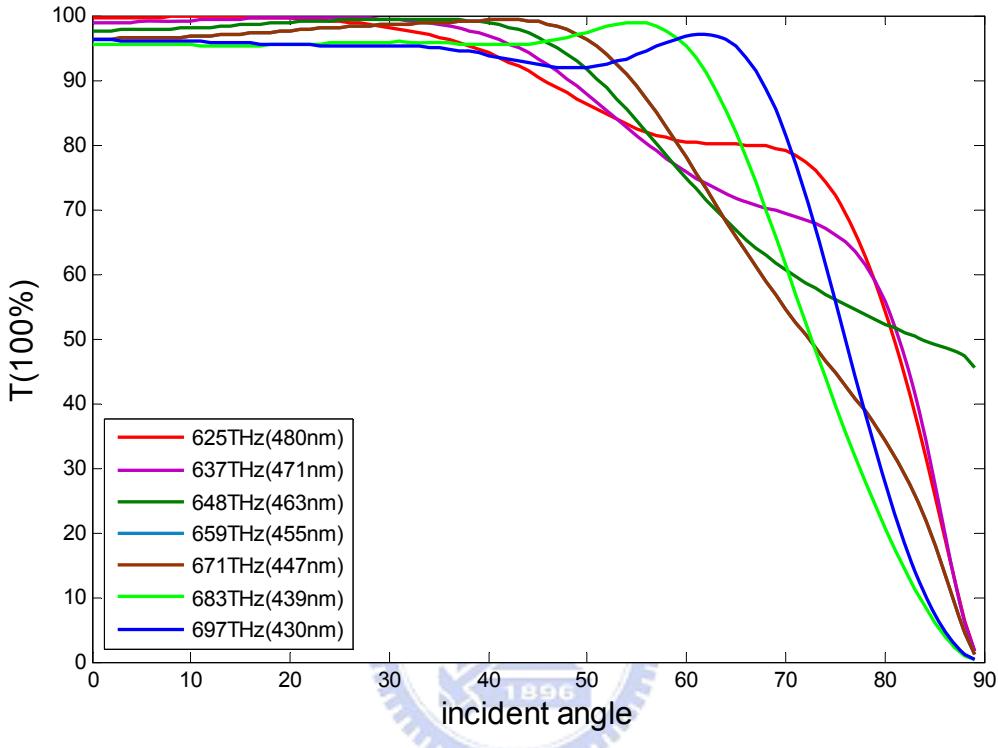


圖4-18 不同頻率下，穿透率隨入射角度不同的變化

由上圖得知，照明應用所需頻寬內的頻率在不同角度下的穿透率變化情形，在入射角度60度內各個頻率的穿透率仍可維持在70%以上，而入射角度70度以內穿透率皆可維持在50%以上。相較於未加穿透結構的情形，因GaN折射率( $n=2.45$ )與空氣( $n=1$ )差異大，臨界角  $\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2.45}\right) = 24^\circ$ ，因此大部分的光並無法出射至空氣中，出射效率約  $\eta_{extr} \leq \frac{1}{4n_{GaN}^2} \approx 4.1\%$ ，圖4-19為未加穿透結構下，入射角度小於臨界角的穿透率隨入射角度的變化圖：

