

# 弱無序銅鍺金薄膜之低溫電性傳輸行為研究

學生：江品頁

指導教授：林志忠 教授

國立交通大學物理學系碩士班

## 摘要

電子的傳輸行為在凝態物理領域中，是一重要且基礎的議題。電子在週期性晶格中的傳輸行為，可由古典的波茲曼理論描述。隨著系統的無序程度增加，電子散射率也增加，使得量子干涉的效應逐漸重要。著名的弱局域效應和電子—電子相互作用，即為考慮此效應的結果。

我們製作一系列不同無序程度和不同厚度的 CuGeAu 薄膜(原子百分比 93：4：3)，測量其在低溫下電阻對溫度的關係、和電阻對磁場的關係。初步分析的結果顯示出樣品的無序度在  $k_F l \approx 5 \sim 55$  的範圍。將二維系統的量測結果，以上述兩個物理理論預測做擬合分析，得出不同於理論預測的  $\alpha_T$  值( $\alpha_T = 1.26$ ，理論預測值則為  $\alpha_T \leq 1$ )。此結果隱含著系統中，除以上兩個效應之外，尚存在一個造成低溫電導隨溫度變化有對數關係修正的其他機制，且此機制的大小不容被忽略。同時，磁電阻在不同溫度下的變化情形，和弱局域理論所預測的結果幾乎相反，顯然有其他機制在主導磁電阻的變化。另外，我們從實驗結果歸納出，當  $k_F l$  接近或大於 50 時，量子效應對低溫電導的修正即小於殘餘電阻的萬分之二倍。

本實驗室的黃旭明研究此系統的電子相位相干時間隨溫度的變化，得出此系統存在二能級系統的結論。而二能級系統對二維樣品低溫電導的修正正是對數關係，支持上述實驗結果  $\alpha_T = 1.26 > 1$  的合理性。另外磁電阻在不同溫度時的奇異行為，是否和二能級系統的存在相關，則待進一步的研究和討論。

# Low-Temperature Electrical-Transport Properties of Weakly Disordered Cu<sub>93</sub>Ge<sub>4</sub>Au<sub>3</sub> Films

Student : Pin-Ye Jiang

Advisors : Prof. Juhn-Jong Lin

Institute of Physics

National Chiao Tung University

## ABSTRACT

The electrical-transport property is one of the most important and fundamental problems in condensed matter physics. In a periodic structure, the transport property can be well described by the Boltzmann's transport equation. With increasing degree of disorder, the electron scattering rate will increase, and lead to novel quantum-interference effects between the conduction electron wavefunctions. The well known weak-localization and enhanced electron-electron interactions are the results of such quantum-interference effects.

We have fabricated a series of CuGeAu (the atomic percentage is 93 : 4 : 3) films with different degree of disorder and with different thickness, and have measured the resistance versus temperature as well as the resistance versus magnetic field at low temperatures. The values of  $k_F l$  for our samples are  $\approx 5 - 55$ . The resistance vs.  $T$  in the 2D samples obey an " $a-b \log T$ " dependence at low temperatures, which is consistent with the theoretical predictions of the weak-localization and electron-electron interaction effects. Quantitatively, we fitted the data in terms of these two theories and obtained a resistance slope  $\alpha_T = 1.26$ , which was significantly larger than the predicted value of  $\alpha_T \leq 1$ . This result implies that some extra mechanism must exist in our samples, which also caused a  $-\log T$  dependent resistance. On the other hand, the behavior of the magnetoresistivity at different temperatures is opposite to the theoretical predictions of the

weak-localization effect. This observation again implies that other mechanism must exist to influence the magnetoresistivity. In addition, we found that, when the value of  $k_F l$  approaches 50 or larger, the quantum-interference correction is less than  $2 \times 10^{-4}$  of the residual resistance.

Previously, Huang *et al.* have studied the electron phase-coherent time as a function of temperature in disordered CuGeAu thin films. They concluded that there existed two-levels tunneling systems in their samples. Since two-levels systems can also cause a “ $-\log T$ ” dependent resistance, our result of a large slope of  $\alpha_T$  ( $= 1.26$ ) is in line with their observation. How the anomalies in magnetoresistivities at different temperatures might be explained in terms of two-level systems requires further theoretical and experimental studies.



## 誌 謝

首先誠摯的感謝指導教授林志忠老師，給我一個這麼優質做物理研究的機會，且在討論結果時指點我正確的方向，使我能如期完成這份論文。老師對研究的嚴謹更是我們學習的典範。

感謝林永翰學長，不厭其煩的指出我實驗中的缺失。感謝葉勝玄學長的大力協助，總能在我迷惘困惑時，給出最好的解決方法。感謝黃旭明學長的幫忙，毫無保留的提供過去做這薄膜的相關資訊，和多次用 e-mail 為我解惑。感謝邱紹斌學長，將你所知傾囊相授。感謝韓顏吉和陳劭其學長，於實驗技巧上給予我許多幫助。

感謝洪舜治這兩年大大小小的幫忙，一起討論和成長。感謝孫羽澄和王詩雯學妹、王兆圻和林伯聰學弟，你們的陪伴讓實驗室充滿人情溫暖。

感謝我家人的支持和鼓勵，成就我的學業。

這兩年研究生生涯，很充實也很精采，感謝各位。



# 目錄

頁次

中文摘要

英文摘要

誌謝

目錄

表目錄

圖目錄

第一章	緒論	1
第二章	理論	5
2.1	量子效應修正電導	5
2.1.1	電子波動性的顯現—相位相干	5
2.1.2	擴散運動	6
2.1.3	定義無單位之電導(dimensionless $g$ )	10
2.1.4	量子效應和電導之關係	11
2.2	弱局域理論	13
2.2.1	弱局域之物理圖像	13
2.2.2	弱局域對電導之修正	17
2.3	相位破壞機制	20
2.3.1	外加磁場對電子相位的影響	20
2.3.2	非彈性散射之電子—聲子散射	23
2.3.3	非彈性散射之電子—電子散射	26
2.3.4	自旋—自旋散射	26
2.3.5	自旋—軌道散射	27
2.4	磁電阻率	30
2.5	電子—電子交互作用	32
2.5.1	粒子—空穴通道(Diffusion Channel)	33
2.5.2	粒子—粒子通道(Cooper Channel)	34
2.5.3	電子—電子交互作用對電導的修正	35

2.6 比擬近藤效應(Kondo effect)對電導修正的二能級系統	35
2.6.1 二能級系統之物理圖像	35
2.6.2 近藤效應對電導的影響	36
2.6.3 二能級系統和近藤效應相對應的部分及對電導的修正	37
第三章 實驗方法	39
3.1 樣品的選擇	39
3.2 樣品製作過程	42
3.2.1 濺鍍(sputtering)原理	42
3.2.2 濺鍍機整體構造	44
3.2.3 靶材與銅背板的接著(bonding)	47
3.2.4 薄膜濺鍍操作流程	49
3.2.5 膜厚校正	50
3.3 降溫量測原理與方式	52
3.3.1 降低溫原理	52
3.3.2 HelioxVL 的構造說明	55
3.3.3 降溫前的準備動作	58
3.3.4 降溫操作流程	60
3.3.5 溫度計與溫控計	63
3.3.6 超導磁鐵	65
3.3.7 量測系統	66
3.3.8 減少雜訊對量測訊號的干擾	69
第四章 實驗結果與分析	70
4.1 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜和 $\text{CuZrAl}$ 合金塊材的無序程度	70
4.1.1 二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之無序程度分析	70
4.1.2 不同厚度之 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜無序程度分析	72
4.1.3 $\text{CuZrAl}$ 合金塊材之無序程度分析	73
4.2 以量子力學干涉觀點對低溫電導進行修正	73
4.2.1 以弱局域和電子—電子交互作用對二維系統做定量上的分析	73
4.2.2 以電子—電子交互作用對三維 $\text{CuZrAl}$ 做定量上的分析	80
4.2.3 不同厚度的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電導對溫度的結果與討論	82
4.2.4 無序程度降低導致量子干涉對電導修正較小	89

4.3 定性討論磁電阻 · · · · ·	90
4.3.1 二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於不同溫度下之磁電阻 · · · · ·	90
4.3.2 二維磁電阻與 $\alpha_T(B=0\text{ T}) > \alpha_T(B=4\text{ T})$ 之關係 · · · · ·	100
4.3.3 不同厚度的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於不同溫度下之磁電阻 · · · · ·	102
4.4 存在二能級系統的相關討論 · · · · ·	108
第五章 結論 · · · · ·	110
附錄 · · · · ·	111
I -1.二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜電阻對溫度之詳細數值分析結果 · · · · ·	111
I -2.CuZrAl 合金塊材電阻對溫度之詳細數值分析結果 · · · · ·	118
II.Cu <sub>93</sub> Ge <sub>4</sub> Au <sub>3</sub> 薄膜之熱電勢量測與費米能量分析 · · · · ·	119
參考文獻 · · · · ·	121





# 圖表目錄

	頁次
(圖 1-1) 波茲曼傳輸理論所預測的電阻率隨溫度的變化圖。 . . . . .	3
(圖 1-2) 電阻於低溫部份開始往上升，而非波茲曼理論所預測的殘餘電阻率。 . . . . .	4
(圖 2-1) $k_F l$ 值粗略分為三種數量級。 . . . . .	6
(圖 2-2) (a) 電子做一次彈性碰撞。(b) 電子做擴散式運動。 . . . . .	7
(圖 2-3) 以觀察的時間尺度將電子的運動方式分為三種。 . . . . .	7
(圖 2-4) 電子從 $\vec{r}$ 點到 $\vec{r}'$ 點有很多種可能路徑。 . . . . .	8
(圖 2-5) 以實線和虛線分別表示機率振幅和其共軛複數。 . . . . .	9
(圖 2-6) 固定時間 $t$ ，電子從 0 點到空間各點的機率密度分部情形。 . . . . .	10
(圖 2-7) 機率振幅在空間上的交叉與否，影響彼此間是否能有干涉的機率。 . . . . .	12
(圖 2-8) 電子從 A 點傳導到 B 點有多種可能路徑。 . . . . .	13
(圖 2-9) 兩個波函數於迴圈中走相反方向。 . . . . .	14
(圖 2-10) 電子在實際空間的散射情形，相同路徑有兩種可能性。 . . . . .	15
(圖 2-11) 電子在動量空間的動量改變情形。 . . . . .	15
(圖 2-12) 加進弱局域理論後，電子在空間的機率分佈圖。 . . . . .	16
(圖 2-13) Aharonov-Bohm experiment 的示意圖和概念式的想像圖。 . . . . .	22
(圖 2-14) Washburn 和 Webb 所量測的系統結構圖和磁電阻測量之數據圖。 . . . . .	22
(圖 2-15) 鎂薄膜和空心圓柱狀樣品的磁電阻數據圖。 . . . . .	23
(圖 2-16) 電子吸收聲子增加能量的情形和產生聲子減少能量的情形。 . . . . .	24
(圖 2-17) 電子從原點出發後在空間的機率分佈圖。 . . . . .	29
(圖 2-18) 自旋—軌道效應甚強的系統，呈現正的磁電阻。 . . . . .	31
(圖 2-19) 存在自旋—軌道效應的系統之磁電阻變化。 . . . . .	32
(圖 2-20) 電子—電子交互作用中之粒子—空穴通道之物理圖像。 . . . . .	33
(圖 2-21) 電子—電子交互作用中之粒子—粒子通道之物理圖像。 . . . . .	34
(圖 2-22) 二能級系統之位能形式有兩個極小值。 . . . . .	36
(圖 2-23) 電子的自旋和磁性雜質的磁矩產生交互作用。 . . . . .	37
(圖 2-24) 存在二能級系統下電阻隨溫度降低開始飽和的形式。 . . . . .	38
(圖 3-1) 濺鍍時所用之金屬遮罩(mask)。 . . . . .	40
(圖 3-2) 於濺鍍源電壓端所採二極式之規格之濺鍍情形。 . . . . .	43
(圖 3-3) 於濺鍍源電壓端所採磁控式之規格之濺鍍情形。 . . . . .	43
(圖 3-4) 濺鍍機的整體構造。 . . . . .	45
(圖 3-5) 濺鍍機之磁控式濺鍍源。 . . . . .	45
(圖 3-6) CuGeAu 靶材和銅背板接合後的圖形。 . . . . .	48
(圖 3-7) 實際測量膜厚的機台： $\alpha$ -step。 . . . . .	51
(圖 3-8) $\alpha$ -step 顯示介面所呈現的薄膜截面圖。 . . . . .	51



(圖 3-9) $^4\text{He}$ 的沸點和氣壓的關係圖。 . . . . .	53
(圖 3-10) $^4\text{He}$ 和 $^3\text{He}$ 的沸點隨氣壓的關係圖。 . . . . .	53
(圖 3-11) 利用 $^3\text{He}$ 的冷卻機制圖。 . . . . .	54
(圖 3-12) HelioxVL 的主要輪廓和內部重要結構。 . . . . .	56
(圖 3-13) 於 HelioxVL 放置樣品的部分(sample space)。 . . . . .	57
(圖 3-14) HelioxVL 上端構造之上視圖。 . . . . .	57
(圖 3-15) HelioxVL 上端構造之側視圖。 . . . . .	58
(圖 3-16) 將 HelioxVL 放進液氮桶內的透視圖。 . . . . .	62
(圖 3-17) 超導磁鐵示意圖。 . . . . .	66
(圖 3-18) 整個量測系統示意圖。 . . . . .	68
(圖 4-1) 編號 1a 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於有無磁場下之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 關係。 . .	76
(圖 4-2) 編號 1b 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於有無磁場下之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 關係。 . .	76
(圖 4-3) 編號 2 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於有無磁場下之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 關係。 . .	77
(圖 4-4) 編號 3 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於有無磁場下之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 關係。 . .	77
(圖 4-5) 編號 4 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於有無磁場下之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 關係。 . .	78
(圖 4-6) 編號 5 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於有無磁場下之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 關係。 . .	78
(圖 4-7) 相同厚度不同 $R_{\text{square}}$ 值的樣品無磁場下之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 關係。 . . .	79
(圖 4-8) 相同厚度不同 $R_{\text{square}}$ 值的樣品 4 T 磁場下之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 關係。 . .	79
(圖 4-9) CuZrAl 合金塊材於低溫下的數據圖。 . . . . .	81
(圖 4-10) A1-2 的樣品，其電阻率對 $\sqrt{T}$ 的數據與線性擬合圖。 . . . . .	81
(圖 4-11) A2-2 的樣品，其電阻率對 $\sqrt{T}$ 的數據與線性擬合圖。 . . . . .	82
(圖 4-12) 厚度為 500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。 . .	83
(圖 4-13) 厚度為 500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜，其電阻率對溫度開根號作圖。 . .	83
(圖 4-14) 厚度為 1000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。 . .	84
(圖 4-15) 厚度為 1000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜，其電阻率對溫度開根號作圖。 . .	84
(圖 4-16) 厚度為 1500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。 . .	85
(圖 4-17) 厚度為 1500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜，其電阻率對溫度開根號作圖。 . .	86
(圖 4-18) 厚度為 3000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。 . .	87

(圖 4-19) 厚度為 3000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其電阻率對溫度開根號作圖。	87
(圖 4-20) 退火後的 1500 Å $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其電阻率對對數溫度作圖。	88
(圖 4-21) 1500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜退火前後電導變化量和溫度的關係圖。	88
(圖 4-22) 為 52.5 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其電阻率對對數溫度作圖。	89
(圖 4-23) 為 48.6 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其電阻率對對數溫度作圖。	90
(圖 4-24) 編號 1a 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。	92
(圖 4-25) 編號 1a 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。	92
(圖 4-26) 編號 1b 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。	93
(圖 4-27) 編號 1b 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。	93
(圖 4-28) 編號 2 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。	94
(圖 4-29) 編號 2 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。	94
(圖 4-30) 編號 3 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。	95
(圖 4-31) 編號 3 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。	95
(圖 4-32) 編號 3 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其電阻變化量 $\Delta R$ 對磁場開根號 $\sqrt{B}$ 於不同溫度下的變化情形。	96
(圖 4-33) 編號 3 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其電阻變化量 $\Delta R$ 與對數尺度的磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。	96
(圖 4-34) 編號 4 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。	97
(圖 4-35) 編號 4 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。	97
(圖 4-36) 編號 5 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。	98
(圖 4-37) 編號 5 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜, 其負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。	98
(圖 4-38) 所有厚度皆為 150 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於溫度 0.26 K 的磁電阻曲線。	99
(圖 4-39) 所有厚度皆為 150 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於溫度 3.5 K 的磁電阻曲線。	99

(圖 4-40) 於圖 4-23 中增加了兩道箭頭方便討論。 . . . . .	101
(圖 4-41) 於圖 4-1(a)中增加了兩道箭頭方便討論。 . . . . .	101
(圖 4-42) 厚度為 500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。 . . . . .	103
(圖 4-43) 厚度為 500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。 . . . . .	103
(圖 4-44) 厚度為 1000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。 . . . . .	104
(圖 4-45) 厚度為 1000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。 . . . . .	104
(圖 4-46) 厚度為 1500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。 . . . . .	105
(圖 4-47) 厚度為 1500 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。 . . . . .	105
(圖 4-48) 厚度為 1500 Å 且經過加熱退火的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。 . . . . .	106
(圖 4-49) 厚度為 1500 Å 且經過加熱退火的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。 . . . . .	106
(圖 4-50) 厚度為 3000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電阻 $R$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的量測結果。 . . . . .	107
(圖 4-51) 厚度為 3000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之負的電導變化量 $\Delta R(B)/R^2(0)$ 對磁場 $B$ 於不同溫度下的變化情形。 . . . . .	107
(圖 6-1) 編號 1a 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 的數據與分析圖形。 . .	112
(圖 6-2) 編號 1b 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 的數據與分析圖形。 .	113
(圖 6-3) 編號 2 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 的數據與分析圖形。 . .	114
(圖 6-4) 編號 3 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 的數據與分析圖形。 . .	115
(圖 6-5) 編號 4 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 的數據與分析圖形。 . .	116
(圖 6-6) 編號 5 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之 $R_{\text{square}}$ 對溫度 $T$ 的數據與分析圖形。 . .	117
(圖 6-7) 厚度為 3000 Å 的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之熱電勢對溫度的變化圖。 . . .	120

(表 3-1) 為位於 $^3\text{He}$ pot 之 $\text{RuO}_2$ 溫度計之電阻和溫度的關係。 . . . . .	64
(表 4-1) 二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜樣品名與編號, 分別對應到不同的無序程度。 .	71
(表 4-2) 二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜其無序程度相關之係數。 . . . . .	72
(表 4-3) 不同厚度之 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜樣品其無序程度相關之係數。 . . . . .	73
(表 4-4) $\text{CuZrAl}$ 合金塊材其無序程度相關之係數。 . . . . .	73
(表 4-5) 不同無序程度的二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之有無磁場的 $\alpha_T$ 值。 . . . .	75
(表 4-6) $\text{CuZrAl}$ 合金塊材於低溫時, 電子的屏蔽係數。 . . . . .	80
(表 6-1) 二維樣品無外加磁場的數據, 分析後的統計數值。 . . . . .	118
(表 6-2) 為此系列樣品外加 4 Tesla 磁場的數據, 分析後的統計數值。 . . . .	118
(表 6-3) $\text{CuZrAl}$ 合金塊材於低溫下電阻和溫度的關係, 分析後的統計數值。 .	118
(表 6-4) 經由熱電勢對溫度的量測, 透過分析可得到費米能量、電子濃度、和費米速度的值。 . . . . .	120



# 第一章 緒論

任何系統的導電特性，可藉由測量此系統的電阻、外加偏壓測量電流、外加電流測量電壓...等方式，而有更多了解。而測量整個系統的導電特性，為大量電子傳輸行為統計平均後的結果。因此研究電子的傳輸行為，便可藉由電性的量測結果，作為深入的討論和分析。本篇論文研究的方向偏向電子於金屬性系統中的傳輸行為，所以本章節從電子於完美晶格中，古典的傳輸行為作為開端。

最早開始討論微觀電子的運動情形對於導電特性的影響，是想像導電電子在系統中被視為像氣體分子般的粒子，這些電子即處在一個靜電位勢到處都一樣的空間中運動(假想系統為完美的晶格構成)，稱為自由電子氣模型(free electron gas model)。以古典的統計理論出發，假設電子在動量和位置空間中的分佈函數為  $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ ，則電子於某個時間  $t$  在單位相空間的數量為  $f(t, \mathbf{r}(t), \mathbf{p}(t))d\mathbf{r}d\mathbf{p}$ 。假設於某個時間內電子間沒有發生任何的碰撞，則電子的分佈函數隨時間的變化量為零，即  $\frac{df}{dt} = 0$ 。反之，當電子間發生了碰撞事件，則電子的分佈函數隨時間的變化量不為零，即  $\frac{df}{dt} \neq 0$ 。此時波茲曼作了一項近似：分佈函數的變化量隨時間的改變正比於分佈函數的變化量，且反比於回復時間，

$$\frac{d(f - f_0)}{dt} = -\frac{1}{\tau}(f - f_0), \quad (1-1)$$

其中  $f_0$  為分佈函數的初始態， $f$  為改變後的分佈函數， $\tau$  為回復時間。由此方程式可看成有一回復力使其回復到原本的狀態。而(1-1)式可進一步改寫為

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{1}{\tau}(f - f_0), \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f = -\frac{1}{\tau}(f - f_0), \quad (1-3)$$

波茲曼的第二個假設為分佈函數是線性的： $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_0(\varepsilon) + f_1(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ 。則(1-3)式可改寫為



$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_1 + (\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}) \frac{df_0}{d\varepsilon} = -\frac{1}{\tau} f_1, \quad (1-4)$$

其中  $\varepsilon = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{d\varepsilon}{dp} = \frac{p}{m} = v$ ，所以

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\partial(f_0 + f_1)}{\partial p} \approx \frac{\partial f_0}{\partial p} = \frac{df_0}{dp} = \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dp} = \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} v = \frac{df_0}{d\varepsilon} v \text{ (此部分假設 } f_1 \text{ 很小)。然而，在}$$

一恆穩態的系統(steady state)，如考慮外加一直流通過系統  $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$ ，則  $\frac{\partial f_1}{\partial t} = 0$  且

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = 0。那麼(1-4)式則可寫成$$

$$(-e\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}) \frac{df_0(\varepsilon)}{d\varepsilon} = -\frac{1}{\tau} f_1(\mathbf{p}), \quad (1-5)$$

$$e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \frac{df_0(\varepsilon)}{d\varepsilon} = f_1(\mathbf{p})。 \quad (1-6)$$

根據電流密度的定義  $\mathbf{j} = -e\mathbf{v}N$ ，帶入上述的電子分佈函數可得

$$\mathbf{j} = -e\mathbf{v} \frac{\sum f}{\Omega} = -e\mathbf{v} \frac{\sum (f_0 + f_1)}{\Omega} = -e\mathbf{v} \frac{\sum f_1}{\Omega}, \quad (1-7)$$

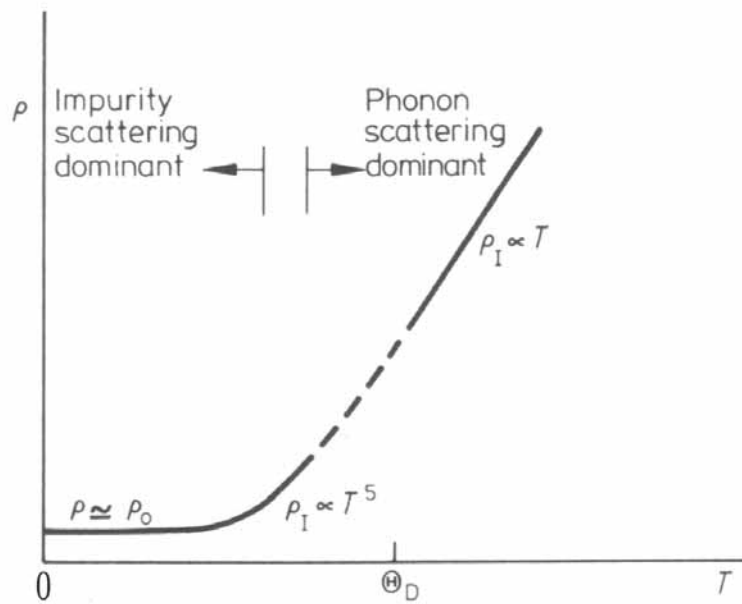
將(1-6)式帶入式中的第三個等式，即為

$$\mathbf{j} = -\frac{e^2 \tau}{3\pi^2} \mathbf{E} \int k^2 v^2 \frac{df_0}{d\varepsilon} dk。 \quad (1-8)$$

由歐姆定律  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ ，則對(1-8)式計算後便可得電導的大小，

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{ne^2 \tau}{m}。 \quad (1-9)$$

不同的散射事件(如彈性碰撞率  $1/\tau_e$ 、電子—聲子散射率  $1/\tau_{ep}$ ...等)對電阻的貢獻是相加的，因此考慮所有的散射對電阻的貢獻為  $\rho = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_{ep}} \dots$ 。不同的散射事件對溫度的關係，使得由波茲曼理論預測的電阻率隨溫度的變化如圖 1-1 所示。

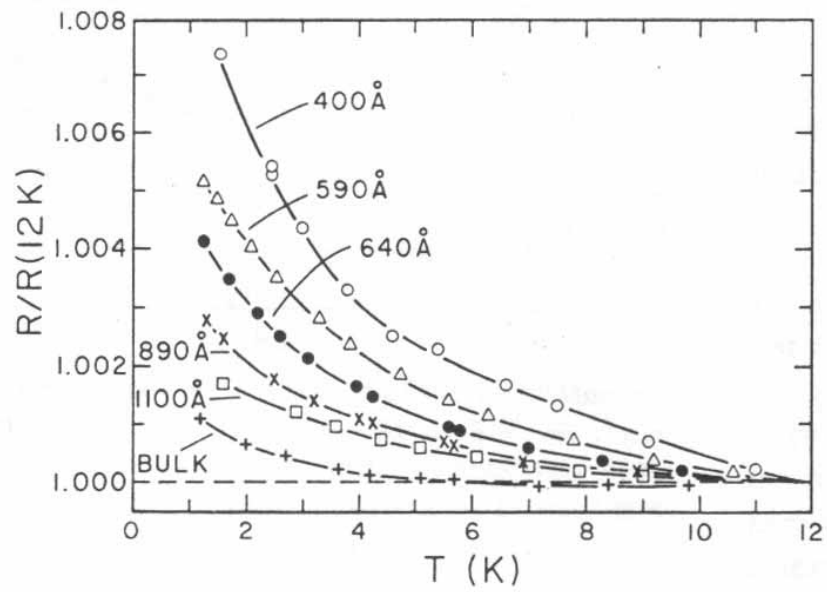


(圖 1-1) 波茲曼傳輸理論所預測的電阻率隨溫度的變化圖。在溫度較高的部分， $\rho \propto T$ ；在溫度於中間某個範圍時， $\rho \propto T^5$ ；而當溫度到更低溫時，電阻率只剩下為常數的殘餘電阻率。

當此系統不再為完美的單晶，即系統中存在缺陷、參雜其他元素，而導致系統的無序程度增加時，電子於低溫下的傳輸行為，就不再如同波茲曼傳輸理論所預測，如圖 1-2 所示。此時就需要借助量子力學，考慮電子的波動性來修正。

於第二章理論的部分，討論考慮電子波動性影響電導的前提，且描述電子運動狀態的物理模型，進而整理出目前因電子波函數干涉效應對電導和磁電阻造成影響的理論和實驗相關文獻。第三章實驗方法，陳述如何設計和製作符合能測量到電子波函數干涉的樣品，及介紹低溫量測的方法。第四章實驗結果與討論，以第二章理論的部份當作知識背景，對量測結果進行分析討論，同時也指出目前無法解釋仍需進一步研究的部份。第五章結論，對這份論文的研究作一個總結。而附錄的部份，包括第四章統計分析時的詳細數據結果、也放進  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜的相關研究，如熱電勢測量。





(圖 1-2) 電阻於低溫部份開始往上升，而非波茲曼理論所預測的殘餘電阻率。(Giordano et al., 1979)



## 第二章 理論

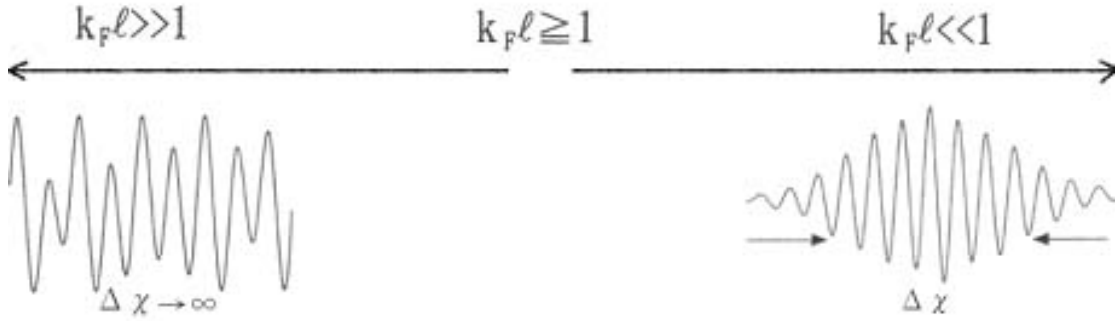
### 2.1 量子效應修正電導

#### 2.1.1 電子波動性的顯現——相位相干

在典型的波茲曼傳輸理論(Boltzmann transport theory)，電子於傳輸的軌道中，其碰撞事件之間是彼此獨立的；如電子發生一次彈性碰撞所走的距離  $l$ ，甚大於電子的波長  $\lambda_F$ (Fermi wavelength)，這時我們可以說電子在運動的過程中幾乎感受不到自身的波動性。然而，隨著彈性碰撞的距離  $l$  縮短，電子的波動性就會逐漸的清晰，波茲曼的傳輸模型就需要給予適當的修正。藉由比較彈性碰撞的距離  $l$  和電子波長  $\lambda_F$  的大小，我們可以對任何系統給出一個定量的值，來描述波動性介入傳輸所造成影響的大小；一般通用的方式，為計算  $k_F l$  值，由於  $2\pi/\lambda_F = k_F$ ， $k_F$  為電子的費米波向量(Fermi wave vector)，所以  $k_F l$  其實只是另一種表達比值的方式(相差  $2\pi$ )，對於估計數量級有很大的幫助。

如圖 2-1，當  $k_F l \gg 1$ ，電子彈性碰撞的距離  $l$  甚大於電子波長  $\lambda_F$ ，亦即電子與雜質或邊界的碰撞次數甚少，也就是所謂的彈道式傳輸，電子的傳輸方式即如波茲曼傳輸理論所預測；在整個空間中，電子的傳輸行為可用延展態來描述，其位於某個位置的不確定性為無窮大  $\Delta x \rightarrow \infty$ 。當  $k_F l \ll 1$ ，相較之下，電子彈性碰撞的距離  $l$  甚短，可想像成電子不斷的遇到碰撞事件，不斷受到碰撞的電子幾乎被局域在某個空間，其為於某個位置的不確定性  $\Delta x$  為有限值；電子波函數的干涉效應明顯，這樣的現象首度於 1958 年被 Anderson 所提出，他認為電子以指數形式局域(exponentially localized)在某個空間。所以，我們已討論到兩種極端情況，也使得電子分別對應到不同的態(states)，前者是延展態、後者是局域態；由電子彈性碰撞的距離  $l$  大小，可換成電子碰撞事件的多寡，因此前者對應到的是碰撞次數甚少的完美週期性晶格、後者對應到的是碰撞次數較多的無序系統。而存在這兩種極端情形之間的是  $k_F l \geq 1$ ，電子的碰撞事件之間不能再視為獨立的個別事件，電子波函數之間的干涉效應就不能再被忽略；此時，我們將電子的態歸類為弱局域狀態，而對應到的系統為弱無序系統，同時，我們認為電子所做的

運動為擴散式運動，亦即隨機無規行走，因所遭受的碰撞是無規則的。在這裡，我們所感興趣的正是弱無序系統，由不能再被忽略的電子波函數干涉效應中，我們的確觀察到此效應對電導的修正。



(圖 2-1)  $k_F l$  值粗略分為三種數量級。  $\Delta x$  為電子所在位置之不確定性，分別對應到不同的  $k_F l$  值。

### 2.1.2 擴散運動

由上節，我們得到電子在弱無序系統的運動方式為擴散運動。因此，這一節我們進一步討論擴散運動。

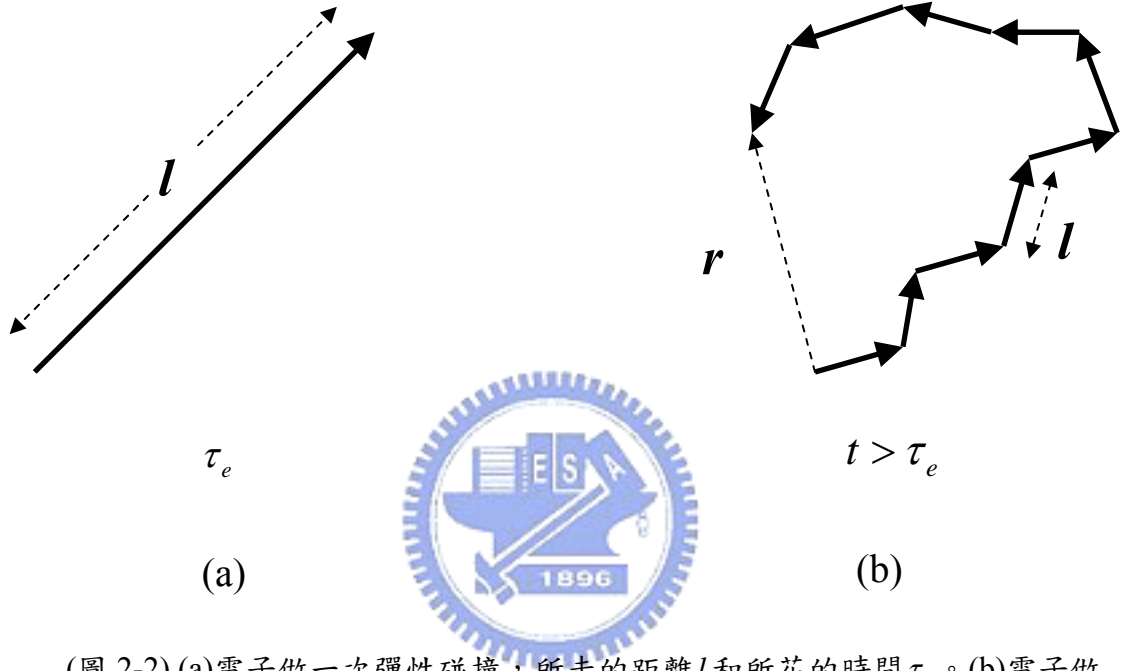
電子的平均彈性碰撞長度  $l$ ，和平均彈性碰撞時間  $\tau_e$ ，以費米速度  $v_F$  作為連結， $l = v_F \tau_e$  (如圖 2-2(a))；這是因為電子在兩次彈性碰撞之間，沒有其他的散射。如果我們接著要關心的是經過時間  $t$  大於彈性碰撞時間  $\tau_e$ ，電子又做擴散運動，那麼電子離出發點的距離  $r$ ，就不能再用費米速度和時間  $t$  做連結(如圖 2-2(b))，而必須要用描述擴散運動的方程：

$$r^2 = Dt, \quad (2-1)$$

$D$  為擴散常數， $D = v_F l / d$ ， $d$  是樣品的空間維度。即經過時間  $t$  電子離出發點的距離為  $r = \sqrt{Dt}$ 。而透過這個關係式，當電子離出發點的距離為  $L$ ， $L$  又為樣品實際的尺寸，那麼所經過的時間，便可說是電子感受到樣品空間為有限的時間，換句話說為電子感受到邊界的時間，此時間稱為 Thouless time  $\tau_D$ ，

$$\tau_D = L^2 / D。 \quad (2-2)$$

所以當我們所觀察的時間尺度小於 $\tau_D$ ，電子就像在無限大的空間運動。如圖 2-3，所觀察的時間小於彈性碰撞時間 $\tau_e$ ，電子就如同彈道式傳輸；所觀察的時間介於 $\tau_e$ 和 $\tau_D$ 之間，電子的運動方式可用擴散方式來描述；若所觀察的時間大於 $\tau_D$ ，電子的運動方式為各種狀態都經歷(ergodic)。



(圖 2-2) (a) 電子做一次彈性碰撞，所走的距離 $l$ 和所花的時間 $\tau_e$ 。(b) 電子做擴散式運動，所經歷的時間 $t > \tau_e$ ，離出發點的距離 $r$ ；其中任兩次碰撞之間的距離為彈性碰撞的距離 $l$ 。



(圖 2-3) 觀察的時間尺度以彈性碰撞時間 $\tau_e$ 和 Thouless time  $\tau_D$  作劃分，可將電子的運動方式分為三種。

電導是一個平均的物理量，可看成是測量電子橫跨整個系統的機率。縮小範圍來看，我們想知道電子從 $\vec{r}$ 點傳輸到 $\vec{r}'$ 點的機率為多少。首先，以量子力學的計算方式，我們定義電子從 $\vec{r}$ 點到 $\vec{r}'$ 點的機率振幅(probability amplitude)為

$P(\vec{r}, \vec{r}')$ ，而電子從 $\vec{r}$ 點到 $\vec{r}'$ 點有很多種可能性，如圖 2-4，因此 $P(\vec{r}, \vec{r}')$ 必須是各種路徑機率振幅的和，

$$P(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_j \psi_j e^{i\theta_j} , \quad (2-3)$$

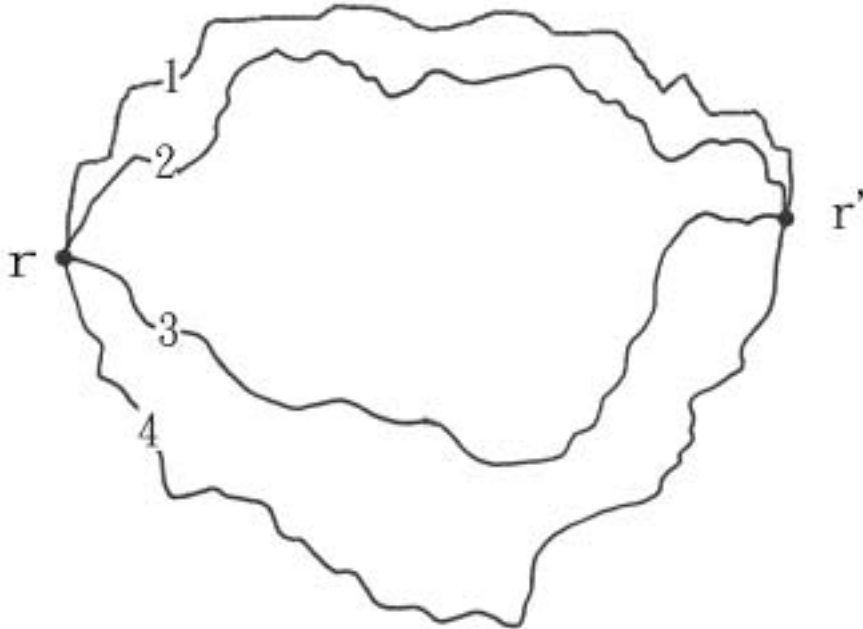
$j$  為各種路徑。而電子從 $\vec{r}$ 點到 $\vec{r}'$ 點機率為

$$|P(\vec{r}, \vec{r}')|^2 = \sum_j \left| \psi_j e^{i\theta_j} \right|^2 + \sum_{j,j'} \psi_j \psi_{j'}^* e^{i\theta_j} e^{-i\theta_{j'}} , \quad (2-4)$$

上式有和雙狹縫繞射一樣的數學形式。如圖 2-5(a)為(2-4)式的第一項，機率振幅和本身的共軛複數相位變化量相同，(2-4)式第二項如圖 2-5(b)為不同的軌跡 $j$ 和 $j'$ 的干涉項，以古典的擴散運動而言，由於造成散射的雜質是隨機排列的，使得第二項的相位關係也是隨機的，因此第二項因總和結果導致正負平均而被刪除，這也是不考慮量子干涉的結果，



$$|P(\vec{r}, \vec{r}')|^2 = \sum_j \left| \psi_j e^{i\theta_j} \right|^2 . \quad (2-5)$$



(圖 2-4) 電子從 $\vec{r}$ 點到 $\vec{r}'$ 點有很多種可能路徑，不同路徑就有不一樣的機率振幅，因此計算 $\vec{r}$ 點到 $\vec{r}'$ 點的機率，就必須將不同路徑的機率振幅都給考慮進來。



(圖 2-5) 以實線和虛線分別表示機率振幅和其共軛複數，(a)為古典項，(b)為干涉項。

從統計力學出發，在古典的擴散運動中，電子從單位體積內的 $\vec{r}$ 點到單位體積內 $\vec{r}'$ 點的機率密度為

$$\mathbf{P}(\vec{r}, \vec{r}', t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} e^{-|\vec{r}-\vec{r}'|^2 / 4Dt} , \quad (2-6)$$

其中 $D$ 為擴散常數、 $d$ 為電子所處在空間的維度。固定時間 $t$ ，電子從0點到空間各點的機率密度分佈情形，如圖2-6所示。如果我們特別在乎某一種特殊情形——為電子從 $\vec{r}$ 點再回到 $\vec{r}$ 點，則此時的機率密度大小為

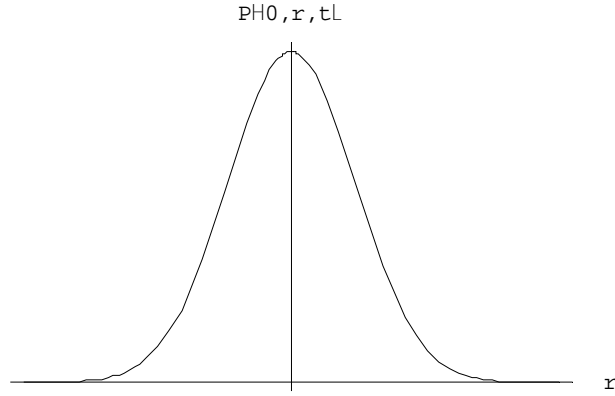
$$\mathbf{P}(\vec{r}, \vec{r}, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} , \quad (2-7)$$

為圖2-6中， $x$ 軸原點所對應的 $y$ 軸的值。

(2-6)式和(2-7)式所考慮的情形為單一擴散事件的情形，如果我們希望能總和整個樣品空間所有回到各自原點的擴散事件數，則需將(2-7)式以 $\vec{r}$ 做變數對整個樣品空間積分，得到

$$\mathbf{P}(t) = \frac{\Omega}{(4\pi Dt)^{d/2}} , \quad (2-8)$$

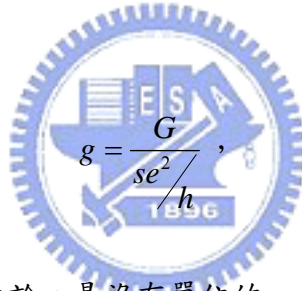
$\Omega$ 即為樣品的體積。



(圖 2-6) 固定時間  $t$ ，電子從 0 點到空間各點的機率密度分部情形。

### 2.1.3 定義無單位之電導(dimensionless $g$ )

給定一電導值為  $G$ ，因為電導的單位和  $e^2/h$  相同，所以可以引進一個沒有單位的電導  $g$



$$g = \frac{G}{se^2/h}, \quad (2-9)$$

當考慮電子自旋時， $s=2$ 。由於  $g$  是沒有單位的，以下的討論將致力於把無單位的電導  $g$  化成兩個體積的比值。

首先，先考慮古典 Drude 模型下的電導率  $\sigma_0$ 。從 Einstein 的關係式，

$$\sigma_0 = se^2 D \rho_0, \quad (2-10)$$

$D$  是擴散常數、 $\rho_0$  是單一自旋方向於費米能階(Fermi level)的能態密度(density of state)。假定樣品各個維度的長度皆為  $L$ ，則電導率  $\sigma_0$  和電導  $G$  的關係為

$$G = \sigma_0 L^{d-2}, \quad (2-11)$$

再將(2-10)式帶入(2-11)式，其中(2-10)式的擴散常數  $D$  以(2-2)式所定義的 Thouless time  $\tau_D$  來帶入，因此重寫的電導  $G$  為



$$G = se^2 \frac{L^2}{\tau_D} \rho_0 L^{d-2} = se^2 \rho_0 L^d / \tau_D. \quad (2-12)$$

對於費米能階上的能態密度  $\rho_0$ ，我們用估算的方式來求得：在樣品裡面所有能態的數目約為  $(k_F L)^d$ ，所以單位能量有多少態  $\rho_0$  即為

$$\rho_0 \propto \frac{k_F^d}{\varepsilon_F} = \frac{k_F^{d-1}}{\hbar v_F} \cong \frac{1}{\hbar v_F \lambda_F^{d-1}}. \quad (2-13)$$

由(2-13)式的結果，無單位的電導  $g$  便可表示成

$$g \propto \frac{\Omega}{\lambda_F^{d-1} v_F \tau_D}, \quad (2-14)$$

為兩個體積的比值。 $\Omega = L^d$  為整個樣品的體積；分母的部分為電子在  $\tau_D$  時間內走的總長度，再乘上  $\lambda_F^{d-1}$  的截面積，所構成的體積。此表示為兩體積之比值的無單位電導  $g$ ，在之後的章節可看到其對干涉效應的重要性。

#### 2.1.4 量子效應和電導之關係

古典的擴散運動如 2.1.2 節所示，忽略電子有相位的問題。然而，當兩個電子波函數於某個短暫時間在空間上交會在一起時，於某個空間大小裡面，干涉項只要不要被平均後消去，就有可能被保留。如圖 2-7(a)，在空間上機率振幅沒有交叉(crossing)在一起，相位之間無法產生干涉；而圖 2-7(b)表示，假如兩個機率振幅一起進入圓形區域時，其相位一樣，又一起進入圓形區域內，於圓形區域內兩個機率振幅分辨不出彼此，換句話說，機率振幅間可互易，則兩機率振幅在此區域內形成建設性干涉。而此區域的大小，顯然和電子波長  $\lambda_F$  有必然的相關；且兩機率振幅於某次遭受散射，進入此區域，又再次離開此區域為遭受下一次散射，因此兩次散射間的平均碰撞長度  $l_e$ ，也和此區域大小有關。由此定義出此圓形區域的大小為  $\lambda_F^{d-1} l_e$  ( $d$  為空間維度)，又稱為 Hikami box。

而估算量子干涉效應中建設性干涉對電導的修正的大小顯然是重要的，又估算量子干涉須從機率振幅有交叉情形出發，因為有機率振幅的交叉才有建設性干

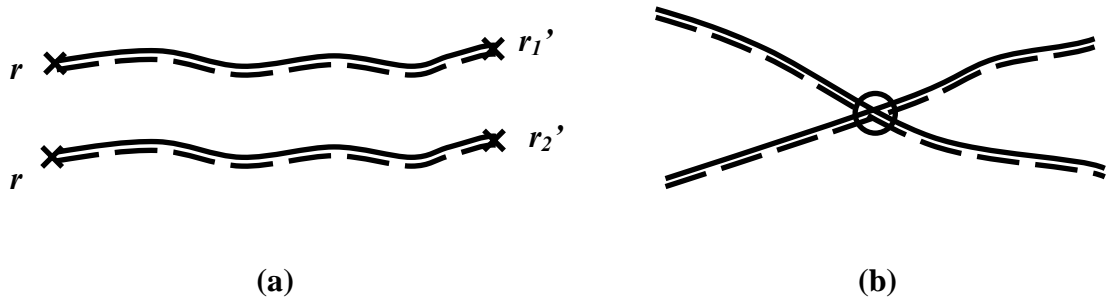
涉的可能性。令  $p_{\times}$  為發生此交叉軌跡的機率(下標“ $\times$ ”為交叉的意思)，倘若時間從  $t$  到  $t+dt$ ，其機率為

$$dp_{\times}(t) = \frac{\lambda_F^{d-1} v_F dt}{\Omega} \propto \frac{1}{g} \frac{dt}{\tau_D}, \quad (2-15)$$