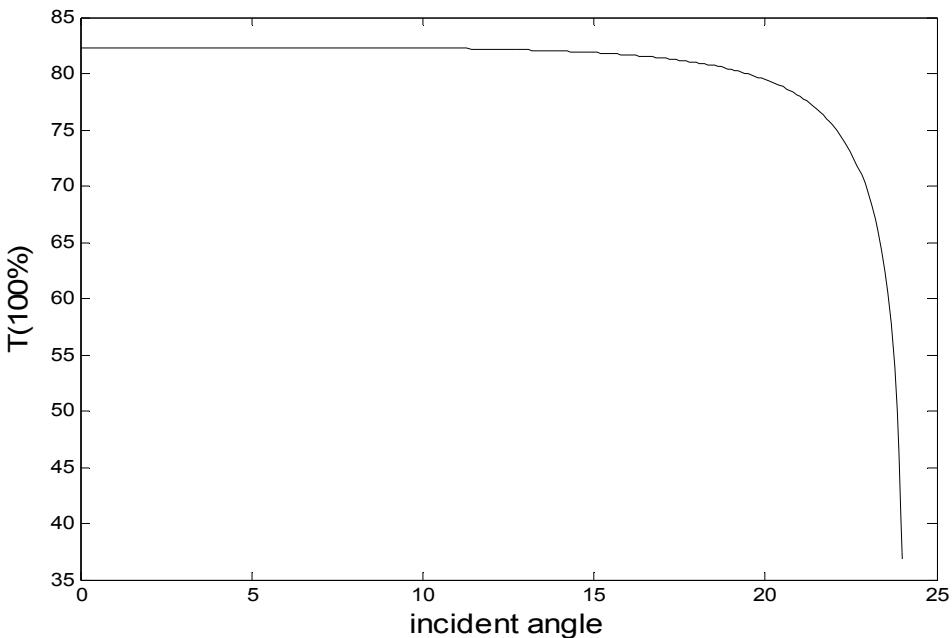


圖4-19 未加穿透結構下，穿透率隨入射角度不同的變化

接下來我們將估算每個波長在此結構下出射的功率大小，假設LED光源發光頻譜為一

高斯分佈  $G = \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{b^2}\right)$ ，其中  $b = 0.6\lambda_w$ ， $\lambda_0$  為發光中心波長， $\lambda_w$  為半高寬，

在此假設發光中心波長強度為1。藉由算出每個波長在入射角度0~90度的平均穿透率  $\bar{T}$  乘上高斯分佈中的權重  $g$ ，可得到每個波長的出射功率大小  $\tilde{G}$ 。首先對於波長為455nm，入射角度0~90度的平均穿透率  $\bar{T}$  精確度作討論，以每隔1度、0.5度及1度所取的平均值作比較

間隔度數	$\bar{T}$ (100%)
1度	78.9639%
0.5度	78.6936%
0.1度	78.4766%

表 4-2 波長為455nm，入射角度0~90度的平均穿透率  $\bar{T}$  精確度比較

由表4-2中我們可以發現，精確度的誤差並不會太大，因此以下我們考慮精確度及運

算速度，皆採取每隔0.5度來做計算。

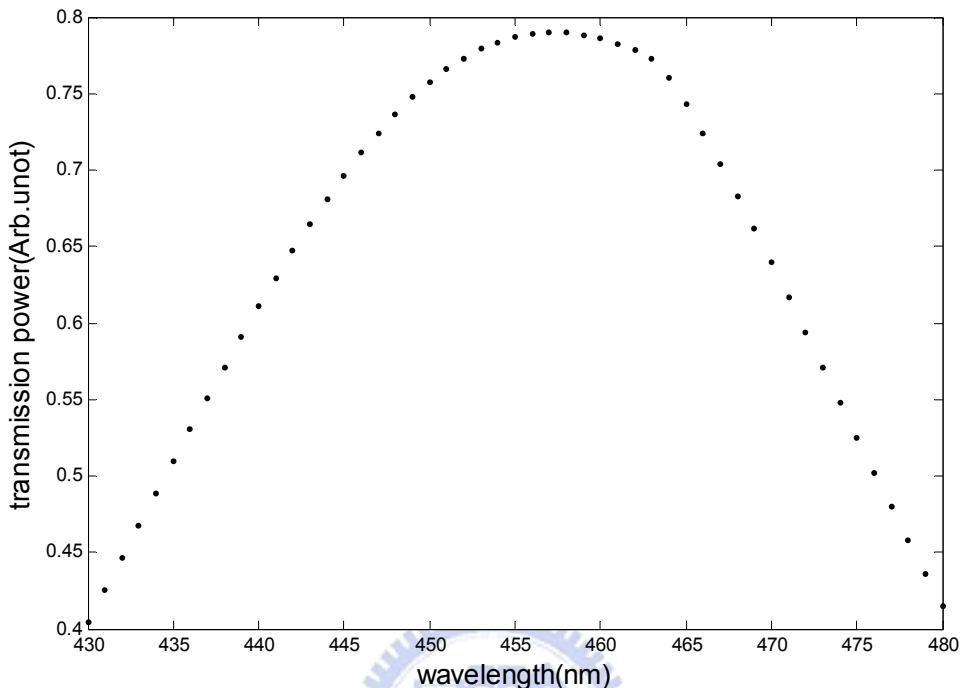


圖4-20 不同波長所對應的出射功率  $\tilde{G}$

圖4-20為所需頻寬430nm~480nm內每隔1nm對應的出射功率  $\tilde{G}$ ，其中  $\tilde{G} = \bar{T} \times g$ 。