為發生此單一事件的體積，除上整個樣品空間的體積，即發生此事件的機率。由(2-14)式，引進無單位的電導  $g$ ，則(2-15)式可寫成第二部分。而考慮此單一事件經歷 Thouless time  $\tau_D$ ，發生此量子干涉的機率為

$$p_{\times}(\tau_D) = \int_0^{\tau_D} dp_{\times}(t) = \frac{\lambda_F^{d-1} v_F \tau_D}{\Omega} \propto \frac{1}{g}, \quad (2-16)$$

其中  $\tau_D$  是電子遇到邊界的時間，也就是兩個機率振幅所能保持相位相同的最長時間(假定  $\tau_D < \tau_{\phi}$ )。因此，得到電子發生相位干涉的機率反比於電導！由此數學上的證明和我們的物理直覺有一致結論。例如在一導電良好的金屬，我們知道電導  $g$  是很大的，且電子的碰撞次數甚少，電子在樣品中的行為就近似圖 2-7(a)，那麼所形成量子干涉，也就是機率振幅交叉的空間就甚小，因此古典波茲曼傳輸模型即可給一正確的預測。另外，當電導  $g$  漸小而接近於 1 時，我們知道此時電子所處的系統很無序，當然電子就處在不斷碰撞的環境，由不斷的碰撞事件中，遭遇機率振幅交叉的情形必然增加，如同(2-16)式可看出機率振幅交叉的空間幾乎要等於這個樣品大小，這時我們可以想像電子幾乎被侷限在某個空間。



(圖 2-7) 機率振幅在空間上的交叉與否，影響彼此間是否能有干涉的機率。  
(a)兩機率振幅空間上沒有交叉；(b)兩機率振幅有交叉，在圓形區域內會有干涉效應。

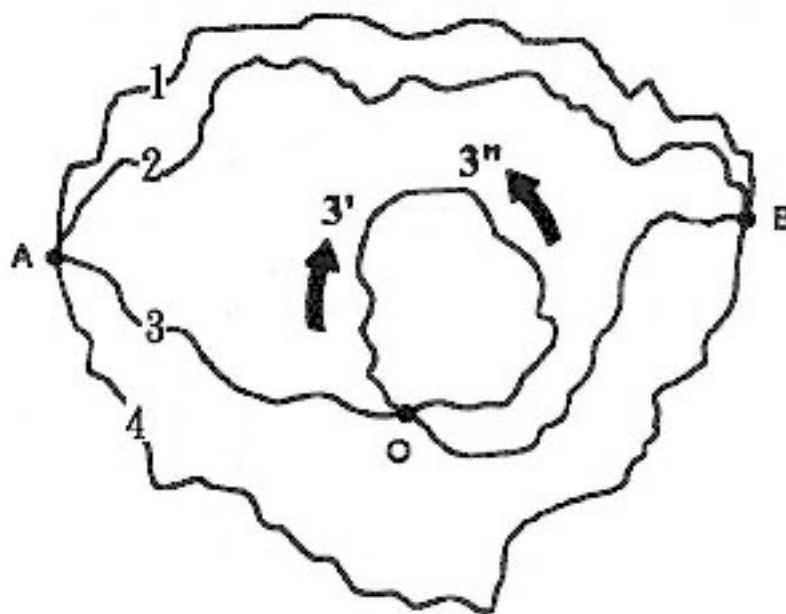
## 2.2 弱局域理論

弱局域理論可修正以波茲曼理論做預測的電子行為，尤其當電子處在弱無序的系統，此修正更為明顯。

### 2.2.1 弱局域之物理圖像

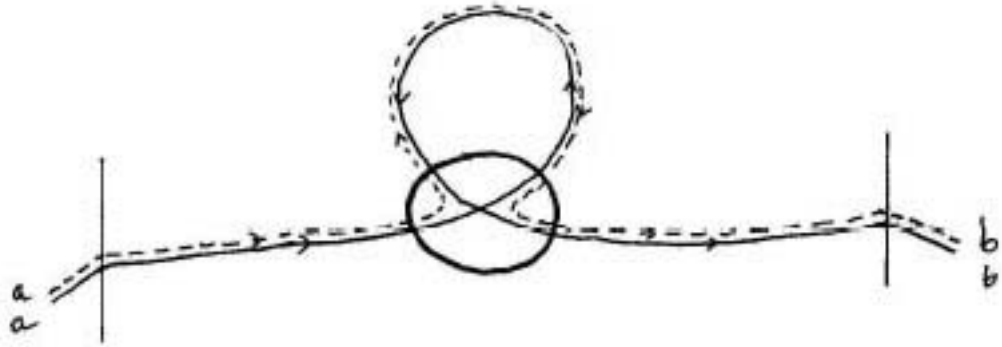
電子在傳導時，於空間中的某個 A 點到 B 點，有很多種可能性，如圖 2-8 所示。在前幾節曾經多次強調，我們討論的範圍在弱無序的系統，即電子有多次散射機會，做擴散運動。因此電子從 A 點到 B 點的過程中有較高的散射機率，就很有可能形成 3 號路徑，於 A 到 B 的過程中，形成一個迴圈(loop)。此迴圈即為整個弱局域理論的根源。

以概念式的觀點來看這個迴圈：當有 3 號路徑形成時，電子可選擇走 3' 方向，或是 3'' 方向，3 號路徑的機率變為原本的兩倍，電子在 O 點的機率增加，也就變成電子從 A 點到 B 點的機率變小。電子傳導出去的機率變小，則可說整個傳導空間的電阻上升。



(圖 2-8) 電子從 A 點傳導到 B 點有多種可能路徑，其中 3 號路徑形成迴圈。電子走此路徑時便有兩個方向作為選擇。

若進一步探討微觀機制，可看成路徑為 3 號的波函數，碰到迴圈形成兩個波函數，於迴圈中有不同方向，在繞行完迴圈後，因所走的總路徑相同，且過程皆為彈性碰撞，則會以相同相位同時進入如圖 2-9 所示的圓形區域(位於迴圈下方之線條較粗的圓形)。由 2.1.4 節，即兩波函數進入可發生干涉的區域——圓形區域，又進入此區域的兩個波為相同相位，因此產生所謂的建設性干涉。



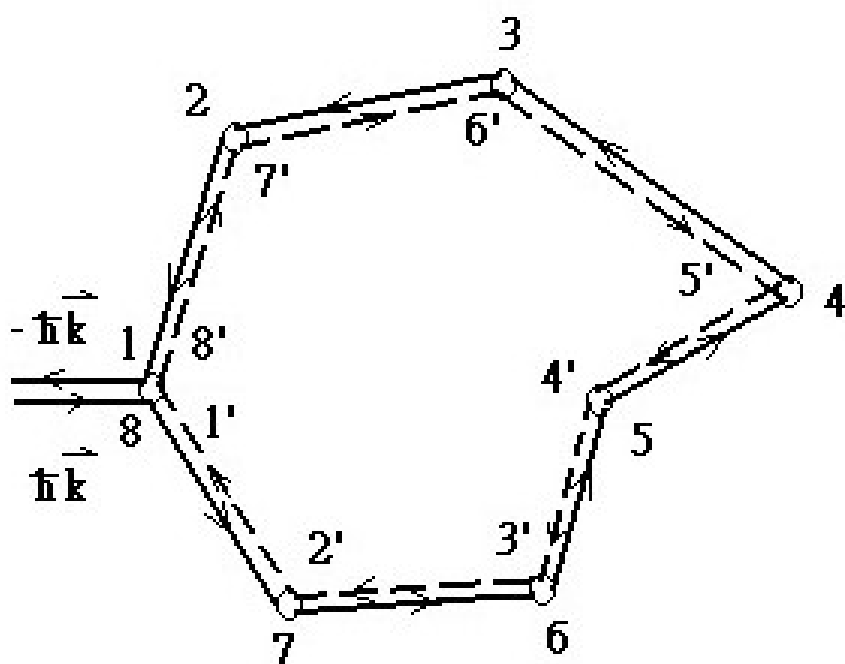
(圖 2-9) 實線和虛線表示兩個波函數於迴圈中走相反方向，而繞行完迴圈同時進入下方圓形區域。

在實際的空間中，電子經由多個散射點而構成一個迴圈軌跡，如圖 2-10 所示，每個散射點則用數字表示。假設電子以  $\hbar\vec{k}$  的動量入射，離開此迴圈的動量為  $-\hbar\vec{k}$ ，電子可從第 1 號散射點到 2 號、3 號...回到 8 號；也可從第 1' 號散射點到 2' 號、3' 號...回到 8' 號，其 8 個散射點為相同的散射點。

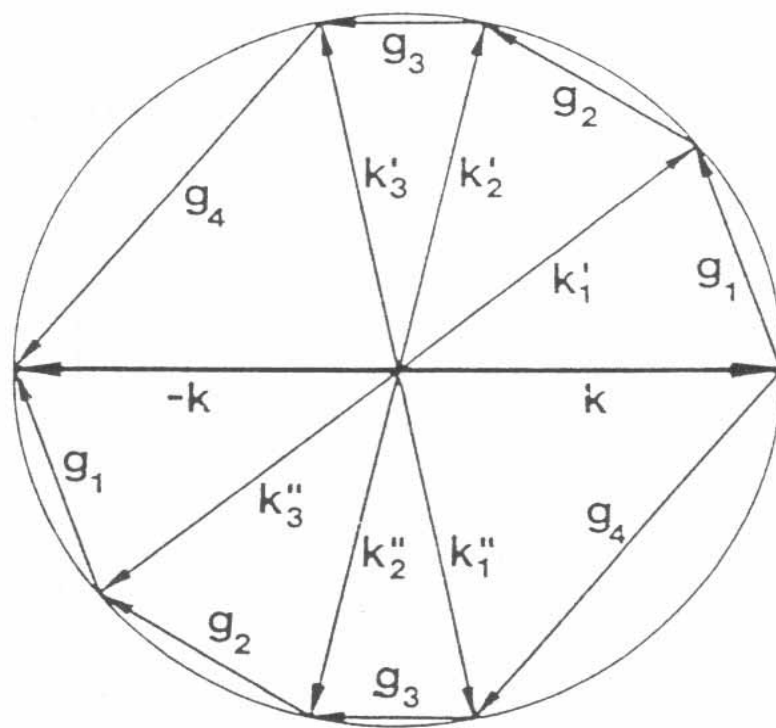
兩波函數經歷相同散射點，只是運動軌跡的方向相反，那麼其動量變化量也要是對稱的，即構成所謂時間反演對稱(time reversal symmetry)。假設進出迴圈的動量變化為正負方向的變化，如圖 2-11 所示，為電子在動量空間(k space)的示意圖。電子的動量變化可由逆時針或順時針的方向，分別為(2-17)式和(2-18)式，其中  $\vec{q}$  為造成散射的動量。

$$\vec{k} \rightarrow \vec{k} + \vec{q}_1 = \vec{k}'_1 \rightarrow \vec{k}'_1 + \vec{q}_2 = \vec{k}'_2 \rightarrow \dots \rightarrow \vec{k}'_{n+1} + \vec{q}_n = \vec{k}'_n = \vec{k} + \sum_i \vec{q}_i = -\vec{k} \quad (2-17)$$

$$\vec{k} \rightarrow \vec{k} + \vec{q}_n = \vec{k}''_1 \rightarrow \vec{k}''_1 + \vec{q}_{n-1} = \vec{k}''_2 \rightarrow \dots \rightarrow \vec{k}''_{n+1} + \vec{q}_n = \vec{k}''_n = \vec{k} + \sum_i \vec{q}_i = -\vec{k} \quad (2-18)$$



(圖 2-10) 電子在實際空間的散射情形，相同路徑有兩種可能性。



(圖 2-11) 電子在動量空間的動量改變情形，可分為上下兩半部的情形。

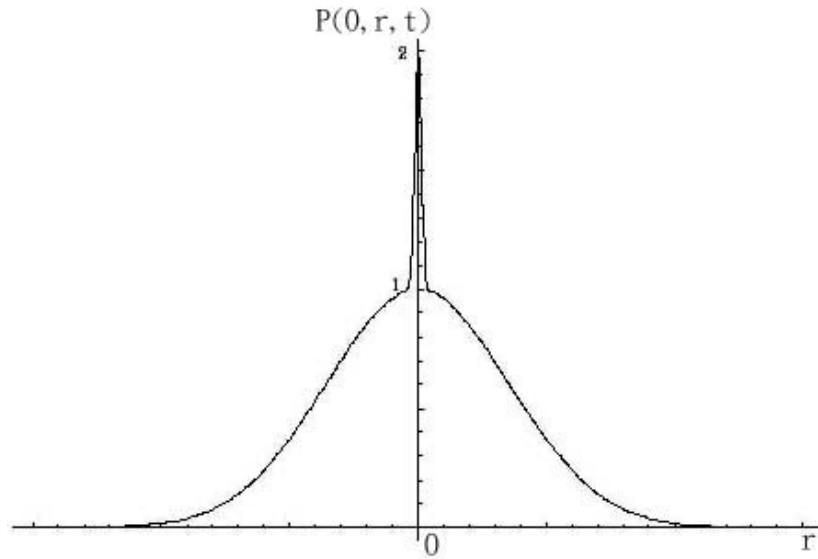
由電子在迴圈的交叉處產生建設性干涉，代入(2-4)式，我們可以寫下從迴圈開始點(O 點)到迴圈結束點(一樣是 O 點)的機率大小，

$$\begin{aligned}
 |P(O,O)|^2 &= \sum_j |\psi_j e^{i\theta_j}|^2 + \sum_{j,j'} \psi_j \psi_{j'}^* e^{i\theta_j} e^{-i\theta_{j'}} \\
 &= \sum_j |\psi_j|^2 + \sum_{j,j'} \psi_j \psi_{j'}^* \quad , \quad (2-19) \\
 &= 2 \sum_j |\psi_j|^2
 \end{aligned}$$

， $j$  為不同路徑， $j'$  和  $j$  相同迴圈卻不同方向，其中  $\psi_j = \psi_{j'}$ 。由(2-19)式可得到在迴圈的交叉點處，電子的機率為古典不考慮干涉效應的兩倍。電子在整個空間的機率分佈，如圖 2-12 所示，在 O 點機率為原來的兩倍，而擴散到其他點的機率則如原本的古典預測。而弱局域所加進的干涉項對電子從 O 點回到 O 點的機率變化大小，則和古典機率相等，(2-19)式中第二個等式兩項相等，

$$|P_{cl}(O,O)|^2 = |P_{int}(O,O)|^2, \quad (2-20)$$

$cl$  為古典項， $int$  為干涉項。



(圖 2-12) 加進弱局域理論後，電子在空間的機率分佈圖。



### 2.2.2 弱局域對電導之修正

由(2-20)式，我們知道干涉項在弱局域理論中所貢獻的機率和古典項相等，而古典項的機率密度如(2-7)式所示，

$$|P_{cl}(O, O, t)|^2 = \mathbf{P}_{cl}(O, O, t) = \mathbf{P}_{int}(O, O, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}}。 \quad (2-21)$$

因此將干涉項貢獻的機率對整個空間積分，雖然得到和(2-8)式的結果，然而在這裡的意思是：整個系統中，形成迴圈(即造成波函數交叉)的個數數量。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{int}(t) &= \int \mathbf{P}_{cl}(r, r, t) dr = \int \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} dr \\ &= \frac{\Omega}{(4\pi Dt)^{d/2}} = \left( \frac{\tau_D}{4\pi t} \right)^{d/2}, \end{aligned} \quad (2-22)$$

$\Omega = L^d$  為系統的體積大小，最後的結果為將  $D$  代(2-2)式而得。

在(2-16)式中，為計算發生單一波函數交叉事件的機率。而以弱局域的觀點，整個系統發生波函數交叉的總事件如(2-22)式所計算，因此想要計算整個系統經過  $\tau_D$  時間發生量子干涉的機率為

$$p_0(\tau_D) = \int_0^{\tau_D} \mathbf{P}_{int}(t) dp_{\times}(t) \propto \frac{1}{g} \int_0^{\tau_D} \mathbf{P}_{int}(t) \frac{dt}{\tau_D}, \quad (2-23)$$

$p_0(\tau_D)$  下標"0"為迴圈的意思。而我們同時記得積分上限的時間不能大於相位破壞的時間，也就是時間  $t$  需小於等於時間  $\tau_{\phi}$  (相位維持時間)。所以計算整個系統發生量子干涉的機率改為

$$p_0(\tau_D) = \int_0^{\min(\tau_D, \tau_{\phi})} \mathbf{P}_{int}(t) dp_{\times}(t) \propto \frac{1}{g} \int_0^{\min(\tau_D, \tau_{\phi})} \mathbf{P}_{int}(t) \frac{dt}{\tau_D}, \quad (2-24)$$

因此積分上限視哪個時間  $\tau_D$  或  $\tau_{\phi}$  較短而決定。

而到目前為止，我們的重點一直擺放在計算整個系統發生弱局域致量子干涉機率，其原因在於弱局域效應對整個系統電導的修正等於系統中發生弱局域效應



的機率，

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = \frac{\Delta G}{G_0} = -p_0(\tau_\varphi) , \quad (2-25)$$

$\Delta\sigma$  為電導率因弱局域效應的改變量， $\sigma_0$  為殘餘電導率； $\Delta G$  為電導因弱局域的效應的改變量， $G_0$  為殘餘電導。之所以在機率前有一負號，是因為此效應對電導的修正是負的。

因此可寫下電導的修正為

$$\Delta G = -\frac{G_0}{g} \int_{\tau_e}^{\min(\tau_D, \tau_\varphi)} \left( \frac{\tau_D}{4\pi t} \right)^{d/2} \frac{dt}{\tau_D} , \quad (2-26)$$

其中積分下限改為一次彈性碰撞的時間  $\tau_e$ ，因為要產生弱局域效應需經歷一連串的彈性碰撞，因此  $\tau_e$  為最小的時間下限。決定電導修正之後，可分為兩個系統做討論，其中一個是  $\tau_D \gg \tau_\varphi$ 、 $L \gg L_\varphi$ ；另一個是  $\tau_D \ll \tau_\varphi$ 、 $L \ll L_\varphi$ ，其中  $L$  為樣品的某一維度的大小。

考慮  $\tau_D \gg \tau_\varphi$ 、 $L \gg L_\varphi$  的情形。首先在一維的系統，將(2-26)式代入  $d=1$  的條件， $G_0/g$  的值由(2-9)式，則電導的修正為

$$\begin{aligned} \Delta G &= -\frac{se^2}{h} \int_{\tau_e}^{\tau_\varphi} \left( \frac{\tau_D}{4\pi t} \right)^{1/2} \frac{dt}{\tau_D} \\ &= -\frac{se^2}{h} \times \left( \frac{\tau_D}{4\pi} \right)^{1/2} \times 2 \times (\sqrt{\tau_\varphi} - \sqrt{\tau_e}) \times \frac{1}{\tau_D} , \\ &\cong -\frac{se^2}{h} \times \left( \frac{\sqrt{\tau_\varphi}}{\sqrt{\tau_D}} - \frac{\sqrt{\tau_e}}{\sqrt{\tau_D}} \right) \\ &\cong -\frac{se^2}{h} \times \frac{L_\varphi}{L} \end{aligned} \quad (2-27)$$

其中  $\tau$  和  $L$  的關係式如(2-1)式所定義  $r^2 = Dt$ ，因此第三個等式的第一項可推到第四個等式；而第三個等式的第二項因  $\tau_e$  甚小，所以近似為零。所得到第四個等式的結果為一維系統弱局域理論對電導的修正值。

在二維系統中，一樣是考慮  $\tau_D \gg \tau_\varphi$ 、 $L \gg L_\varphi$  的情形，將(2-26)式帶入  $d=2$  的條件，則電導的修正為

$$\begin{aligned}
 \Delta G &= -\frac{se^2}{h} \int_{\tau_e}^{\tau_\varphi} \left( \frac{\tau_D}{4\pi t} \right) \frac{dt}{\tau_D} \\
 &= -\frac{se^2}{h} \times \left( \frac{\tau_D}{4\pi} \right) \times \ln \frac{\tau_\varphi}{\tau_e} \times \frac{1}{\tau_D}, \\
 &= -\frac{se^2}{h} \times \frac{1}{4\pi} \times \ln \frac{L_\varphi^2}{l_e^2} \\
 &\cong -\frac{se^2}{\pi h} \times \ln \frac{L_\varphi}{l_e}
 \end{aligned} \tag{2-28}$$

所得到第四個等式的結果為二維系統弱局域理論對電導的修正值。

而三維系統可以同樣的計算方式得出。將弱局域理論對一、二、三維系統的電導修正列於如下，



$$\text{一維, } \Delta G = -\frac{se^2}{h} \times \frac{L_\varphi}{L}; \tag{2-29}$$

$$\text{二維, } \Delta G = -\frac{se^2}{\pi h} \times \ln \frac{L_\varphi}{l_e}; \tag{2-30}$$

$$\text{三維, } \Delta G = -\frac{se^2}{2\pi h} \times \left( \frac{L}{l_e} - \frac{L}{L_\varphi} \right); \tag{2-31}$$

其中  $L_\varphi \propto T^{-n/2}$ ， $T$  為溫度， $n$  為某個整數。因此可以得到有名的弱局域理論對

二維系統電導的修正為

$$\text{二維: } \Delta G \propto \ln T, \tag{2-32}$$

而  $\Delta R \propto \Delta G$  (正負號相反)，所以電阻對溫度的修正有一樣的形式。一個定量上且為分析時廣泛被使用的結論為

$$\frac{\Delta R_{\_square}(T)}{R_{\_square}(T_0)} = -\frac{\alpha e^2 p}{2\pi^2 \hbar} R_{\_square}(T_0) \ln\left(\frac{T}{T_0}\right), \quad (2-33)$$

$R_{\_square}(T)$  為二維系統中取代計算電阻率的值： $R_{\_square}(T) = R \frac{w}{L}$ ，其中  $R$  為整個系統電阻值， $w$  為樣品寬度， $L$  為樣品長度。而  $\alpha$  和自旋—軌道散射相關的數值， $p$  和非彈性散射率相關， $\alpha p$  值為表示弱局域強度的大小，是一個沒有單位的數值。

## 2.3 相位破壞機制

某些機制和多種電子散射的情形會破壞電子波函數相位的相干，包括外加的磁場、非彈性電子—聲子的散射(electron-phonon scattering)、電子—電子散射(electron-electron scattering)、自旋—自旋散射(spin-spin scattering)、自旋—軌道散射(spin-orbit scattering)。一旦電子的相位被破壞，可由形成迴圈軌跡的波函數和相反方向的波函數之間的干涉效應所造成弱局域的現象，便會瓦解而無法產生建設性干涉。

令非彈性碰撞的週期為  $\tau_{in}$  (非彈性碰撞包括電子—聲子散射，電子—電子散射)，自旋—軌道散射的週期為  $\tau_{so}$ ，自旋—自旋散射的週期為  $\tau_{ss}$  ... 等。將會讓相位改變的事件所造成的時間週期取成倒數後相加，即為每秒所有破壞相位事件的合  $\tau_{\phi}^{-1}$ ，將此合再取為導數則為兩次相位破壞的時間間隔，所謂相位維持時間  $\tau_{\phi}$ 。

$$\tau_{\phi}^{-1} = \tau_{in}^{-1} + \tau_{so}^{-1} + \tau_{ss}^{-1} + \dots, \quad (2-34)$$

$$\tau_{in}^{-1} = \tau_{ep}^{-1} + \tau_{ee}^{-1}. \quad (2-35)$$

### 2.3.1 外加磁場對電子相位的影響

外加一磁場對電子相位的影響可從 *Aharonov-Bohm experiment* 得到初步的答

案，如圖 2-13 所示。由圖 2-13(a)，電子傳導的系統為一金屬環結構，加一均勻穿出紙面方向的磁場；圖 2-13(b)，為概念式類似雙狹縫干涉的簡圖，不同在於有穿出紙面方向的場。因此我們可以寫下分別走上下兩半圓的電子波函數

$$\psi_1 = \psi e^{i\varphi_1}, \psi_2 = \psi e^{i\varphi_2}, \quad (2-36)$$

而電流正比於電子波函數機率振幅的平方

$$I \propto |\psi_1 + \psi_2|^2 = 2\psi^2 [1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]。 \quad (2-37)$$

若只遵循古典歐姆定律，則因相位之間的隨機分佈

$$I \propto 2\psi^2, \quad (2-38)$$

此時引進磁場，相位的變化量為

$$\delta\varphi_1 = \frac{e}{\hbar} \int_1 A \cdot dl, \delta\varphi_2 = \frac{e}{\hbar} \int_2 A \cdot dl, \quad (2-39)$$

其中下標 1 和 2 分別為上半圓路徑和下半圓路徑。由古典電磁學，已知

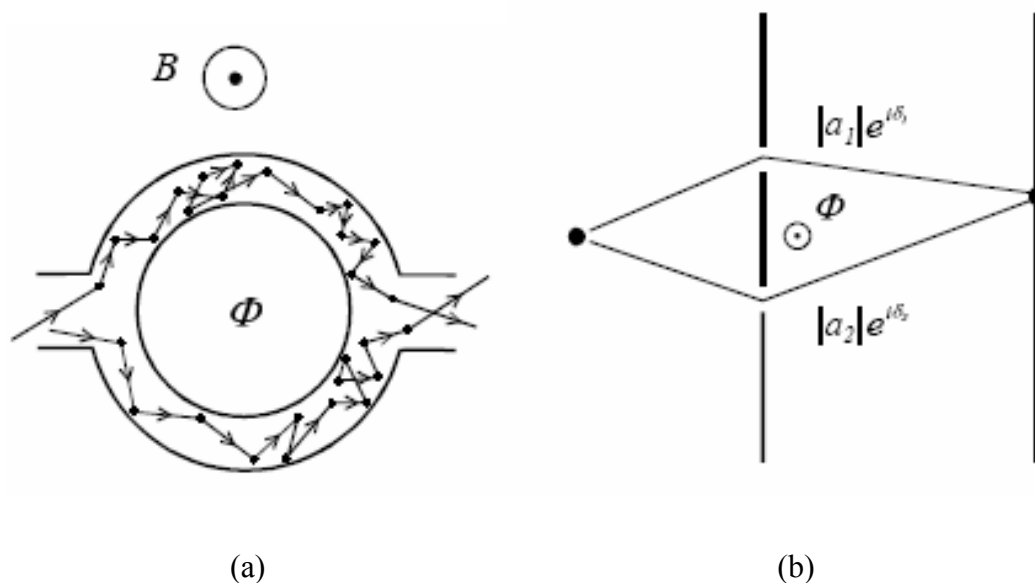
$$\oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_s \nabla \times \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi, \text{ 其中 } \Phi \text{ 磁通量。因此兩個波函數相位變化量的差值可}$$

表為

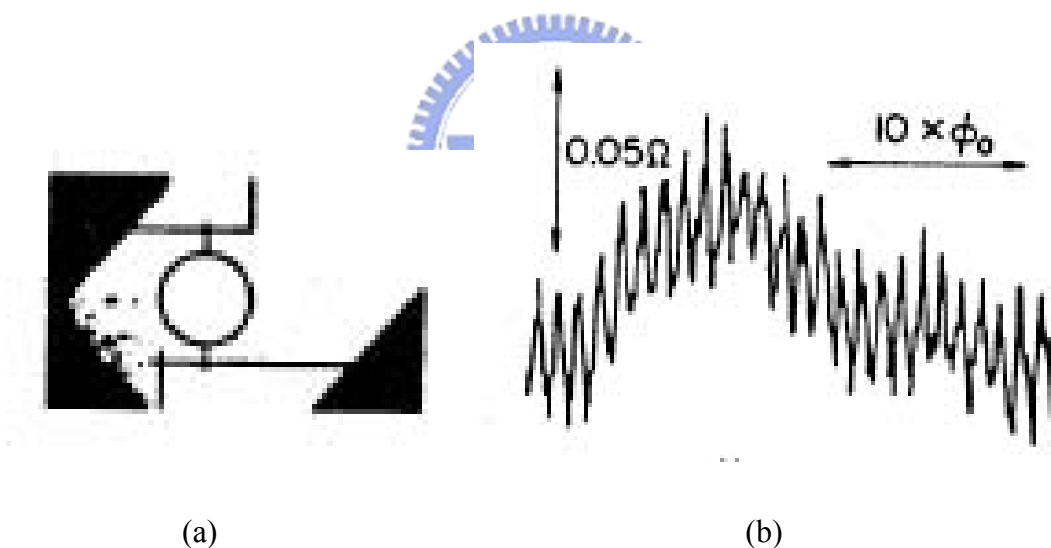
$$\Delta\varphi = \delta\varphi_1 - \delta\varphi_2 = \frac{e}{\hbar} \oint A \cdot dl = 2\pi \frac{\phi}{\phi_0}, \quad (2-40)$$

磁通量  $\phi$  即為此相位變化量差值的變數，其中  $\phi_0 = h/e$ 。

在 1984 年，Washburn 和 Webb 在一均勻磁場的環境下，測量只有微米尺寸金屬環(成分：銀)的電阻，如圖 2-14 所示。圖 2-14(a)，為測量系統的示意圖，中心圓環為樣品系統，接出四個接點做量測。圖 2-14(b)，為測量磁電阻的結果數據，水平方向為磁場大小，垂直方向為電阻大小。此實驗有兩個重要的結果：(I)由測量到磁電阻的震盪，其磁場震盪的週期恰巧如(2-40)式  $\phi_0$  所預測，圖上為顯示  $10 \times \phi_0$ ；(II)上下震盪電阻的大小，為  $\Delta G = -\Delta R / R^2 \cong e^2 / h$ ，乃(2-9)式電導所除的基本電導量。



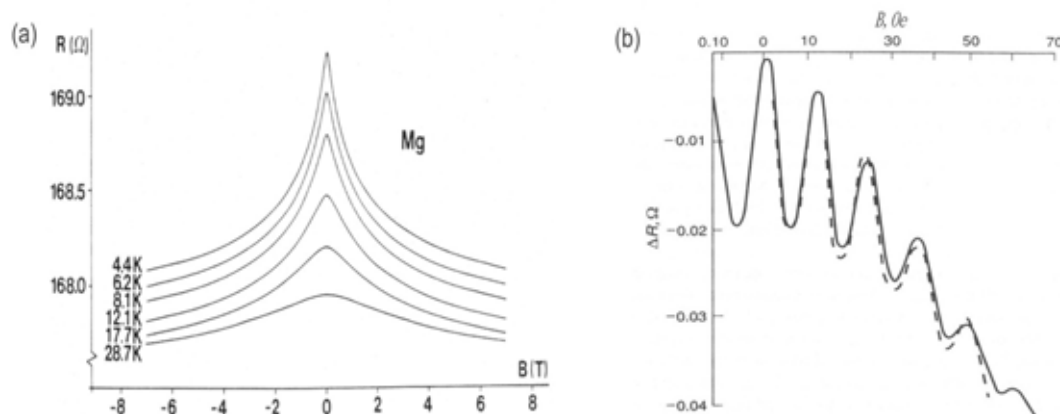
(圖 2-13) 左圖(a)為 Aharonov-Bohm experiment 的示意圖，右圖(b)為概念式的想像圖。



(圖 2-14) 左圖(a)為 Washburn 和 Webb 所量測的系統結構圖；右圖(b)為磁電阻測量的數據圖。

由於磁場能改變電子波函數在行進中的相位，相位改變的量正比於磁場大小和電子所走路徑的長短，隨著磁場加大，在弱局域效應中，就有越多迴圈無法造成相位相干，因此磁場所造成的相位混亂對弱局域現象而言，是減弱的效果。弱局域效應變小，電阻也會跟著變小，可由測量磁場和電阻的關係，得到負的磁阻。整體大趨勢為負磁阻的結果如圖 2-15(a)所示，為 1982 年 Bergmaim 測量鎂薄膜

樣品的磁電阻；圖 2-15(b)為空心圓柱狀樣品，在小磁場範圍，可測量到電阻會有如上述(2-40)式所描述週期性震盪的現象，以 $\phi_0$ 做基本週期。當磁場不斷被加大，使得越多可產生相位相干的迴圈不能夠成建設性干涉，當磁場到達某個大小，電阻值不會再改變下降，即為相位之間的關係由磁場造成最混亂的情形，弱局域現象消失，電子的傳導回復到波茲曼理論可預測的模型。



(圖 2-15) 左圖(a)為鎂薄膜的磁電阻數據圖；右圖(b)為空心圓柱狀樣品在小磁場範圍的電阻震盪曲線。

### 2.3.2 非彈性散射之電子—聲子散射

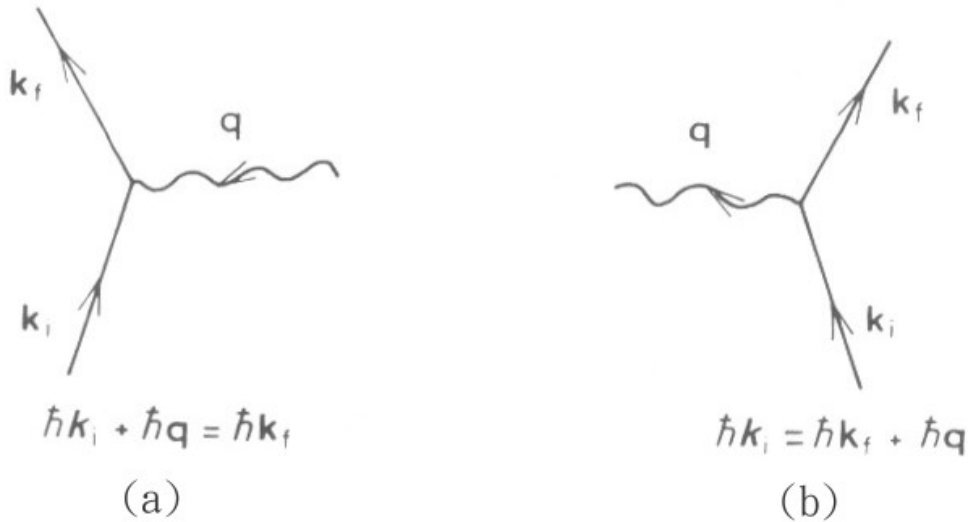
當存在非彈性散射時，在弱局域理論中的時間反演對稱則會被破壞，因為相位變化量不在相同，即無法產生建設性干涉。而非彈性散射中，包含電子—聲子散射、和電子—電子散射，這一節先討論電子—聲子散射，而電子—電子散射則留待下一節討論。

只要溫度不在絕對零度，晶格中的離子受熱擾動而發生震盪情形就會存在，將此震盪的波包量子化即為聲子(phonon)，電子和聲子的散射，在室溫對電阻有很大的貢獻。

令聲子震盪的頻率為 $\omega$ 且波向量為 $\vec{q}$ ，和能量為 $E_{\vec{k}_i}$ 且波向量為 $\vec{k}_i$ 的電子發生散射，散射後聲子的能量被電子吸收，則如(2-41)式的加號和圖 2-16(a)所示。

反之，電子也可以釋放出聲子，藉由減少能量的方式，如(2-41)式中的減號和圖 2-16(b)所示。而不管是哪一種情形，電子波向量改變，即為非彈性過程。

$$\vec{k}_f = \vec{k}_i \pm \vec{q}, E_{\vec{k}_f} = E_{\vec{k}_i} \pm \hbar\omega, \quad (2-41)$$



(圖 2-16) 左圖(a)為電子吸收聲子增加能量的情形；右圖(b)為電子產生聲子減少能量的情形。

然而(2-41)式僅侷限在古典的過程，以更嚴格的能量守恆觀點，再進一步的考慮電子和聲子做散射時，此時系統內必存在另一位能和電子交互作用。因此更為廣泛的電子—聲子散射表示法為

$$\vec{k}_f = \vec{k}_i + \vec{q} + \vec{g}, \quad (2-42)$$

其中  $\vec{g}$  則為符合能量守恆而寫下的位能。當此散射發生在週期性晶格時，此散射稱之為 umklapp scattering；若此散射發生在無序系統，則此散射稱為 pseudo-umklapp scattering。

電子—聲子散射的週期  $\tau_{ep}$ ，在完美晶格系統中，於 1989 年 Reizer 的理論計算和 1985 年 Roukes 的實驗數據，已有一致且公認的結果。對於在費米面上的電子，非彈性電子—聲子的散射率為(Rammer, 1986; Keck and Schmid, 1975, 1976)



$$\frac{\hbar}{\tau_{ep}} = 4\pi \int_0^{\infty} d\omega \frac{\alpha^2 F(\omega)}{\sinh(\hbar\omega/k_B T)} , \quad (2-43)$$

其中  $\alpha$  是電子—聲子耦合的常數， $F(\omega)$  是隨著變數  $\omega$  (聲子的頻率) 改變的聲子態密度。 $\alpha^2 F(\omega)$  構成 Eliashberg function，表示電子從初始能量  $E_{\vec{k}_i}$  的狀態轉變到莫態能量為  $E_{\vec{k}_f}$  狀態的機率。在週期性晶格的系統且溫度  $T \ll \theta_D$ ，電子聲子的散射週期  $\tau_{ep}$  反比於聲子數量，且  $\alpha^2 F(\omega) \propto \omega^2$ ，則(2-43)式可進一步寫為(Ashcroft and Mermin, 1976)

$$\frac{1}{\tau_{ep}} \propto T^3 . \quad (2-44)$$

在無序的系統，電子—聲子的散射週期  $\tau_{ep}$  還沒有明確公認的結果。*Bergmann* 在西元 1971 年指出由雜質造成的無序系統，則雜質將參與晶格震盪，進而改變電子—聲子的散射，同時他認為  $\alpha^2 F(\omega)$  在能量較低的範圍和能量的關係為線性。*Bergmann* 得到的結論和 *Takayama* 在西元 1973 年發表的文章有一致性的看法。根據 *Takayama* 的論文，雜質對電子聲子散射率的貢獻，使得電子聲子散射率在  $T \ll \Theta_D$  修正為

$$\frac{1}{\tau_{ep}} = \frac{2\pi^2 C}{k_F \ell} \frac{(k_B T)^2}{\hbar^2 \omega_D} = \frac{2\pi^2 C}{k_F \ell} \frac{(k_B T)^2}{\hbar \theta_D} \propto T^2 \ell^{-1} , \quad (2-45)$$

其中  $\omega_D(\theta_D)$  是以 Debye 溫度做變數的 Debye 頻率、 $C$  為常數

$C = nm v_F^2 q_D^2 / (6n_i M v_s k_F^2)$ 、 $n$  為電子密度、 $n_i$  為離子密度、 $m$  是電子質量、 $M$  是離子質量、 $v_s$  是聲速、 $q_D = \omega_D / v_s$ 。

然而，非完美週期性晶格系統的  $\tau_{ep}$  值，有很多物理學家進行研究，所得到對溫度的關係眾說紛紜，在此僅列出 *Bergmann* 的看法作為參考。

### 2.3.3 非彈性散射之電子—電子散射

在週期性晶格系統中，電子—電子散射的週期 $\tau_{ee}$ 已有一致的結論。在毫無缺陷的金屬中，電子—電子散射的週期 $\tau_{ee}$ 和溫度的關係為

$$\frac{1}{\tau_{ee}} \propto T^2, \quad (2-46)$$

由 1976 年 *Ashcroft* 和 *Mermin*。

當系統為無序系統時，電子—電子間的散射率，於 1974 年 *Schmid* 等人所計算。三維系統，電子電子散射率為

$$\frac{1}{\tau_{ee}} = \frac{\pi (k_B T)^2}{8 \hbar E_F} + \frac{\sqrt{3}}{2} (k_F \ell)^{-3/2} \frac{(k_B T)^{3/2}}{\hbar \sqrt{E_F}}, \quad (2-47)$$

當系統接近完美晶格時，第一項主導；而系統接近強無序時，則為第二項主導。另外，考慮二維且無序系統時， $\tau_{ee} \propto T \ln T$ ；考慮一維無序系統時， $\tau_{ee} \propto T^{2/3}$ 。

### 2.3.4 自旋—自旋散射

在 2.2 節討論弱局域理論時，我們忽略了電子的自旋，因此重新考慮自旋的自由度之後，弱局域中的量子干涉就多了一個變數。在這一節，我們要討論的是空間中存在固定於某個位置的自旋量(localized spin)，也就是系統中存在磁性的雜質。

當傳導中的電子經過此磁性雜質時，電子的自旋會和磁性雜質的自旋產生交互作用。磁性雜質的自旋方向固定但可以有上下的自由度，因此整個作用在滿足能量守衡的前提下，傳導的電子就有可能發生自旋翻轉(spin flipped)。以微擾論寫下系統的能量時，加進 $J\vec{s} \cdot \vec{S}$ 項作為磁性雜質的微擾項， $\vec{s}$ 和 $\vec{S}$ 分別為電子和離子的自旋量。因為自旋的翻轉使得原本相位相干的兩波函數相位不同，破壞弱局域效應。而自旋自旋散射和非彈性散射之間，破壞弱局域效應的機制可說是十

分類似。1981 年，*Fukuyama* 發表自旋自旋散射率為

$$\frac{1}{\tau_{ss}} \propto 2\pi N(E_F) n_i J^2 S^2, \quad (2-48)$$

其中  $N(E_F)$  為費米能態密度， $n_i$  為磁性雜質的密度。

### 2.3.5 自旋—軌道散射

由上節，我們知道電子的自旋量包含在波函數的相位裡面。當傳導電子進入正離子軌域時，在軌道中繞行的帶負電電子將產生一磁矩。藉由座標系的轉換，電子感受到的是正離子繞行電子而產生磁矩，此磁矩對電子而言相當於一磁場，而電子本身就帶有自旋，電子的自旋將會受到磁場的作用。換言之，即電子繞行軌道的磁矩和電子自旋的磁矩，兩磁矩的交互作用，稱為自旋—軌道散射(spin orbit scattering)。而傳導中的電子在短時間內，所佔據的軌道通常為最外層軌道，電子繞行越外層的軌道所產生的磁矩越大，又正離子的原子量越大，外層的軌域越多，傳導電子則會暫時佔據更加外層的軌域，產生更大的磁矩。因此，在系統中，若存在較重的原子，則此系統就存在較大的自旋軌道耦合效應。

電子的相位和其能量(Hamiltonian)大小有關，而兩磁矩的交互作用其能量大小正比於  $\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2$ ，令  $\vec{\mu}_1$  為電子自旋的磁矩、 $\vec{\mu}_2$  為電子繞行軌道所產生的磁矩。電子自旋的大小為  $\vec{\mu}_1 = \vec{\sigma}_z$ ，而發生自旋軌道散射前後電子的波向量分別為  $\vec{k}$  和  $\vec{k}'$ ，則此交互作用的能量正比於

$$\vec{\sigma}_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}'), \quad (2-49)$$

即  $\vec{\mu}_2 \propto \vec{k} \times \vec{k}'$ ： $\hat{k} \times \hat{k}'$  為描述此磁矩的方向，而磁矩大小則正比於角速率大小，即正比於  $|\vec{k}| = |\vec{k}'|$ 。以數學上的運算規則，(2-49)式可以表為

$$\vec{\sigma}_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}') = \vec{k} \cdot (\vec{k}' \times \vec{\sigma}_z) = \vec{k}' \cdot (\vec{\sigma}_z \times \vec{k}), \quad (2-50)$$

我們即可由第三個等式中的 $(\vec{\sigma}_z \times \vec{k})$ 量，來討論電子波函數中的相位變化。

相位干涉的兩波函數，自旋方向皆有上下兩種可能性。當兩波函數自旋方向相同，在不同時間點遇到同一自旋軌道散射點時，兩事件波向量方向相差一負號，則兩事件的 $(\vec{\sigma}_z \times \vec{k})$ 值相差一負號，兩波函數回到原點的相位因此改變。若兩波函數的自旋方向相反，在不同時間點遇到同一自旋軌道散射點時，兩事件的 $(\vec{\sigma}_z \times \vec{k})$ 值即相等，回到原點的兩波函數相位還是維持一樣。

將兩電子看成是一個系統，則波函數可寫為

$$\psi = \phi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)\chi, \quad (2-51)$$

其中 $\phi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ 以空間位置為變數； $\chi$ 則和自旋相關， $\chi = \begin{cases} \phi_{11} = \uparrow\uparrow \\ \phi_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \\ \phi_{1-1} = \downarrow\downarrow \\ \phi_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \end{cases}$ ，前

三式為兩電子自旋互換對稱的三態自旋波函數(triplet)，第四式為兩電子自旋互換反對稱(相差一負號)的單態自旋波函數(singlet)。考慮電子自旋對機率的修正為

$$I = \frac{1}{2} \left\{ |\phi_{11}|^2 + |\phi_{10}|^2 + |\phi_{1-1}|^2 - |\phi_{00}|^2 \right\}, \quad (2-52)$$

姑且先不考慮自旋軌道散射，則

$$|\phi_{11}|^2 = |\phi_{10}|^2 = |\phi_{1-1}|^2 = |\phi_{00}|^2 = 1, \quad (2-53)$$

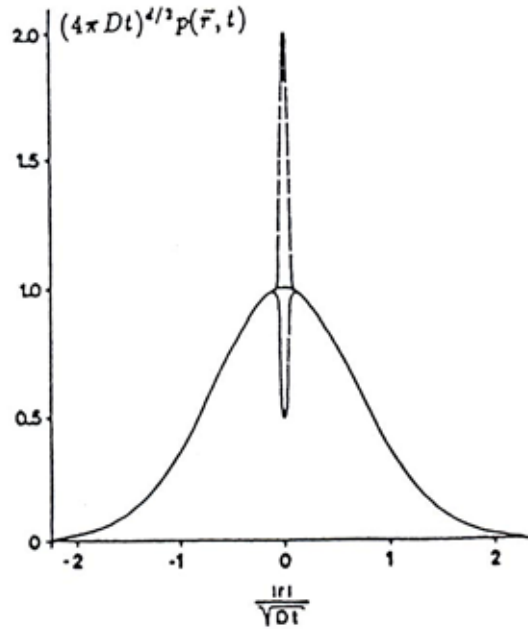
由此可得到對電子在原點的機率修正值為一倍，即考慮電子自旋並不會影響原先所計算的電子機率大小。然而，在發生弱局域的效應中，如果存在自旋軌道散射，由上一段知道，當電子的自旋態為對稱，電子回到原點的相位改變便無法產生建設性干涉，因此

$$|\phi_{11}|^2 = |\phi_{10}|^2 = |\phi_{1-1}|^2 \approx 0; \quad (2-54)$$

但電子自旋態為反對稱則不受影響，即 $|\phi_{00}|^2$ 能被保留。總結來說，

$$I = -\frac{1}{2}|\phi_{00}|^2, \quad (2-55)$$

電子在原點的機率大小為古典機率的一半，造成系統電阻較古典預測電阻值來的小，如圖 2-17 所示；和弱局域效應在原點的機率為古典的兩倍，造成系統電阻上升的作用幾乎相反。由此，在弱局域系統中考慮自旋軌道散射所造成的現象，稱為反弱局域效應。



(圖 2-17) 電子從原點出發後在空間的機率分佈圖，於原點機率下降為自旋—軌道散射所造成。平滑的區線部分依古典擴散運動所預測，令電子從原點出發一定時間後回到原點的機率為 1，則弱局域效應使得回到原點的機率變為 2，若存在自旋—軌道散射則回到原點的機率只剩 0.5。

定義自旋—軌道散射時間 $\tau_{so}$ 做為計算自旋—軌道散射在系統中發生次數的多寡，以便做更加定量的分析。在西元 1986 年，Chakravarty and Schmid 做進一步的分析。考慮自旋—軌道散射在 d 維系統對電子傳導的修正為

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \propto - \int_{\tau_e}^{\tau_\phi} \frac{\lambda^{d-1} v_F dt}{(Dt)^{d/2}} \left( \frac{3}{2} e^{-t/\tau_{so}} - \frac{1}{2} \right), \quad (2-56)$$