若考慮LED為有限大小，假設光必須完全經過穿透結構才可出射，即不考慮光的側向出光，則在發光層邊緣的波源與正中央的波源其可出射角度會有所不同，因此我們將LED發光層分成九個區域，如圖4-21所示：

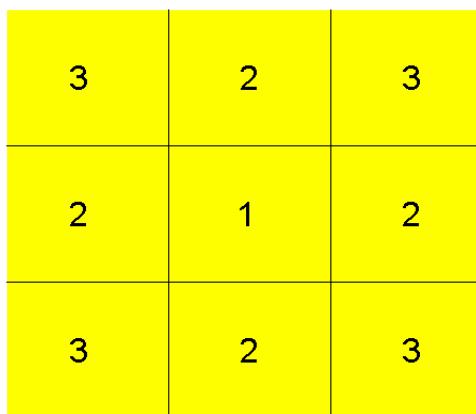


圖 4-21 發光層平分為九個區域的俯視圖

圖 4-21 中區域 1，其波源可出射的角度各方向均相同；區域 2及區域 3，波源可出射的角度在各方向會因為LED的有限大小而有所不同，例如區域 2其出射角度被限制如圖 4-22 所示：

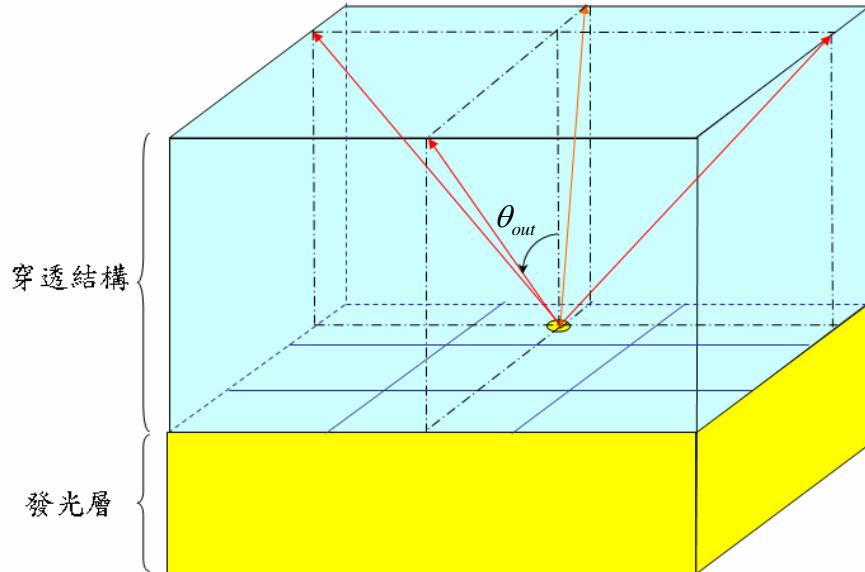


圖 4-22 發光層不同區域波源的出射角度受到 LED 有線大小而限制

由於LED為有限大小，波源在各方向的出射角度會有所限制，如圖 4-22 我們考慮區域 2的波源在四個方向上的出射角  $\theta_{out}$  限制，可以求得區域 2的平均最大出射角；同樣地可求得區域 1及區域 3的平均最大出射角。假設大於出射角的光無法出射，則我們可以求得單一波長下在不同區域的平均穿透率。例如考慮LED面積為  $9\mu m \times 9\mu m$ ，每個區域則為  $3000nm \times 3000nm$ ，我們將穿透結構每層厚度相加之後得到穿透結構總厚度為  $860nm$ ，因此區域 2在四個方向的出射角分別為

$$\tan^{-1}\left(\frac{1500}{860}\right) = 60.17^\circ \quad \tan^{-1}\left(\frac{4500}{860}\right) = 79.2^\circ \quad \tan^{-1}\left(\frac{7500}{860}\right) = 83.46^\circ \quad ,$$