其中括號內的第一項為兩電子自旋互換對稱(triplet)的修正，第二項則為單態(singlet)的修正。當自旋—軌道散射很小，括號內的指數趨近於 1，則(2-56)式可回歸到(2-26)式(由(2-15)式代入，適當代換即得)，即基本弱局域對電導的修正式。反之，自旋—軌道散射甚大，括號內的指數近似於零，只剩下自旋單態對電導的修正，則對電導的修正正負號反向，且須乘上 1/2 倍數。

## 2.4 磁電阻率

在無序系統中所量測到的磁電阻，電阻變化量甚大於在古典的理論中所預測晶格週期排列金屬的磁電阻。在系統中，只考慮弱局域效應時，磁場會破壞波函數相位相干，造成電阻隨著磁場越來越小，直到波函數的相位之間關係完全混亂，無法產生建設性干涉，如 2.3.1 節討論和圖 2-15 所示。而在不同溫度下的磁電阻，溫度最低的磁電阻變化量最大，因溫度越低，非彈性散射率越小，弱局域效應強度越強，而磁場所破壞的干涉效應就越多。

當考慮弱局域效應中存在自旋—軌道散射時，則磁電阻就會和自旋—軌道散射率  $\tau_{so}$ 、非彈性散射率  $\tau_{in}$ 、磁場大小有關。首先，先定義各種散射時間  $\tau_j$  分別對應到的特徵磁場  $B_j$ ，

$$B_j = \frac{\hbar}{4eD\tau_j}, \quad (2-57)$$

其中  $j$  代為  $in$ 、 $so$ 、 $ss$  分別表示為非彈性散射、自旋—軌道散射、和自旋—自旋散射。以下將以特徵磁場表示各種散射的強度，分為四種情形做討論，

(I) 在自旋—軌道散射作用甚小幾乎可忽略的系統，外加一小磁場，弱局域效應的相位相干隨磁場增大破壞越多，因此可得到負磁阻的結果，如圖 2-15 所示，

$$B_{in} \gg B \& B_{so}, \quad \frac{\Delta\rho}{\rho^2} \propto - \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \sqrt{\frac{e}{\hbar}} \frac{1}{B_{in}^{3/2}} \frac{B^2}{96}. \quad (2-58)$$

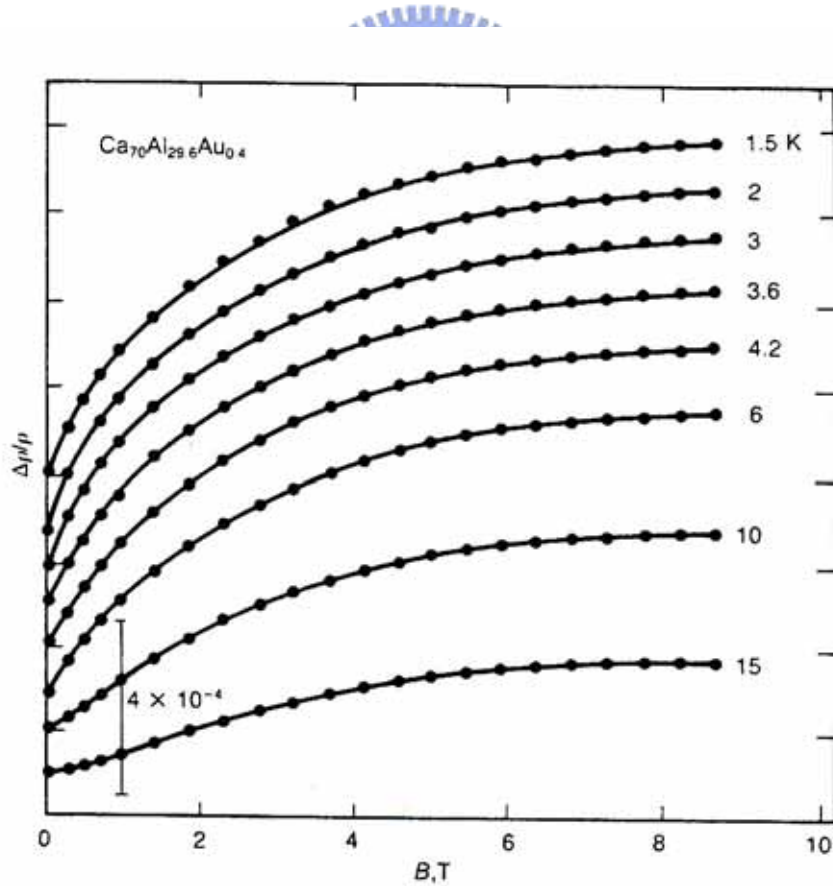


(II) 系統中存在自旋—軌道效應且強度大於非彈性碰撞，對電子傳輸而言產生反弱局域現象，電阻變的比古典預測值還小。這時加進一小磁場，磁場讓波函數相位變的混亂回覆古典機制，因此電阻隨磁場上升，為一正的磁阻，如圖 2-18 和圖 2-19 所示，

$$B_{so} \gg B_{in} \gg B, \quad \frac{\Delta\rho}{\rho^2} \propto \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \sqrt{\frac{e}{\hbar}} \frac{1}{B_{in}} \frac{B^2}{192}. \quad (2-59)$$

(III) 系統中存在自旋—軌道效應強度仍舊大於非彈性碰撞。這時調高外加的磁場，使得其值大於非彈性碰撞的特徵磁場，但還是不夠大到完全影響自旋—軌道散射。因此隨著磁場上升，電阻還是不斷增加，如圖 2-18，

$$B_{so} \gg B \gg B_{in}, \quad \frac{\Delta\rho}{\rho^2} \propto \frac{e^2}{4\pi^2\hbar} \sqrt{\frac{eB}{\hbar}} (0.605). \quad (2-60)$$

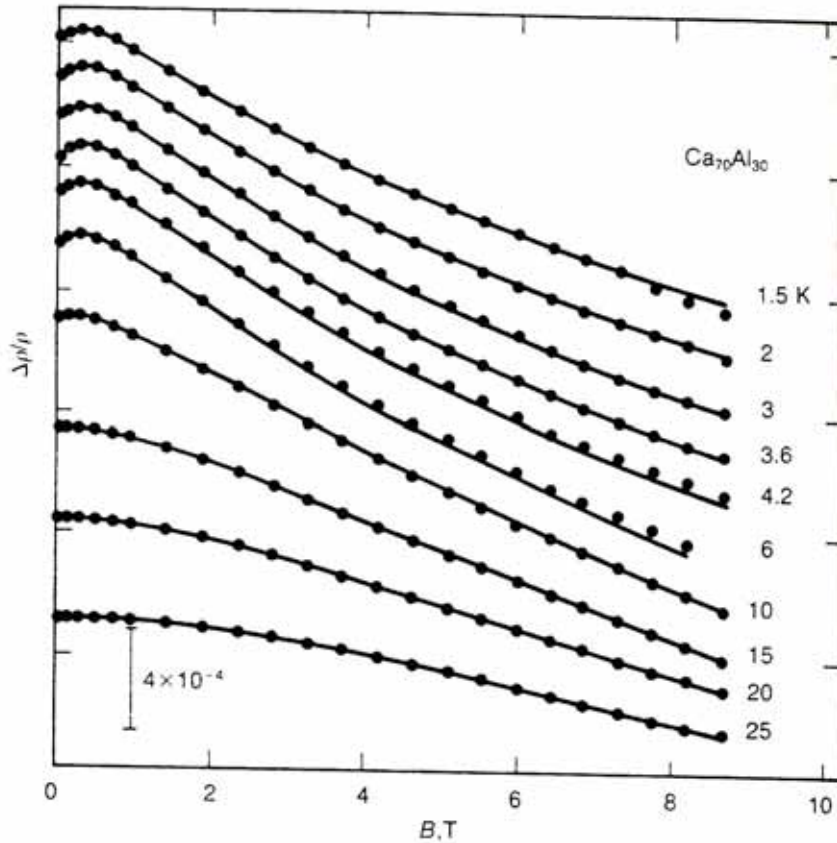


(圖 2-18) 自旋—軌道效應甚強的系統，呈現正的磁電阻。不同溫度下的磁阻變化量，隨著溫度越低變化量越大，由(2-59)式電阻變化量反比於非彈性碰撞。



(IV) 系統中存在自旋—軌道效應，此時外加一高磁場，此磁場在發生自旋—軌道散射前，就已經破壞相位，因此磁電阻又變為負的磁電阻，如圖 2-19 所示，

$$B \gg B_{in} \& B_{so}, \quad \frac{\Delta\rho}{\rho^2} \propto -\frac{e^2}{4\pi^2\hbar} \sqrt{\frac{eB}{\hbar}} (0.605)。$$
 (2-61)



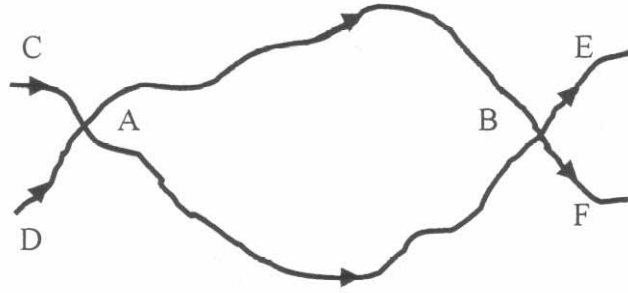
(圖 2-19) 存在自旋—軌道效應的系統，但外加磁場可大於其特徵磁場值。於低磁場為正磁阻，當外加磁場大於特徵磁場，則電阻開始往下變小。

## 2.5 電子—電子交互作用

在無序系統中，電子的運動不再是彈道式傳輸，而是成擴散式的無規行走，電子和電子在系統的某個空間中相遇的機率就提升許多，感受到對方的庫倫力將不再被完全屏蔽。弱局域效應和電子電子交互作用皆為量子波函數干涉效應，而弱局域為單一電子波函數間的干涉，電子電子交互作用則為兩電子波函數的干涉效應。以下為討論兩種不同的途徑，所造成電子電子交互作用而對電導的修正。

### 2.5.1 粒子—空穴通道(Diffusion Channel)

此途徑的電子—電子交互作用之物理模型如圖 2-20 所示(Altshuler and Aronov,1979 ; Lee and Ramakrishnan,1985 ; Altshuler et al.,1987)，圖中所描繪的線條分別為兩電子的波函數路徑，兩電子從 C 和 D 入射，從 E 和 F 離開，箭頭所指的是運動的方向，且兩入射電子的動量十分接近( $\vec{k} \cong \vec{k}'$ )。而兩波函數在空間中十分靠近的部分有兩個地方，分別在 A 和 B 兩點，於此交叉點兩電子就有可能發生能量和動量的交換，令能量和動量的交換分別為  $\hbar\omega$  和  $q$ 。假如電子從 A 點到 B 點的所需花去的時間  $t_{AB}$  小於  $\omega^{-1}$  (相當於 A 到 B 所走路徑的長短  $\sqrt{Dt_{AB}}$  小於  $q^{-1}$ )，則兩電子從 A 點開始發生交互作用，到 B 點兩交互作用仍尚未結束，即於 A 點的交互作用並不會改變兩電子波函數在 A 和 B 之間的相位。兩電子之入射動量相近，且於 A 和 B 之間相位不會被改變，那麼兩電子之波函數不只在 A 點產生建設性干涉，而是在空間中 A 和 B 之間的路徑上，都可以產生建設性干涉，因此此干涉效應由此被增強。當然，在 A 和 B 之間必須不能存在任何相位破壞的事件才行。



(圖 2-20) 電子—電子交互作用中之粒子—空穴通道之物理圖像。

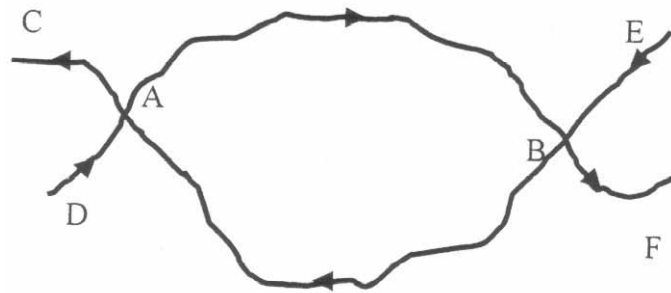
粒子—空穴通道所造成之電子—電子交互作用對三維系統的電阻率修正如下，

$$\left( \frac{\Delta\rho(T)}{\rho^2} \right)_{diff} = -\frac{0.915e^2}{4\pi^2\hbar} \left[ \frac{4}{3} - \frac{3}{2}\tilde{F} \right] \left[ \frac{k_B T}{\hbar D} \right]^{1/2}, \quad (2-62)$$

其中  $\tilde{F}$  是等效的庫倫作用參數和電子間的屏蔽作用相關，稱為屏蔽係數； $D$  為電子在系統中的擴散係數。(2-62)式中，其等式右邊的第一個括號中有兩項：第一項不含變數是一定值，為量子力學中不可避免的兩電子不可區分特性；第二項則和電子的庫倫力相關，電荷密度的大小為重要的參數。

### 2.5.2 粒子—粒子通道(Cooper Channel)

此途徑的電子—電子交互作用之物理模型如圖 2-21 所示，圖中所描繪的線條分別為兩電子的波函數路徑，兩電子從  $D$  和  $E$  入射，從  $F$  和  $C$  離開，箭頭所指的是運動的方向，且兩入射電子的動量絕對值十分接近( $|\vec{k}| \cong |\vec{k}'|$ )，但因運動方向相反，所以兩電子的動量和可近似於零( $|\vec{k} + \vec{k}'| = |\vec{q}| \approx 0$ )。兩波函數路徑在  $A$  點和  $B$  點有重疊，但因行徑方向相反，所以並非同時間落在  $A$  點或  $B$  點上，這也是和粒子—空穴通道最大的不同點。波函數雖然走過相同的點，然而卻於不同時間到達，這種情形通常是無法產生波的干涉現象。如果還有能發生干涉的可能性，就只會存在兩電子在  $A$  和  $B$  之間所花的時間小於量子力學中測不準原理的時間( $t_{AB} < \Delta t = \hbar/\varepsilon$ )，則兩電子波函數在  $A$  和  $B$  之間就可以產生建設形干涉，此干涉效應由此被增強。



(圖 2-21) 電子—電子交互作用中之粒子—粒子通道之物理圖像。

粒子—粒子通道所造成之電子電子交互作用對三維系統的電阻率修正如下，

$$\left( \frac{\Delta\rho(T)}{\rho^2} \right)_{coop} = \frac{0.915e^2}{4\pi^2\hbar} \left[ \frac{k_B T}{\hbar D} \right]^{1/2} \frac{2}{\ln T_c / T}, \quad (2-63)$$

其中  $T_c$  為臨界溫度。

### 2.5.3 電子—電子交互作用對電導的修正

總合上兩節所討論因無序系統所增強的電子—電子交互作用之兩種物理圖像，可得到對三維系統電導的修正為

$$\left( \frac{\Delta\rho(T)}{\rho^2} \right) = -\frac{0.915e^2}{4\pi^2\hbar} \left[ \frac{4}{3} - \frac{3}{2} \tilde{F} - \frac{2}{\ln(T_c / T)} \right] \left[ \frac{k_B T}{\hbar D} \right]^{1/2}; \quad (2-64)$$

對二維系統電導的修正為

$$\frac{\Delta R_{square}(T)}{R_{square}(T_0)} = -\frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left( 1 - \frac{3}{4} \tilde{F} \right) R_{square}(T_0) \ln\left(\frac{T}{T_0}\right); \quad (2-65)$$

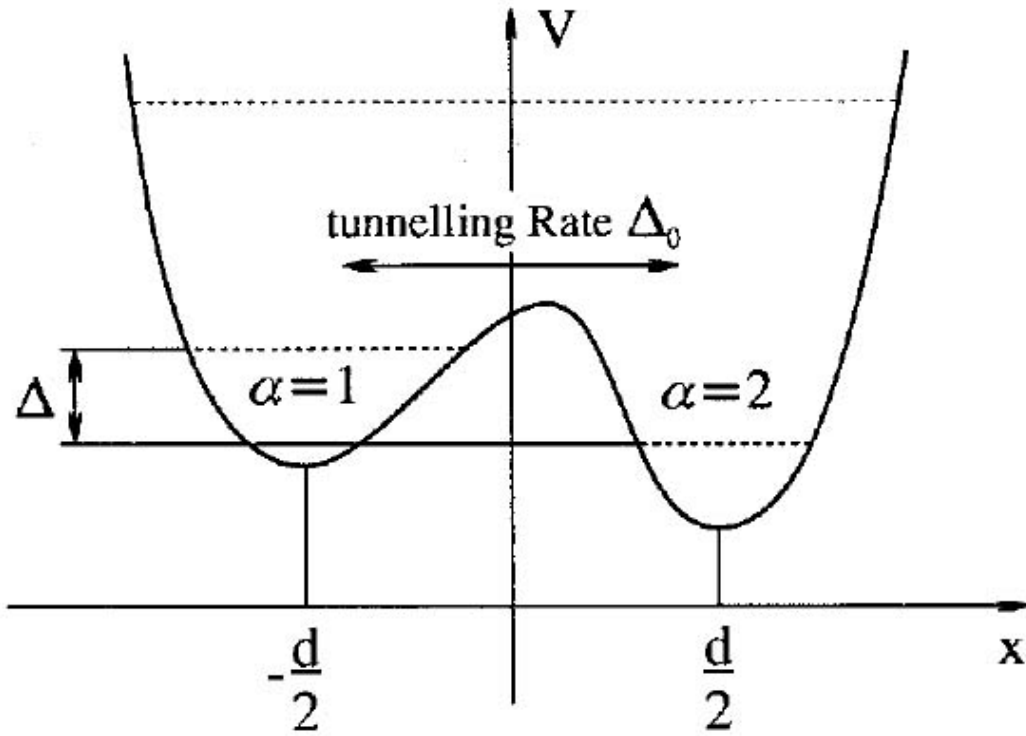
其中  $\tilde{F}$  是等效的庫倫作用參數和電子間的屏蔽作用相關，稱為屏蔽係數；D 為電子在系統中的擴散係數； $T_c$  為臨界溫度。

## 2.6 比擬近藤效應(Kondo effect)對電導修正的二能級系統

### 2.6.1 二能級系統之物理圖像

以最淺顯的方式理解二能級系統(two level system，簡稱 TLS)為一原子位於雙位能井(doublewell)裡，此位能形式如圖 2-22 所示，此雙位能井可看成兩個位能井以其最低點距離為 d 所構成，且此位能形式中的兩個位能極小值是接近的，不會相差太大，使得在雙位能井內的原子有機會可以從左邊的位能井以穿隧的方式到右邊的位能井，而穿隧的機率和兩位能井的結構有關。在沒有外加賦予此原子能量時，此原子會偏好處在這兩個能量最低點，即分別為兩個態做變換。

當有一傳導電子經過此二能級系統時，電子和原子之間的庫倫作用，使得此電子和原子做能量和動量的交換。對電子而言，電子的動量改變，波函數發生變化；對原子而言，原子有可能從某個位能極小值穿隧到另一個位能極小值，因而加大了原子在雙位能井中的穿隧機率。



(圖 2-22) 此位能形式有兩個極小值，原子會在這兩個最低能量的狀態做變換。兩位能最低點於空間中距離  $d$ ，兩種狀態間的轉換和穿隧機率有關。

### 2.6.2 近藤效應對電導的影響

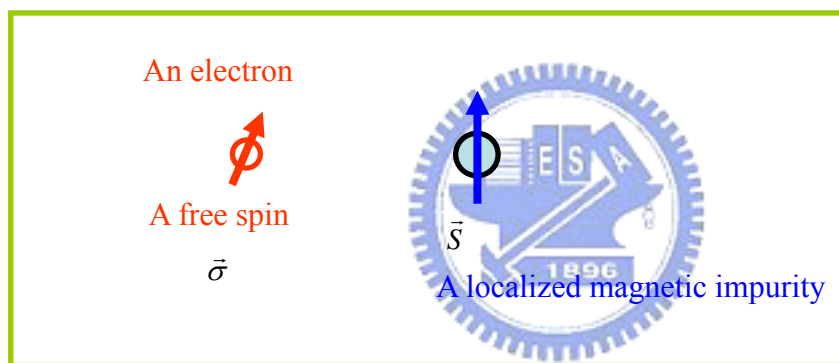
近藤效應(Kondo effect)的模型為考慮在一系統中，存在少量磁性雜質(即磁性雜質間沒有交互作用)，當一傳導電子靠近此磁性雜質時，傳導電子的磁矩和磁性雜質的磁矩會有交互作用，如 2.3.4 節自旋自旋散射討論的物理模型。然而寫下此系統交互作用的能量，

$$H' = -J \sum_k \vec{\sigma}_k \cdot \vec{S}, \quad (2-66)$$

其中 $\vec{\sigma}$ 表電子的自旋、 $\vec{S}$ 表磁性雜質之磁矩，如圖 2-23 所示， $J$  為耦合常數。將此作用的能量使用微擾論(perturbation theory)做計算時，一般自旋—自旋散射只考慮到一階修正，而近藤(於西元 1964 年)則進一步計算到第二階修正。計算到第二階修正並不只提高近似法的精確度，而是得到此散射作用和溫度相關，且是 $\log T$ 的關係，於是此作用對電導隨溫度變化便有以下的修正

$$\rho_{spin} = \rho_M \left[ 1 + \frac{3J}{\varepsilon_F} \log T \right], \quad (2-67)$$

其中 $\rho_{spin}$ 為考慮到第二階近似的自旋自旋散射對電阻的修正； $\rho_M$ 為只考慮到一階的自旋自旋散射對電阻的修正，且 $\rho_M$ 不包含溫度的變數； $\varepsilon_F$ 為費米能量。



(圖 2-23) 電子的自旋和磁性雜質的磁矩產生交互作用。

### 2.6.3 二能級系統和近藤效應相對應的部分及對電導的修正

一傳導電子和位於雙位能井的原子做交互作用時，雖然和自旋散射無關，但電子和二能級系統或和磁性雜質做散射，其交互作用的能量形式卻可相比擬，如(2-66)式。

1. 首先，二能級系統之間並沒有交互作用，如磁性雜質在系統中為少量，以致磁性雜質之間磁矩不會互相作用。
2. 當傳導電子遇到散射位能時，磁性雜質的磁矩 $\vec{S}$ 有兩種狀態做變化，

自旋向上或自旋向下，而對應到的二能級系統則為原子在兩個最低能量態做變化。

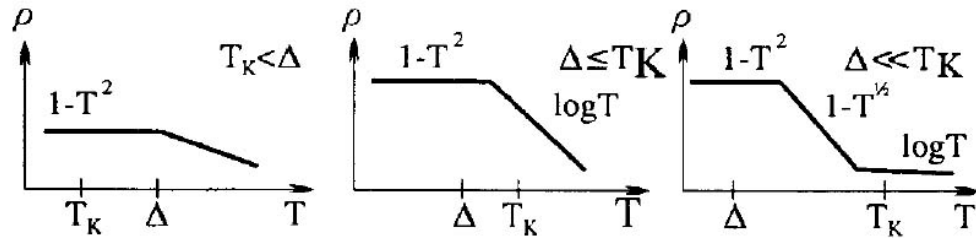
3. 受到散射的電子，於磁性雜質散射後，電子的磁矩受到改變；對應到電子受到二能級系統散射後，動量發生變化。

由於電子受二能級系統散射和受磁性雜質散射有相同的能量形式，所以使用為擾論計算到第二階修正，便可得到二能級系統在低溫對電導的修正為

$$\rho(T) = a - b \log T, \quad (2-68)$$

其中  $a$  和  $b$  皆為常數。

而溫度越低，並不會讓電阻持續上升至發散，在於原本是為常數的耦合常數  $J$  為在低溫時為溫度的函數，使得電阻隨溫度的降低開始飽和，飽和的形式依能量差  $\Delta$  和近藤溫度之間的關係有不一樣的形式，如電阻為  $1-T^2$  飽和；先有  $\log T$  的關係，在為  $1-T^2$  飽和；或是先  $\log T$  的關係，在經過  $1-T^{1/2}$  的關係，最終為  $1-T^2$  飽和，如圖 2-24 所示。



(圖 2-24) 電阻隨溫度降低開始飽和的形式，隨著能量差  $\Delta$  和近藤溫度  $T_K$  之間的關係有不一樣的形式。



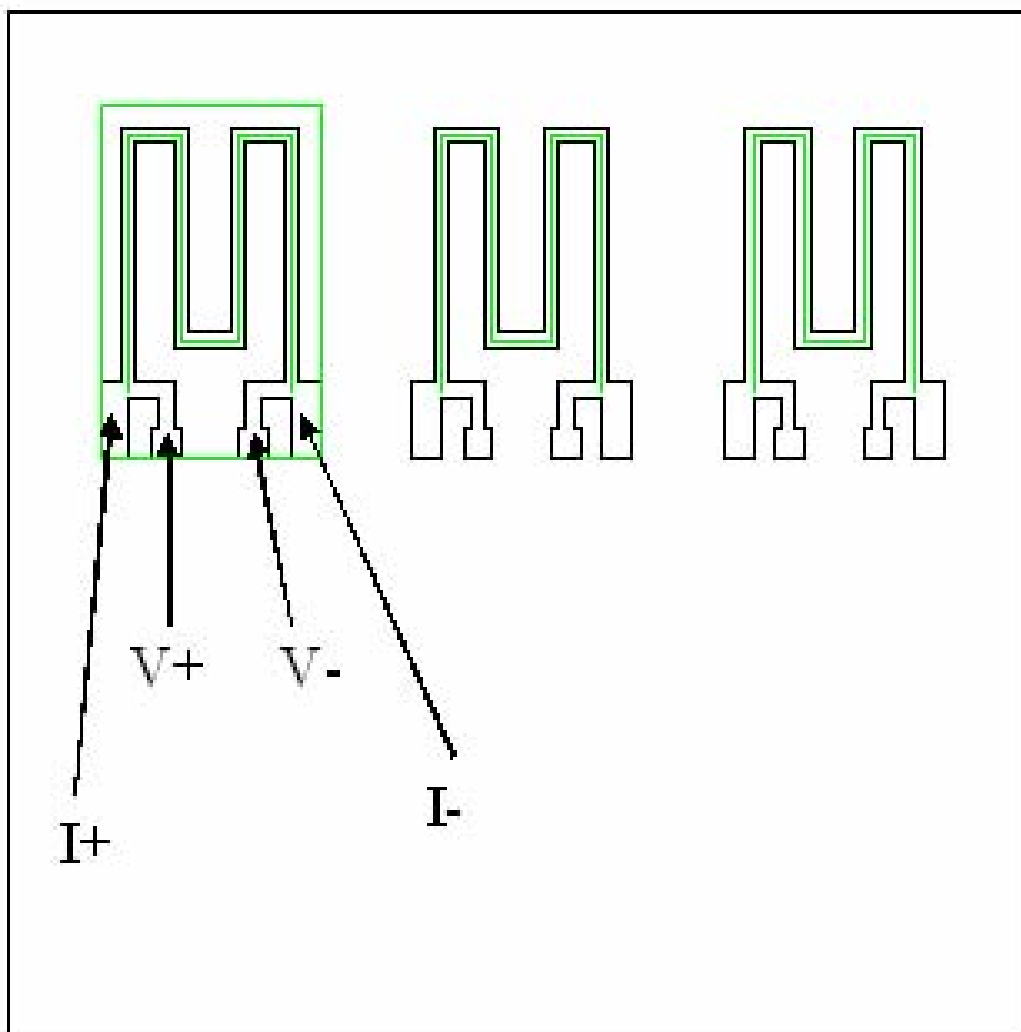
## 第三章 實驗方法

### 3.1 樣品的選擇

於製作樣品前的考量，我們希望能夠製作出如以下所描述的系統：系統含有弱局域現象(weak localization)和電子—電子交互作用(electron-electron interaction)；且由於為了方便相位相干時間 $\tau_\phi$ 的分析(本實驗室黃旭明學長的實驗部分)，我們將此系統加進自旋—軌道耦合(spin-orbit coupling)效應，當然以上的效應必須符合實驗上可觀測的範圍。如果我們從數據中發現偏離已知物理的模型，那麼，新的物理就有可能被發現。

(I) 樣品的主要成分為銅(Cu，其電子組態為 $[\text{Ar}]3d^{10}4s^2$ )：銅是常見且典型的金屬，和其他外層軌域未被填滿的元素、或合金相較之下，其電子組態將大幅降低系統的複雜性。再經由參雜少量的其他元素，讓樣品可以更接近我們想要觀測的物理系統。在樣品中，銅的原子百分比為 93%。

(II) 樣品的電阻值最好控制在某個範圍：由電表所量測到樣品的電阻值，其精確度除了受到電表本身限制、環境雜訊源影響、量測樣品不可避免的基本雜訊(如由熱效應所引起的 Johnson noise)，還要把電阻值和我們所要觀察的物理變化量來比較。因為在我們所選用主要成分為銅的系統，其電阻率很小，而在我們關心的物理量中，其大小正比於樣品的電阻值。因此，若所觀測的物理量過小，將影響訊號解析程度。為了能精確地量到我們在乎的物理變化量，除了減少量測環境的雜訊源，此外，我們亦透過製程將樣品的電阻值控制在某個範圍。由製程來控制樣品電阻值的方法有兩種：利用薄膜沉積(film deposition)——濺鍍(sputter)的過程中，改變薄膜沉積的速率和腔體的壓力；另一種方法是藉由設計薄膜沉積時的金屬遮罩(mask)，改變薄膜在玻璃基板上的長度，藉以影響樣品電阻值能在我們偏好的範圍。如圖 3-1。



(圖 3-1) 濺鍍時所用之金屬遮罩(mask)。此單一遮罩可放置三片玻璃基板，同時製作三片樣品。遮罩上的圖形(pattern)為實際挖空的部分，於濺鍍前的準備工作中，我們將玻璃基板(康寧玻璃：長 9.6 mm，寬 5.9 mm)以真空膠帶貼於並對齊金屬遮罩挖空處(左邊第一個圖形外圍方框為玻璃基板放置處)，因此我們實際做出的樣品圖形就如同遮罩上的圖形。由此，我們決定出樣品的總長度和寬度分別為：29.6 mm，0.4 mm(總長度由圖形中較淺的線所計算)。樣品圖形的下半部為四個量測接點，由銀膠將銅線固定於接點，作為送電流量電壓的導線，利用四點量測的技巧可避免量測到接點所造成的電阻。[註：遮罩上的圖形位於整個遮罩的上半部，是因為遮罩和樣品一起斜躺在濺鍍腔體的樣品座上，於其上半部正對著濺鍍靶材(target)，樣品至於此，可達到薄膜沉積的圖形較不易因擴散而變形失真。]

(III) 樣品的無序程度為弱無序：如上述，如果我們單純以銅作為量測系統，則很難觀測到量子干涉的弱局域效應和電子—電子交互作用。為此，我們增加電子在樣品中的彈性碰撞次數(此原因在第二章的理論部分有詳細的說明)，以利於此二效應之觀測。所使用的方法是在銅的材料中，添加少量的鍺(Ge)原子，作為一定量的無序來源，在整個樣品中，鍺的原子百分比為 4%。另一個作為微調樣品無序程度的方法，為改變濺鍍的條件，包括濺鍍時的速率和腔體的壓力。檢驗無序程度最直接的物理量為量測樣品的電阻率  $\rho$ ，由電阻率換算出電子的平均碰撞時間  $\tau$ ，可求出電子的平均自由路徑  $l$ ，進而得到判斷無序的經典指標  $k_F l$ ；我們的樣品其  $k_F l$  值約 15~40，和完美晶格  $k_F l \rightarrow \infty$  相比，我們的樣品為弱無序系統。（此原因在第二章的理論部分有詳細的說明）。

(IV) 將自旋—軌道的耦合(spin-orbit coupling)加進樣品中：由弱局域理論分析所量測到磁電阻曲線，再從中獲得相位相干時間  $\tau_\phi$  (phase coherence time) 時，如果系統中含有一定程度的自旋軌道耦合強度，我們可以簡化分析的數學模型。為了讓系統中有一定強度的自旋軌道散射，於樣品中可以加入少量較重的元素，且不希望其軌域過於複雜，所以選擇金(Au)原子。在整個樣品中，金的原子百分比為 3%。

(V) 樣品的維度：在我們的樣品中有兩種類型，一種是固定膜厚在二維系統的樣品，另一種是改變不一樣的膜厚，然而二維跟三維的界線我們必須有定量上的參考值，才能準確的決定樣品的維度。利用物理氣相沉積(PVD)所產生的薄膜，其厚度可以從約幾奈米( $10^{-10}$  meter)到數個微米( $10^{-6}$  meter)，然而對在樣品中傳輸的電子而言，尤其以我們在乎的弱局域效應中，電子所觀察到樣品維度需以相位相干長度  $L_\phi$  作為重要的參考指標。首先，我們必須先知道電子在樣品中的擴散常數  $D = \frac{1}{2} v_F l$  (二維系統)， $l$  為電子平均自由路徑，在我們的樣品中其值為 12~28 Å；考慮整個樣品為銅做估計  $v_F = 1.57 \times 10^6$  m/s，粗略的估計擴散常數  $D$  為 9~22 cm<sup>2</sup>/s；再參考黃旭明學長量此樣品在低磁場的磁電阻，所分析出來的相位相干時間  $\tau_\phi \approx 2.5 \times 10^{-12}$  s；最後可得出  $L_\phi = \sqrt{\tau_\phi D} \approx 500 \sim 700$  Å。因此，我們 150 Å 的樣品可明確的歸結為二維系統。

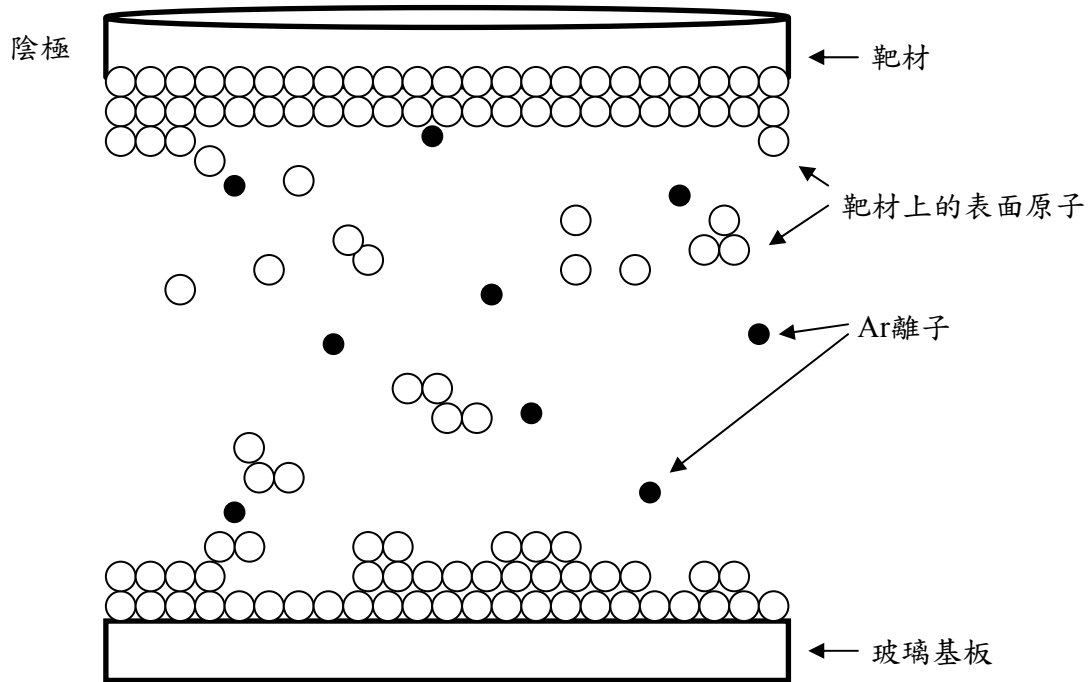
## 3.2 樣品製作過程

### 3.2.1 濺鍍(sputtering)原理

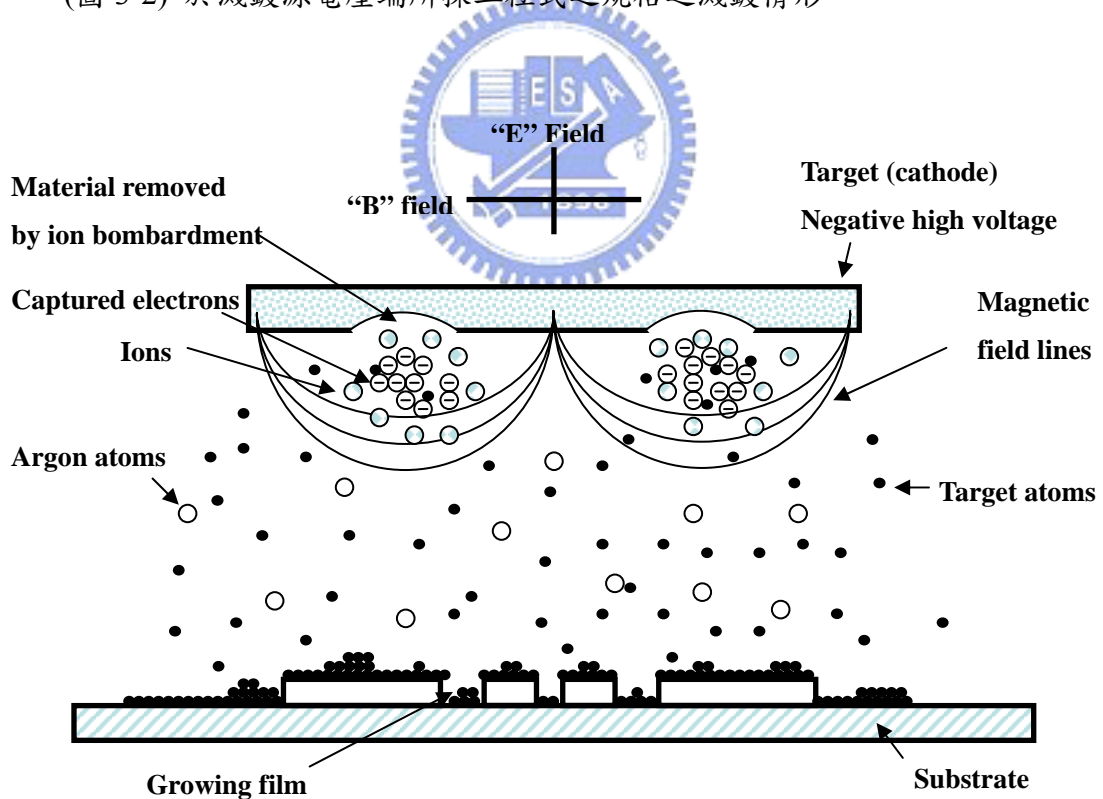
濺鍍的過程是將置於陰極的材料以固態的方式移除，屬於物理氣相沉積(Physical Vapor Deposition)的一種：利用在一定的電壓差下，將腔體內稀薄氣體的電子游離，產生帶正電的離子，再由帶正電的離子往陰極的方向轟擊靶材。當這些帶正電的離子受到電場加速擁有較大的動能時，於陰極上的靶材材質就會鬆脫，甚至是被濺鍍出來，進而將靶材上的材質濺鍍到基板(substrate)和腔體壁上。以上藉由帶正電的離子和靶材表面的原子之間動能的交換，就形成所謂的濺鍍過程。另外，腔體內被游離的稀薄氣體形成正離子(腔體內所通入的氣體通常為氬氣(Argon))，再和附近的電子結合，便會產生光子，即形成我們肉眼可以看見的電漿(plasma)。在過去，濺鍍是使用在無法藉由蒸鍍來沉積的材料上。今天，濺鍍變成多功能的薄膜沉積技術，幾乎可以用來沉積大部分材料。

在提供電壓端，有兩種規格：二極式(diode)(如圖 3-2)和磁控式(magnetron)(如圖 3-3)；分別有兩種供應電壓的方式：直流(direct current (dc))和射頻(radio frequency (RF))。

(I) 二極式：將靶材製於陰極，於陰極處供給 3~5 kV 的負電壓，而基板和腔體壁上為接地，為相較下的正電壓。此種方式在陰極和陽極(玻璃基板、腔體壁)之間，對於被游離的氣體而言，其作用是均勻的，因此靶材被轟擊的分佈也會是均勻的，也就是當靶材快要被淘汰下來的時候，整塊靶材幾乎快要被用完；就經濟層面而言，這是屬於比較便宜的方式。另一個好處是，製作這種二級式的濺鍍源成本也較低廉。然而它的缺點在於濺鍍的效率無法提升。除了薄膜沉積的速率太低影響效率外，另一方面則是少一個變數調變樣品的組成結構，另外還有一個缺點是所產生的電漿難以維持。



(圖 3-2) 於濺鍍源電壓端所採二極式之規格之濺鍍情形。



(圖 3-3) 於濺鍍源電壓端所採磁控式之規格之濺鍍情形。磁控式和二極式最主要不同的地方，在於磁控式有一個磁鐵的結構，在中央圓心的位置是 N 極，邊緣為 S 極。



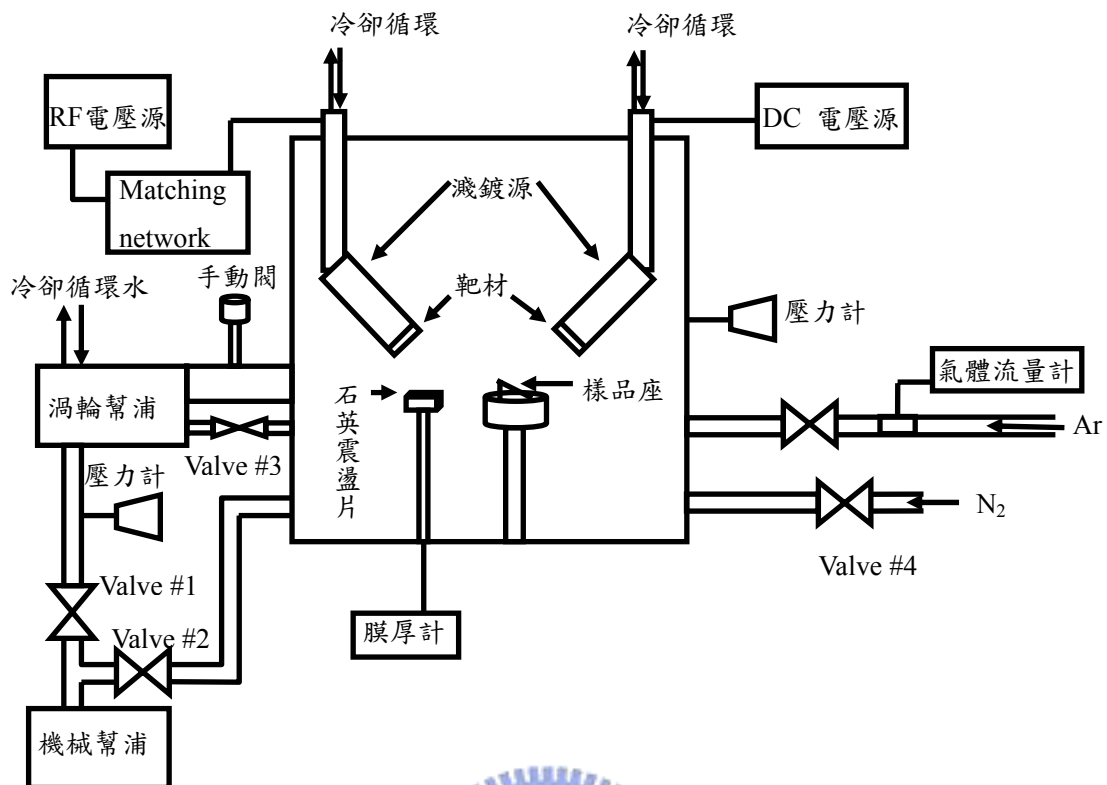
(II) 磁控式：磁控式的濺鍍機可以突破二極式濺鍍機的限制，靠著利用磁場來控制帶電粒子的運動，為勞倫茲力(Lorentz's law)  $F = q\vec{v} \times \vec{B}$  的應用。開啟電壓後，電子在靶材表面呈圓形帶狀分布。這些帶有能量的電子藉由碰撞將氣體分子游離化，增加了靶材表面的電漿(plasma)，被游離的氣體分子，受到電場加速往靶材方向前進，同時在左右兩邊磁場最強的地方擁有較大的切線速度(因有磁場存在，帶正電的氣體分子做圓周運動)，因此密集在靶材的此相對位置有更高的濺鍍強度；又電子也做圓周運動，增加運動路徑的同時，也增加游離氣體分子的機會。而被濺鍍出來的材質和氣體分子相較之下質量較重，且為電中性，所以不受磁場影響，得以濺鍍到基板(substrate)和腔體上。然而其最大的缺點，除了濺鍍源需加一磁鐵成品較高外，濺鍍的靶材只被轟擊一圓環帶狀區域，當此帶狀區域即將穿透整塊靶材時，此靶材即需淘汰。

如前所述，提供電壓有兩種方式：直流(dc)和射頻(RF)兩種。利用直流(dc)方式供給電壓，來沉積導電良好的材質是非常效率的。然而，一旦遇到絕緣的靶材，正電荷會累積在靶材上，當累積一定量的電荷，濺鍍便會中止。由此，就必須改變提供電壓的方式，射頻(RF)的方法由此產生。射頻(RF)為提供一交流的電壓的方式，其交流震盪頻率為 13.56 MHz，此頻率落在無線電波頻率，因次此方法才稱為射頻(RF：radio frequency)。由射頻(RF)的方法電荷不會累積在靶材上，濺鍍便可順利進行。

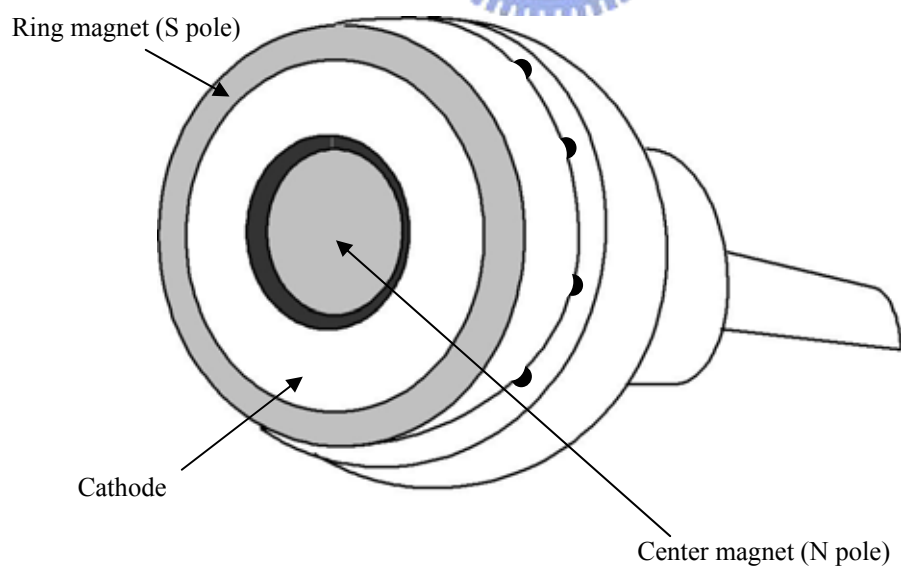
### 3.2.2 濺鍍機整體構造

濺鍍機的整體構造如圖 3-4 所示，主要分為四個部分：(I)濺鍍源及其電壓源；(II)抽真空部分；(III)氬氣供給端；(IV)膜厚計；(V)其他：樣品座、銅環、橡膠環(O-ring)、冷卻循環水...等。

(I) 濺鍍源及其電壓源：我們所使用濺鍍機的濺鍍源為前一小節所介紹之磁控式濺鍍源(如圖 3-5)，磁極 N 極於濺鍍源的中心，磁極 S 極在濺鍍源的外側一圈。我們的濺鍍源其規格為能設置直徑 2 吋的靶材，其所能承受最大的 dc 功率為 1 千瓦，所能承受最大的 RF 功率為 0.6 千瓦，而其磁鐵的組成成分為 NdFeB。腔體內同時擺有兩支如上述相同規格之濺鍍源：一支濺鍍源加以直流