$\tan^{-1}\left(\frac{4500}{860}\right) = 79.2^\circ$ 。因此區域 2的平均最大出射角為  $75.5^\circ$ ，同理，區域 1及區域 3平均最大出射角度分別為  $79.2^\circ$ 、 $71.8^\circ$ 。接著，在最大出射角內的穿透功率隨角度不

同而變化，大於最大出射角的穿透功率由於光的反射，我們不估計此部分的出光量，故在此設為 0，因此我們可以求得每個區域在單一波長情況下 0~90 度的平均穿透率。例如中心波長 455nm 入射，其在區域 1 0~90 度的平均穿透率為 76.3%、區域 2為 74.67%、區域 3為 72.74%。因此中心波長 455nm 入射的總平均穿透率

$$\bar{T} = \frac{76.3 + 74.67 \times 4 + 72.74 \times 4}{9} = 73.99\% \text{。同理我們可求得考慮LED有限大小情況下，}$$

每個波長所對應的總平均穿透率  $\bar{T}$ ，再將  $\bar{T}$  分別乘上高斯分佈的權重  $g$ ，可得到每個波長的出射強度  $\tilde{G}$ 。圖 4-23 為每個波長所對應的出射功率  $\tilde{G}$ ，假設入射中心波長強度為 1：

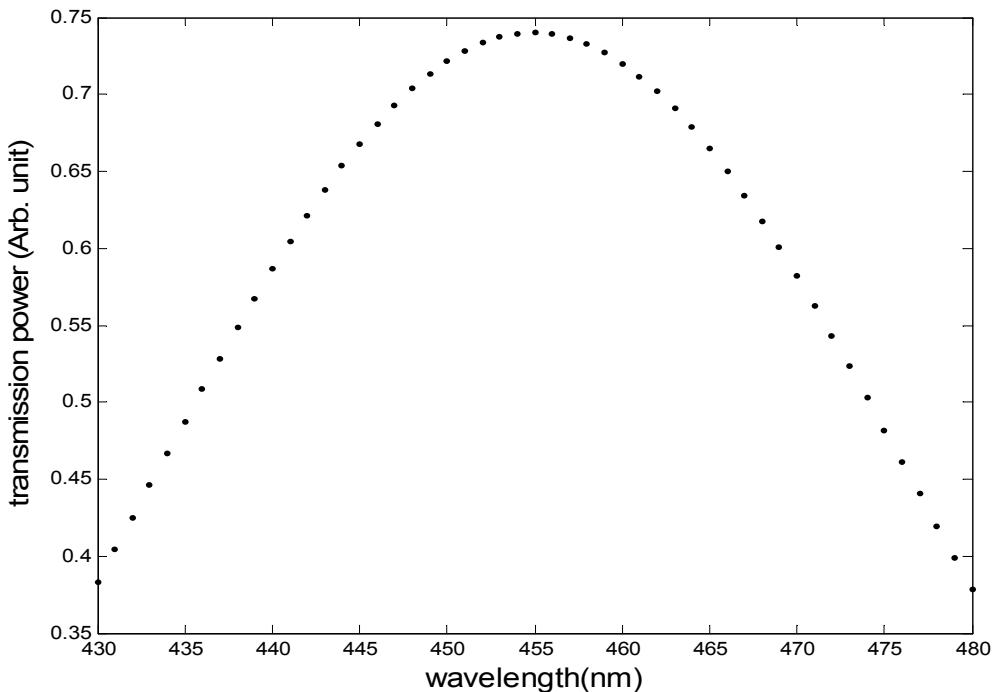


圖 4-23 考慮 LED 有限大小情況下，不同波長所對應的出射功率  $\tilde{G}$

圖 4-23 為所需頻寬 430nm~480nm 內每隔 1nm 對應的出射功率  $\tilde{G}$ ，其中  $\tilde{G} = \bar{T} \times g$ ，此圖與圖 4-20 最大不同點在於 LED 的有限大小限制了出光角度因而修正了穿透率  $\bar{T}$ 。