(圖 3-4) 濺鍍機的整體構造，包括：濺鍍源及其電壓源、抽真空部分、氬氣供給端、膜厚計、樣品座...等。



(圖 3-5) 濺鍍機之磁控式濺鍍源。磁極 N 極在中間的位置，磁極 S 極在外側的位置。



dc 電壓(於腔體右側)，dc 電壓源的型號為 MDX-1K，此型號的電壓源所輸出的功率範圍為 0-1000 瓦、所輸出的電壓範圍為 0-1000 伏特、所輸出的電流範圍為 0-1 安培；另一支濺鍍源加以交流 RF 電壓(於腔體左側)，但必須先接一 matching network(型號為 ATX-600)，RF 電壓源的型號為 RFX-600。我們用以濺鍍 CuGeAu 靶材的濺鍍源為位於腔體右側的 dc 電壓源。由於兩支濺鍍源皆為磁控式，因此不論使用哪一支濺鍍時，都需將兩支濺鍍源藉由調整角度令彼此保持一定距離，以免磁場干擾。而靶材背後將鎖上一鐵片，直接以吸附方式置於濺鍍源的前端。

(II)抽真空部分：於濺鍍前，需將腔體抽至較高的真空度，以確保腔體的潔淨。我們的真空配備為一普通的機械幫浦(mechanical pump)(可抽到  $5 \times 10^{-3}$  torr)和一可抽至高真空的渦輪幫浦(turbo pump)(可抽到  $7 \times 10^{-7}$  torr)。機械幫浦可用於腔體的粗抽；而渦輪幫浦在運轉時，需處於低真空的環境，這時就需要機械幫浦來維持；另外渦輪幫浦停止供電時，沒有額外的煞車裝置，只能讓其自然減速停止，因此在其完全停止之前，約一個小時的時間，仍需維持其低真空環境。幫浦和腔體間的閥門由手動閥和氣動閥(V2 和 V3)作為控制，機械幫浦和渦輪幫浦間的氣動閥為 V1，若希望將腔體由壓力較低恢復至一大氣壓，則可由氣動閥 V4 通以氮氣。(幫浦的操作流程於 3.2.4 節有詳細的討論)

(III)氬氣供給端：當整個腔體的環境已經屬於準備好可以濺鍍的狀態，這時我們會通入氬氣作為濺鍍時被游離以致轟擊靶材的氣體，因氬氣為良好的惰性氣體而不易和濺鍍材質發生反應。氬氣在腔體內量的多寡，影響濺鍍沉積出來樣品的組成結構，因此我們將控制氬氣在腔體內的含量。利用同時控制兩個可調變機制，使氬氣的含量在腔體內達一動態平衡：其一是通入固定流量的氬氣，我們常控制的範圍為 5-10 sccm(standard cubic centimeters per minute：每分鐘通過標準立方公分的容量)；另一調變的機制為藉由控制渦輪幫浦和腔體之間的手動閥大小，來改變抽氣速率，作為掌握通入氬氣後腔體的壓力大小。由同時控制以上兩種方法，可固定氬氣在腔體內的量。

(IV)膜厚計：可監控濺鍍時樣品沉積的速率和厚度，這是利用在腔體內樣品座旁所設置的石英震盪片。一片新的石英震盪片震盪頻率為 6 MHz，而當有薄膜沉積於石英震盪片上時，其震盪頻率的減小和沉積上的物質重量有關；將全新的震盪頻率為 6 MHz 對照 100%，震盪的頻率越小，百分比值就跟著減小，當百分

比值小於 60%，我們會將石英震盪片取出，括除其上之薄膜或者換上新的石英震盪片。百分比值於外接膜厚顯示器上可讀得，且作為石英震盪片的狀況是否良好的判斷來源。外接一台膜厚顯示器，可以不斷地將測得石英震盪片的頻率對照普遍公認和重量的關係。而得到於石英震盪片上的重量後，還不能知道沉積於其上的厚度，因為不同的材質有一樣的重量卻不一定會有一樣的厚度，因此對於濺鍍不同的材質就需先將兩個參數輸入膜厚顯示計：一為”material density”、另一為”acoustic impedance”，大部分元素的這兩樣參數已可從文獻查得。濺鍍我們的靶材 CuGeAu 的這兩樣參數藉由其成份比例去換算，分別得出：9.1、20.2。膜厚顯示器依我們所輸入的這兩個參數得出石英震盪片上的厚度，但是石英震盪片和樣品座離濺鍍源並非相等距離，因而欲顯示出樣品的厚度需乘上一個空間幾何

相關的數(tooling factor)做修正， $B = A \times \left( \text{tooling factor} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \right)$  (B：樣品的厚度、

A：石英震盪片上的厚度、 $r_1$  濺鍍源到樣品座的距離、 $r_2$  濺鍍源到石英震盪片的距離)，所以 tooling factor 為我們濺鍍前所需輸入的第三個參數。通常，設定好這三個參數後所顯示的膜厚有一定的精確度，然而為了進一步確認，我們會將前幾次濺鍍的樣品實際去測量膜厚，再將需要修正的量對 tooling factor 做修正。

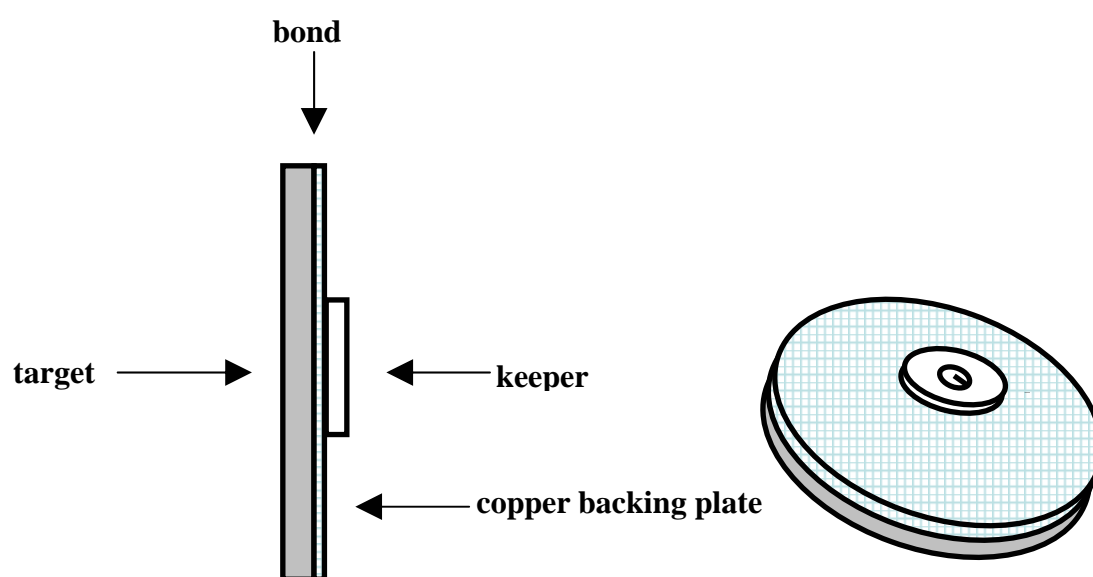
(V)其他：(1)為了讓樣品座正對著濺鍍源，以免濺鍍出來的圖形失真，於原先的樣品座上置以一具有傾斜角的不鏽鋼板，使得樣品就可置於此斜坡上而正對著濺鍍源。(2)因腔體需要抽真空，在真空系統各個構造的接合處、還有腔體的腔門和腔體之間，就需藉由銅環或橡膠環(O-ring)讓接合處更緊密。(3)另外濺鍍系統還需要有冷卻循環水系統，因濺鍍源受氣體離子轟擊會產生熱，過高的溫度將讓濺鍍源的磁鐵去磁，而濺鍍源所需通過最小的循環水量為 1 gpm(gallons per minute：每分鐘一加侖)；另外渦輪幫浦也需要通以循環水路，渦輪幫浦在運作時，葉片高速旋轉，固定旋轉軸承的部分會產生熱，避免其因受熱而變形的方式，我們也會通以冷卻循環水。(4)濺鍍機原先配有 P1 和 P2 的壓力計，可監控的壓力範圍只能到  $10^{-3} \text{ torr}$ ，我們將腔體另外接一顆壓力計，可從一大氣壓讀到  $10^{-7} \text{ torr}$ 。

### 3.2.3 靶材與銅背板的接著(bonding)

我們把已決定好的樣品比例 CuGeAu(原子百分比分別為 93：4：3)，委託廠商依此比例混合均勻製作成符合濺鍍所需的靶材。靶材為圓盤狀，其直徑為 2 吋，厚度為 3mm，為濺鍍靶材的標準尺寸之一。由廠商製作出的 CuGeAu 靶材純度為 99.99%，詳細的材料分析尚存在極少量的雜質，如磁性雜質中有 4ppm 的鐵、0.3ppm 的錳、0.003ppm 的鉻...等。製作好的靶材其背後中心點會鎖上一鐵片，鎖鐵片的原因可藉由濺鍍源的磁力吸住鐵片而固定靶材於濺鍍源上；鎖鐵片的螺絲鎖得很淺不會穿透靶材，而靶材中心不易被氣體離子轟擊，所以鐵片可以很好地固定在靶材背後。

由於靶材被濺鍍損耗的量很難用肉眼估計還能濺鍍多少的厚度，而一旦當靶材被濺鍍完而未終止濺鍍時，氣體離子會轟擊濺鍍源，造成濺鍍源的損害。因此我們以一塊銅靶(純度低，常稱為銅背板)接合於 CuGeAu 靶材之後，如此一來，當 CuGeAu 靶材被濺鍍完會濺鍍到銅背板而非濺鍍源，作為保護濺鍍源之用。

如圖 3-6，銅背板和 CuGeAu 靶材之間的接合，我們使用熔點極低的金屬：銦(Indium，熔點 157°C)。將銅背板至於烤盤上，少量的銦均勻放置銅背板上，加熱至約 170°C，此時銦完全熔解，再將 CuGeAu 靶材對齊放到銅背板上，並以重物壓住，加熱電源關閉。等靶材回到室溫，檢查此接合是否均勻對齊，確定完成後，將鐵片(keeper)鎖在銅背板後，即完成接合(bonding)動作。



(圖 3-6) CuGeAu 靶材和銅背板接合後的圖形。

### 3.2.4 薄膜濺鍍操作流程與其物理意義

**I. 前置準備動作：**(1)開啟冷卻循環水、空氣壓縮機、濺鍍機總電源。(2)將腔體破真空，打開氬氣鋼瓶，開氣動閥 V4(valve#4)。(3)將玻璃基板以真空膠帶貼在金屬遮罩後面，連同金屬遮罩放進濺鍍機腔體內的樣品座上。(4)最後封腔體前，要確定靶材是否已濺鍍完，確認擋板(shutter)是否運作正常。

**II. 對腔體進行抽真空：**(1)開啟機械幫浦(MP)，等其運轉聲音穩定，接著開氣動閥 V2，此時需立即扶住後方抽氣管，因當時壓力變化大會造成抽氣管劇烈震盪，而導致機台晃動。(2)等到腔體的壓力小於 $5 \times 10^{-2} \text{ torr}$ ，關掉氣動閥 V2，開氣動閥 V1，等到渦輪幫浦的壓力 P1 小於 $5 \times 10^{-2} \text{ torr}$ ，打開渦輪幫浦電源 turbo start，開氣動閥 V3，手動閥全開(開至中心螺紋與平台齊)。

**III. 通入氬氣到腔體內：**(1)等到 chamber 的壓力抽至 $3 \times 10^{-6} \text{ torr}$ ，關掉氣動閥 V3，手動閥轉小。(2)開氬氣鋼瓶，開啟氣體流量計的電源，設定氣體流量為 7 sccm，開啟其內部氣動閥，再開氬氣手動閥。(3)利用渦輪幫浦和腔體間的手動閥調整腔體壓力至 $7 \times 10^{-3} \text{ torr}$ ，開啟直流電源，試打 10 W，確定是否能產生電漿(plasma)，壓力穩定後，計時等待 10 分鐘。

**IV. 濺鍍過程：**(1)首先開啟膜厚計，按 stop 鈕，確認“density”、“impedence”、“tooling factor”這三個值是否正確後，再按 start，即開始待命監測膜厚。(2)開擋板(shutter)。(3)設定欲打之功率值後，開啟電壓源，檢查電漿是否發生，紀錄此時實際的電壓、電流、功率值。(4)紀錄薄膜沉積速率。

**V. 停止濺鍍：**等到已達到的濺鍍厚度(1)將電壓源關掉。(2)關掉擋板。(3)此時膜厚計所讀到的沉積速率已經為零，將膜厚偵測的動作停止，關掉膜厚計。(4)關掉氬氣手動閥；氣體流量計的流量設為零，關掉其內部的氣動閥，關掉氣體流量計、氬氣鋼瓶。(5)開啟氣動閥 V3，開啟和渦輪幫浦之間的手動閥。(6)等待 30 分鐘讓腔體冷下來，才可取出樣品。

**VI. 關閉濺鍍機：**(1)將氣動閥 V3 關閉，關閉渦輪幫浦和腔體之間的手動閥，關掉渦輪幫浦的電源後，計時等待一個小時。(2)關閉氣動閥 V1，關掉機械幫浦(MP)。(3)關閉濺鍍機的電源、空氣壓縮機、冷卻循環水、總電源。(後兩者需考



慮到蒸鍍機是否使用)

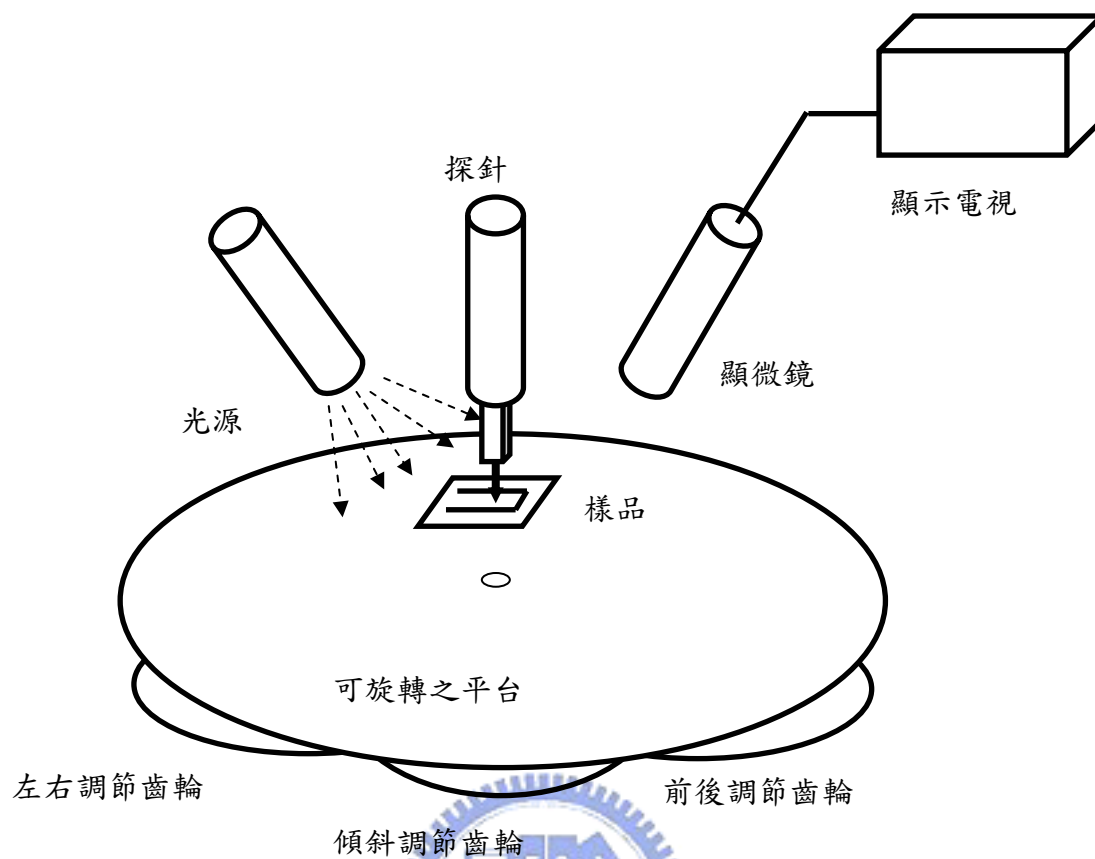
### 3.2.5 膜厚校正

依濺鍍的材質，樣品和膜厚計的擺放位置，將前述 3.2.2 節的三個參數輸入膜厚顯示器後，所得的樣品膜厚可能還是會跟實際膜厚有出入，因此我們濺鍍數個膜厚顯示器為 1000 Å 的樣品，實際用  $\alpha$ -step 測量膜厚，再將需要修正的比例對” tooling factor” 做修正，期望往後膜厚顯示器上所讀到的值為一可靠準確的膜厚值。

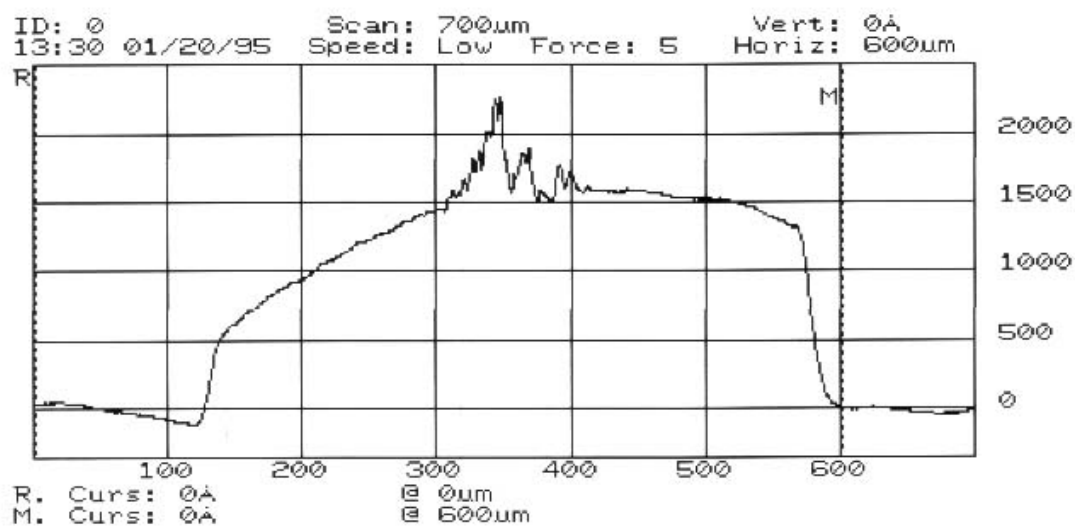
如圖 3-7，為實際測量膜厚的機台，名為  $\alpha$ -step；其測量膜厚的原理，為用極細的探針實際接觸並劃過樣品薄膜到玻璃基板，而讀出樣品表面實際高度的落差。將樣品置於可旋轉之平台，平台下有前後左右之調節齒輪，可調節平台的位置，由左側光源的照明和右側顯微鏡的影像放大，可從顯示電視上清楚地看到放大的影像，方便確定平台上的樣品位於探針正下方。探針掃膜厚的方向為旋轉平台徑向的方向，如果平台有一較大傾斜角，探針則會自動判斷無法正常工作，而我們可由傾斜調節齒輪調節至一可接受的傾斜範圍。

於實際掃膜厚前，可以先設定一些符合樣品解析參數：(1)探針掃過薄膜的快慢：速度快精確度會下降，速度慢精確度上升，但需花較長的時間等待，我們則選用速度最慢以求精確值；(2)探針壓於樣品上的力道：探針力道較小，對薄膜的傷害力也較小，可保護薄膜，但精確度會下降，若探針力道變大，精準度可以提升，但也不可將探針力道調過大，很有可能刮傷薄膜，甚至是刮斷，同時也會導致測出的膜厚值有更大的誤差；(3)探針掃過的長度：通常會設定大於薄膜寬度，讓我們可以明顯的看出一個像高原的圖形，而薄膜的寬度可由濺鍍時所使用的金屬遮罩圖形做估計。

掃完膜厚後，可得到由探針所畫出的薄膜截面圖，如圖 3-8。由顯示介面的程式設定，我們可以手動去定義薄膜的左右兩邊界線，程式則會給出這兩條線之間的距離和平均高度，即我們所在乎實際薄膜的寬度和厚度。



(圖 3-7) 實際測量膜厚的機台： $\alpha$ -step。



Sloan DEKTAK 3030 Rev. 1.8/2.3

(圖 3-8)  $\alpha$ -step 顯示介面所呈現的薄膜截面圖。

### 3.3 降溫量測原理與方式

我們所使用的低溫量測系統，是使用 Oxford 公司的  $^3\text{He}$  系統，名稱為 HelioxVL，其最低溫可降至 0.25 K。以下會先依照降溫的流程，簡述各溫度區間的降溫原理，接著介紹 HelioxVL 的主要構造，再敘述降溫前的準備動作，最後一部分為整個降溫的操作流程。

#### 3.3.1 降溫原理

從室溫 300 K 欲降到 0.25 K，在各個溫度區間，我們利用不同的冷源和技術，因此這一節用溫度區間做區分討論降溫原理。

##### (1) 300 K~80 K 使用液態氮預冷(pre-cooling)：

一大氣壓下，液態氮的沸點(boiling point)為 77.4 K，熔點(melting point)為 63.3 K，沸騰時的潛熱(latent heat)為 160 kJ/l。在此溫度區間，我們將低溫儀放入液態氮中利用熱傳導的方式來降低溫度。

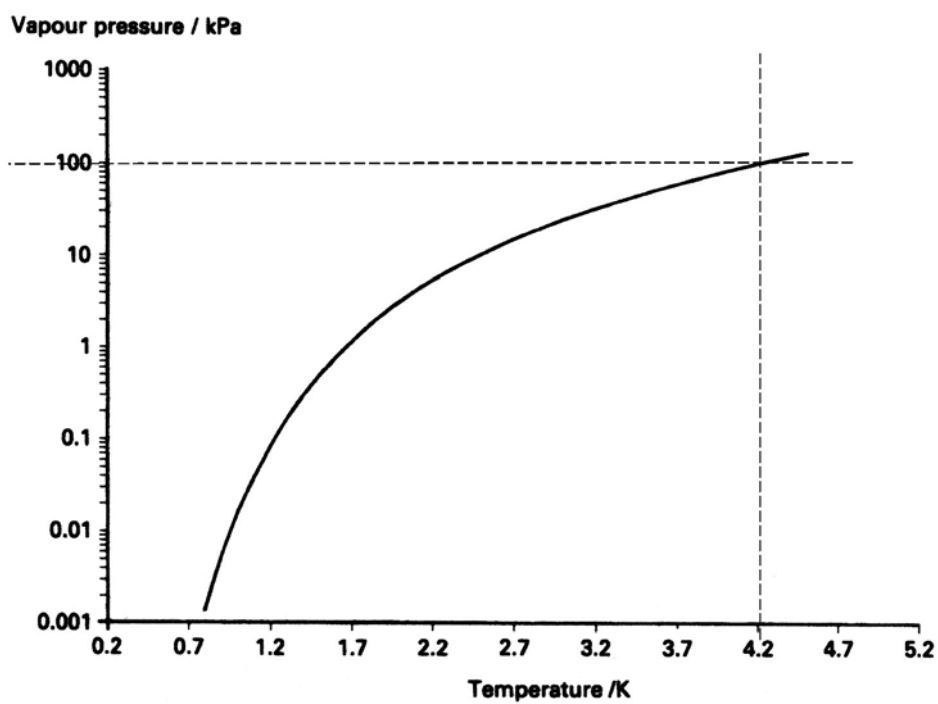
##### (2) 80 K~5 K 在液氮桶中靠熱傳導降溫：

一大氣壓下，液態氮的沸點為 4.21 K，沸騰時的潛熱為 2.56 kJ/l，液態氮的密度為 130 kg/m<sup>3</sup>。不直接使用液態氮從 300 K 開始冷卻的原因，是因為 300 K 到 4 K 溫度差距較大，將會消耗大量的液態氮，以經濟層面考量，液態氮的價格也較液態氦昂貴許多。

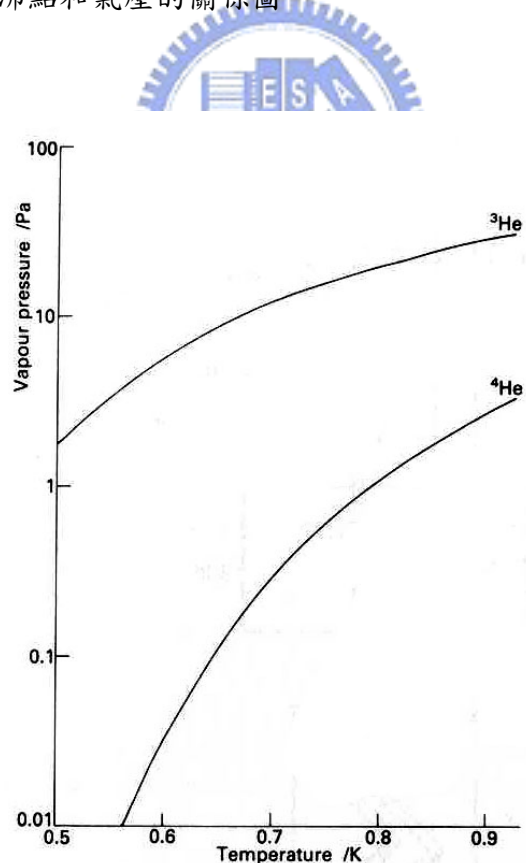
##### (3) 5 K~1.5 K 利用 $^4\text{He}$ 的減壓降溫：

液體的沸點會隨著環境的壓力減小而降低，如圖 3-9 所示，圖上虛線交叉的點為一大氣壓的沸點， $^4\text{He}$  的沸點隨環境的壓力值改變。沸點降低的  $^4\text{He}$ ，於某個短時間不斷的揮發且藉由揮發帶走熱能，直到由原本沸點的溫度降到此壓力沸點的溫度，則會固定在此沸點溫度作為冷源。理論上，只要將壓力降的很低，就可以達到越低的沸點，有越低溫的冷源。然而，實際上還要考慮熱源的大小，和液氦的超流特性。因此通常利用此方法只能降到 1.5 K。





(圖 3-9)  $^4\text{He}$  的沸點和氣壓的關係圖。

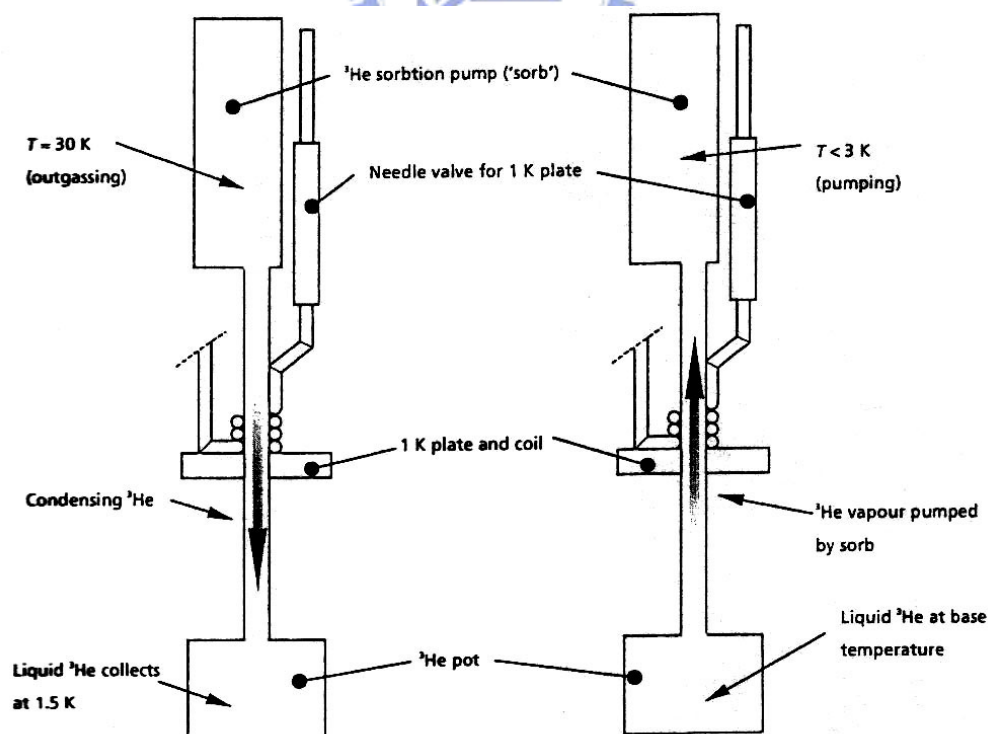


(圖 3-10)  $^4\text{He}$  和  $^3\text{He}$  的沸點隨氣壓的關係圖。

#### (4) 1.5 K~0.25 K 使用 $^3\text{He}$ 減壓降溫：

大自然界中存在含量極少的  $^3\text{He}$ ，一大氣壓下，液態  $^3\text{He}$  的沸點為 3.19 K，沸騰時的潛熱為 0.48 kJ/l，液態  $^3\text{He}$  的密度為 60 kg/m<sup>3</sup>。由此可概括的說  $^3\text{He}$  和  $^4\text{He}$  的特性不太一樣。如圖 3-10，為  $^3\text{He}$  和  $^4\text{He}$  的沸點隨壓力變化圖，可發現  $^3\text{He}$  不需到和  $^4\text{He}$  一樣的環境壓力，便可和  $^4\text{He}$  有一樣的沸點。

將  $^3\text{He}$  置入一密閉系統，如圖 3-11 所示。於  $^3\text{He}$  sorb 部分有一活性碳，此活性碳在小於 20 K 的溫度，會大量吸附氣體，溫度大於 20 K 則開始釋放氣體。於是我們將  $^3\text{He}$  sorb 加熱至 30 K，則活性碳開始釋放  $^3\text{He}$  氣體分子於此密閉空間，如圖 3-11 左，同時  $^3\text{He}$  pot 溫度約為 2 K (冷源為 1K plate：由  $^4\text{He}$  減壓降溫的方法)，小於  $^3\text{He}$  的沸點，所以這時在此密閉空間的  $^3\text{He}$  從活性碳釋放後，於  $^3\text{He}$  pot 慢慢凝結。等到此密閉空間大部分的  $^3\text{He}$  都於  $^3\text{He}$  pot 凝結後，關掉位於  $^3\text{He}$  sorb 的加熱器。隨著  $^3\text{He}$  sorb 慢慢冷卻，位於  $^3\text{He}$  sorb 的活性碳又恢復吸附氣體分子的能力，此密閉系統的壓力也隨著減低。 $^3\text{He}$  的沸點因系統的壓力降低跟著降低，在  $^3\text{He}$  pot 最低溫可降至 0.25 K。



(圖 3-11) 利用  $^3\text{He}$  的冷卻機制圖。

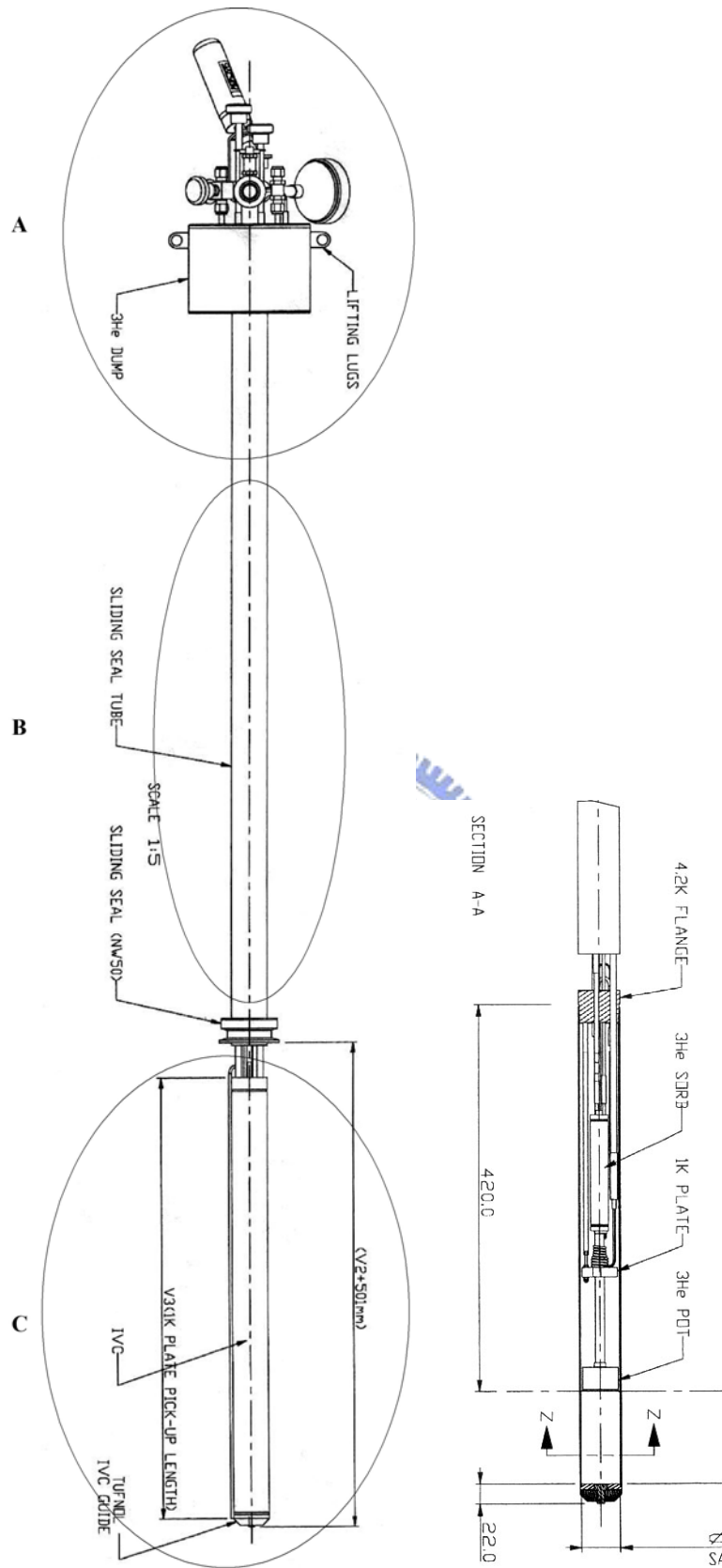
### 3.3.2 HelioxVL 的構造說明

如圖 3-12 所示，HelioxVL 基本形體為一長管狀，主要構造分為 A、B、C 三個部分，其三部分分別依序是由上往下，如圖上標示。

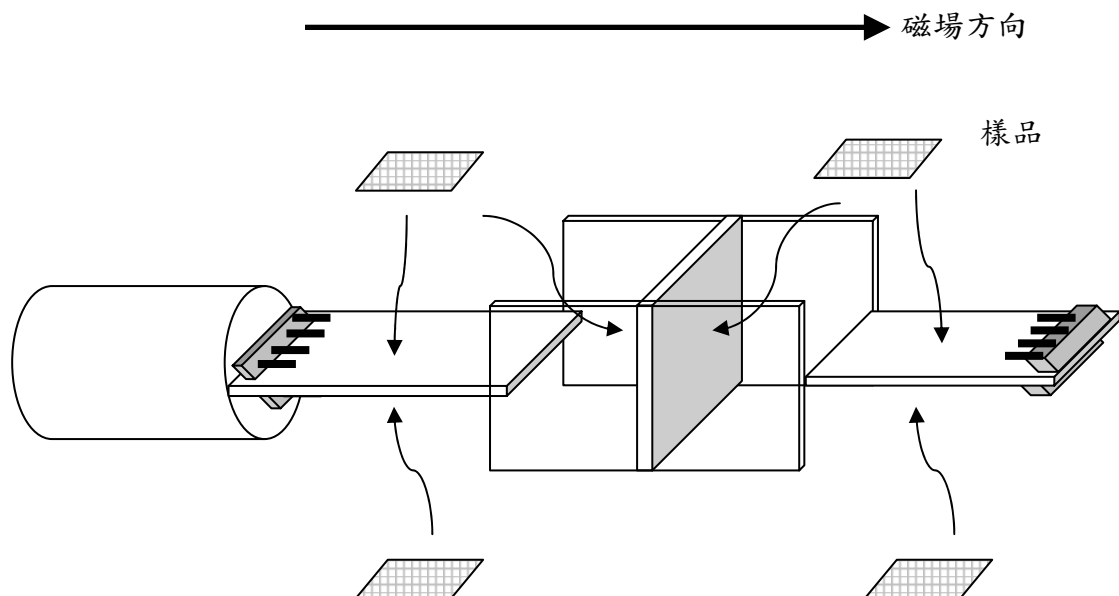
首先，先從 C 部分開始介紹，其位於整個 HelioxVL 最下面的部位，重要的降溫部分(如  $^3\text{He}$  sorb、1K plate、 $^3\text{He}$  pot...等)及擺放樣品部分均位於此，降溫時由 IVC 封住而形成一密閉的腔體。在 IVC 內部的最下方為樣品擺放的位置，稱為樣品座(sample space)，實際的結構如圖 3-13 所示，放置樣品有 6 個位置可選擇，其中位於中間有兩個位置垂直磁場，其餘四個位置平行磁場，根據樣品的量測需求來選擇擺放的位置。此樣品座上的接點(pin)數量為四組，一組為四個，共 16 個接點。和樣品座最接近的部分為  $^3\text{He}$  pot，是儲存  $^3\text{He}$  的密閉空間中最低最接近樣品的部分，此儲存  $^3\text{He}$  的密閉空間還包含  $^3\text{He}$  sorb 和位於 A 部分的  $^3\text{He}$  dump。在  $^3\text{He}$  pot 和  $^3\text{He}$  sorb 之間是 1K plate，由 IVC 外的細管抽液態氦到 1K plate，此管路在 1K plate 繞數圈再經過  $^3\text{He}$  sorb，最後沿著 B 部分到 A 部分的閥門。於 IVC 外又在 C 的最下面，是掛超導鐵的地方，超導磁鐵的中心恰巧對應到 IVC 內部樣品座的部位。

從 B 部分的外觀可看出，此部分為不鏽鋼所製成，內部為從 C 部分到 A 部分連接的導線。此部分的長度甚長，和外殼為不鏽鋼，都有一樣的原因：減少到 IVC 的熱源。當此低溫儀浸入液態氦時，A 部分還是在室溫 300 K，300 K 的熱會由導線傳到樣品，若此導線從 300 K 到樣品所走的路徑很長，那麼熱阻就會變大，相較來講熱源就會比較小。不鏽鋼材質的特性，其導熱和導電都不容易，因此 B 部分以不鏽鋼做外殼也可減少 IVC 的熱源。

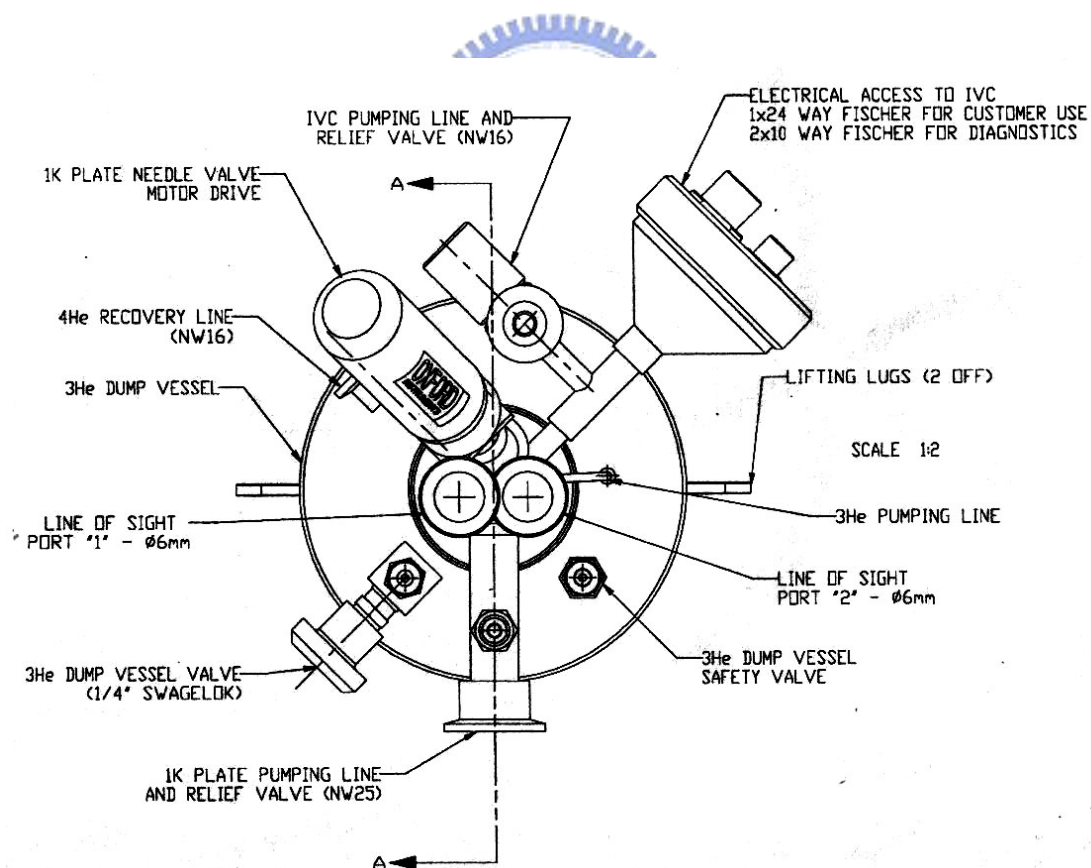
控制 C 部分抽氣的閥門、測量樣品的電子訊號、磁鐵的電流輸入端...等，即此低溫儀對外的接點皆位於 A 部分，如圖 3-14、3-15 所示。詳細的構造，如圖 3-14 順時針方向分別為，輸入和量測電子訊號的接點：由導線連接此接點到電表和溫度計；抽 1K plate 的閥門和接幫浦的部分； $^3\text{He}$  dump 對外的閥門；控制 1K plate 抽氣量的針閥(needle valve，內部裝有電動馬達)；連接 IVC 內部空間的閥門。在整個 A 部分的下方，為儲存  $^3\text{He}$  的密閉系統中，最上端的容器  $^3\text{He}$  dump。



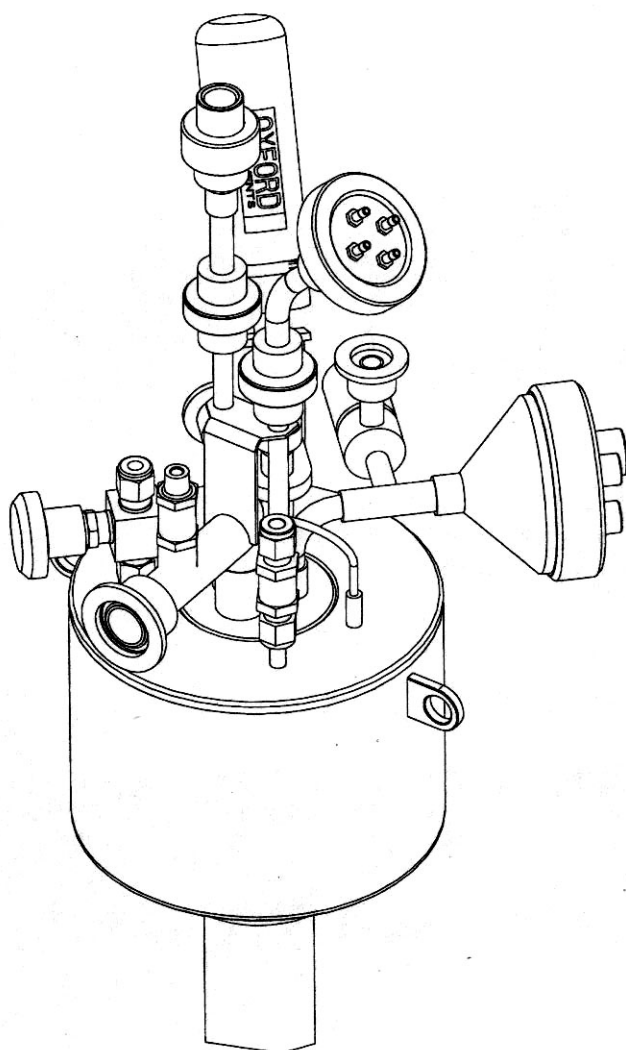
(圖 3-12) 左圖為 HelioxVL 的主要輪廓，右圖為拆掉 IVC 後 HelioxVL 內部重要結構，包括  $^3\text{He}$  sorb、1K plate、 $^3\text{He}$  pot、樣品座...等。



(圖 3-13) 於 HelioxVL 放置樣品的部分(sample space)，由於磁場的方向固定，樣品和磁場的夾角由擺放的位置分為平行和垂直兩種。



(圖 3-14) HelioxVL 上端構造之上視圖。包括由 IVC 內接點連接出來可接電表的線路，和一些抽氣的閥門。



(圖 3-15) HelioxVL 上端構造之側視圖。其各部構造可和圖 3-14 相對照。

### 3.3.3 降溫前的準備動作

- (1) **拆掉 IVC**：在實驗過程中，整個低溫儀中的 C 部分，都是由 IVC 所封起，形成一真空腔體。因此放樣品前，需先拆掉 IVC。IVC 原本是透過真空膠塗於開口處，再由抽氣幫浦對此部分抽氣，利用壓力差將 IVC 封上；因此 IVC 在封口處有刮痕或甚至是碰撞變形，即無法封出一個好真空系統，對接下來控溫有極大的影響，所以拆掉 IVC 最需要特別注意的是避免造成封口刮痕。IVC 底部有一柱狀突起的螺紋，當需取出 IVC 時，我們將一重錘由此螺紋掛上，打開此密閉空間和外界連接的閥門，輕輕敲打重錘，IVC 會鬆脫再慢慢取下即可。掛重錘的方式是為代替直接用手取下，因直接用手取下會對



圓形封口處施力不均，恐成形變，且用重錘輕敲可控制力量，避免用手取下力道過大造成 IVC 下部受到撞擊。

(2) **放置樣品：**放置樣品到低溫儀的位置(sample space)如圖 3-13 所示，而在我們 CuGeAu 的樣品中，其中屬於二維的系統，則選擇擺放在中間垂直磁場的位置。量測電阻時做四點量測所需要的接點數量為四個，而我們的樣品只有中間兩個位置可擺放，所以最多擺放兩個樣品，佔用八個接點。將樣品上由銀膠所點鐸的銅線，用低溫鐸錫(woods metal：50%Bi、25%Pb、12.5%Sn、12.5%Cd；melting point：75 °C)，鐸到低溫儀的接點上。選用低溫鐸錫的目的在於不希望在鐸接點時，因為高溫對樣品有加熱退火的效果。鐸好後的樣品，需先透過低溫儀上端可接傳輸線的接點(如圖 3-14、圖 3-15)，實際接上電表，測試訊號的好壞。封 IVC 前，還需將 IVC 內的活性碳置於烤箱烘烤，160 °C，30 分鐘，讓活性碳在低溫時所捕捉的氣體釋放出來。

(3) (a)封 IVC、(b)掛超導磁鐵、貼錫箔膠帶、(c)通 1K plate 的管路、(d)放交換氣體：

(a)準備好可以封 IVC 後，先在低溫儀和 IVC 的封口處，均勻的塗上一層真空膠，並接上可抽 IVC 的機械幫浦(此閥門位於圖 3-14、圖 3-15)。用三隻手指頭握在 IVC 的封口附近，讓 IVC 保持鉛直，慢慢套進低溫儀的下半部，直到塗真空膠的封口部位，將 IVC 旋轉 90<sup>0</sup>，打開機械幫浦，這時會發現 IVC 有些許向上，真空膠些許被擠出，即可將手放掉。

(b)持續抽 IVC 直到滿 2 個小時，才可於 IVC 下方掛上超導磁鐵，其導線需沿著 IVC 往上接在 IVC 上方，且超導磁鐵的導線需要藉由錫箔膠帶固定。

(c)1K plate 的管路中，有一部分會伸出 IVC，在低溫時可直接抽取液態氦作為降溫用，而此管路很細，若有水氣在裡面，溫度一降冰點以下即會造成管路賭塞，因此降溫前我們會掛上充滿氦氣的氣球通此管路，一直到進液態氦桶前為止。

(d)抽 IVC 超過 2 個小時，約可到 3 mtorr，但此真空度對靠熱傳導作為降溫的降溫速度而言，是慢許多的。因此我們會在降溫前，於 IVC 內放入約 5 cc 的氦氣當作熱傳導的交換氣體，縮短低溫儀在液氮桶內冷卻的時間；當低溫儀改置

入液氦桶內，此 5 cc 的氦氣會被活性碳吸附，因此不會影響低於 4.2 K 的控溫。

需先確認所有準備動作都有確實完成，才能開始降溫。

### 3.3.4 降溫操作流程

#### (1) 300 K~80 K 使用液態氦預冷(pre-cooling)：

將液態氦充填至實驗用的杜瓦爾容器(Dewar flask)。慢慢的將 HelioxVL 放入此杜瓦爾容器(Dewar flask)內，在此過程中 HelioxVL 是懸吊著，且只將內部真空腔(IVC：Inner Vacuum Chamber)的部分放進杜瓦爾容器內。從 300 K 降到 100 K 所需的時間，跟內部真空腔(IVC)的真空度有關，大約需要半個小時到一個小時的時間。通常，會等溫度在降低到 80 K。因為在 100 K 左右的溫度放進液氦桶(helium dewar)，反而會讓溫度下降緩慢，這是由於靠近內部真空腔壁的交換氣體  $^4\text{He}$  溫度低、動能變小，熱傳導能力變弱所致。

此溫度區間持續用少量的氦氣通 1K plate 細管的管路，控制通氦氣的量為一電動的微調閥門(needle valve)。降溫前，needle valve 的大小會設定為 100%，在此溫度區間，needle valve 的大小通常設定為 20%。

#### (2) 80 K~5 K 在液氦桶中靠熱傳導降溫：

我們將預先準備好裝有液態氦的杜瓦爾容器，測量其液面的高度，估算液氦是否夠用。將 HelioxVL 小心並迅速的從液態氦裡面拔出，再放進液態氦中。不過並不會一次將 HelioxVL 放置液氦桶最底，而是先放到能開始固定高度的位置，接著每 5 分鐘下降 5 公分，直到下到最底不碰到液氦桶為原則。由實際去測量 HelioxVL 的高度和液氦桶的深度，我們可以知道 HelioxVL 放入液氦桶的深度。如圖 3-16，為 HelioxVL 放入液氦桶的透視圖。我們測得 HelioxVL 從底端到儲存  $^3\text{He}$  的 dump 約 135 cm，液氦桶的實際深度約為 114 cm，因此 HelioxVL 露出液氦桶的管長需留 21 cm 以上，才不會讓 HelioxVL 碰到液氦桶底部導致 IVC 受力。另外，液態氦的液面最低需要能被細管抽到和同時淹過超導磁鐵，因此液面最少需要 15 cm 以上。

從液氮桶換到液氦桶後，我們會測試一直使用氦氣通 1K plate 的管路是否暢通，測試的方式為取下充滿氦氣的氣球，改用機械幫浦抽此細管，利用抽氣的壓力值判斷管路是否堵住。若管路暢通，我們會關掉閥門，停止抽氣。

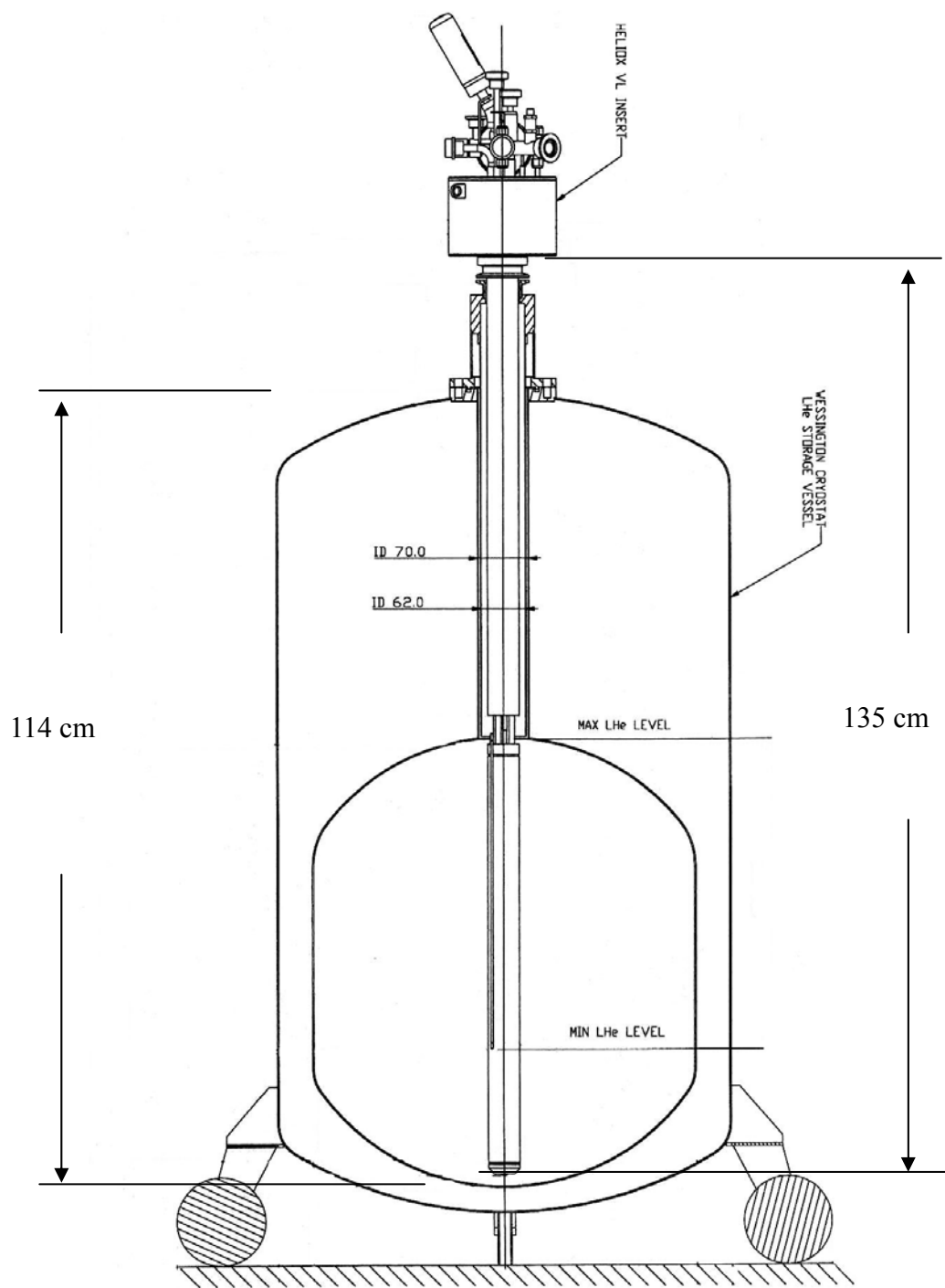
此溫度區間靠液態氦的熱傳導方式作為冷卻，在完全不抽液態氦的情況下，1K plate 的平衡溫度不會到 4.2 K，由於此部分還是封在 IVC 裡面，作為熱傳導的氣體有限，且外界 300 K 的熱還是會透過導線傳到此部分，因此平衡溫度約為 5 K 或以上。倘若平衡溫度小於 5 K，很有可能 IVC 有漏，即液氮桶內有些許的氦跑進 IVC 內部，那麼對於更低溫度的控制，4.2 K 反而成為一大熱源，就無法控到精確穩定甚至是較低的溫度。另外，此溫度區間的控溫方式，從 30 K 到 5 K 都可以利用溫控計的加熱器(heater)控溫，利用通一小電流所產生的熱，來控制溫度。

### (3) 5 K~1.5 K 利用 $^4\text{He}$ 的減壓降溫：

接上機械幫浦抽 1K plate 的管路，則液態氦從細管進入 IVC 到 1K plate，再經過  $^3\text{He}$  sorb。抽液態氦的量會先調大到 40%，讓管路均勻冷卻，再調小到 18%，此時抽氣的壓力顯示值為 5 mbar。固定抽氣量，以加熱器作為控溫。

### (4) 1.5 K~0.25 K 使用 $^3\text{He}$ ：

持續抽 1K plate。開始加熱  $^3\text{He}$  sorb 到 30 K，這時  $^3\text{He}$  pot 約為 2 K。讓  $^3\text{He}$  sorb 在 30 K 維持 30 分鐘，再關閉加熱電流， $^3\text{He}$  sorb 和  $^3\text{He}$  pot 則慢慢降溫。約 20 分鐘後，距離樣品最近的  $^3\text{He}$  pot 可到達 0.25 K。(樣品座和  $^3\text{He}$  pot 間導熱良好，因此兩者溫度可看作相等。)



(圖 3-16) 將 HelioxVL 放進液氦桶內的透視圖。

### 3.3.5 溫度計與溫控計

溫度的讀取其實是透過電阻的量測，選用電阻對溫度變化明顯的材質，便可作為測量溫度的工具。而不同材質的溫度計在不同的溫度區間，都有不一樣的特性，因此根據實驗上的需求，我們選用不一樣的溫度計。而溫度計本身電阻對溫度的關係，則輸入在溫控計內部，由溫度計量到的電阻則可直接由溫控計顯示溫度。我們所使用的溫控計型號為 ITC 503。

放在  $^3\text{He}$  sorb 的溫度計為 Allen Bradley 的溫度計，是一溫度範圍大的溫度計，然而精準度有限，因  $^3\text{He}$  sorb 的溫度監測不需十分精準，所以此顆溫度計也沒有另外做校正的動作。此溫度計所對應到溫控計的 Channel 為 CH1。此位置還裝有一顆加熱器(heater)作為控溫用，加熱器的原理很簡單，即通一電流使加熱器因電阻產生熱。

整個 HelioxVL 有三個  $\text{RuO}_2$  溫度計，分別有一顆位於 1K plate、另兩顆位於  $^3\text{He}$  pot。此溫度計通常做較低溫溫度的量測，量測範圍為 20 mK~7 K。而其中一顆位於  $^3\text{He}$  pot 的  $\text{RuO}_2$  溫度計，我們讓 Oxford 公司做溫度的校正，畢竟每一顆出廠的  $\text{RuO}_2$  溫度計其溫度對電阻的關係還是會有些許的不同，如下表 3-1 所示，為此溫度計溫度和電阻的關係。 $\text{RuO}_2$  的電阻和溫度的經驗關係式為  $\ln(1/T) \propto \ln(R - R_0)$ ， $R$  是  $\text{RuO}_2$  在溫度  $T$  的電阻， $R_0$  則是在室溫的電阻，通常為 2.21 k $\Omega$ 。將校正的數據用經驗式做分析到第三階近似，可得到

$$\ln\left(\frac{1}{T}\right) = \sum_{i=0}^3 a_i [\ln(R - R_0)]^i \quad (3-1)$$

$a_0$	-0.68466926
$a_1$	+1.09823038
$a_2$	+0.05691678
$a_3$	-0.01102328

於是溫控計 ITC 503 的 CH2 就輸入此關係式，作為此三個溫度計之電阻對溫度的關係式。由表 3-1，校正到最高溫只到 4 K 左右，而我們在使用上，則到 2 K 以下才切換到此溫度計。



R [k $\Omega$ ]	T [K]	R [k $\Omega$ ]	T [K]	R [k $\Omega$ ]	T [K]	R [k $\Omega$ ]	T [K]	R [k $\Omega$ ]	T [K]
50.000	0.0229	20.000	0.0682	9.000	0.2122	4.750	0.6841	3.100	2.2521
49.500	0.0232	19.800	0.0691	8.900	0.2160	4.700	0.7003	3.080	2.3082
49.000	0.0234	19.600	0.0700	8.800	0.2199	4.650	0.7172	3.060	2.3669
48.500	0.0237	19.400	0.0709	8.700	0.2240	4.600	0.7348	3.040	2.4285
48.000	0.0240	19.200	0.0719	8.600	0.2282	4.550	0.7533	3.020	2.4929
47.500	0.0242	19.000	0.0729	8.500	0.2325	4.500	0.7725	3.000	2.5606
47.000	0.0245	18.800	0.0739	8.400	0.2370	4.450	0.7927	2.990	2.5957
46.500	0.0248	18.600	0.0750	8.300	0.2417	4.400	0.8139	2.980	2.6317
46.000	0.0251	18.400	0.0760	8.200	0.2465	4.350	0.8361	2.970	2.6686
45.500	0.0254	18.200	0.0771	8.100	0.2515	4.300	0.8595	2.960	2.7064
45.000	0.0257	18.000	0.0783	8.000	0.2567	4.250	0.8840	2.950	2.7453
44.500	0.0261	17.800	0.0794	7.900	0.2621	4.200	0.9099	2.940	2.7852
44.000	0.0264	17.600	0.0806	7.800	0.2677	4.150	0.9372	2.930	2.8261
43.500	0.0267	17.400	0.0819	7.700	0.2736	4.100	0.9659	2.920	2.8682
43.000	0.0271	17.200	0.0832	7.600	0.2797	4.050	0.9963	2.910	2.9114
42.500	0.0274	17.000	0.0845	7.500	0.2860	4.000	1.0285	2.900	2.9558
42.000	0.0278	16.800	0.0858	7.400	0.2926	3.980	1.0420	2.890	3.0015
41.500	0.0282	16.600	0.0872	7.300	0.2995	3.960	1.0557	2.880	3.0485
41.000	0.0286	16.400	0.0886	7.200	0.3067	3.940	1.0697	2.870	3.0968
40.500	0.0290	16.200	0.0901	7.100	0.3142	3.920	1.0841	2.860	3.1466
40.000	0.0294	16.000	0.0917	7.000	0.3221	3.900	1.0989	2.850	3.1979
39.500	0.0298	15.800	0.0932	6.900	0.3303	3.880	1.1140	2.840	3.2506
39.000	0.0303	15.600	0.0949	6.800	0.3389	3.860	1.1295	2.830	3.3051
38.500	0.0307	15.400	0.0966	6.700	0.3479	3.840	1.1454	2.820	3.3611
38.000	0.0312	15.200	0.0983	6.600	0.3574	3.820	1.1618	2.810	3.4190
37.500	0.0317	15.000	0.1001	6.500	0.3674	3.800	1.1785	2.800	3.4787
37.000	0.0321	14.800	0.1020	6.450	0.3726	3.780	1.1957	2.790	3.5404
36.500	0.0327	14.600	0.1039	6.400	0.3779	3.760	1.2133	2.780	3.6041
36.000	0.0332	14.400	0.1059	6.350	0.3833	3.740	1.2314	2.770	3.6699
35.500	0.0337	14.200	0.1080	6.300	0.3889	3.720	1.2500	2.760	3.7379
35.000	0.0343	14.000	0.1102	6.250	0.3947	3.700	1.2692	2.750	3.8083
34.500	0.0349	13.800	0.1124	6.200	0.4006	3.680	1.2888	2.740	3.8812
34.000	0.0355	13.600	0.1147	6.150	0.4067	3.660	1.3091	2.730	3.9567
33.500	0.0361	13.400	0.1172	6.100	0.4129	3.640	1.3299	2.720	4.0349
33.000	0.0367	13.200	0.1197	6.050	0.4193	3.620	1.3513	2.710	4.1160
32.500	0.0374	13.000	0.1223	6.000	0.4259	3.600	1.3733	2.700	4.2002
32.000	0.0381	12.800	0.1250	5.950	0.4327	3.580	1.3960	2.690	4.2876
31.500	0.0388	12.600	0.1279	5.900	0.4397	3.560	1.4194		
31.000	0.0396	12.400	0.1309	5.850	0.4469	3.540	1.4435		
30.500	0.0403	12.200	0.1340	5.800	0.4543	3.520	1.4684		
30.000	0.0411	12.000	0.1372	5.750	0.4619	3.500	1.4941		
29.500	0.0420	11.800	0.1406	5.700	0.4698	3.480	1.5206		
29.000	0.0429	11.600	0.1442	5.650	0.4779	3.460	1.5479		
28.500	0.0438	11.400	0.1479	5.600	0.4863	3.440	1.5761		
28.000	0.0447	11.200	0.1518	5.550	0.4950	3.420	1.6053		
27.500	0.0457	11.000	0.1560	5.500	0.5039	3.400	1.6355		
27.000	0.0467	10.800	0.1603	5.450	0.5132	3.380	1.6668		
26.500	0.0478	10.600	0.1648	5.400	0.5227	3.360	1.6991		
26.000	0.0490	10.400	0.1697	5.350	0.5326	3.340	1.7326		
25.500	0.0501	10.200	0.1747	5.300	0.5428	3.320	1.7673		
25.000	0.0514	10.000	0.1801	5.250	0.5534	3.300	1.8033		
24.500	0.0527	9.900	0.1829	5.200	0.5644	3.280	1.8406		
24.000	0.0541	9.800	0.1858	5.150	0.5758	3.260	1.8794		
23.500	0.0555	9.700	0.1887	5.100	0.5876	3.240	1.9197		
23.000	0.0570	9.600	0.1918	5.050	0.5998	3.220	1.9616		
22.500	0.0586	9.500	0.1949	5.000	0.6125	3.200	2.0051		
22.000	0.0603	9.400	0.1982	4.950	0.6257	3.180	2.0505		
21.500	0.0621	9.300	0.2015	4.900	0.6395	3.160	2.0977		
21.000	0.0640	9.200	0.2050	4.850	0.6538	3.140	2.1470		
20.500	0.0661	9.100	0.2085	4.800	0.6686	3.120	2.1984		

R [k $\Omega$ ]	T [K]
39.295	0.0300
30.716	0.0400
25.562	0.0500
15.011	0.1000
9.345	0.2000
5.522	0.5000
4.701	0.7000
4.044	1.0000
3.202	2.0000
3.128	2.1770
2.890	3.0000
2.724	4.0000
2.699	4.2100

(表 3-1) 為位於  $^3\text{He}$  pot 之  $\text{RuO}_2$  溫度計之電阻和溫度的關係。

監控  $^3\text{He}$  pot 的溫度只有使用  $\text{RuO}_2$  是不夠的，於 2 K 以上我們必須使用適當的溫度計。於是在  $^3\text{He}$  pot 的地方又裝了一顆 cernox 溫度計，此溫度計也有經過校正，適用的範圍可從 2 K 到室溫。其電阻和溫度的關係，在溫控計 ITC 503 的 CH3。



### 3.3.6 超導磁鐵

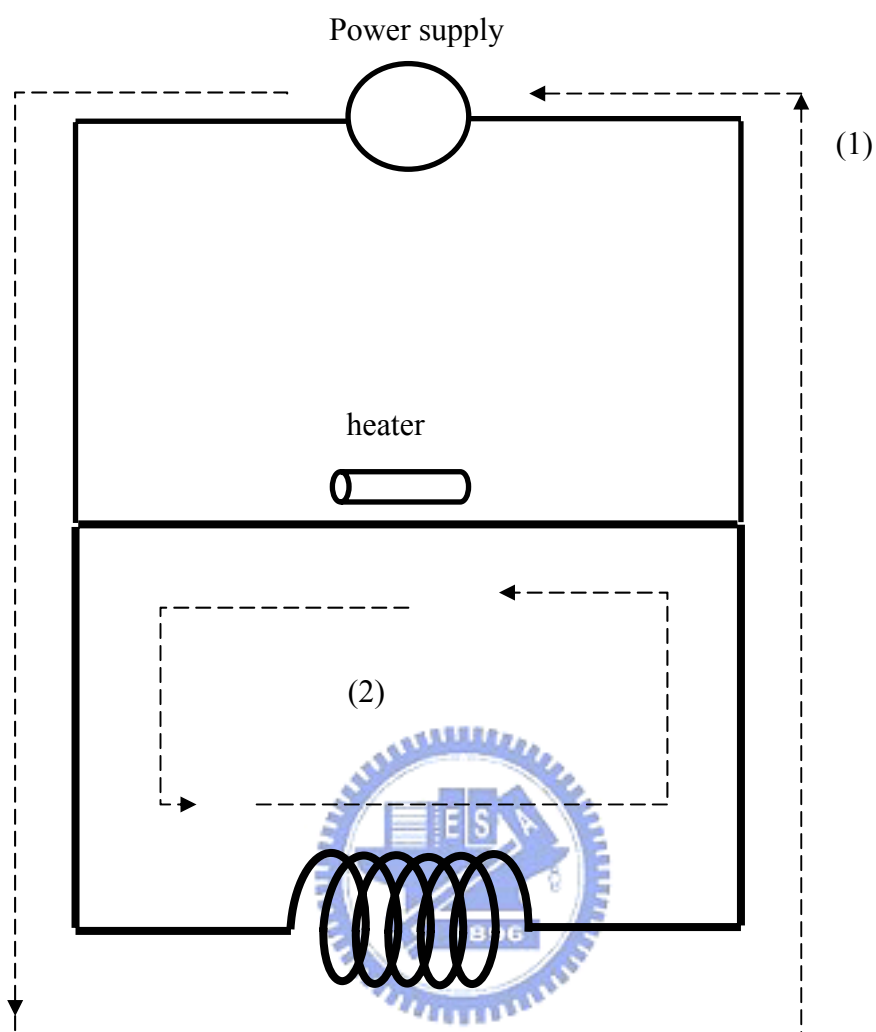
HelioxVL 所使用的超導磁鐵外型為一圓柱空心狀，內部由超導材質所製成的導線環繞而成。此超導磁鐵的材質為 NbTi，其超導溫度為 11 K，因此將此超導磁鐵放入 4.2 K 的液態氦中，即為超導態。使用超導磁鐵的目的，在於可通入一大電流產生較大磁場，而不會產生大量的熱。

超導磁鐵的示意圖如圖 3-17 所示，圖中下半個方形迴圈(線條較粗)為超導材質。超導磁鐵的設計原理為，於加電流到螺旋線圈前，先將加熱器打開，通入加熱器的電流所產生的熱可使此部分的導線離開超導態。再將磁鐵的電流源開起，此時因中間的導線離開超導態，所以電流所走的迴路為(1)號迴路。慢慢的增大電流，直到產生最大磁場後，將加熱器關掉。被關掉的加熱器，使得中間的導線回復到超導態。關掉磁鐵的電流源，則此時在導線內電流所走的迴路即為(2)號迴路。電流走此迴路時，螺旋線圈仍舊產生最大的磁場，也不會產生熱。

於磁鐵的中心最大磁場為 4 T(樣品座即位於磁場中心)，欲達到此最大磁場所需通入的電流為 48.165 安培，而所通入電流的最大上升速率為 12 安培/秒。超導磁鐵電感為 0.2517 亨利，加熱器的電流為 50 mA。

超導磁鐵的電流源可設定並記憶參數，壓”hold”鈕可以防止電流源在設定過程中輸出電流。同時按住 “LOC/REM”、“RAISE”、“LOWER”可進入設定的畫面，“LOC/REM”為進入鈕，“RAISE”、“LOWER”分別為上下鈕。我們將 HelioxVL 的超導磁鐵設在”test07”模式裡，在此模式中”S02”為定義輸入電流的上限，”S01”為定義電流和磁場的比，”S11”為定義磁鐵的電感，”S15”為定義加熱器電流的大小。

確定電流源的設定參數後，操作流程如下：開啟加熱器，等待 40 秒後，先加一小電流，由檢流計的面板可看到指針是否有些許偏轉，再將電流加到磁場為 4 T，此時電流所走的迴路為(1)號。將加熱器關掉，等待 40 秒，把電流源降為 0，此時電流所走的迴路為(2)號，面板會顯示為 persistence 模式。若要取消此模式，打開電流源，再將加熱器打開，等 40 秒，把電流降回 0 即可。



(圖 3-17) 超導磁鐵示意圖。

### 3.3.7 量測系統

整體的量測系統，如圖 3-18 所示。

我們用電腦的 labview 程式作為量測的介面，控制並讀取溫控計和交流電阻橋。測量電阻和溫度的關係時，以程式命令溫度計用 PID 控制在某個溫度，人為估計並輸入溫度平衡的時間，程式再開始對溫度做確認動作 10 次，溫度的確認以人為設定溫度誤差為判斷的範圍，當通過溫度確認，則由程式讀取電阻值和溫度，通常會取 20 點以上作為平均值。所得到的數據即為電阻和溫度的關係圖中，其中一點數據。對程式輸入所希望讀取的各個溫度點，即可進行一連串溫度

和電阻的測量。另外一部分的實驗，是測量電阻和磁場的關係。先人為控制在某個有興趣的溫度，以程式控制超導磁鐵的電源供應器，先加一反向小電流，為保險起見消磁的動作，再使電源供應器以我們輸入的電流上升速率做電流的改變，此時隨著磁場的改變，同時測量磁場、電阻和溫度值。

交流電阻橋的設定，可選擇測量樣品電阻值的電流，電流過大會有加熱樣品的效果，電流太小又會受雜訊干擾。根據 CuGeAu 薄膜的幾何尺寸、和電阻大小，通常我們測量此系列樣品所選擇的電流值為  $1\mu\text{A}$ 。而在不同的電阻值區間，所顯示的位數可能不同，為了可以往後多觀測一位，利用面板上 *Rset* 的功能，再將  $\Delta R = R - R_{set}$  乘以 10 倍，即可使測量的數值往後多一位。交流電阻橋上還有一個功能——“digital filter”，分別有 1 秒、3 秒、10 秒的鈕，所選擇的鈕不同，將會使面板顯示的值為前 1 秒、3 秒、10 秒所讀到的值做平均。在控溫測量電阻時，若溫度控的很穩，那麼量到電阻值的跳動則為雜訊所造成的跳動，此時我們選擇 10 秒便可平均掉部分雜訊的干擾。然而，當我們在量測電阻和磁場的關係時，需量到較即時的電阻反應，但選擇 1 秒又會量到雜訊貢獻的數據點，因此此部分我們選擇 3 秒的 digital filter。

UPS 是大型電池的一種，防止在實驗的過程中，因突然的斷電對實驗造成影響，其中超導磁鐵的電池尤其重要。當超導磁鐵在 persistence 模式時，電子所走的迴路為圖 3-17 的(2)號迴路，如果要將電流降為零，必須外加一電流，一旦發生停電，就必須藉由此電池來將磁鐵的電流降下來。



### 3.3.8 減少雜訊對量測訊號的干擾

在環境中或是測量本身多少都存在雜訊的干擾，除了利用上一節所提到對交流電阻橋的使用方式來降低雜訊外，還有其他我們可以極盡所能來改善雜訊的地方。

(1) **Johnson noise**：第一個討論的雜訊來源來為 Johnson noise，此雜訊為基本熱擾動所引起的雜訊，在無法避免的情況下，我們希望訊號解析可以逼近

Johnson noise。其估算的公式為  $V = \sqrt{4kTRB}$ ，其中  $V$  為 Johnson noise 造成的雜訊電壓， $k$  為波滋曼常數， $B$  為 noise bandwidth， $R$  為樣品的電阻值。

(2) **雜訊隔離器 ISO488**：在電表和溫控計連接到電腦之間，使用雜訊隔離器 ISO488，利用光學訊號來代替電表與電腦之間傳遞的訊號，防止電腦的電子訊號對電路有所干擾，消除接地迴路的產生，此外還能濾掉較高頻的雜訊。

(3) **超導磁鐵的 UPS 電池**：超導磁鐵的 UPS 電池平常為開啟充電的狀態，但是在實驗的過程，此電池為一強大的雜訊源，因此我們在實驗過程中，會將此 UPS 改為不充電狀態。

(4) **樣品的接點**：樣品用銀膠將銅線點鉗在樣品上，若在低溫時，此接合的部分出現問題，則會影響樣品的訊號，甚至會讓訊號跳掉，通常會以通一電流的方式改善銀膠的問題。另一個接點的問題，為銅線用低溫鉗錫鉗在 HelioxVL 的樣品座接點上，若沒有讓銅線鉗堅固在接點上，則量測訊號會跳動，因此我們在焊銅線時，會將銅線在接點上多繞幾圈，增加銅線的接觸面積。

(5) **超音波震盪器**：根據經驗，實驗室抽風櫃中的超音波震盪器會影響訊號，因此在實驗過程中，會避免開啟超音波震盪器。

(6) **頻率相近的其他電表**：實驗室中的電表數量眾多，其中頻率相近的電表也開啟時，對訊號也有一定程度的干擾。

## 第四章 實驗結果與分析

實驗上所量測到電子的傳輸行為結果，和定性定量上的分析，都在這一章節呈現。量測的系統主要為  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜(原子百分比為 93：4：3)，次要系統為  $\text{CuZrAl}$  合金塊材(原子百分比為 60.3：37.2：2.5 和 59.6：36.9：3.5)。 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜的無序程度落在弱無序範圍( $k_F l > 1$ )， $\text{CuZrAl}$  合金塊材的無序程度則接近無序系統( $k_F l \approx 1$ )。以著名的弱局域理論，和電子—電子交互作用理論做分析，只可解釋部份現象；尤其  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜在強磁場(4 T)下，電子的傳輸行為已無法由上述二理論預測，為了能更加理解電子於此系統所表現之物理現象，以二能級系統做進一步的假設與討論。

### 4.1 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜和 $\text{CuZrAl}$ 合金塊材的無序程度

固定原子組成百分比的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其無序程度會落在某個範圍，而每個樣品的無序程度差異，則可依薄膜沉積條件不同的方式，做進一步的調整。 $\text{CuZrAl}$  合金塊材的樣品為兩批，依原子百分比組成略為不同，其無序程度有些許的差異。

$\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜依樣品的厚度將樣品區分為兩類做討論，第一類的樣品固定厚度皆為 150 Å 的樣品，屬於二維系統；另一類的樣品變換厚度從 500 Å 分布到 3000 Å。

#### 4.1.1 二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之無序程度分析

厚度皆為 150 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，在不同的薄膜沉積條件下，樣品得到不一樣的  $R_{\text{square}}$  值，為了方便本篇論文的討論和閱讀，我們將此系列的樣品依其於室溫 300 K 的  $R_{\text{square}}$  大小做樣品編號，如表 4-1。而編排順序由 1 到 5 以  $R_{\text{square}}$  從小到大排列，其中 1a 和 1b 表示兩樣品的  $R_{\text{square}}$  大小十分接近。由表 4-1 可知， $R_{\text{square}}$  值的範圍由 17 到 39 Ω 之間分布。



樣品編號	樣品名	$R_{square}(300\text{ K}) (\Omega)$
1a	061229_CuGeAu	17.4
1b	061209_CuGeAu_A	17.4
2	061226_CuGeAu	18.0
3	061209_CuGeAu_B	25.3
4	070119_CuGeAu	28.6
5	070106_CuGeAu_B	36.8

(表 4-1) 二維  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜樣品名與編號，分別對應到不同的無序程度。

依照樣品的編號，我們將此系列的樣品和無序程度相關的資訊列於表 4-2。  
 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜中，以銅為主要元素，從室溫 300 K 降到 10 K 仍舊呈現金屬性的電子傳輸行為，即隨著溫度下降電阻也跟著變小。通常到溫度 10 K 時，電阻

僅為殘餘電阻(於此先不考慮量子干涉效應)，由此  $\frac{R_{square}(300\text{ K})}{R_{square}(10\text{ K})}$  比值意味著晶格

震盪參與高溫電阻的比例多寡，此比值越高表室溫時的電阻由晶格震盪貢獻大；此比值越低表室溫時的電阻由晶格震盪貢獻小(此比值於金屬性系統中不會小於

1)。從表格中，可得到此系列的樣品  $\frac{R_{square}(300\text{ K})}{R_{square}(10\text{ K})}$  比值從 1.06~1.09，由此可估算

出在室溫時，6%~9%的電阻由晶格震盪所造成，其餘 91%~94%的電阻則主要由樣品成分比例與結構缺陷所造成。

電子的彈性碰撞時間  $\tau$  (elastic mean free time)，可以由古典的波茲曼傳輸理論，以實驗上所量測到的電阻值做適當的計算得出。由(1-9)式所示， $\frac{1}{\rho} = \frac{ne^2\tau}{m}$ ，

其中  $\rho$  為電阻率， $n$  為費米面上的電子密度( $n_{\text{Cu}} = 8.45 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ )，

$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ， $m$  為電子靜止的質量  $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 。由此即可得到在溫度 10 K 時，電子的彈性碰撞週期  $\tau$ ，如表 4-2 中的第五個欄位，其時間尺度為  $10^{-15} \text{ s}$ 。進一步的將  $\tau$  取倒數，則為彈性碰撞率。

#	$R_{square}(300\text{ K})$ ( $\Omega$ )	$R_{square}(10\text{ K})$ ( $\Omega$ )	$\frac{R_{square}(300\text{ K})}{R_{square}(10\text{ K})}$	$\tau(10\text{ K})$ ( $10^{-15}\text{ s}$ )	$l(10\text{ K})$ ( $\text{\AA}$ )	$k_F l$
1a	17.4	16.0	1.09	1.76	27.7	37.7
1b	17.4	15.9	1.09	1.72	27.0	36.8
2	18.0	16.7	1.08	1.68	26.4	35.9
3	25.3	23.2	1.09	1.24	19.4	26.4
4	28.6	26.8	1.07	0.998	15.7	21.3
5	36.8	34.6	1.06	0.810	12.7	17.3

(表 4-2) 二維  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜其無序程度相關之係數。

平均自由徑  $l$  (或稱為彈性碰撞路徑, mean free path) 和彈性碰撞週期  $\tau$ , 以一速度做連結  $v_F$ , 如(1-10)式所示,  $l = v_F \times \tau$ , 其中  $v_F$  為費米速度

( $v_{FCu} = 1.57 \times 10^8 \text{ cm/s}$ )。我們得到在溫度 10 K 時, 平均自由徑約為 12~27  $\text{\AA}$ , 如表 4-2 中的第六個欄位。

計算  $k_F l$  值的用意, 如 2.1.1 節所討論為估算系統的無序程度。將平均自由徑和電子的費米波向量值  $k_{FCu} = 1.36 \times 10^8 \text{ cm}^{-1}$  相乘, 我們得到  $k_F l$  值約為 17~38 之間, 如表 4-2 中的第七個欄位。  $k_F l$  值已十分接近  $k_F l \approx 1$ , 在此我們依據 2.1.1 節的定義, 將  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜歸類在弱無序的範圍。

#### 4.1.2 不同厚度之 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜無序程度分析

除了厚度皆為 150  $\text{\AA}$  的樣品, 我們還製作了其他厚度的樣品, 如 500  $\text{\AA}$ 、1000  $\text{\AA}$ 、1500  $\text{\AA}$ 、和 3000  $\text{\AA}$  的樣品。對於此部分無序程度的分析, 同於 4.1.1 節所討論, 結果如表 4-3 所示。而和 4.1.1 節分析結果較為不同的是, 此系列樣品的電阻率相差極大, 最小為 29  $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ 、最大為 203  $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ , 初步判斷可能為濺鍍條件差異、和靶材中成分分佈不均所致。也由於電阻率差異甚大, 造成  $k_F l$  值有很大的差異。最無序的樣品其  $k_F l$  值, 甚至到達 4.6, 即  $k_F l \approx 1$ 。

樣品厚度 (Å)	$\rho(300\text{ K})$ ( $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ )	$\rho(10\text{ K})$ ( $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ )	$\frac{\rho(300\text{ K})}{\rho(10\text{ K})}$	$\tau(10\text{ K})$ ( $10^{-16}\text{ s}$ )	$l(10\text{ K})$ (Å)	$k_F l$
500	126	121	1.04	3.47	5.44	7.40
1000	36.8	34.1	1.08	12.3	19.3	26.3
1500	202	193	1.05	2.17	3.41	4.64
1500_ annealed	73.2	67.7	1.08	6.21	9.75	13.3
3000	29.2	26.6	1.10	15.8	24.8	33.7
3000	18.9	17.1	1.11	24.6	38.6	52.5
3000	20.4	18.5	1.11	22.7	35.7	48.5

(表 4-3) 不同厚度之  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜樣品其無序程度相關之係數。

### 4.1.3 CuZrAl 合金塊材之無序程度分析

CuZrAl 合金塊材有兩種成分比例：樣品名為 A1-2 的樣品對應到的原子組成百分比為(60.3：37.2：2.5)；而樣品名為 A2-2 的樣品對應到的原子組成百分比為(59.6：36.9：3.5)。CuZrAl 合金塊材的無序程度分析結果，如表 4-4 所示。

$k_F l \approx 1$ ，在此將此系統歸類為無序系統。

	$\rho(300\text{ K})$	$\rho(4\text{ K})$	$D\text{ (cm}^2/\text{s)}$	$k_F l$	$\tau_{so}^{-1}\text{ (10}^{11}\text{ s}^{-1}\text{)}$
A1-2	190	194	0.46	1.19	2.6
A2-2	211	214	0.41	1.06	1.6

(表 4-4) CuZrAl 合金塊材其無序程度相關之係數。其中  $\tau_{so}$  為電子自旋—軌道散射率。[註：出自 L.Li, et al., Phys. Rev. B 74, 172201(2006)]

## 4.2 以量子力學干涉觀點對低溫電導進行修正

波茲曼傳輸理論預測電子的傳輸行為隨溫度變化中，為不考慮電子波函數的干涉效應。因此金屬性的系統在低溫時(如 10 K)，其電阻率會趨於一定值，稱為殘餘電阻率。然而，我們所量測到屬於金屬性的系統在低溫時，隨著溫度降低電阻率反而往上增加。以第二章理論作為分析基礎，考慮電子波函數的量子干涉效應。以下討論試著以弱局域理論、電子—電子交互作用作為分析。甚至引進二能

級系統作為假設。

#### 4.2.1 以弱局域和電子—電子交互作用對二維系統做定量上的分析

Cu<sub>93</sub>Ge<sub>4</sub>Au<sub>3</sub> 薄膜厚度為 150 Å 的樣品，於降低溫的過程中約溫度 15 K 電阻開始往上升，且電阻對溫度的關係非一次項關係，也非其他次項的關係，而是很明顯的對數關係( $R \propto a - b \log T$ )。將所量測到有無外加磁場下的電阻和溫度之數據，以  $R_{square}$  對溫度  $T$  (以  $\log$  尺度) 做圖，如圖 4-1、圖 4-2、圖 4-3、圖 4-4、圖 4-5、和圖 4-6 所示，其中方形黑色的數據點為沒有外加磁場的數據點、圓形藍色的數據點為外加一 4 T 磁場後的數據點。從圖上可清楚的察覺，在溫度約為 15 K 時，有一  $R_{square}$  的最小值。而越低溫的  $R_{square}$  值和溫度之間，有越好的對數關係 ( $R_{square} \propto a - b \log T$ )。因此與弱局域理論和電子—電子交互作用所預測電阻和溫度的正比關係相符。

利用弱局域的理论，如(2-33)式所示，

$$\frac{\Delta R_{square}(T)}{R_{square}(T_0)} = -\frac{\alpha e^2 p}{2\pi^2 \hbar} R_{square}(T_0) \ln\left(\frac{T}{T_0}\right); \text{ 加上電子—電子交互作用，如(2-65)式}$$

$$\text{所示，} \frac{\Delta R_{square}(T)}{R_{square}(T_0)} = -\frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \left(1 - \frac{3}{4} \tilde{F}\right) R_{square}(T_0) \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)。此兩量子干涉作用，對二$$

維系統而言，對電阻的修正皆為  $\log T$  的溫度關係。可將兩作用的方程式結合在一起並移項，即為  $R_{square}(T) = -(\alpha p + 1 - \frac{3}{4} \tilde{F}) \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} R_{square}^2(T_0) \ln(T) + Const.$ 。因此  $\alpha_T = \alpha p + 1 - \frac{3}{4} \tilde{F}$  的大小，便可代表弱局域理論和電子電子交互作用對電導修正的強度。

從量測數據上觀察出，溫度越低時，電阻和溫度有更好的對數相關，因此我們選擇最低溫 0.26 K 到 5 K 之間的數據點，做線性擬合分析，得到  $R_{square}$  和  $\log T$  之間的斜率值。由線性擬合所得到的斜率值，以  $T_0 = 1 K$  帶入  $R_{square}(T_0)$  值，且帶

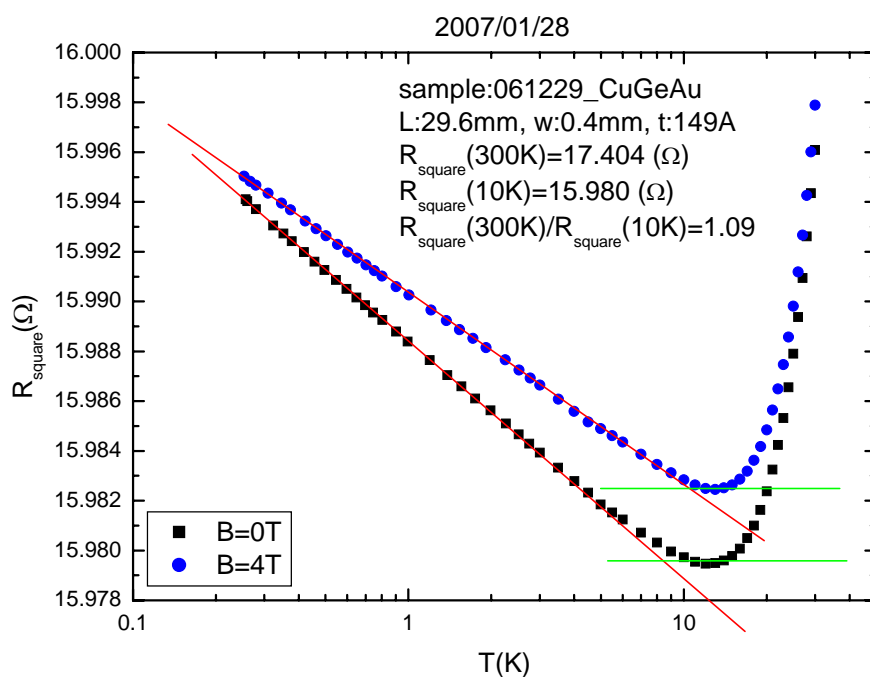
進其他常數，則可進而換算出  $\alpha_T$  值，如表 4-5 所示。詳細的統計分析數值結果，收錄在附錄中，如圖 6-1、圖 6-2、圖 6-3、圖 6-4、圖 6-5、圖 6-6，表 6-1 和表 6-2 所示。將這六個樣品的數據經過適當的換算，成為負的電導變化量  $\Delta R_{square} / R_0^2$  和溫度  $T$  的關係，同時畫在同一張圖上，可直接由圖上比較  $\alpha_T$  值，如圖 4-7 和圖 4-8 所示。

#	$R_{square}(10\text{ K})(\Omega)$	$\alpha_T(B=0\text{ T})$	$\alpha_T(B=4\text{ T})$
1a	16.0	1.30	1.08
1b	15.9	1.26	1.12
2	16.7	1.31	1.18
3	23.2	1.53	1.04
4	26.8	1.20	1.15
5	34.6	1.23	1.15

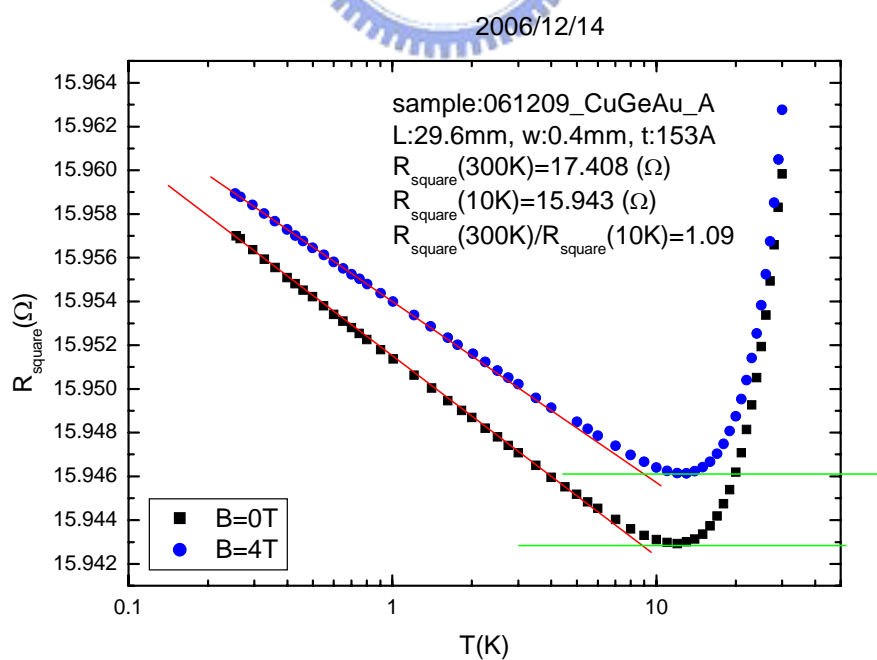
(表 4-5) 不同無序程度的二維  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，由最低溫 0.26 K 到 5 K 之間的數據點做線性擬合所計算出有無磁場的  $\alpha_T$  值。

由於此弱無序  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜 ( $k_F l = 13 \sim 28$ ) 的無序程度已快要接近 ( $k_F l \approx 1$ )，且系統中存在甚強的自旋—軌道耦合效應；弱局域對電導隨溫度變化的貢獻甚小幾乎可以忽略，同時電子間的屏蔽效應甚弱 ( $\tilde{F} \leq 0.1$ )，造成電子—電子交互作用對電阻隨溫度下降而上升成為主要貢獻。所以此兩交互作用所造成的  $\alpha_T$  值大小，最大值也只會是  $\alpha_T = 1$ 。我們所計算出來在沒有磁場下的  $\alpha_T$  值，如表 4-5 所示，除了 3 號樣品的  $\alpha_T$  異常較大，其他五組樣品為  $\alpha_T = 1.26 \pm 0.05$  的範圍。這個  $\alpha_T$  值已明顯的大於 1，強烈的暗示除了弱局域效應和電子電子交互作用之外，還存在其他機制造成  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜在低溫時電阻上升，而且讓電阻呈現  $\log T$  的關係上升！

$\alpha_T(B=0\text{ T})$  和  $\alpha_T(B=4\text{ T})$  之間的關係討論，則留到 4.3.2 節，二維磁電阻與  $\alpha_T(B=0\text{ T}) > \alpha_T(B=4\text{ T})$  之關係，再進行討論。

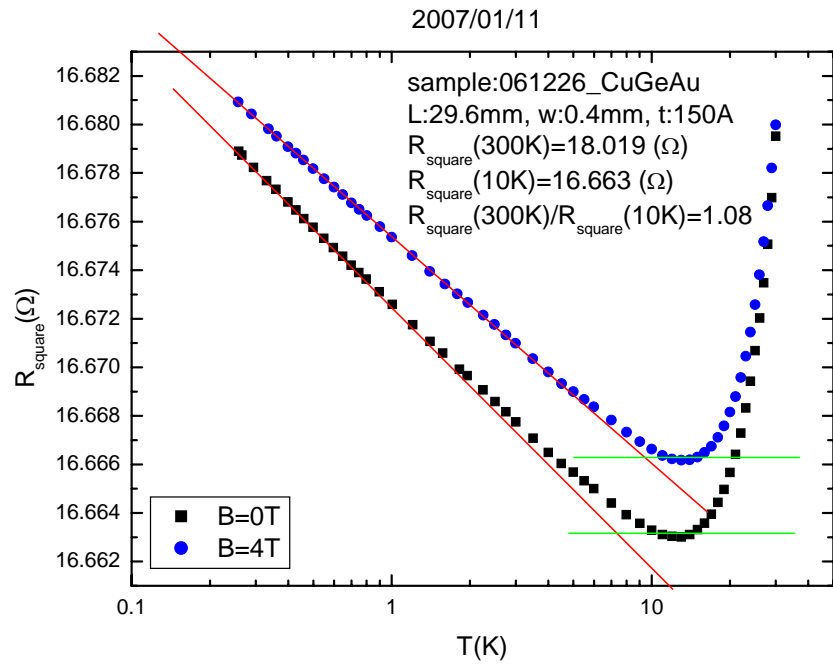


(圖 4-1) 編號 1a 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於有無磁場下之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  關係。