同樣的，我們利用出射角度以及出射角度內的平均穿透率 $\bar{T}'$ 來估算每個波長下的出射效率。首先同樣利用上述的方式求得區域1、區域2、區域3的出射角度分別是 $79.2^\circ$ 、 $75.5^\circ$ 、 $71.8^\circ$ ，再求得其立體角為：

$$\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta_{out}} \sin \theta d\theta = 2\pi (1 - \cos \theta_{out}) \quad (4.2.1)$$

( $\Omega$ 為出射立體角， $\theta_{out}$ 為各區域內最大的出射角)

因此我們將出射圓錐 $\Omega$ 乘上其所對應的平均穿透率 $\bar{T}'$ ，再除以 $4\pi$ ，即可得到出射效率，例如波長455nm的波源，在區域1的出射角度為 $79.2^\circ$ ，出射角度內的平均穿

透率 $\bar{T}'_1 = 85.6\%$ ，則區域1的出射效率為： $\eta_{extr1} = \frac{2\pi(1 - \cos 79.2^\circ) \times \bar{T}'_1}{4\pi} = 34.8\%$ ；又例

如波長475nm的波源，在區域2的出射角度為 $75.5^\circ$ ，出射角度內的平均穿透率為

$\bar{T}'_2 = 89.6\%$ ，因此區域2出射效率為： $\eta_{extr2} = \frac{2\pi(1 - \cos 75.5^\circ) \times \bar{T}'_2}{4\pi} = 33.6\%$ 。最後將

九塊區域的出射效率平均即可得到全部的出射效率：

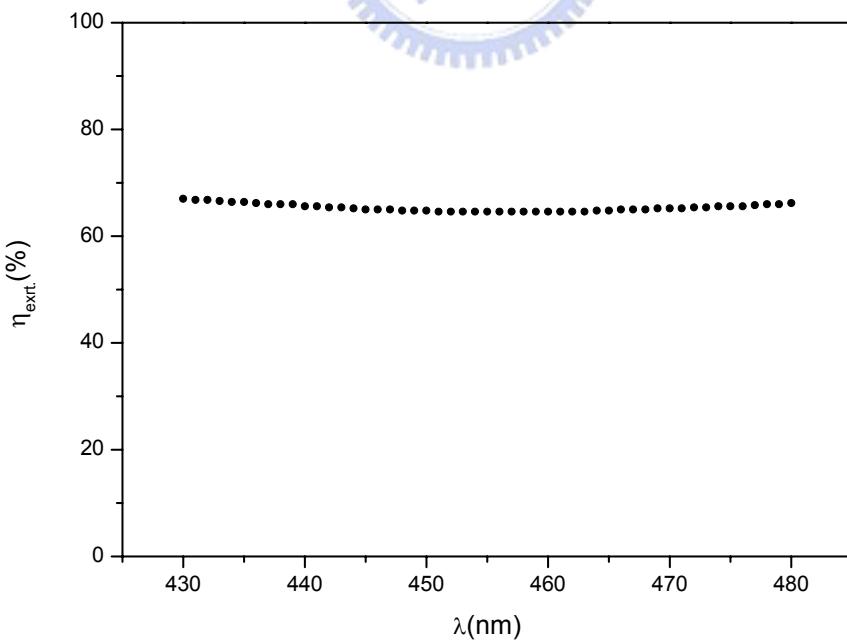


圖 4-24 考慮 LED 有限大小情況下，不同波長所對應的出射效率

圖 4-24 為每個波長所對應的出射效率，因此在頻寬內平均出射效率為

$\eta_{extr} = 66.2\%$ ，相較於沒有穿透結構以及不考慮材料色散性質的情況下的出射效率

$$\eta_{extr} \leq \frac{1}{4n_{GaN}^2} \approx 4.1\% \text{ 提高了許多。}$$

### 4-3 實驗與討論

在本小節中，我們將利用微波實驗來驗證 4-2 中的穿透結構在不同入射角度下穿透率的變化情形。實驗裝置如圖 4-25：

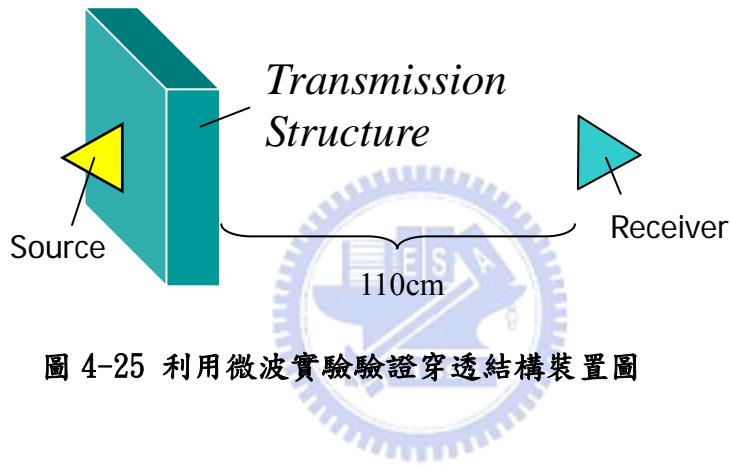


圖 4-25 利用微波實驗驗證穿透結構裝置圖

圖 4-25 為微波實驗裝置示意圖，其中穿透結構如圖 4-9 所示，其中  $n_H = 1.75$ 、 $n_L = 1$ ； $d_H = 0.49cm$ 、 $d_L = 0.25cm$ 、 $\frac{d_H}{2} = 0.3cm$ ，中心頻率為  $f_0 = 10GHz$ 。圖 4-25 的發射源與接收源分別連接至網路分析儀，且其兩者相距 110cm。在此我們將發射源緊貼至穿透結構用以模擬 LED 中，發光層緊貼穿透結構的情形。我們分別量測正向入射的穿透率以及旋轉穿透結構來量測斜向入射的穿透率，其結果如圖 4-26 所示：

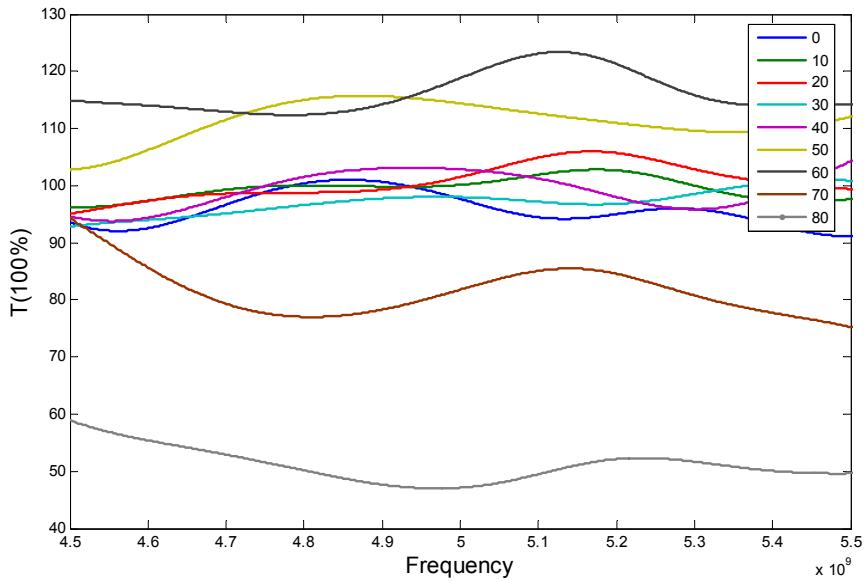


圖 4-26 不同入射角度入射至穿透結構下的穿透率頻譜

由圖 4-26 可以發現，在不同入射角度入射至穿透結構的穿透頻譜圖，相較於 LED 在照明應用上的頻寬，我們換算結果之下在微波波段約為 4.5GHz~5.5GHz，由圖中可以看到，各個入射角度下，在頻寬內均可維持高的穿透率，只有在入射角度大於 70 度之後，穿透率才會開始下降，這與我們先前所討論的結果一致。然而在 50 度與 60 度會產生穿透率大於 1 的情況，這是因為我們所使用的穿透結構為一有限大小，因此在邊緣會產生繞射效應，會使得穿透率在這些角度入射下反而會大於 1。由實驗驗證我們得知此穿透結構的確可以在寬頻寬以及寬角度均可維持高穿透率。