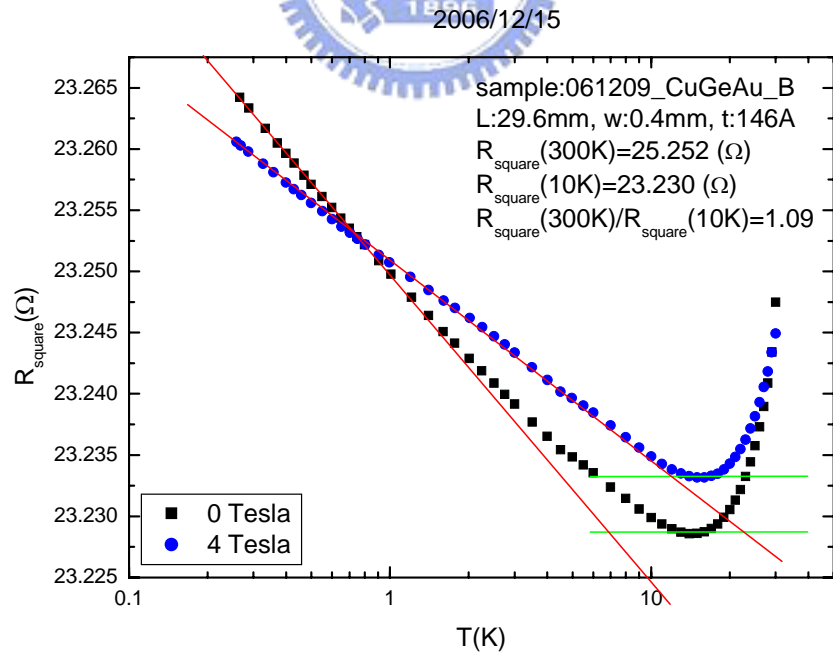


(圖 4-2) 編號 1b 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於有無磁場下之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  關係。

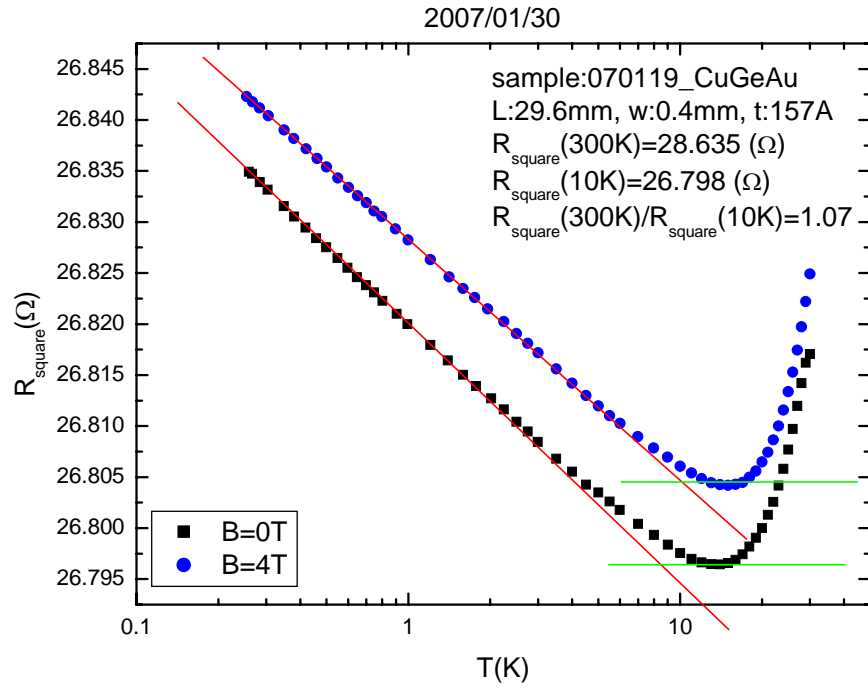




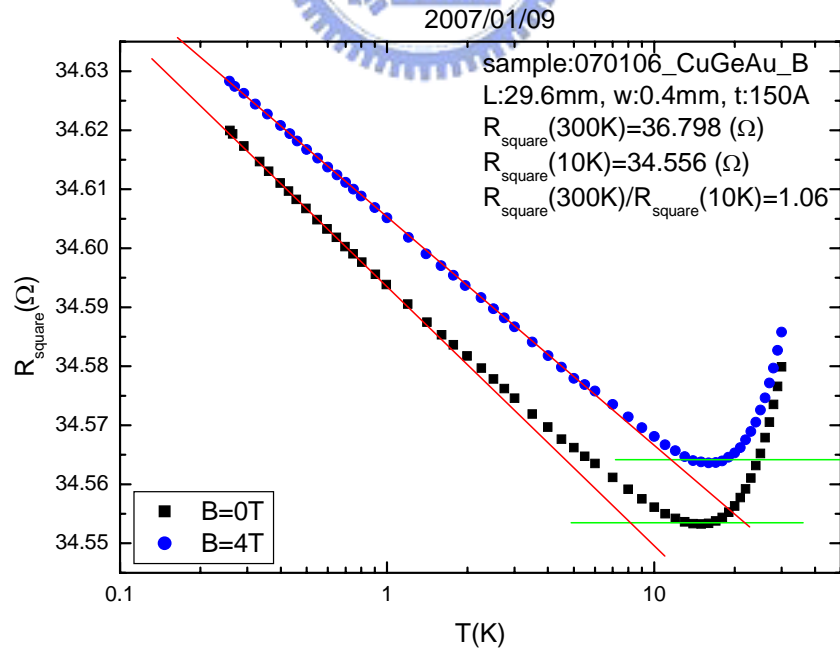
(圖 4-3) 編號 2 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於有無磁場下之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  關係。



(圖 4-4) 編號 3 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於有無磁場下之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  關係。

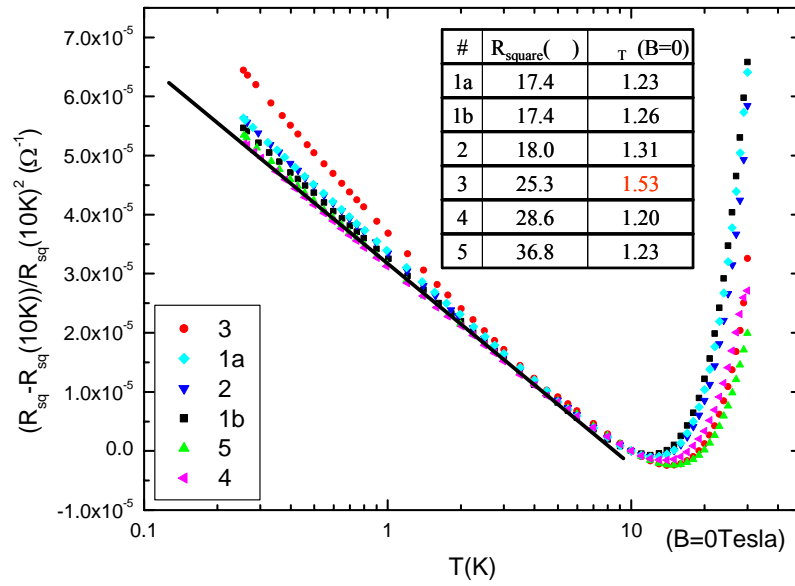


(圖 4-5) 編號 4 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於有無磁場下之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  關係。



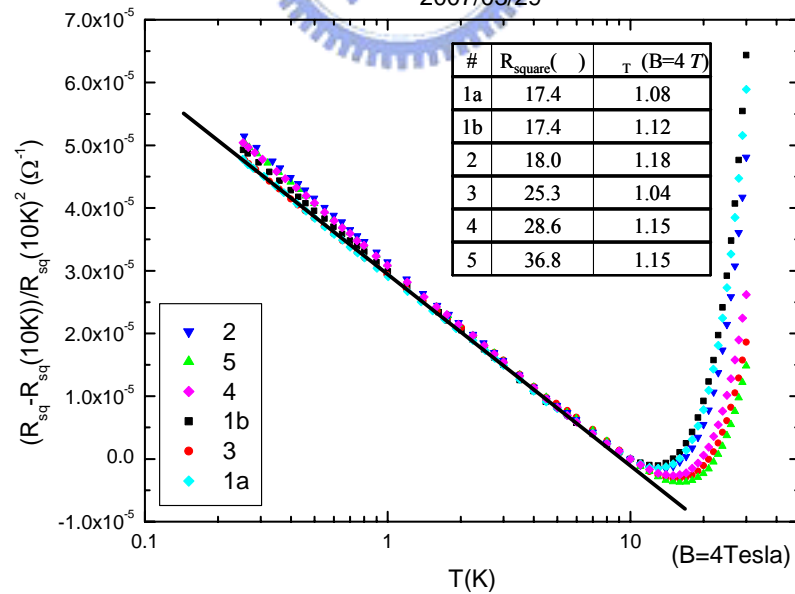
(圖 4-6) 編號 5 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於有無磁場下之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  關係。

2007/03/29



(圖 4-7) 將相同厚度不同  $R_{square}$  值的樣品，電子在低溫且沒有外加磁場的行為畫在同一張圖，可直接觀察其  $\alpha_T$  之間的關係。

2007/03/29



(圖 4-8) 將相同厚度不同  $R_{square}$  值的樣品，電子在低溫且外加 4 T 磁場的行為畫在同一張圖，可直接觀察其  $\alpha_T$  之間的關係。

## 4.2.2 以電子—電子交互作用對三維 CuZrAl 做定量上的分析

無序系統中，弱局域效應在低溫時，對電阻增加的貢獻通常相當的小，因此在此我們只考慮電子—電子交互作用對電阻的影響。然而 CuZrAl 合金塊材在溫度約 0.8 K 會出現超導反應，為了能分析在低溫時，電阻和溫度的關係，於是我們選擇外加一磁場(4 T)來破壞此超導現象。外加 4 T 的磁場還不足以對電子—電子交互作用有明顯影響，這也是支持我們用外加磁場來破壞超導的理由之一。

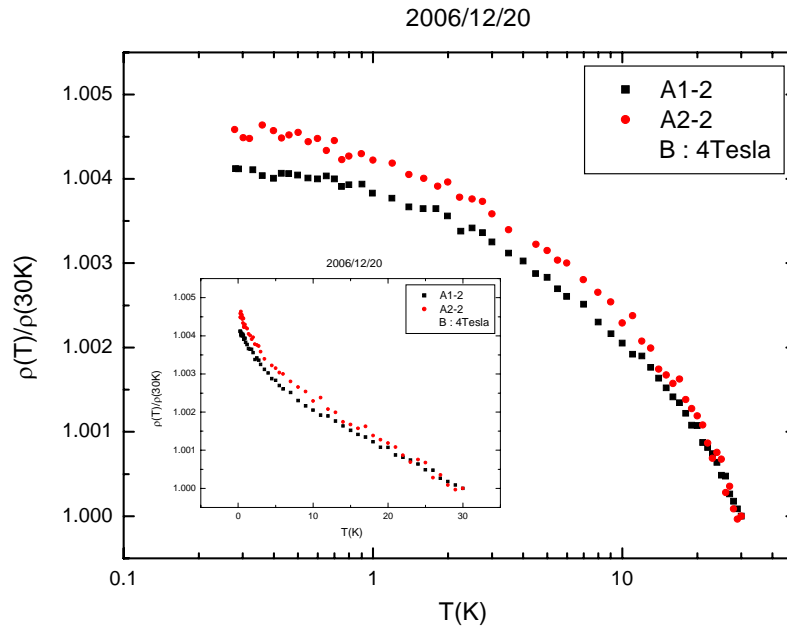
將 CuZrAl 合金塊材在低溫下的所量測到的電阻對溫度的數據點，以線性的尺度做圖，如圖 4-9 中間的小圖部分；於橫軸溫度部分以  $\log T$  對電阻做圖，則可得到如圖 4-9 中的大圖。以這兩種尺度做圖，所得到的電阻和溫度的關係皆非良好的一次線性關係(其中方形黑色的數據點為樣品名為 A1-2 的數據點、圓形紅色的數據點為樣品名為 A2-2 的數據點)。若改以將電阻對  $\sqrt{T}$  做圖，如圖 4-10 和圖 4-11 所示(分別為兩不同樣品的數據圖)，則為一良好的一次線性關係，即和第二章理論中提到的電子—電子交互作用在三維系統，其電阻對溫度的關係有一致

的結果。如(2-62)式所示，
$$\Delta\rho = -\frac{1.3e^2}{4\pi^2\hbar}\left(\frac{4}{3}-\frac{3}{2}\tilde{F}\right)\rho_0^2\left(\frac{k_B T}{2\hbar D}\right)^{1/2}。$$

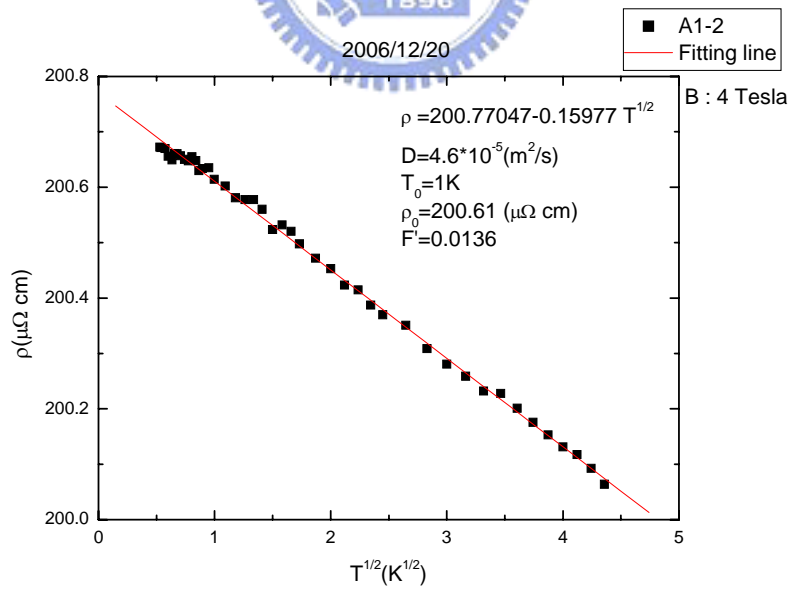
將電阻率和  $\sqrt{T}$  做線性擬合分析，可得到一正比關係的斜率值。將此數值和(2-62)式的係數做代換，並令  $T_0 = 1\text{ K}$  進而帶入  $\rho_0(1\text{ K})$  值，便可求出  $\tilde{F}$  值，如表 4-6 所示。

樣品名	$\rho_0(1\text{ K})(\mu\Omega\cdot\text{cm})$	$\tilde{F}$
A1-2	201	0.0136
A2-2	223	0.0834

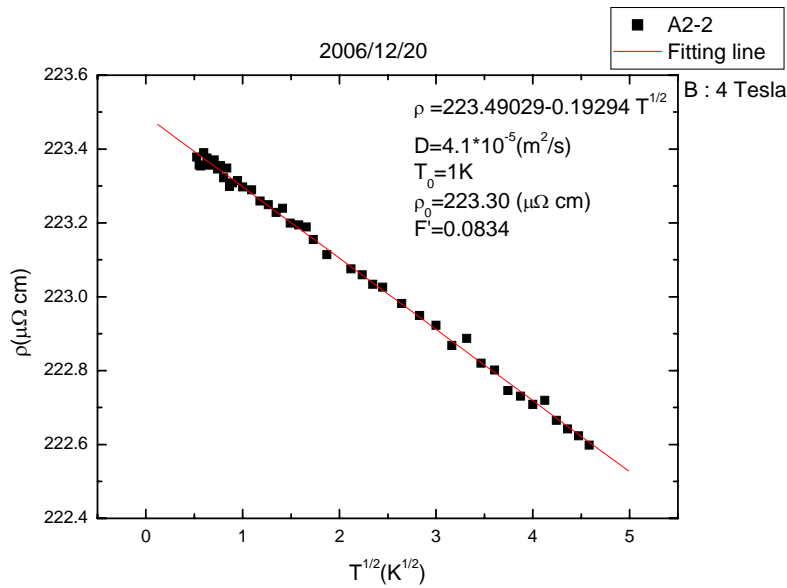
(表 4-6) CuZrAl 合金塊材於低溫時，電子的屏蔽係數。



(圖 4-9) CuZrAl 合金塊材於低溫下的數據圖。其中小圖的部分為線性的尺度，大圖的橫軸溫度部分則為對數尺度( $\log T$ )。



(圖 4-10) CuZrAl 合金塊材中 A1-2 的樣品，其電阻率對 $\sqrt{T}$ 的數據點與線性擬合圖，詳細的數值分析結果如附錄中表 6-3 所示。



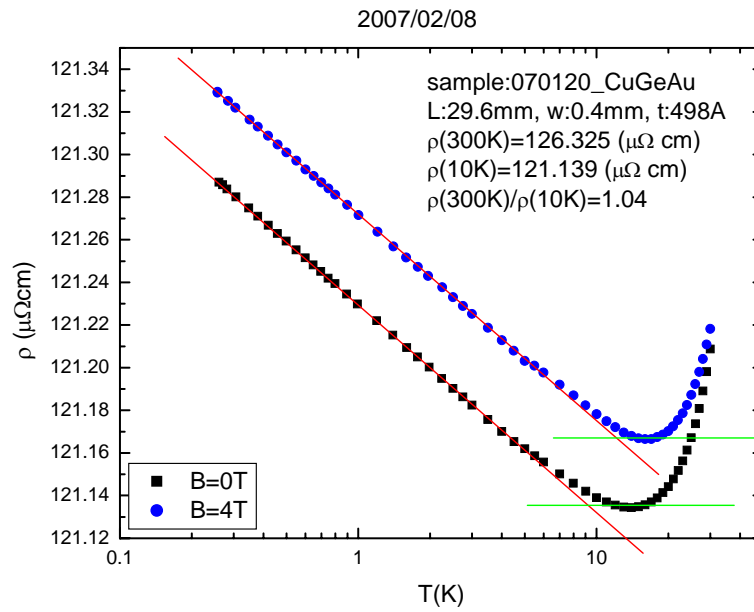
(圖 4-11) CuZrAl 合金塊材中 A2-2 的樣品，其電阻率對  $\sqrt{T}$  的數據點與線性擬合圖，詳細的數值分析結果如附錄中表 6-3 所示。

#### 4.2.3 不同厚度的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜之電導對溫度的結果與討論

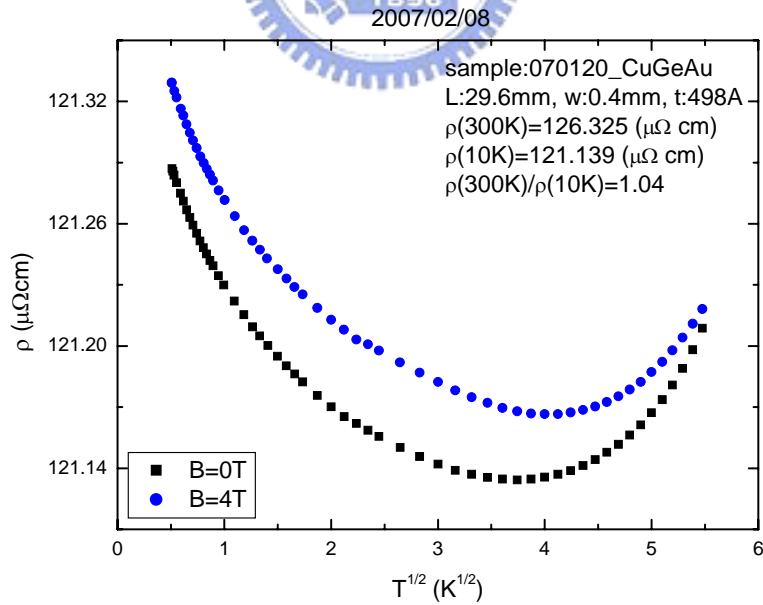
由上兩小節我們知道弱局域效應和電子—電子交互作用對無序系統的影響。對二維系統為造成電阻和溫度有對數的關係；對三維的系統在忽略弱局域效應的情形下，則電阻對溫度有  $R \propto a - b\sqrt{T}$  的行為。因此我們製作不同厚度的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜並量測低溫下的電阻，希望能對電子的傳輸行為有進一步的瞭解。

首先，其厚度為 500 Å 和 1000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，所量測到電阻和溫度的數據點以對數溫度繪圖，如圖 4-12 和圖 4-14 所示，電阻和  $-\log T$  有很好的相干程度(數據點皆落在直線上)。即得到和 150 Å 一樣的行為，可看成屬於二維系統的行為。如以理論預測三維系統電阻和溫度的關係為  $R \propto a - b\sqrt{T}$ ，我們將 500 Å 和 1000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜所量到的數據點，將電阻率對  $\sqrt{T}$  做圖，則無法得到良好的線性關係，如圖 4-13 和圖 4-15 所示。

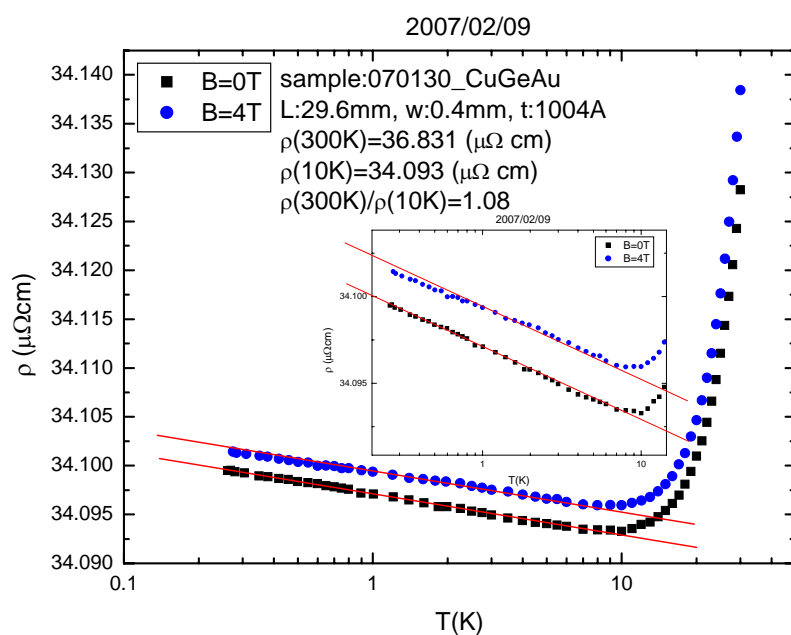




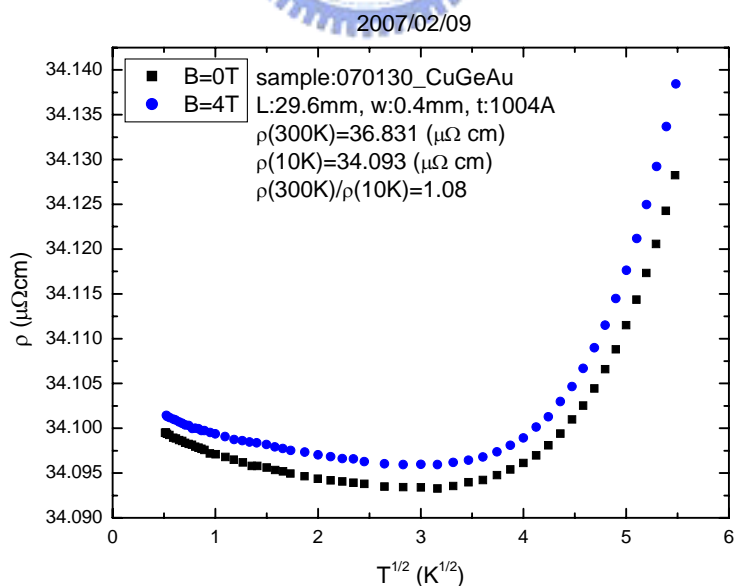
(圖 4-12) 厚度為 500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。有無外加磁場的數據點皆落在直線上。



(圖 4-13) 厚度為 500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對溫度開根號作圖。有無外加磁場的數據點之間無法構成一定長度的直線。



(圖 4-14) 厚度為 1000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。有無外加磁場的數據點皆落在直線上。中間的小圖為低溫直線區域放大的部分。



(圖 4-15) 厚度為 1000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對溫度開根號作圖。有無外加磁場的數據點之間無法構成一定長度的直線。

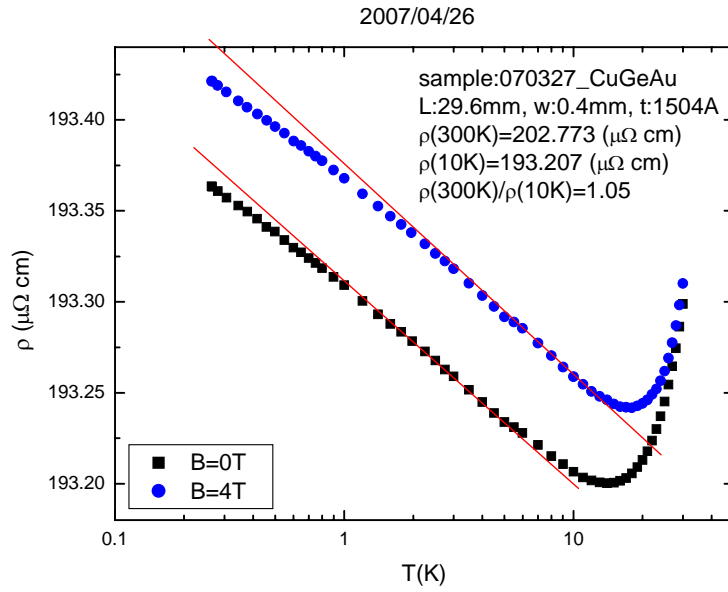
厚度為 1500 Å 和 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，所量測到電阻對溫度的關係，就不再如同 500 Å 和 1000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜為二維系統的行為  $R \propto a - b \log T$ ，而是向下偏離對數的趨勢，如圖 4-16 和圖 4-18 所示。

降溫的過程中，厚度 1500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於溫度 10 K 電阻開始往上升，溫度約為 1 K 開始向下偏離對數關係的直線，偏離後電阻和溫度的關係是否為  $\rho \propto a - b\sqrt{T}$ ？因溫度範圍較小且偏離程度不夠，無法做客觀上的判定。將電阻率對溫度開根號做圖，如圖 4-17 所示。

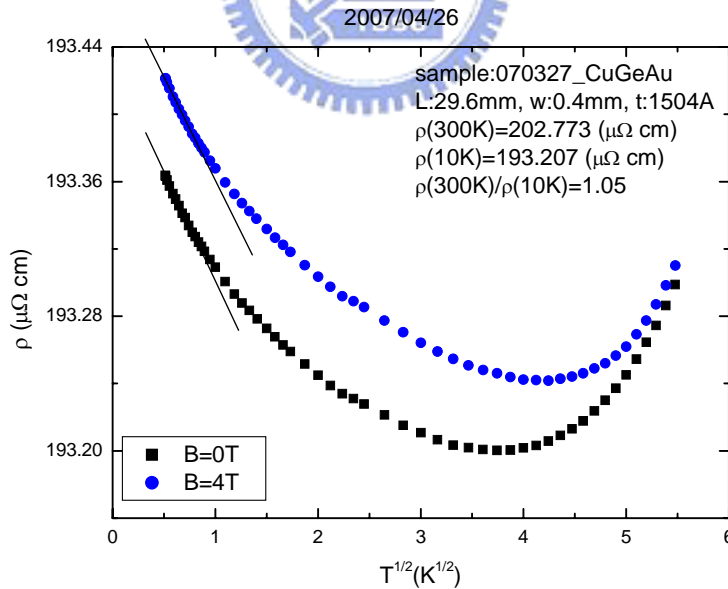
而厚度為 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，一樣在溫度約為 10 K 附近電阻開始往上升，於溫度 2 K 以下電阻和溫度的關係開始向下偏離對數關係的直線，甚至呈現飽和的趨勢。從圖 4-18 中，直接以  $\rho \propto a - b\sqrt{T}$  的關係式做擬合分析，在最低溫 0.26 K 到 1.5 K 可得到十分接近的行為。分析的數值列於圖 4-18 上，另再將電阻率對溫度開根號做圖，如圖 4-19 所示。

電阻和溫度的關係不只有原先二維的對數關係，於較低溫部分還出現  $\rho \propto a - b\sqrt{T}$  的關係。這是由於電子—電子交互作用對二維過度到三維系統的影響所引起？以致在較低溫有  $\rho \propto a - b\sqrt{T}$  的行為？且系統厚度增加則此關係更明顯。還是存在其他機制大於電子—電子交互作用，因此主導電阻在部分溫度為對數關係在低溫部分為  $\rho \propto a - b\sqrt{T}$ ？若存在其他機制，則這機制和造成  $\alpha_T = 1.26 > 1$  的機制是否相同？這些都需要更深入的研究和討論。

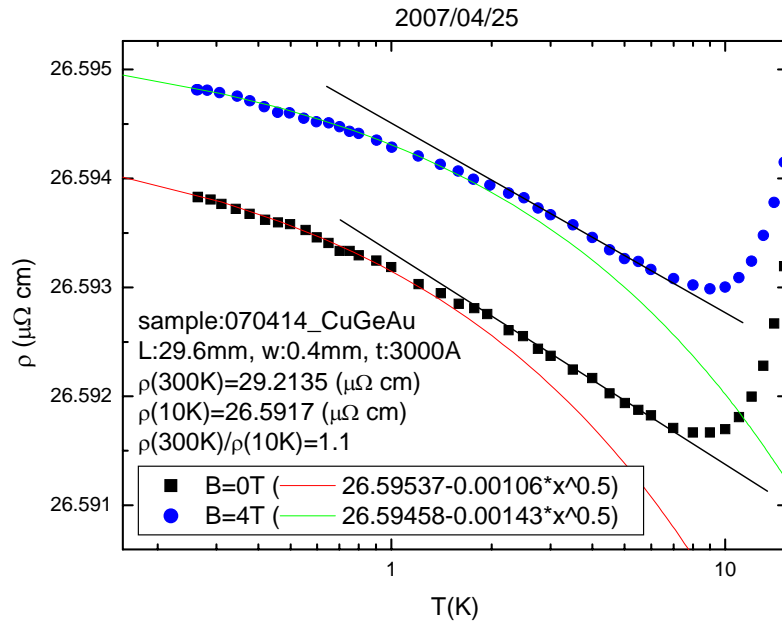
為此我們進一步實驗，將 1500 Å 的樣品加熱退火(160 °C，1 hr，再緩慢降溫)，再對此樣品進行量測。此樣品經過加熱退火的程序，室溫電阻率減小為原本樣品的 1/3 倍。實驗結果如圖 4-20 所示，在低溫時，有無磁場的電阻對溫度的關係重新回到對數關係，沒有出現向下偏離的數據點。將退火前後無外加磁場的數據換算成負的電導變化量，繪於同一張圖上做比較，如圖 4-21 所示。在相同溫度範圍下，電導變化量幾乎相等！結論為加熱退火只改變於較低溫時，電阻和溫度的關係，而非在低溫時的電導變化量！



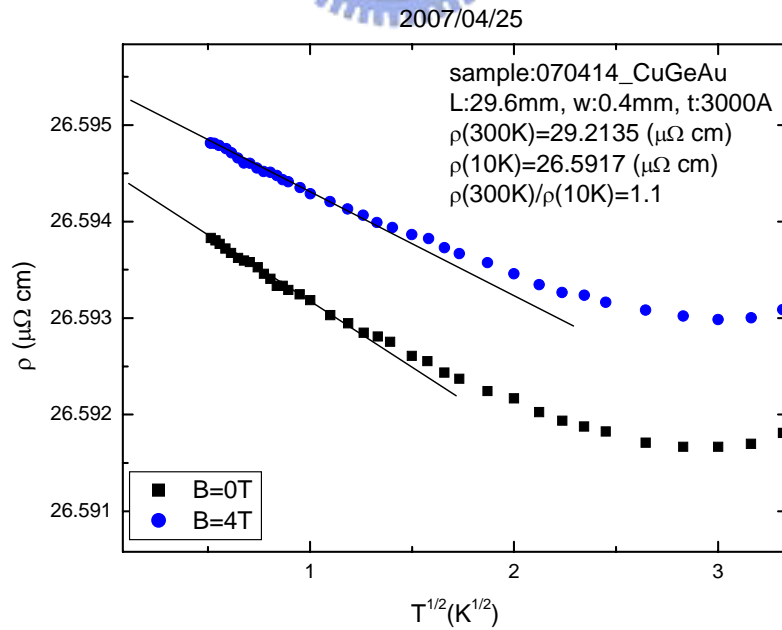
(圖 4-16) 厚度為 1500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。溫度約為 1 K 開始向下偏離對數關係的直線。



(圖 4-17) 厚度為 1500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對溫度開根號作圖。於低溫附近是否有良好的線性關係？因溫度範圍較小且偏離程度不夠，無法做客觀上的判定。

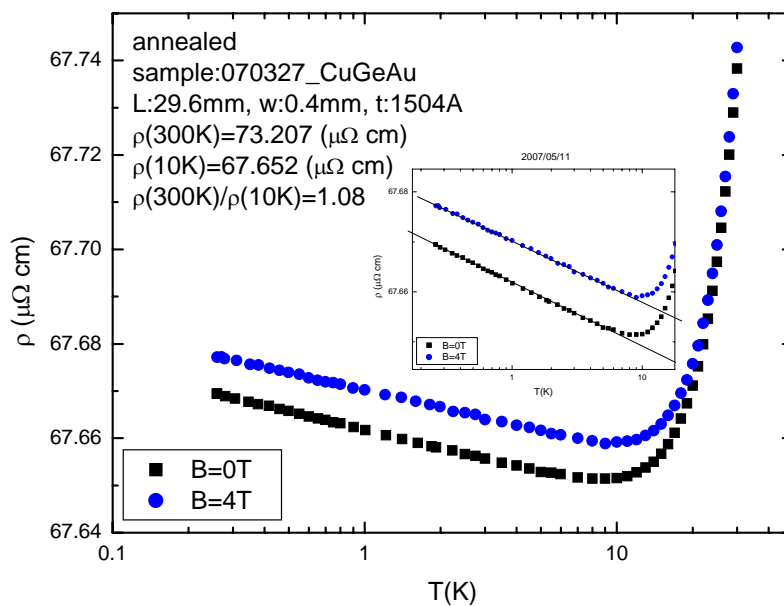


(圖 4-18) 厚度為 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。溫度約為 2 K 開始向下偏離對數關係的直線，並以  $\rho \propto a - b\sqrt{T}$  分析其行為。



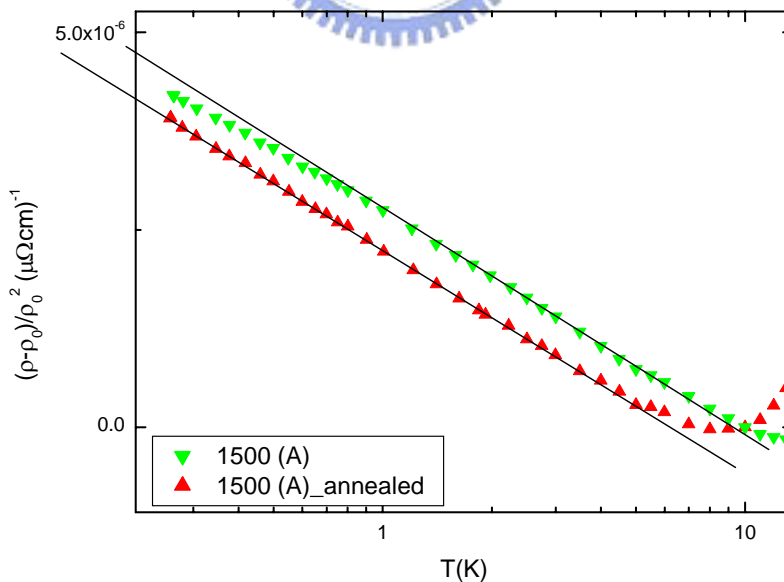
(圖 4-19) 厚度為 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對溫度開根號作圖。

2007/05/11



(圖 4-20) 經過加熱退火的 1500 Å  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。有無外加磁場的數據點皆回到直線上。中間小圖為低溫區域放大的部分。

2007/05/11

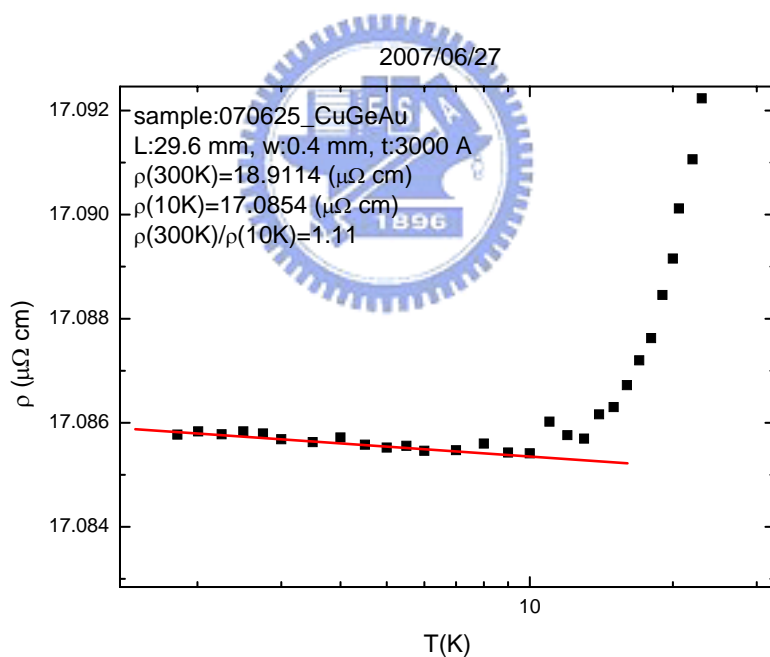


(圖 4-21) 將厚度為 1500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜退火前後的電導變化量和溫度的關係作圖。



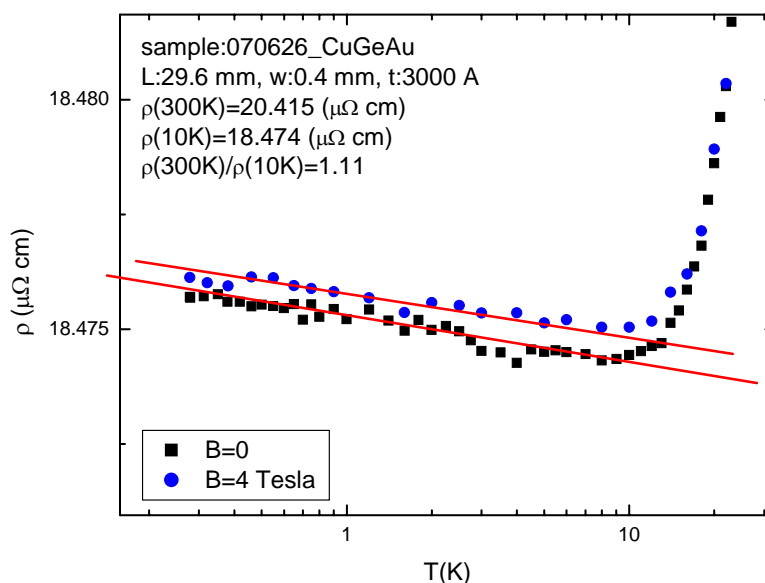
#### 4.2.4 無序程度降低導致量子干涉對電導修正較小

如表 4-2 和表 4-3 中，我們可以看到不同樣品的  $k_F l$  值，並對照出量子干涉影響電導之程度，因為我們知道量子干涉對電導的修正和評估無序程度的  $k_F l$  值十分相關。然而對於我們研究的系統而言，當  $k_F l$  值大到多少時量子干涉開始可以被忽略？這也是一個有趣的議題。這些樣品當中，其中有兩個樣品的  $k_F l$  值比其他樣品大許多 ( $k_F l$  分別為 52.5 和 48.6)，我們將這兩個樣品做低溫電性量測。測量後所得到的電阻對溫度的關係如圖 4-22 和圖 4-23 所示，於低溫下電阻隨溫度降低呈現對數上升的趨勢，明顯比其他樣品小很多 (從 10 K 到 0.3 K，電阻上升幅度小於萬分之二)，尤其為圖 4-22。圖 4-22 的樣品其  $k_F l$  為 52.5，溫度小於 10 K 的電阻幾乎只剩下殘餘電阻。由此我們可以歸納出，當此系統的  $k_F l$  接近 50，量子效應對電導的修正幾乎不存在。



(圖 4-22)  $k_F l$  為 52.5 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。

2007/06/28



(圖 4-23)  $k_F l$  為 48.6 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻率對對數溫度作圖。

### 4.3 定性討論磁電阻

固定在某個溫度，測量電阻隨外加磁場變化而改變的情形，此測量結果稱之為磁電阻。通常會將不同溫度的磁電阻曲線繪於同一張圖，方便研究磁電阻對溫度的效應。 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於低磁場下(小於 1 T)的磁電阻，已由本實驗室的黃旭明學長做過測量。藉由測量低磁場的磁電阻，可分析出電子波函數的相位相干時間  $\tau_\phi$ 。而此部分我們所做的測量已不需要再次測量低磁場的磁電阻，而是進行最大磁場加到 4 Tesla 的磁電阻測量，觀察磁電阻在較高磁場下的變化。

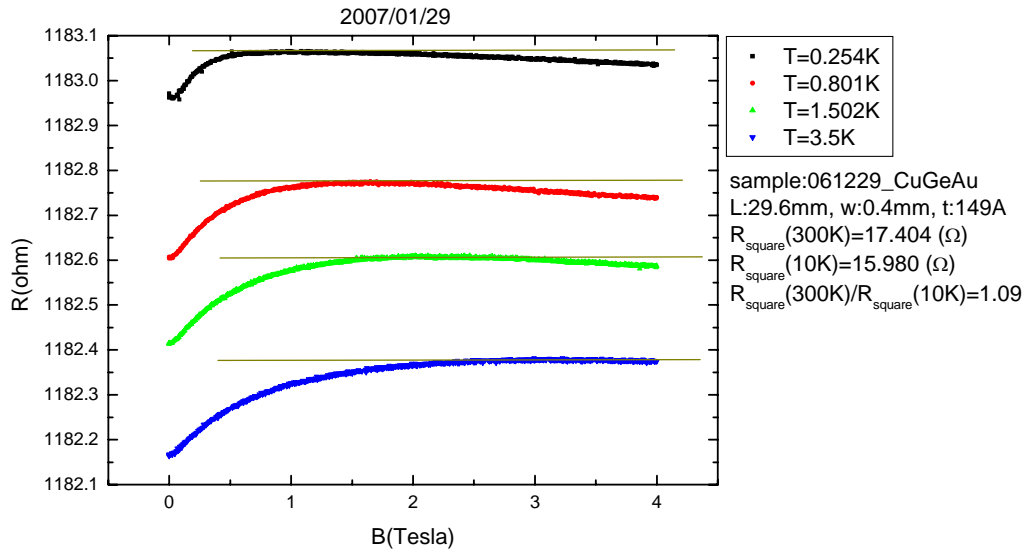
#### 4.3.1 二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於不同溫度下之磁電阻

厚度皆為 150 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，分別將於不同溫度下的磁電阻曲線(電阻  $R$  對磁場  $B$ )繪置於同一張圖中，如圖 4-24、圖 4-26、圖 4-28、圖 4-30、圖 4-34、和圖 4-36 所示。由這些圖上(除了編號 3 的樣品，其磁電阻圖形較為不同外)，我們可以發覺在不同溫度下，其電阻隨磁場變化的趨勢是相似的，隨著磁場增加，

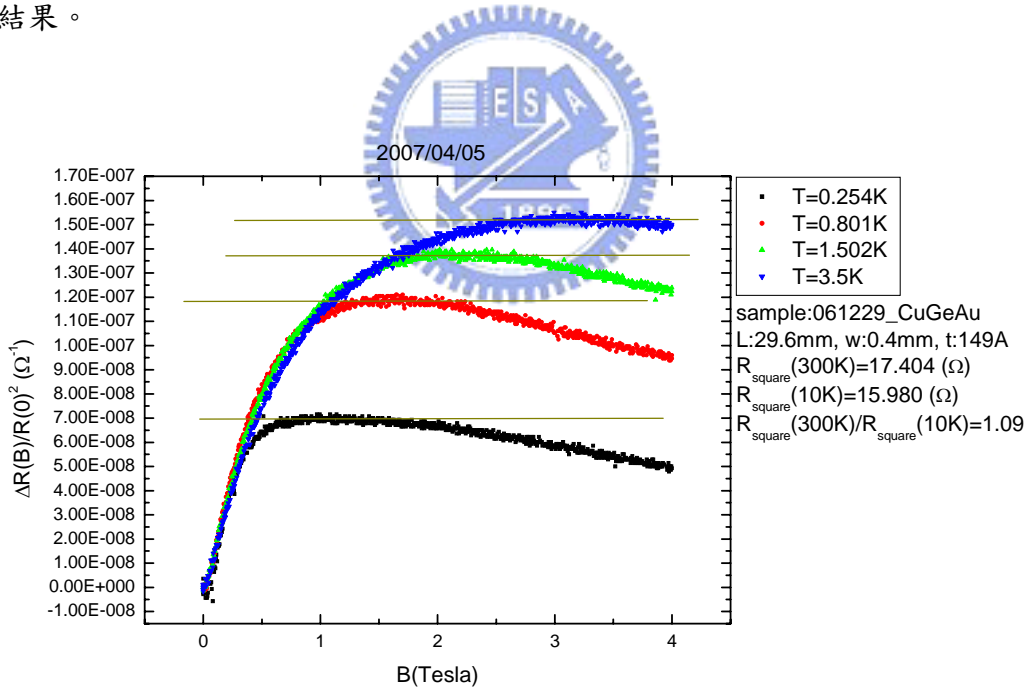
電阻跟著增大，有些樣品會增加至飽和曲線，或增加至接近飽和曲線，有些樣品則到達飽和點後又再少許下降。整體而言觀察單一溫度的磁電阻曲線，與 2.4 節中所討論於弱局域效應中存在自旋軌道散射甚強的系統，有相同的電阻隨磁場變化的情形。然而，為了能更精確的比較不同溫度間磁電阻的差異，我們再將各個樣品的數據以負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  做圖，如圖 4-25、圖 4-27、圖 4-29、圖 4-31、圖 4-35、和圖 4-37 所示。由這些圖形我們才發覺令人訝異的事情：我們量測到的磁電阻曲線和溫度的關係不同於自旋軌道散射效應所導致的磁電阻曲線和溫度的關係，或者甚至可以說相反！由第二章 2.4 節的圖 2-18 中，說明弱局域效應中存在甚強的自旋軌道散射，以至於有正的磁阻產生，且隨著溫度越低，磁電阻的變化越大；溫度越高，磁電阻變化越小。然而，我們的數據卻呈現不一樣的機制——溫度越低磁電阻的變化越小，溫度越高磁電阻的變化才越大！即磁電阻對溫度變化有不一樣的機制主導。而此現象到底是真實的現象，或者源自實驗上錯誤的量測，於下一節我們有進一步的確認和討論。

另外，樣品編號 3 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，所量測到的磁電阻圖形較不同於其他樣品的結果。此樣品於最低溫所量測到的磁電阻圖形，一開始也是正的磁阻，然而不到磁場  $0.5\text{ T}$  即改變為負的磁阻，因此有一電阻最大值。而其他溫度也有一樣相似的行為，只是隨著溫度越高，電阻的最大值所對應的磁場則越大。於溫度  $3.5\text{ K}$  時，電阻將接近於飽和線，此溫度的磁電阻圖形和其他樣品的磁電阻圖形較為相似。而此樣品之磁電阻於負磁阻部份的行為，是我們比較好奇的部分，於是我們將其電阻對磁場開根號作圖，如圖 4-32 所示；將其電阻與對數磁場做圖，如圖 4-33 所示。然而，直線部分的範圍太小，所以很難界定說負磁阻的部分其電阻和磁場的關係是開根號的關係還是對數的關係。

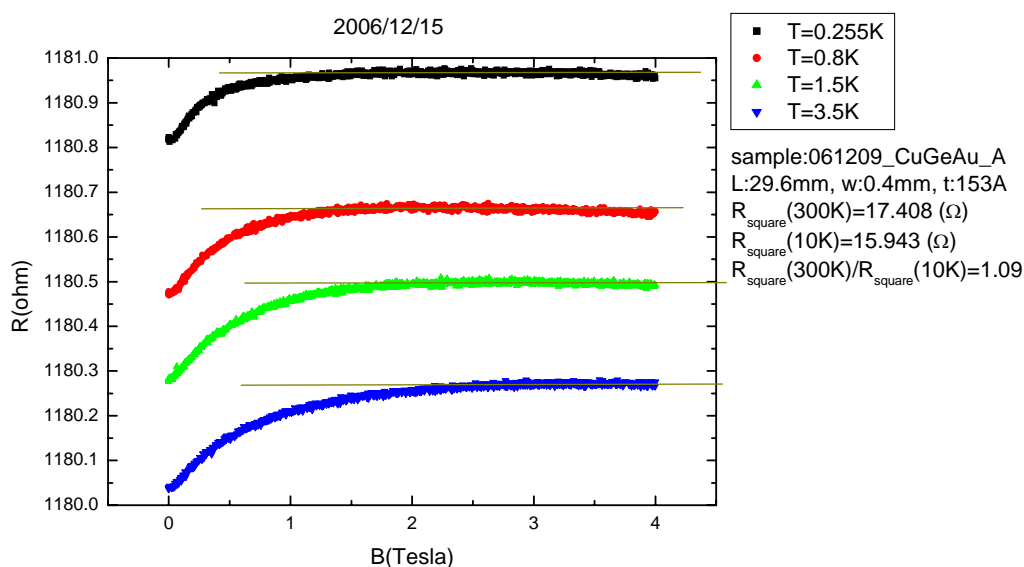
每個樣品各自的磁電阻曲線，已由不同溫度間的數據繪至於同一張圖做比較，其相關討論如上兩段所述。而為了更了解這六個厚度皆為  $150\text{ Å}$  的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其之間行為相似的程度，我們將這些樣品的數據，即個別磁電阻曲線作更直接的連結。因此將同樣是最低溫  $0.26\text{ K}$  (和最高溫  $3.5\text{ K}$ ) 的磁電阻曲線畫在同一張圖上做比較和討論，如圖 4-38 (和圖 4-39) 所示。由圖上發覺，其樣品間磁電阻的行為相當近似，除低溫  $0.26\text{ K}$  的磁電阻中編號 3 的樣品曲線較特殊外；於高溫  $3.5\text{ K}$  時各樣品間的磁電阻曲線就更為相近。



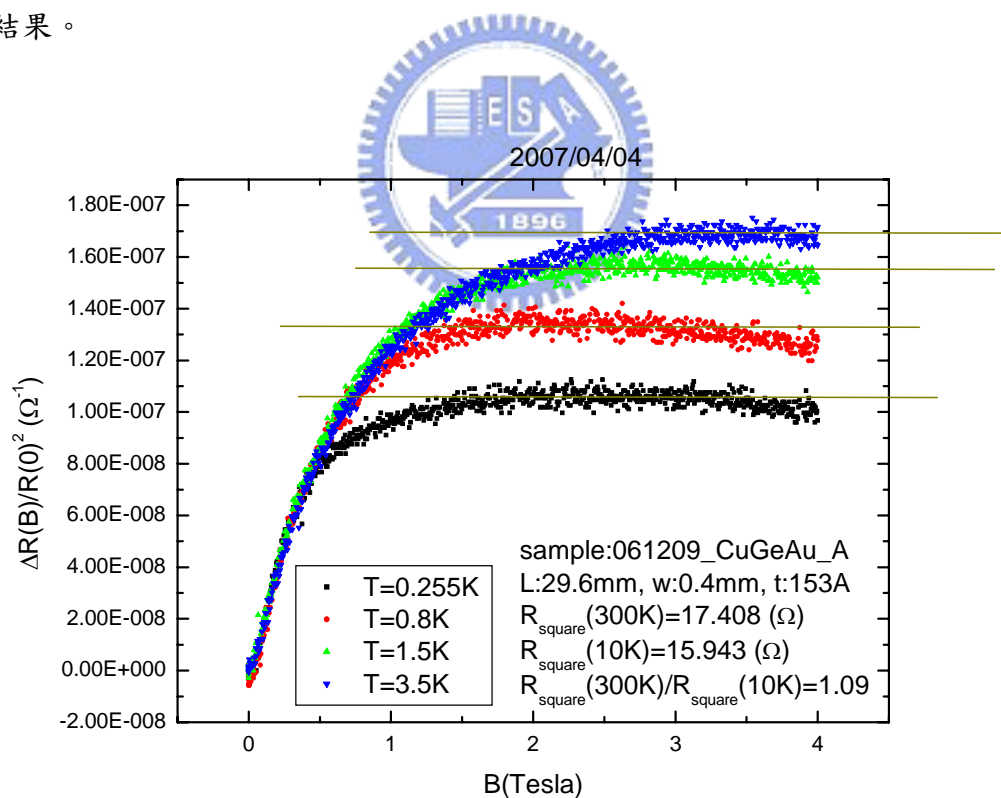
(圖 4-24) 編號 1a 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



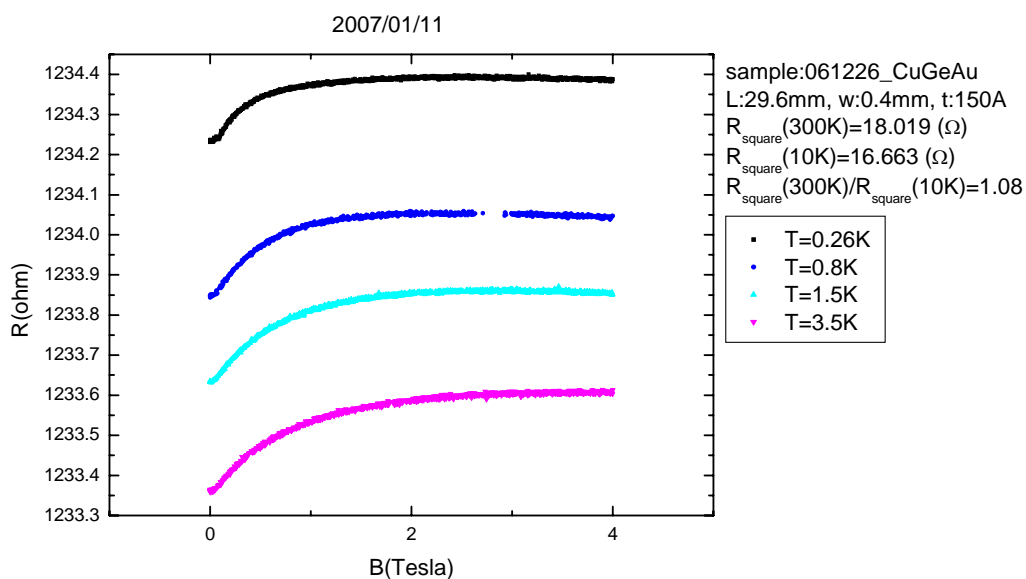
(圖 4-25) 編號 1a 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。



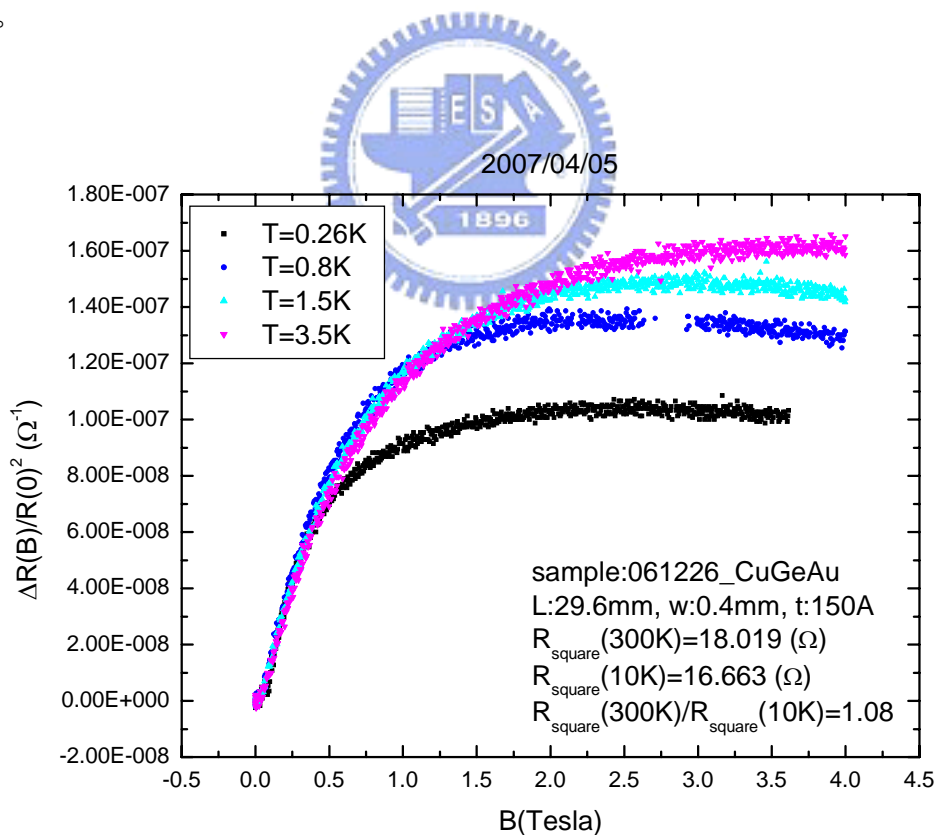
(圖 4-26) 編號 1b 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



(圖 4-27) 編號 1b 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。

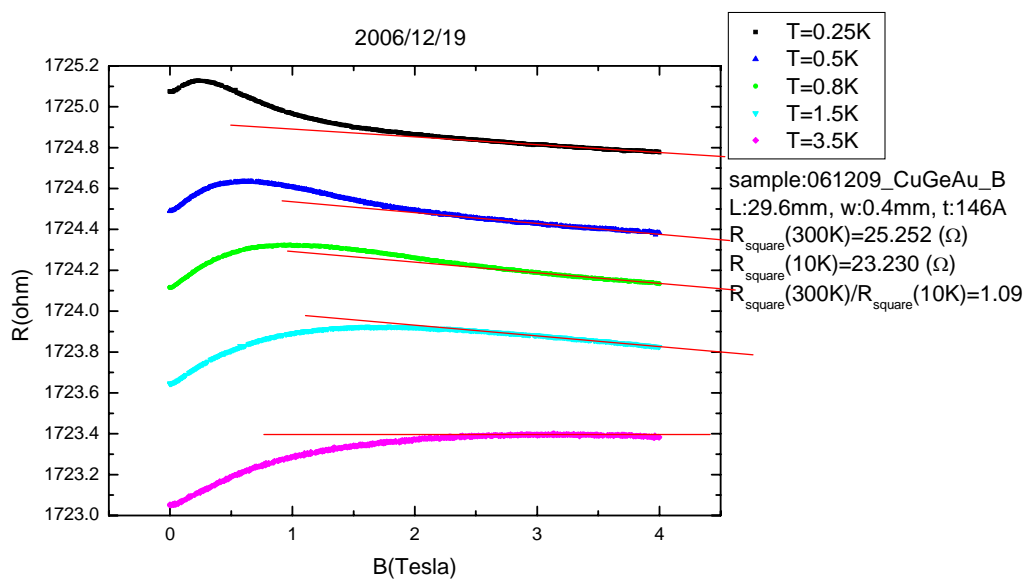


(圖 4-28) 編號 2 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。

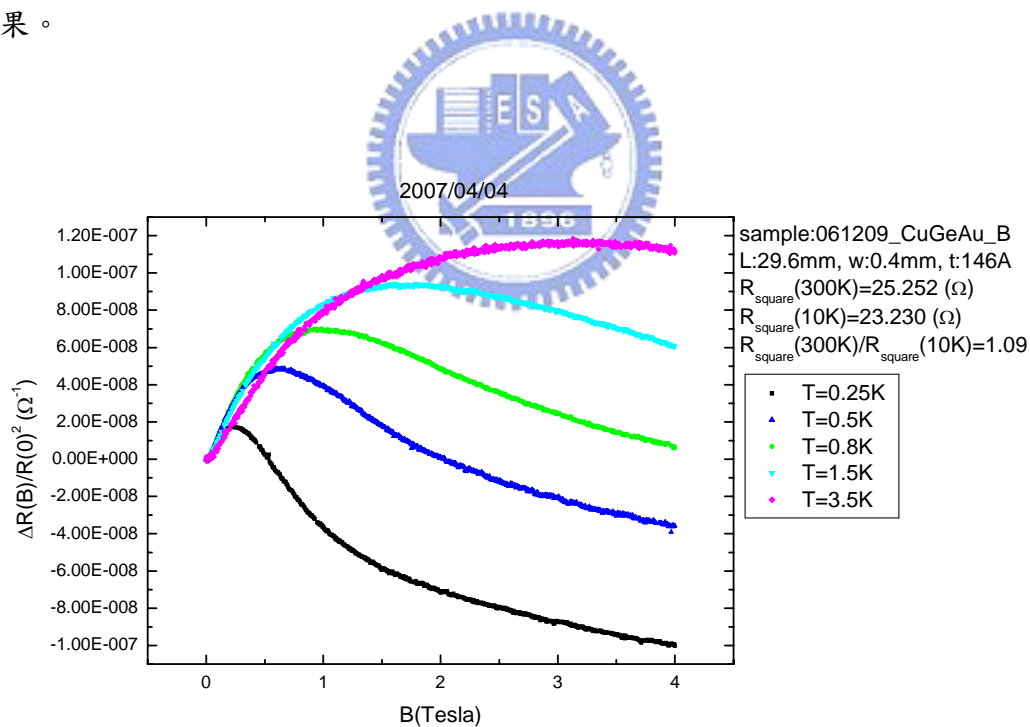


(圖 4-29) 編號 2 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。



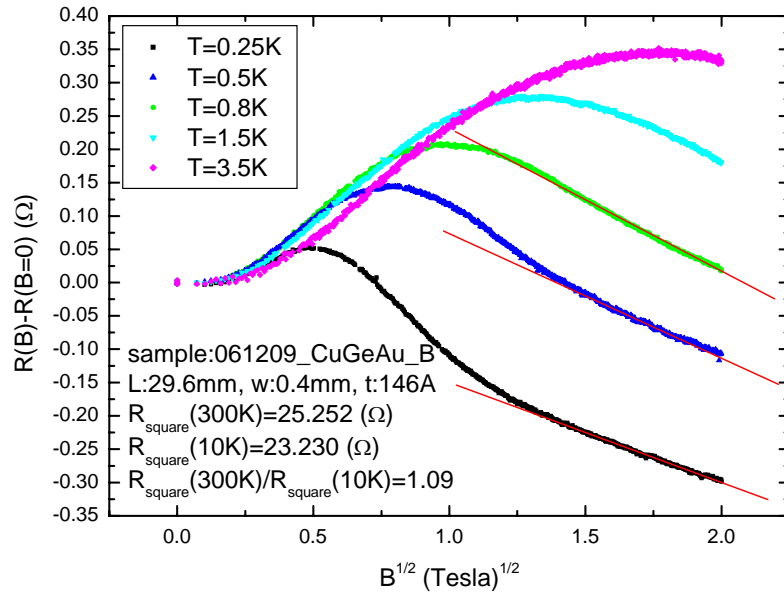


(圖 4-30) 編號 3 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



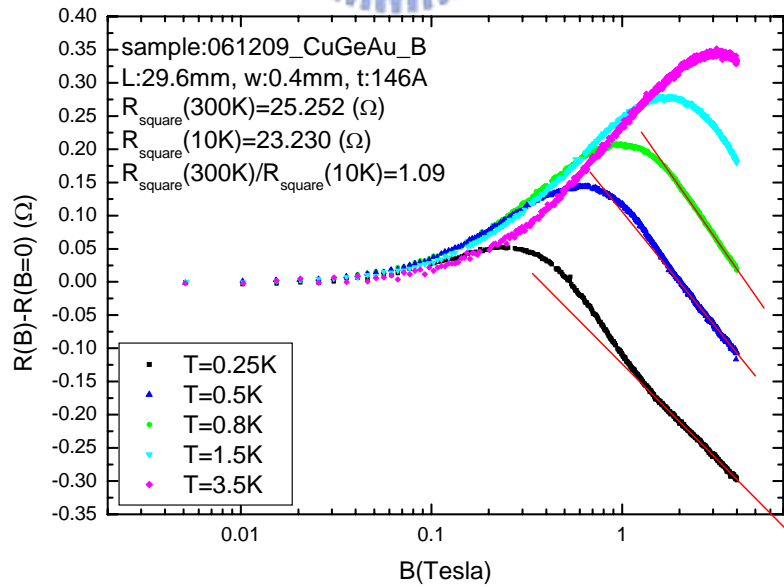
(圖 4-31) 編號 3 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。

2006/12/19

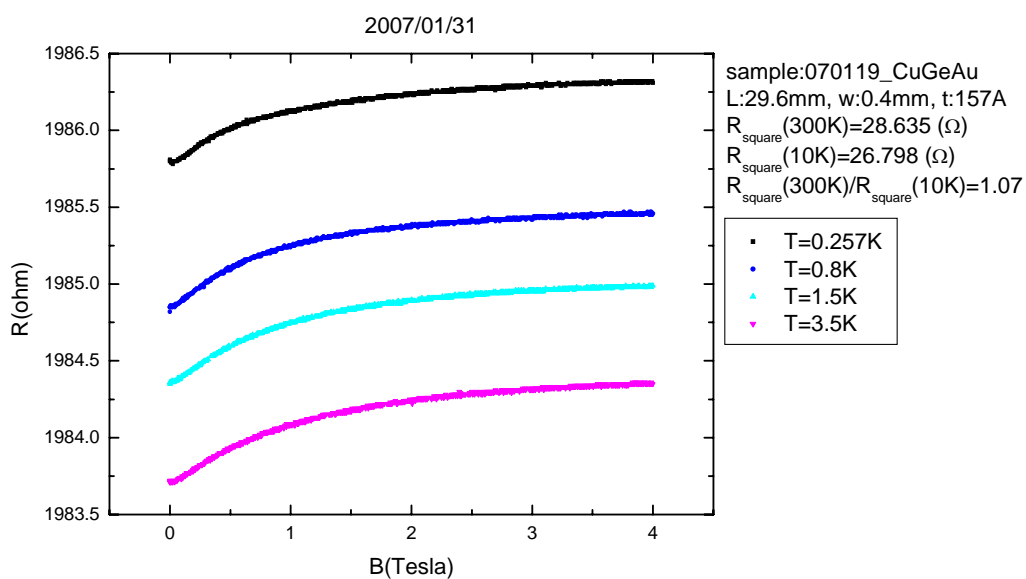


(圖 4-32) 編號 3 的  $\text{Cu}_9\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻變化量  $\Delta R$  對磁場開根號  $\sqrt{B}$  於不同溫度下的變化情形。

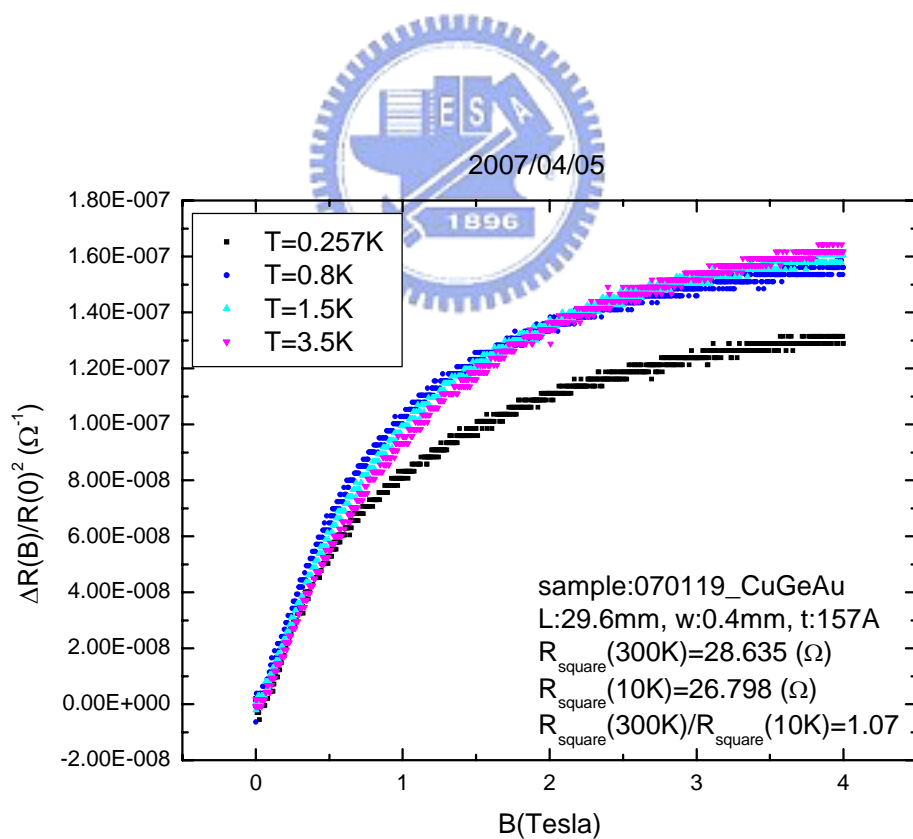
2006/12/19



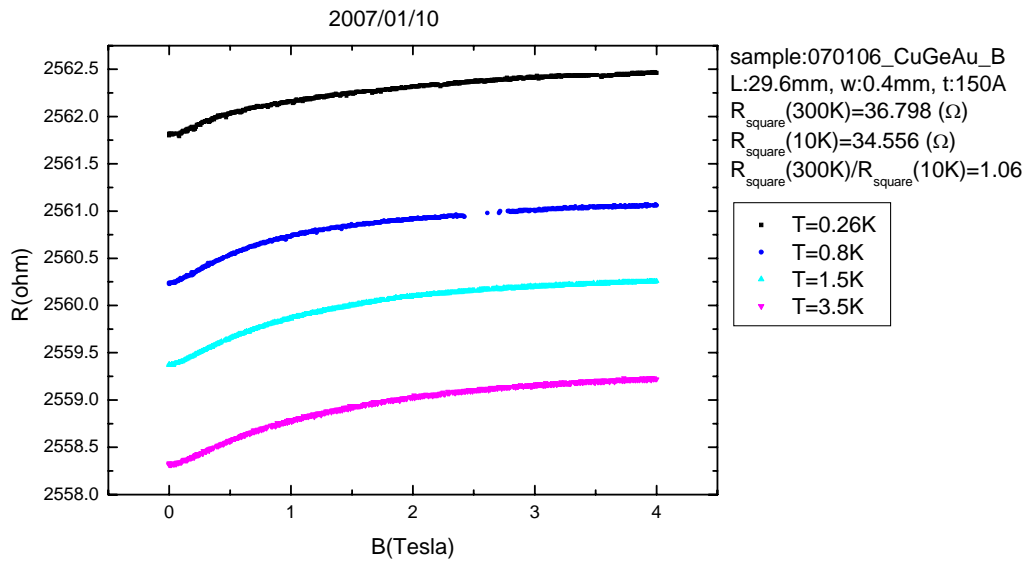
(圖 4-33) 編號 3 的  $\text{Cu}_9\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其電阻變化量  $\Delta R$  與對數尺度的磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。



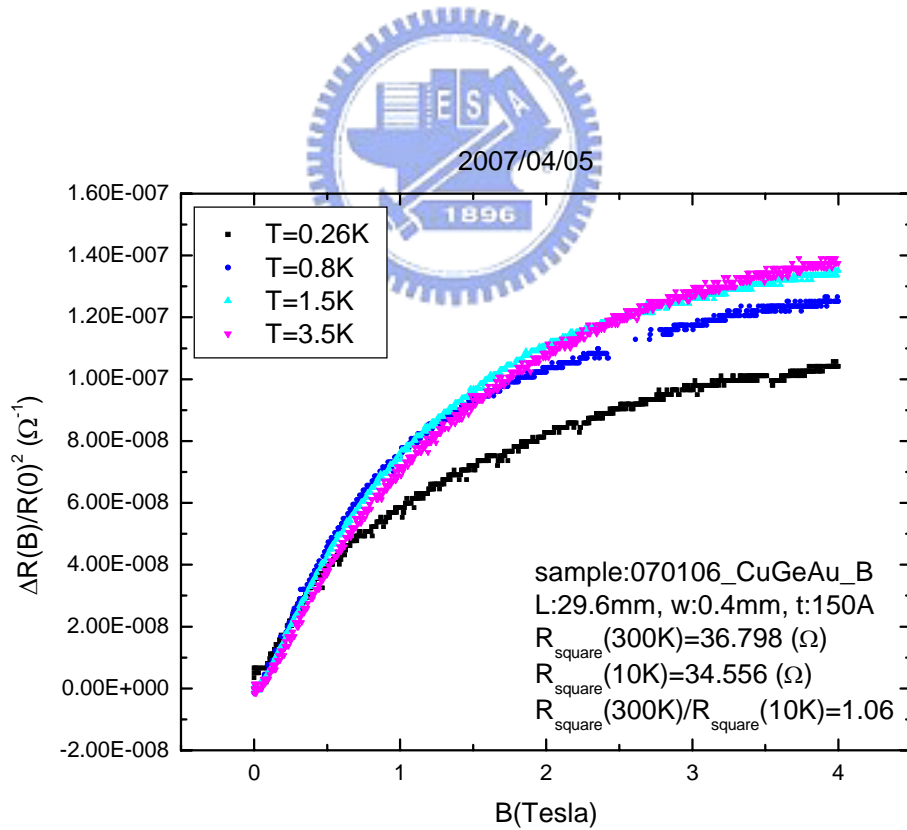
(圖 4-34) 編號 4 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



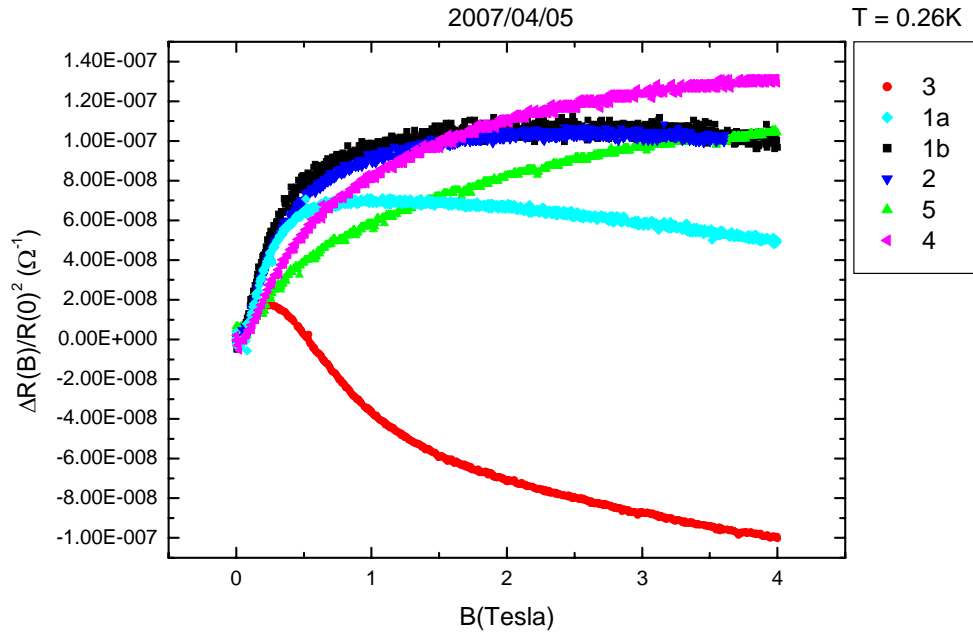
(圖 4-35) 編號 4 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。



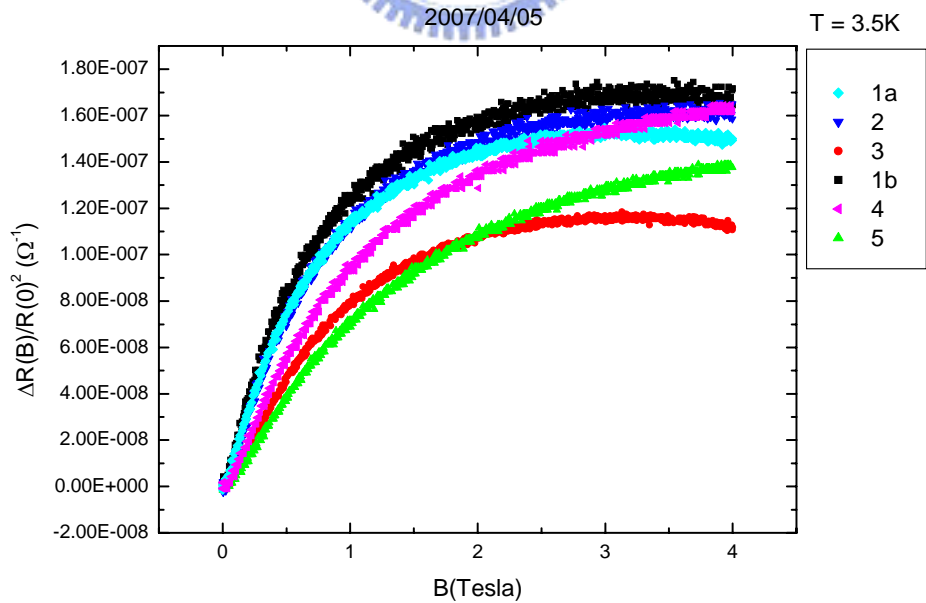
(圖 4-36) 編號 5 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



(圖 4-37) 編號 5 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。



(圖 4-38) 所有厚度皆為  $150 \text{ \AA}$  的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於溫度  $0.26 \text{ K}$  的磁電阻曲線。不同的曲線對應到各自的樣品編號，樣品編號數字越大表越無序之系統。



(圖 4-39) 所有厚度皆為  $150 \text{ \AA}$  的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜於溫度  $3.5 \text{ K}$  的磁電阻曲線。不同的曲線對應到各自的樣品編號，樣品編號數字越大表越無序之系統。

### 4.3.2 二維磁電阻與 $\alpha_T(B = 0\text{ T}) > \alpha_T(B = 4\text{ T})$ 之關係

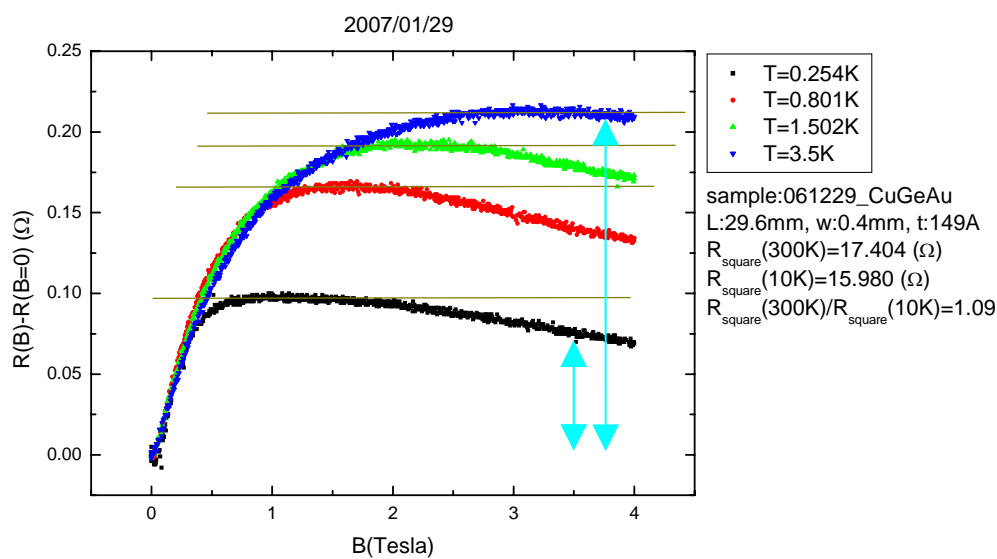
於 4.3.1 節中，討論到對量測結果(磁電阻曲線)正確性的存疑，因其結果對溫度的變化不同於弱局域效應中存在自旋—軌道散射效應而導致正磁阻對溫度的變化。而這一節的目的為利用有無外加磁場下，電阻對溫度變化的量測結果，以互相呼應作為驗證。

首先，可任意列舉二維  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜包含不同溫度下磁電阻的圖形。在此我們以編號 1a 的樣品磁阻作為討論，其不同溫度下磁電阻的圖形如圖 4-40 所示。不同於圖 4-25 的是，於圖 4-40 中我們增加了兩道箭頭方便討論。由這兩道箭頭，明顯指出溫度較高，磁電阻變化大；溫度較低，磁電阻變化較小。

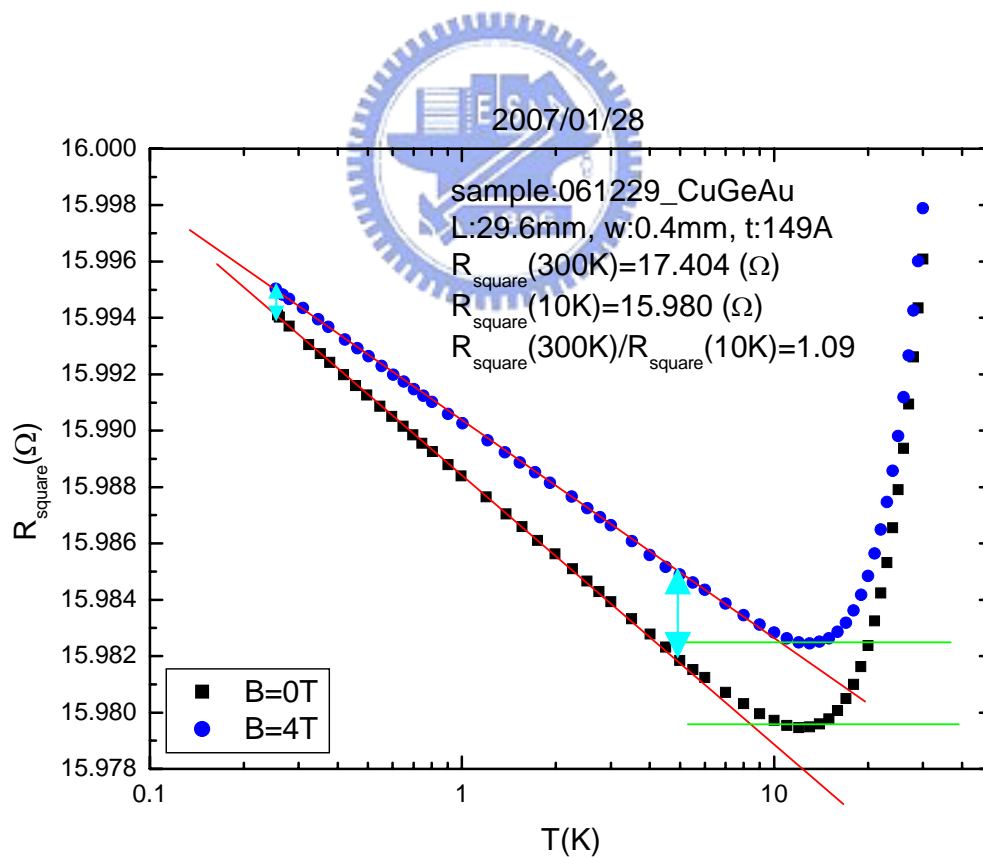
此時，我們找出此樣品有無磁場下電阻對溫度的數據圖形，此圖形有外加磁場的曲線為磁場大小  $4\text{ T}$ ，如圖 4-41 所示。不同於圖 4-1(a)的是，於圖 4-41 中我們增加了兩道箭頭方便討論。由於  $\alpha_T(B = 0\text{ T}) > \alpha_T(B = 4\text{ T})$ ，藉由這兩道箭頭即可表達出：於較高溫時，電阻由外加磁場後增加較多電阻；於較低溫時，電阻由外加磁場後增加較少電阻。(圖 4-40 和圖 4-41 中的兩箭頭，是對應到相同溫度的箭頭。)

因此，我們從不一樣的數據中找出相同的現象，其他編號的樣品其磁電阻也有一樣的驗證。使我們更加確認  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜中，包含此種特性的磁電阻曲線。然而， $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜在小磁場範圍內的磁電阻( $\sim\text{kGauss}$ )，已經由本實驗室的黃旭明學長測量。其測量結果，符合弱局域效應中存在自旋—軌道散射所導致的磁電阻：即溫度較高，磁電阻變化較小；溫度較低，磁電阻變化較大。總結上述的討論，我們所量測到的現象為高磁場下才能觀察到的現象，而為何有溫度較高，磁電阻變化大；溫度較低，磁電阻變化較小的行為，還需要更深入的研究。





(圖 4-40) 於圖 4-25 中增加了兩道箭頭方便討論。



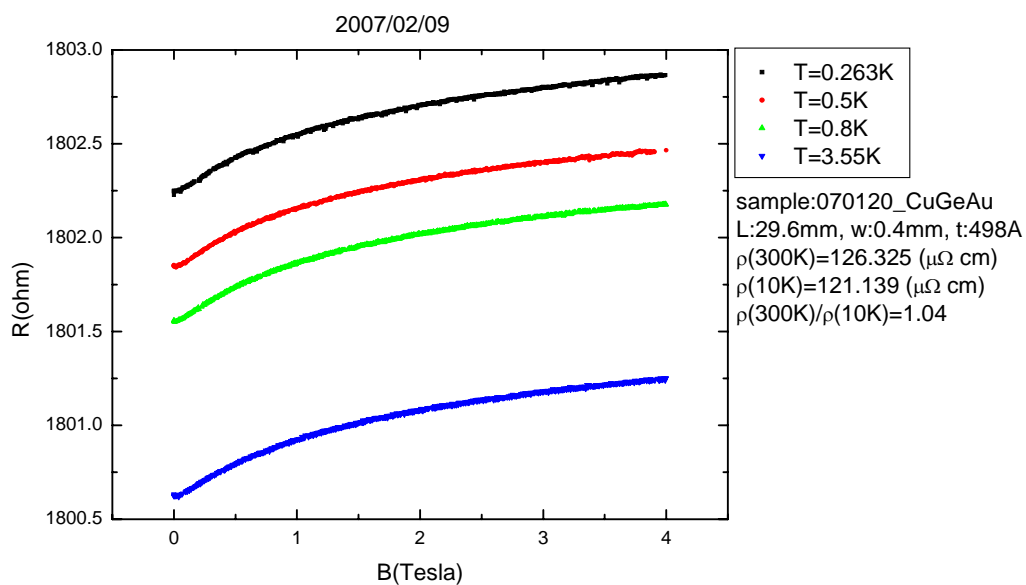
(圖 4-41) 於圖 4-1(a)中增加了兩道箭頭方便討論。

### 4.3.3 不同厚度的 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜於不同溫度下之磁電阻

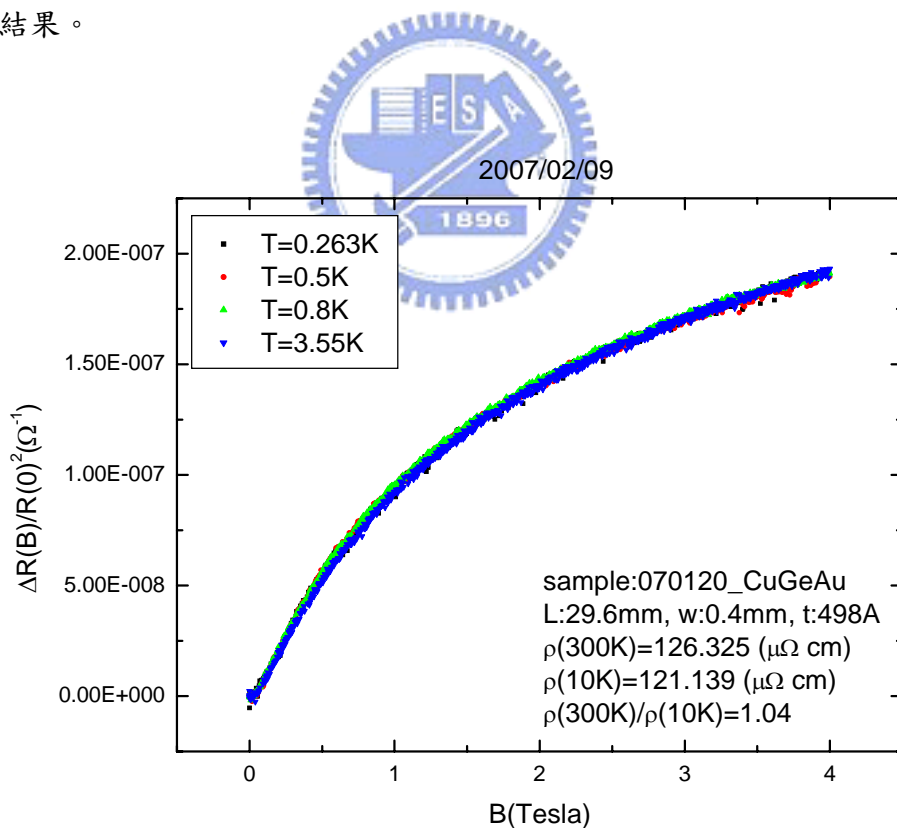
不同厚度的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，從厚度 500 Å 到 3000 Å 的樣品，其磁電阻的行為和厚度 150 Å 的樣品磁電阻行為(4.3.1 節所討論)有相似處，但也有很明顯的不同點。

厚度 500 Å 到 3000 Å 的樣品之磁電阻曲線，分別將於不同溫度下的磁電阻曲線(電阻  $R$  對磁場  $B$ )繪置於同一張圖中，如圖 4-42、圖 4-44、圖 4-46、圖 4-48、和圖 4-50 所示。此系列樣品磁電阻曲線行為一致，皆為電阻隨磁場上升的正磁阻，此部分的行為和厚度 150 Å 的樣品磁電阻行為相似。而為了更精確的比較不同溫度間磁電阻的差異，我們再將各個樣品不同溫度下的數據以負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  做圖，如圖 4-43、圖 4-45、圖 4-47、圖 4-49、和圖 4-51 所示。由這些圖上，我們得到和厚度 150 Å 的樣品磁電阻行為有明顯不一樣的地方。即此系列樣品的磁電阻，隨溫度的變化並不敏感！可以說是不同溫度間的磁電阻，以負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  幾乎重疊在一起。這樣的行為顯然和厚度 150 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜不同。

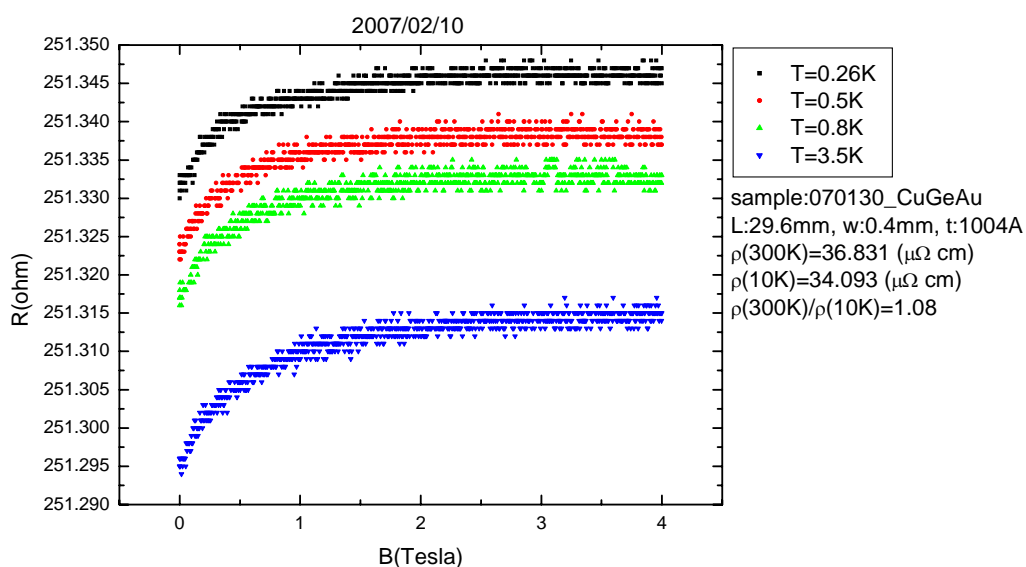
而加熱退火過的樣品，其磁電阻變化圖形和隨溫度的關係，和加熱退火前比較，並無明顯不同。



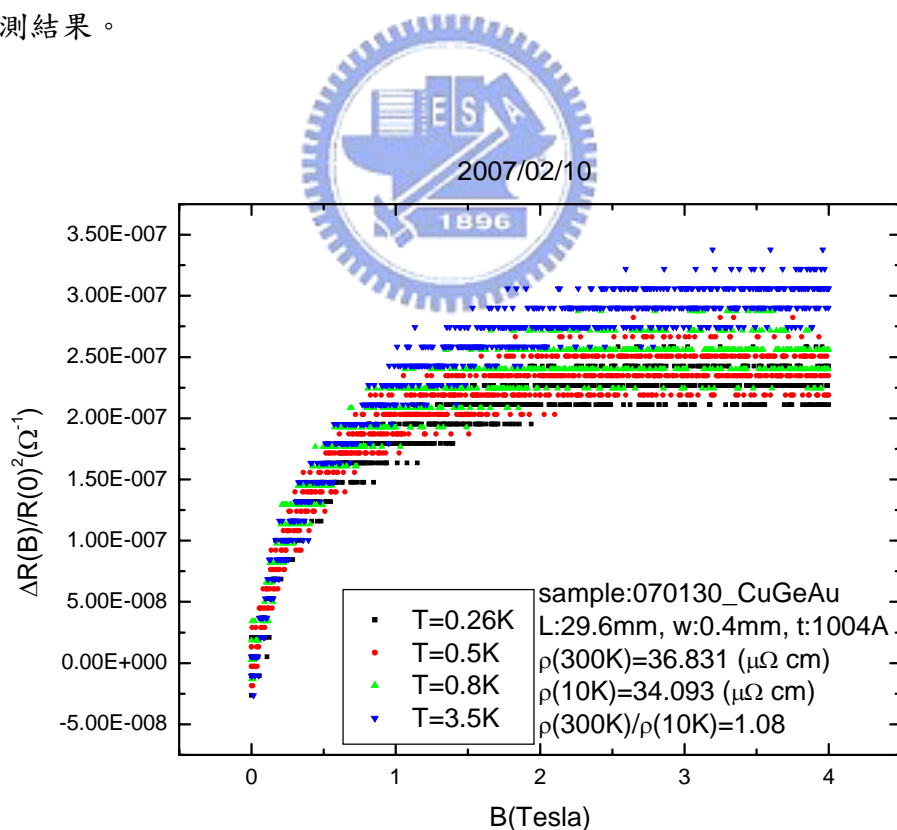
(圖 4-42) 厚度為 500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