# 第五章 結論與未來工作

## 5-1 結論

在本論文中，首先我們成功的利用等效阻抗及阻抗匹配的觀念來解釋可調式濾波器穿透頻率的漂移以及 Q 值的改變，並且以波動的觀點來探討 LED 的阻抗，我們在不使用金屬層的情況下，利用厚度及折射率的配合可設計出多層介質結構的等效折射率實部小於虛部的特性，利用此特性我們可達到 LED 在照明應用上所需的寬頻寬且寬角度的全內反射鏡，如此 LED 中向下發光至基板的損耗機制可以大大減少，同時亦可避免金屬的損耗，藉此增加 LED 的出光效率。此外我們也成功利用邊緣濾波器以及阻抗匹配層達到寬頻寬及寬角度的高穿透率，以提高光的出射效率，並探討由於此結構的等效阻抗在不同頻率及角度下的變化程度緩和，因此可達到寬頻寬且寬角度的高穿透結構，並且我們也估算了在此結構下 LED 的出射效率以及出光功率分布。



## 5-2 未來工作及結語

由於本論文為理論計算部份，因此未來在實際應用上仍需實驗來加以驗佐證，並且須克服實驗上如何導電至半導體層的困難，以及材料在長晶時與基板的匹配性，在實際製作上我們可以製作如圖 5-1 來達成理論設計上的結構。圖 5-1 中我們將基板改為 GaN，並將  $TiO_2 / SiO_2$  生長在 GaN 的背向，用來克服長晶上的困難，並達成下部為全內反射鏡 ODR 的結構，而上部則為高穿透結構，其中 ITO 為導電性佳且高穿透的材料，加入此材料可克服導電方面的困難，因此我們若考量實際製作上的限制時，在設計則需考慮基板材料的選定以及 ITO 材料的折射率  $n=2.0$  的影響。此外在本論文中提到利用邊緣濾波器加上抗反射層的設計方式來達到高穿透率的結

構，但此並非最佳化設計，我們應利用等效折射率的計算找到最佳的結構組合。此外還有 LED 應用在背光模組上的效率亦需加以探討，也期望 LED 在未來幾年內可克服目前的各種困難，用以大量生產並取代各種光源，在能源短缺的今日可有更大的貢獻。

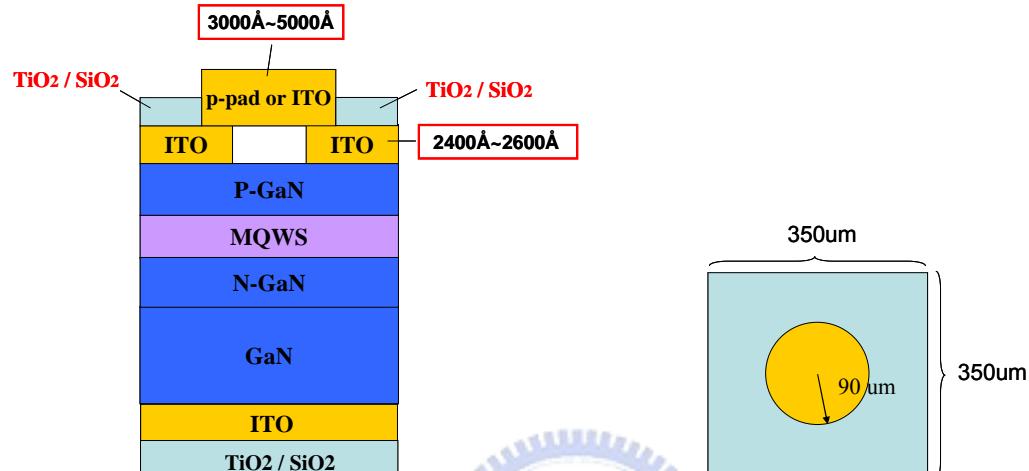


圖 5-1 考慮實際製作之架構圖

## Reference

- [1] Kato T, Susawa H, Hirotani M, *et al.* GaAs/GaAlAs surface emitting IR led with bragg reflector grown by MOCVD [J]. J Cryst Growth, 1991, 107: 832.
- [2] Yablonovitch E, Huang D M, Gmitter T J, *et al.* Van der waals bonding of GaAs epitaxial liftoff films onto arbitrary substrates [J]. Appl Phys Lett, 1990, 56: 2419.
- [3] Schnitzer I, Yablonovitch E, Caneau C, *et al.* Ultrahigh spontaneous emission quantum efficiency, 99.7% internally and 72% externally from AlGaAs/GaAs/AlGaAs double heterostructures [J]. Appl Phys Lett, 1993, 62: 131.
- [4] Adachi S, Oe K. Chemical etching characteristics of (001)GaAs [J]. J Elcetrochem Soc, 1983, 130: 2427.
- [5] Liau Z L, Mull D E. Wafer fusion: A novel technique for optoelectronic device fabrication and monolithic integration [J]. Appl Phys Lett, 1990, 56: 737.
- [6] Kish F A, Steranka F M, Defevere D C, *et al.* Vary high-efficiency semiconductor wafer-bonded transpatent-substrate  $(\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x})_0.5\text{In}0.5\text{P}/\text{GaP}$  light-emitting diodes [J]. Appl Phys Lett, 1994, 64: 2839.
- [7] Hofler G E, Vanderwater D A, Defevere D C, *et al.* Wafer bonding of 50-mm diameter GaP to AlGaInP light-emitting diode wafers [J]. Appl Phys Lett, 1996, 69(6): 803.
- [8] Benisty H, Deneve H, Weisbnch C. Impact of planar microcavity effects on light extraction-Part I: bacic concepts and analytical trends [J]. IEEE J Quantum Elcetron, 1998, 34(9): 1312.
- [9] Krames M R, Ochiai-Holcomb M, Hofler G E, *et al.* High-power truncated-inverted-pyramid  $(\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x})_0.5\text{In}0.5\text{P}/\text{GaP}$  light-emitting diodes exhibiting >50% external quantum efficiency [J]. Appl Phys Lett, 1999, 75: 2365.
- [10] Nieto-Vesperinas M, Sanches-Gil J A. Light scattering from a random rough interface with total internal reflection [J]. J Opt Soc Am A, 1992, 9: 424.
- [11] Schnizer I, Yablonovitch E, Caneau C, *et al.*. 30% External quantum efficiency from

surface textured thin-film light-emitting diodes [J]. *Appl Phys Lett*, 1993, 63(16): 2174.

- [12] Gardner N F, Chui H C, Chen E I, *et al.* 1.4x Efficiency improvement in transparent-substrate  $(Al_xGa_{1-x})_0.5In0.5P$  light-emitting diodes with thin( $\leq 2000\text{\AA}$ )active regions [J]. *Appl Phys Lett*, 1998, 74(15): 2230.
- [13] Windisch R, Rooman C, Meinlschmidt S, *et al.* Impact of texture-enhanced transmission on high-efficiency surface-textured light-emitting diodes [J]. *Appl Phys Lett*, 2001, 79(15): 2315.
- [14] Jelena Vuckovic, Marko Loncar, Axel Scherer. Surface plasmon enhanced light-emitting diode [J]. *IEEE J Quantum Electron*, 2000, 36(10): 1131.
- [15] Alexei A. Erchak,a) Daniel J. Ripin, Shanhui Fan, *et al.* Enhanced coupling to vertical radiation using a two-dimensional photonic crystal in a semiconductor light-emitting diode. *Appl Phys Lett*, 2001, 78(5):563
- [16] 王昭龍, ”一維光子晶體在可調式濾波器與色散補償器之設計”, 國立交通大學, 碩士論文(2006)
- [17] Th. Gessmann) and E. F. Schubert, *J. Appl. Phys.* V.95, **2203** (2004)
- [18] Jong Kyu Kim, Thomas Gessmann, Hong Luo, and E. Fred Schuberta), *Appl Phys Lett*, 2004, 84(22):4508
- [19] Jong Kyu Kim, J.-Q. Xi, Hong Luo, and E. Fred Schuberta, *Appl Phys Lett*, 2006, 89: 141123
- [20] K. V. Popov, J. A. Dobrowolski, A. V. Tikhonravov, and B. T. Sullivan, *Appl. Opt.* **36**, 2139 ~1997
- [21] J. Xu, H. Fang, and Zh. Lin, *J. Phys. D* **34**, 445 ~2001
- [22] Y. Fink, J. N. Winn, S. Fan, Ch. Chen, J. Michel, J. D. Joannopoulos, and E. L. Thomas, *Science* **282**, 1679 ~1998!.
- [23] H.A.Macleod , ”Thin-film optical filters”, ch6. Edge filters