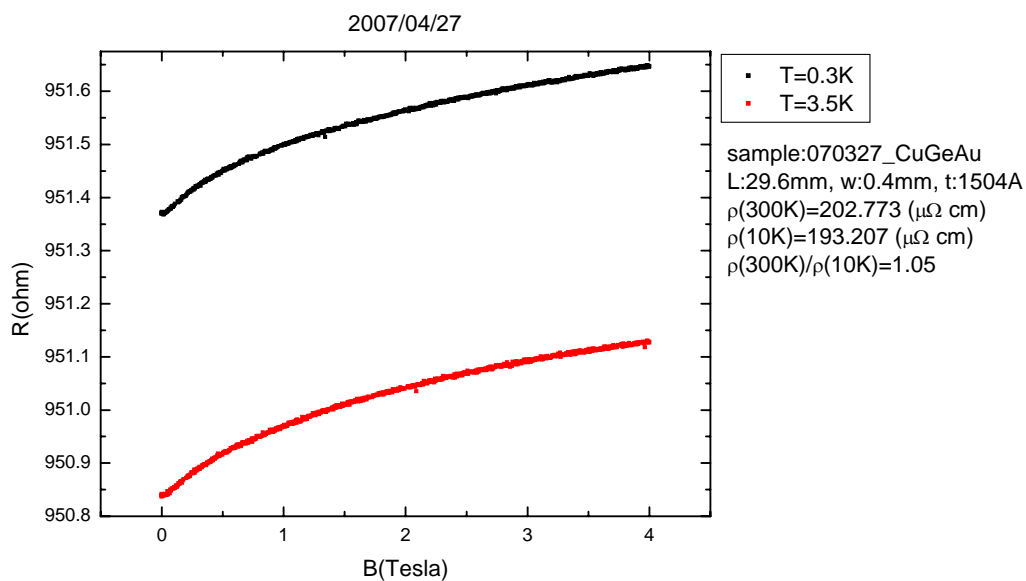
(圖 4-43) 厚度為 500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。



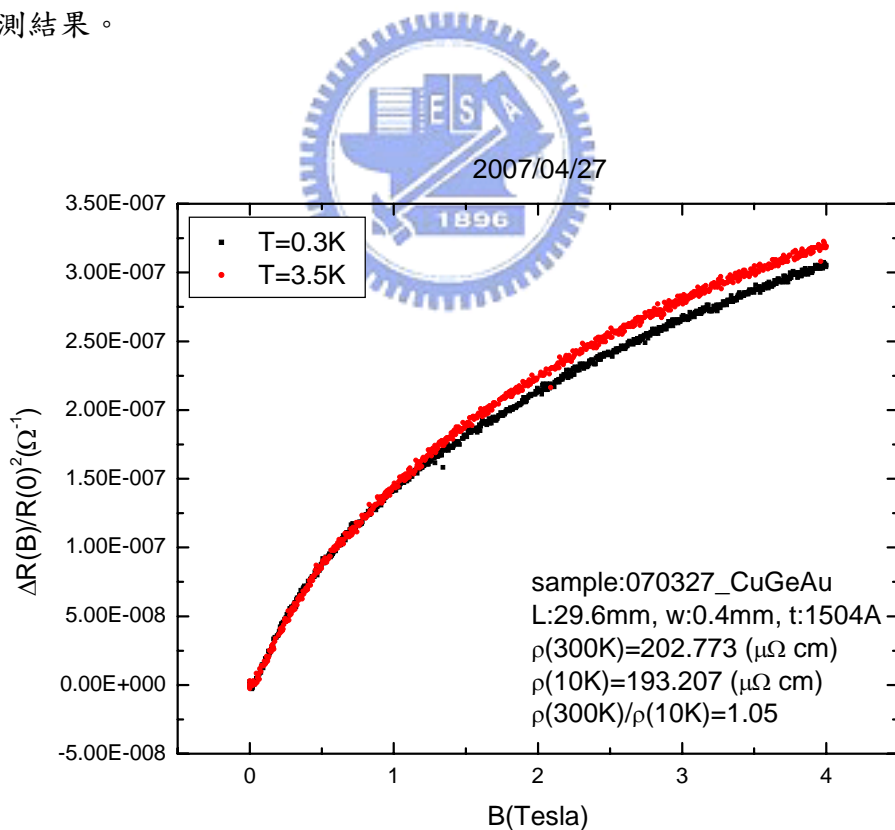
(圖 4-44) 厚度為 1000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



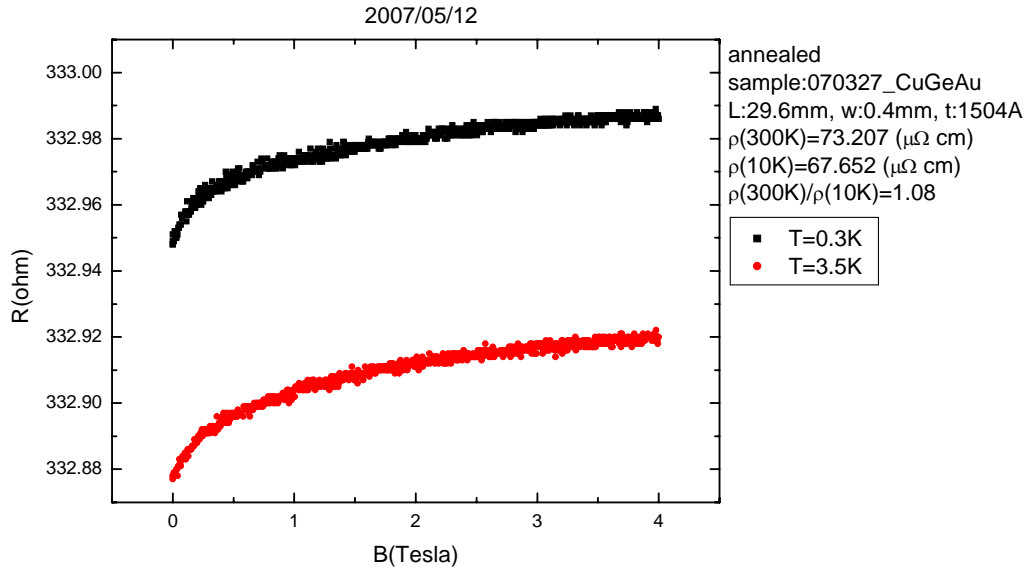
(圖 4-45) 厚度為 1000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。



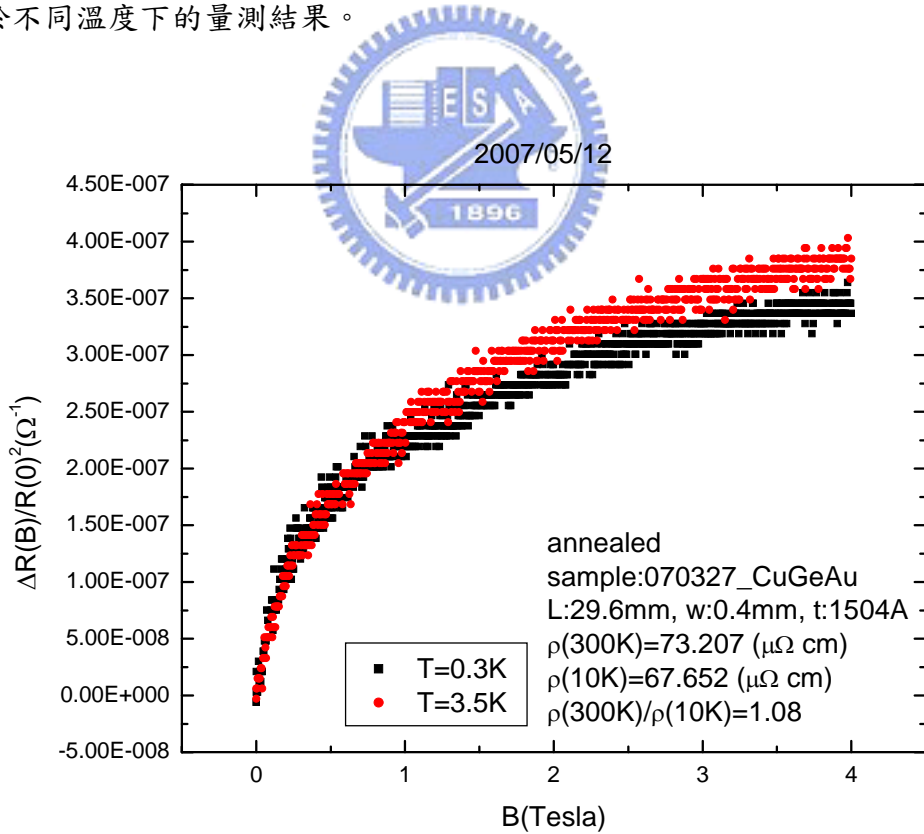
(圖 4-46) 厚度為 1500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



(圖 4-47) 厚度為 1500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。

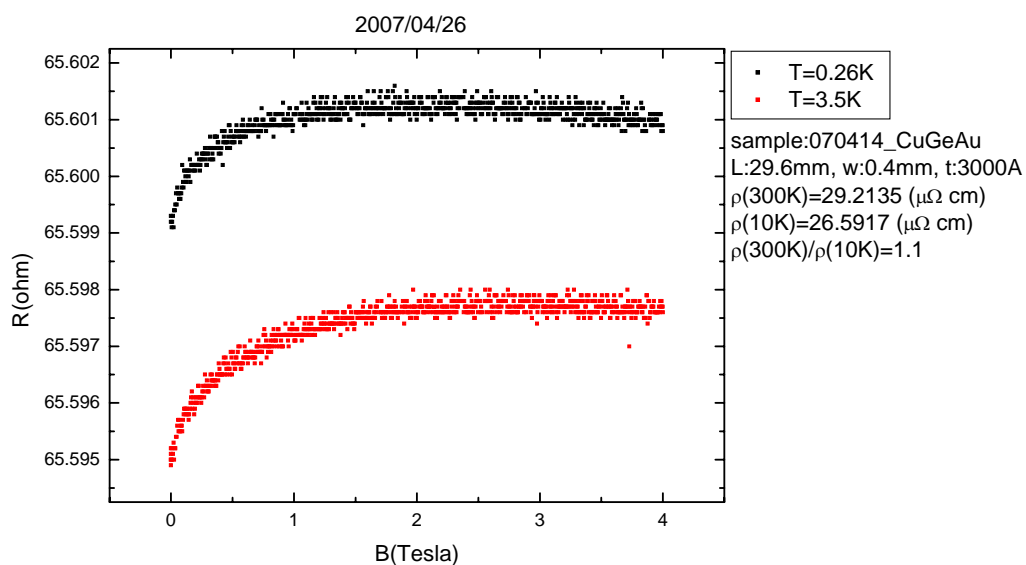


(圖 4-48) 厚度為 1500 Å 且經過加熱退火的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。

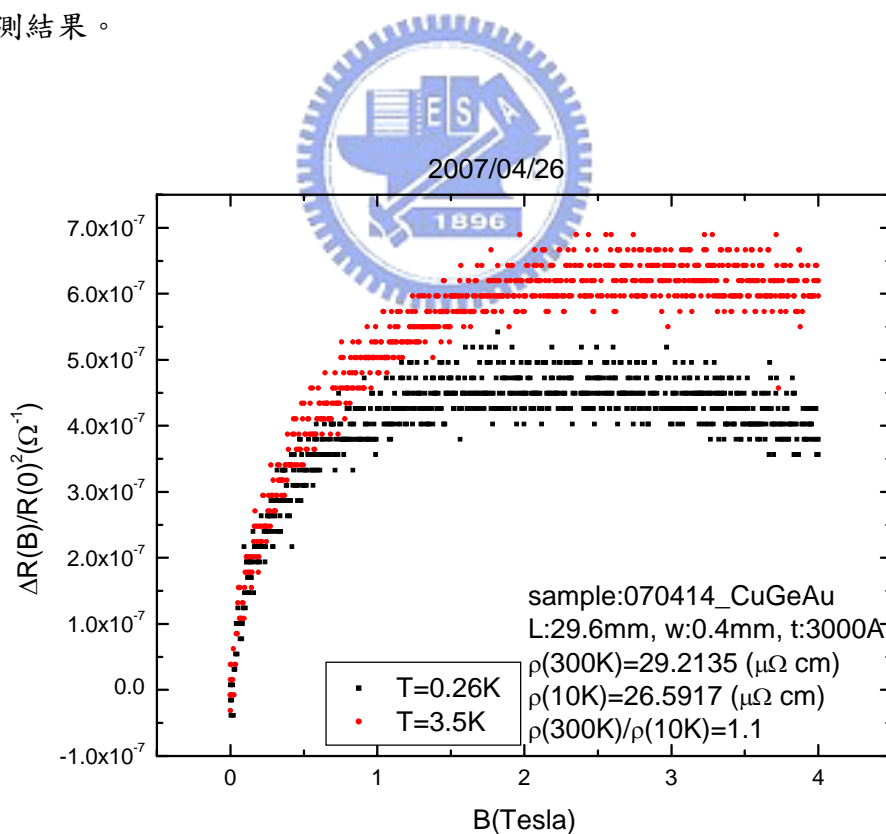


(圖 4-49) 厚度為 1500 Å 且經過加熱退火的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。





(圖 4-50) 厚度為 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之電阻  $R$  對磁場  $B$  於不同溫度下的量測結果。



(圖 4-51) 厚度為 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之負的電導變化量  $\Delta R(B)/R^2(0)$  對磁場  $B$  於不同溫度下的變化情形。

## 4.4 存在二能級系統的相關討論

本實驗室黃旭明學長曾對  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜系統，做相位相干時間  $\tau_\phi$  隨溫度  $T$  變化來分析研究，而結果發現相位維持時間  $\tau_\phi$  對溫度  $T$  的關係有一平台出現，直到溫度 0.4 K 以下即開始往上劇烈增加。此相關研究指出， $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜很有可能存在二能級系統。為此，本篇論文實驗結果有諸多難以理解的部分，有可能為二能級系統存在所造成。

首先，第一個無法解釋的地方是從  $\alpha_T(B=0\text{ T})=1.26\pm0.05$  開始，4.2.1 節有充分討論  $\alpha_T=1$  的合理性，因此我們懷疑尚存在除了弱局域效應和電子—電子交互作用以外的機制，對低溫電阻造成影響。又有外加磁場所求得的  $\alpha_T(B=4\text{ T})=1.13\pm0.05$ ，雖然  $\alpha_T$  值較沒有加磁場來的小，但仍舊大於 1。因此我們可以往兩方面思考：第一方面是此系統存在兩種機制，受外加磁場影響的機制和不受外加磁場影響的機制，而不受外加磁場影響又對二維低溫電阻有  $R \propto a - b \log T$  影響的機制，此機制就有可能為樣品中存在二能級系統所造成；第二方面為系統中僅存在受外加磁場影響的機制， $\alpha_T(B=4\text{ T})$  仍舊大於 1 的原因可能為外加磁場還不夠大，而受外加磁場影響又對二維低溫電阻有  $R \propto a - b \log T$  影響的機制，此機制就有可能為樣品中存在磁性雜質，造成近藤效應(Kondo effect)。

厚度為 1500 Å 和 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其有無磁場的電阻對溫度的關係中，於溫度 10 K 到溫度約為 2 K 之間，電阻和溫度的關係為  $R \propto a - b \log T$ ；而溫度 2 K 以下，電阻開始接近飽和，3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜其電阻對溫度甚至可以分析擬合出一段  $\rho \propto a - b\sqrt{T}$  的關係。電阻隨著溫度下降先有對數溫度的關係再有開根號溫度的關係，則此機制十分近似於第二章圖 2-24 所討論，屬於存在二能級系統對電阻造成的影響。將 1500 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜加熱退火，則電阻對溫度在低溫有開根號的關係不見，重新落回對數關係。若加熱退火對系統是真實的，那麼加熱退火很有可能影響系統中能量差  $\Delta$  和近藤溫度  $T_K$  之間的關係，以至於加熱退火後只能測量到對數關係的那一段。而二能級系統是容易受到加熱退火所影響，那麼存在二能級系統對電阻造成影響，又再度被列入考慮。

於測量電阻和磁場的關係中，150 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜所呈現的磁電阻，非弱局域效應中存在自旋軌道散射導致磁電阻所能解釋，此部分還需要好好的研究。而系統中若存在二能級系統，對磁電阻所造成的影響，還沒有一致且明確的結果。因此，這部分還值得繼續研究。



## 第五章 結論

我們利用物理性薄膜沉積濺鍍法來製作  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，且對一系列相同厚度(150 Å)不同無序程度、和一系列不同厚度的樣品，進行低溫電性量測。

於溫度 10 K 的電阻分析  $k_F l$  值，歸結出此系統落在弱無序的範圍 ( $k_F \approx 5 \sim 55$ )。電阻對溫度的關係於波茲曼傳輸理論預測應為殘餘電阻的部份，溫度約為 10 K 始展現電阻隨溫度下降而增加的非古典情形。厚度為 150 Å 的二維  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其低溫下電阻隨溫度下降而增加的關係為  $R \propto a - b \log T$ ，對應到著名的弱局域理論和電子—電子交互作用對二維弱無序系統的預測。然而，我們卻得到  $\alpha_T \approx 1.3 > 1$  的結果，非上述二理論所期望的值。因此，可能還存在另一對低溫電阻修正且為  $R \propto a - b \log T$  的機制。和  $\alpha_T(B = 0 T) > \alpha_T(B = 4 T)$  相呼應的磁電阻隨溫度的變化，意味著溫度越低、電阻受磁場的變化越小；溫度增高、電阻受磁場的變化越大。此現象與弱局域效應中存在自旋—軌道散射導致磁電阻的變化不同，而存在哪種物理機制引起此現象，還有待討論。

厚度為 1500 Å 和 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其低溫電阻對溫度的變化不再只有對數關係，而是在較低溫部份脫離對數關係向下呈現飽和，由線性擬合分析傾向此部份的關係為  $R \propto a - b\sqrt{T}$ ，且此關係會因為加熱退火而消失。是由於電子—電子交互作用造成還是存在二能級系統的因素，目前尚無定論。從厚度 500 Å 以上的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜，其磁電阻變化量就不再隨著溫度改變，和厚度 150 Å 的樣品明顯不同。

樣品的無序程度和量子效應對電導修正的多寡相關。由實驗數據歸結出，當  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜的  $k_F l \geq 50$ ，則量子效應對低溫電導的修正小於萬分之二，幾乎可以忽略。

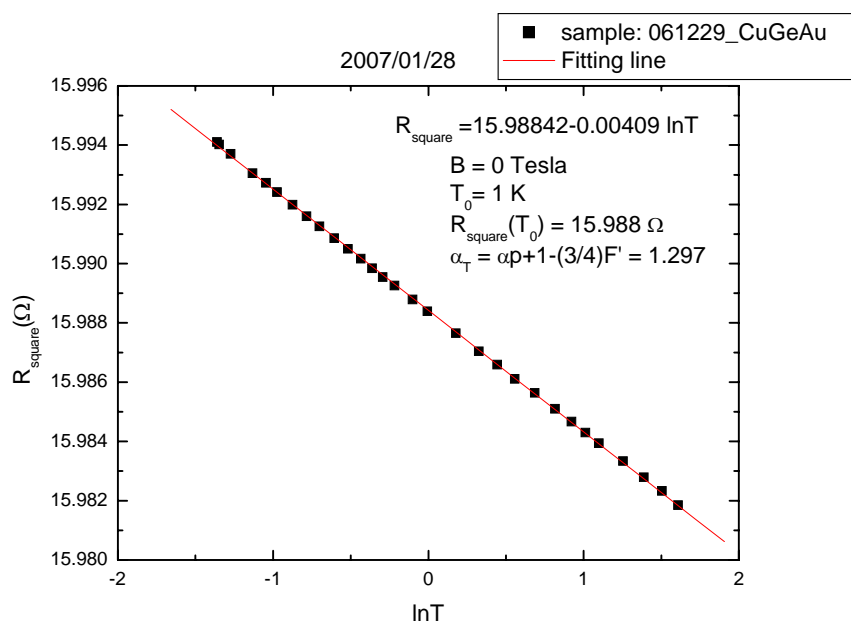
本實驗室的黃旭明學長，曾對  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜作過電子波函數相位維持時間  $\tau_\phi$  對溫度  $T$  變化的研究，此相關研究結果提出此系列樣品存在二能級系統。因此，本論文中存在眾多尚無法解釋的物理現象，和存在二能級系統是否有相關，是很值得繼續研究的課題。

## 附錄

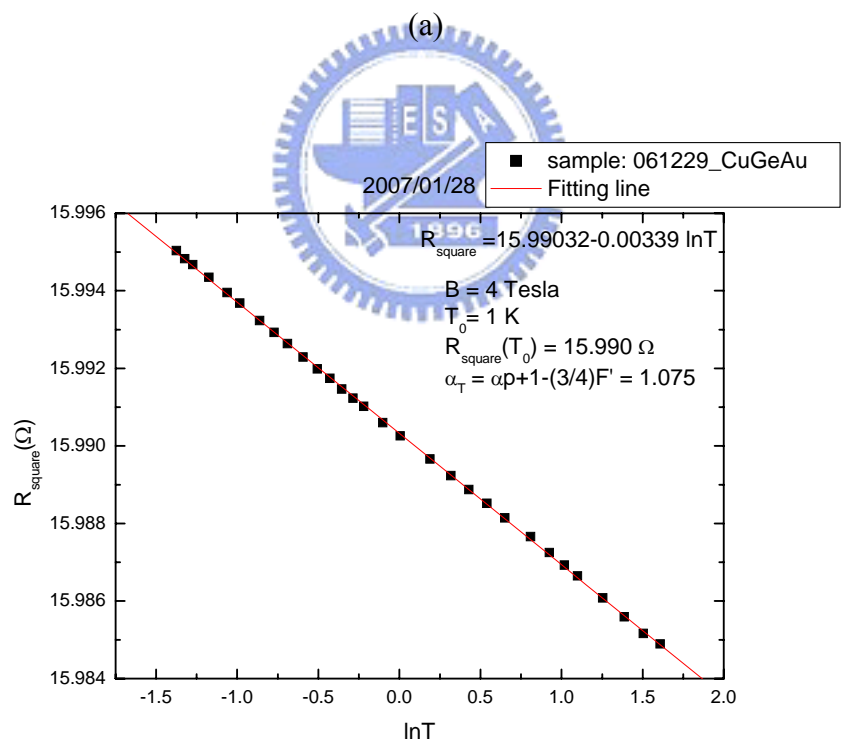
### I -1. 二維 $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$ 薄膜電阻對溫度之詳細數值分析結果

於 4.1.2 節中，我們將  $R_{\text{square}}$  對  $\log T$  作圖，且對某個溫度區間的數據點作線性擬合分析，可得出  $Y = a - bX$  的結果(其中  $Y$  對應到  $R_{\text{square}}$ 、 $X$  對應到  $\log T$ )。由得到的  $b$  值可計算出我們在乎的  $\alpha_T$  值，其結果和討論已呈現在第四章中。在這裡我們放進各個樣品電阻對溫度的線性擬合分析圖形，如圖 6-1、圖 6-2、圖 6-3、圖 6-4、圖 6-5、圖 6-6 所示，其各自(a)(b)圖分別為有無外加磁場的分析圖形。整理分析後詳細的統計數值於表 6-1 和表 6-2 所示，方便有興趣的讀者參考。





(a)

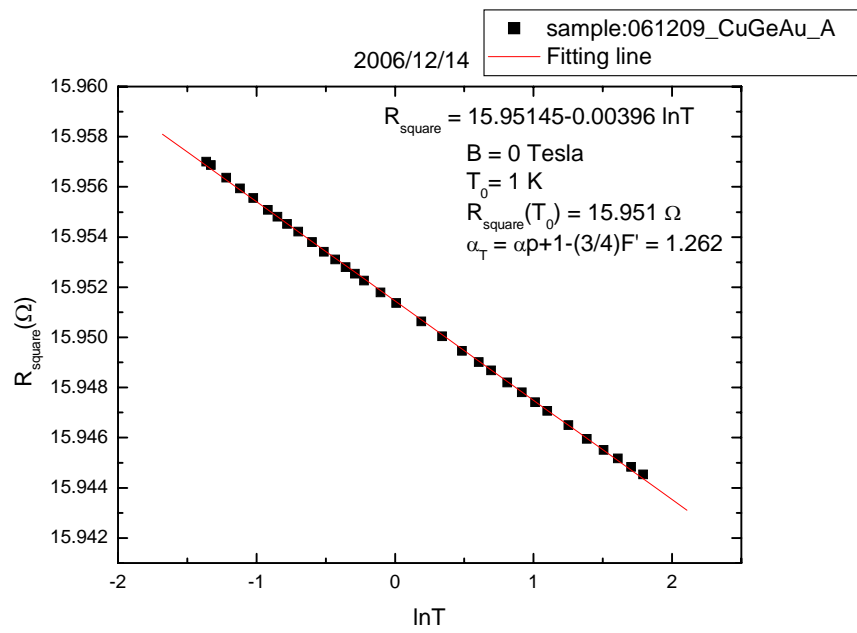


(b)

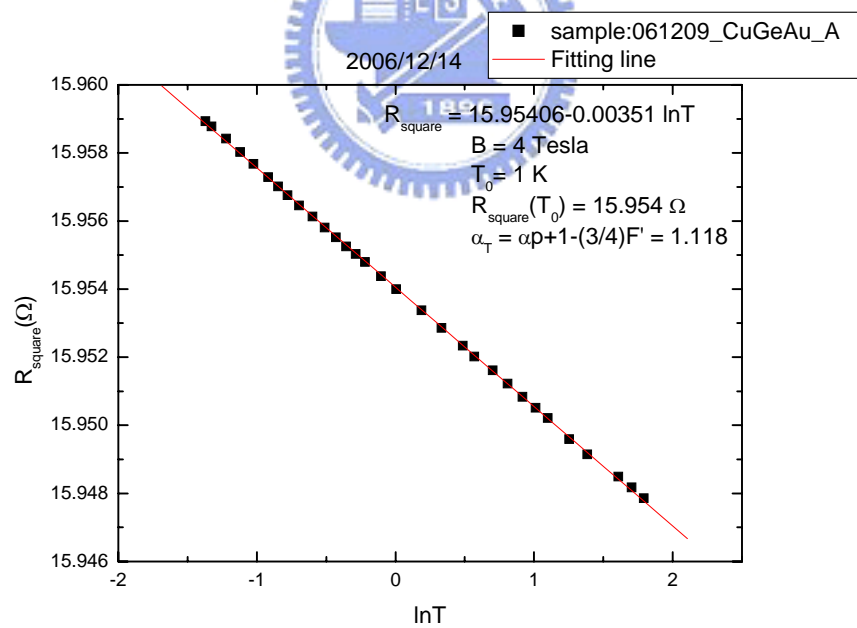
(圖 6-1) 編號 1a 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  的數據與分析圖形。

其中(a)(b)分別為有無磁場的分析圖。





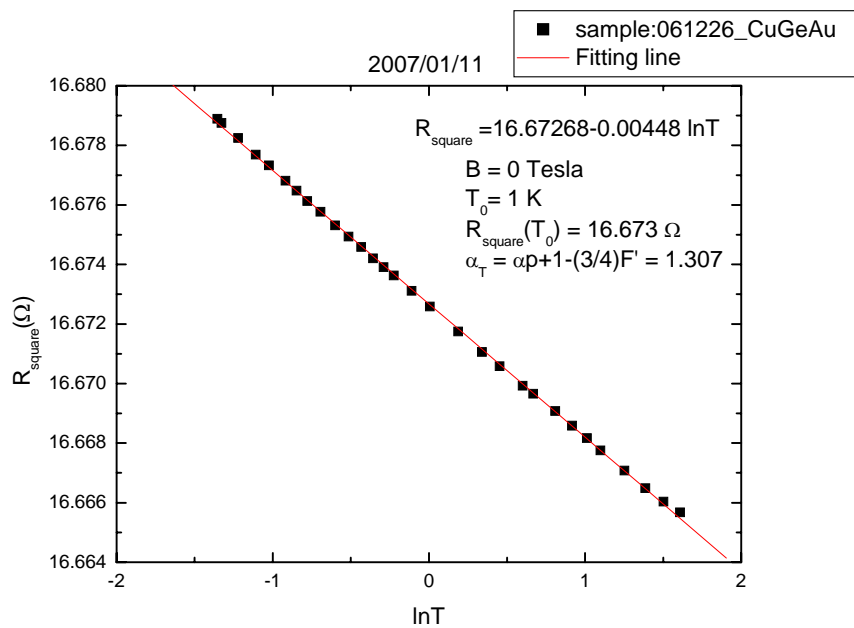
(a)



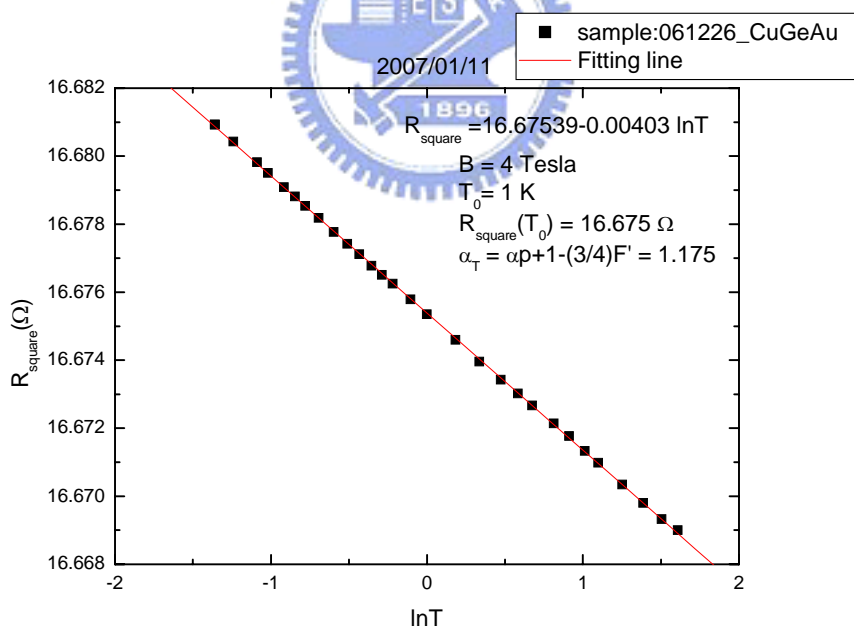
(b)

(圖 6-2) 編號 1b 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  的數據與分析圖形。

其中(a)(b)分別為有無磁場的分析圖。

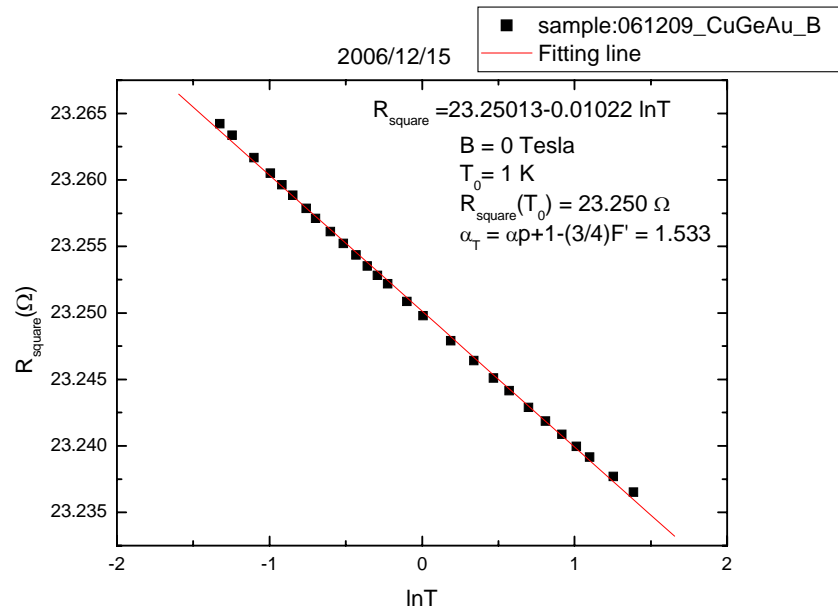


(a)

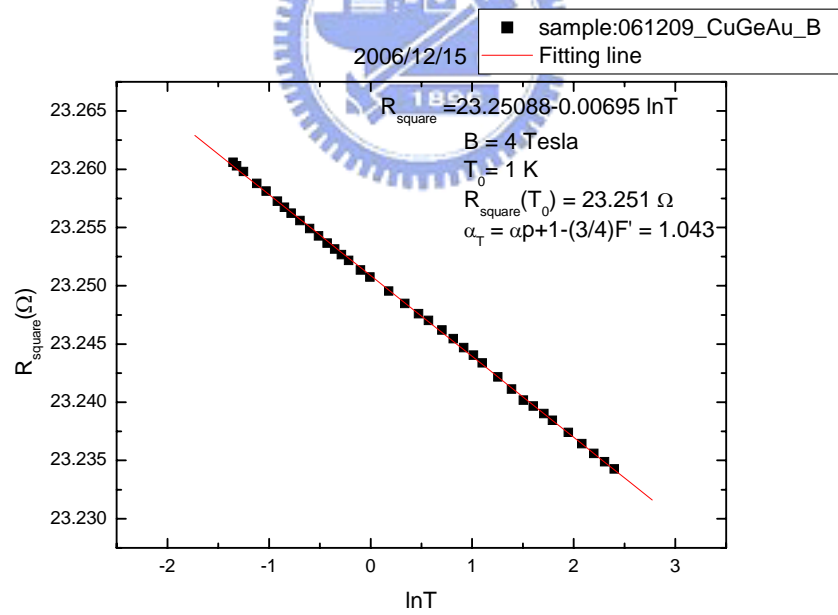


(b)

(圖 6-3) 編號 2 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  的數據與分析圖形。其中(a)(b)分別為有無磁場的分析圖。

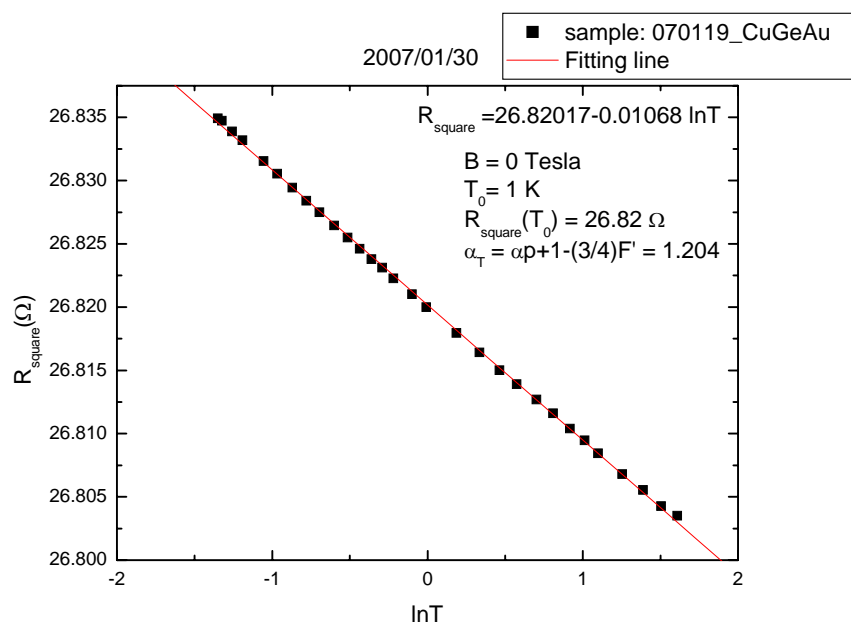


(a)

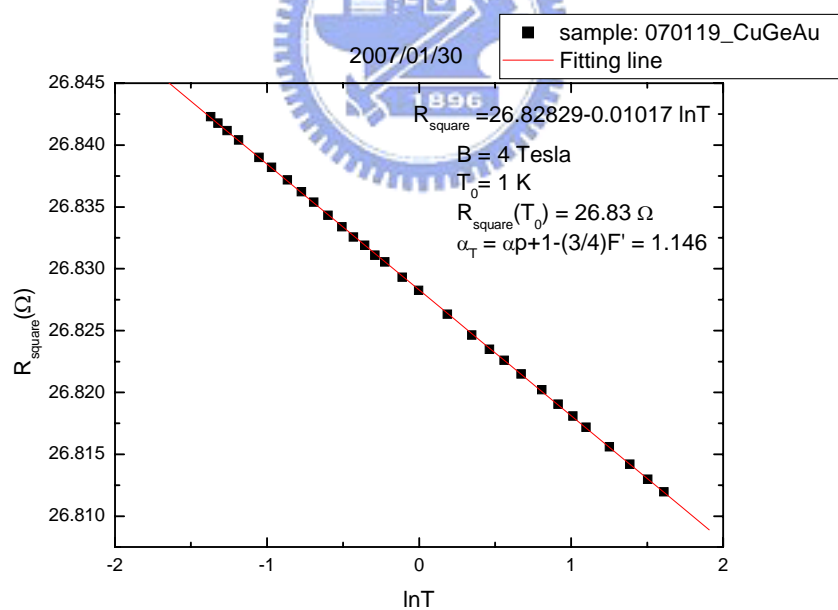


(b)

(圖 6-4) 編號 3 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  的數據與分析圖形。其中(a)(b)分別為有無磁場的分析圖。

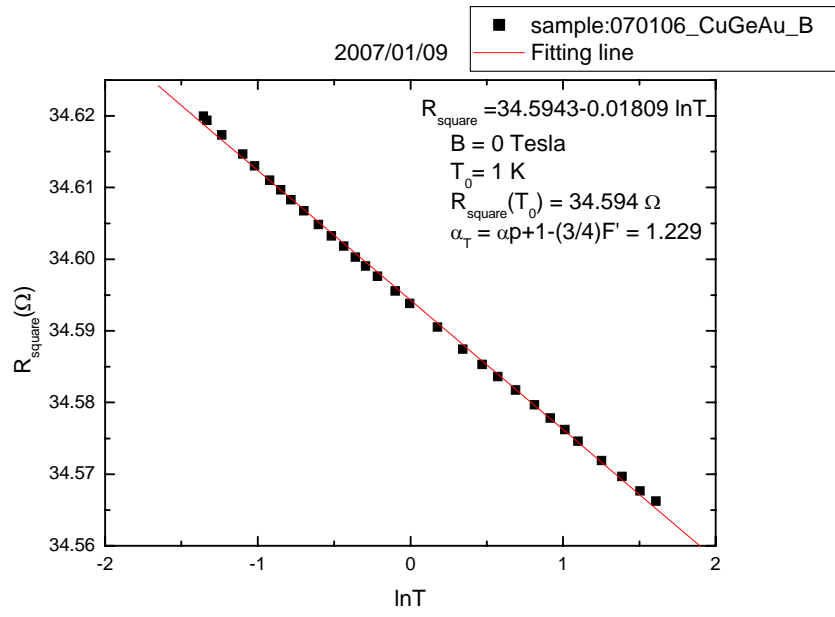


(a)

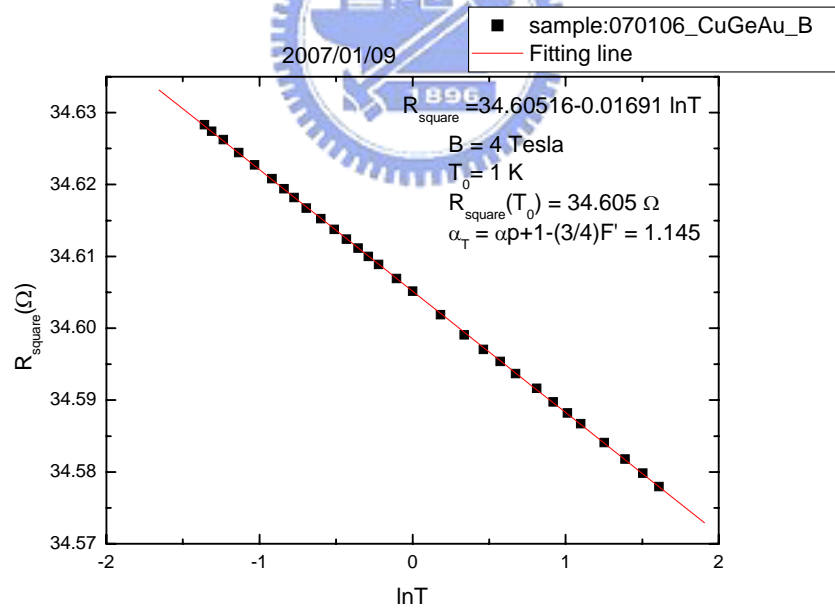


(b)

(圖 6-5) 編號 4 的  $\text{Cu}_9\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  的數據與分析圖形。其中(a)(b)分別為有無磁場的分析圖。



(a)



(b)

(圖 6-6) 編號 5 的  $\text{Cu}_9\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之  $R_{\text{square}}$  對溫度  $T$  的數據與分析圖形。其中(a)(b)分別為有無磁場的分析圖。

#	a 值誤差 ( $10^{-5}$ )	b 值誤差 ( $10^{-5}$ )	R_Square	SD ( $10^{-5}$ )	N	P
1a	0.89172	0.980992	0.99984	4.88396	30	<0.0001
1b	1.34681	1.37837	0.99964	7.56835	32	<0.0001
2	1.37301	1.52446	0.99968	7.52028	30	<0.0001
3	5.4522	6.7498	0.99891	28.2472	27	<0.0001
4	3.96556	4.3590	0.99953	2.17198	30	<0.0001
5	9.68651	10.7416	0.99901	53.0552	30	<0.0001

(表 6-1) 為此系列樣品無外加磁場的數據，分析後的統計數值。[註：N 值為納入分析的數據點數，皆為從最低溫的點往高溫的數據點數目，則分析範圍從最低溫 0.26 K 到溫度約為 5 K。]

#	a 值誤差 ( $10^{-5}$ )	b 值誤差 ( $10^{-5}$ )	R_Square	SD ( $10^{-5}$ )	N	P
1a	0.80321	0.84554	0.99981	4.39913	30	<0.0001
1b	0.88186	0.9233	0.9998	4.89829	31	<0.0001
2	0.73496	0.814844	0.99989	4.02554	30	<0.0001
3	2.64933	2.18235	0.99965	15.2589	37	<0.0001
4	1.38568	1.52487	0.99994	7.5895	30	<0.0001
5	2.53821	2.81603	0.99992	13.9024	30	<0.0001

(表 6-2) 為此系列樣品外加 4 Tesla 磁場的數據，分析後的統計數值。[註：N 值為納入分析的數據點數，皆為從最低溫的點往高溫的數據點數目，則分析範圍從最低溫 0.26 K 到溫度約為 5 K。]

## I -2. CuZrAl 合金塊材電阻對溫度之詳細數值分析結果

$Y = a - bX$  的結果， $Y$  對應到  $\rho$ 、 $X$  對應到  $\sqrt{T}$ 。

#	a 值誤差 ( $10^{-3}$ )	b 值誤差 ( $10^{-3}$ )	R_Square	SD ( $10^{-3}$ )	N	P
A1-2	3.17	1.05	0.99783	12.85	55	<0.0001
A2-2	5.85	1.93	0.99529	23.58	54	<0.0001

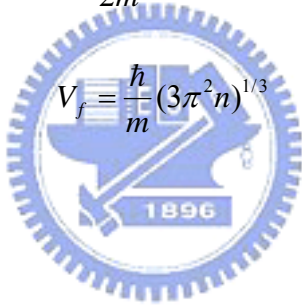
(表 6-3) CuZrAl 合金塊材於低溫下電阻和溫度的關係，分析後的統計數值。

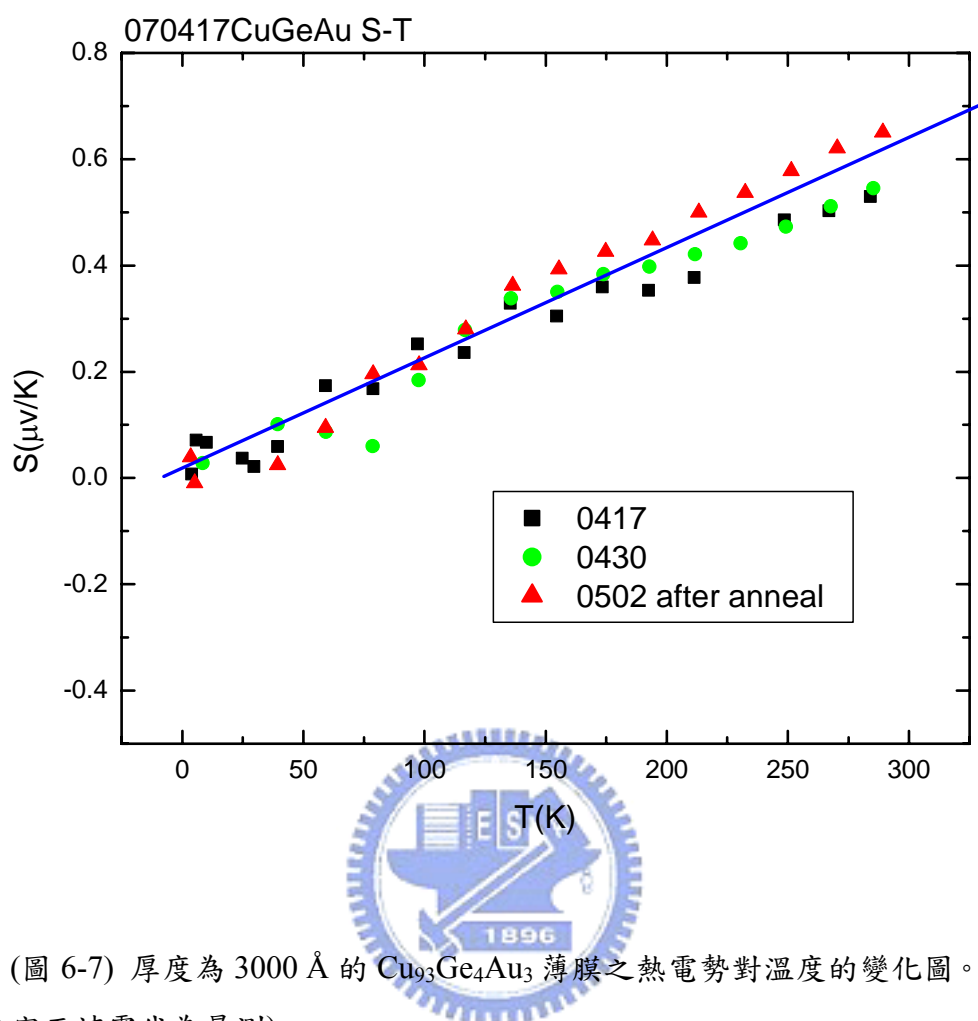


## II. Cu<sub>93</sub>Ge<sub>4</sub>Au<sub>3</sub> 薄膜之熱電勢量測與費米能量分析

此測量的樣品為厚度 3000 Å 的 Cu<sub>93</sub>Ge<sub>4</sub>Au<sub>3</sub> 薄膜，與第四章所討論的 3000 Å 之 Cu<sub>93</sub>Ge<sub>4</sub>Au<sub>3</sub> 薄膜為同一批製作出來的樣品。熱電勢的測量對溫度的變化，如圖 6-7 所示，其中黑色方點為第一次對此樣品作的測量、綠色原點為第二次對此樣品作的測量、而紅色三角形點為此樣品經過加熱退火後的測量。從圖中可看到熱電勢的值在越低溫的部份，上下起伏震盪越大，這可能來自量測上讀值的雜訊、和溫度是否穩定平衡的問題。也因為受限於訊號於低溫下的解析，使得此數據所能得到的資訊有限。從數據中，我們使用線性擬合的方式分析出費米能量  $E_F$  的大小。再由一些簡單的關係式，得到電子濃度  $n$  和費米速度  $v_F$  的大小，結果如表 6-4 所示。

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} \quad (6-1)$$


$$V_f = \frac{\hbar}{m} (3\pi^2 n)^{1/3} \quad (6-2)$$



(圖 6-7) 厚度為 3000 Å 的  $\text{Cu}_{93}\text{Ge}_4\text{Au}_3$  薄膜之熱電勢對溫度的變化圖。(由本實驗室王詩雯代為量測)

	第一次測量	第二次測量	加熱退火後	純銅
$E_F$ (eV)	12.867	12.224	10.6298	7
$n \times 10^{29}$ ( $N/m^3$ )	2.119	1.9626	1.59148	84.5
$v_F \times 10^6$ (m/s)	2.125	2.072	1.9323	1.57

(表 6-4) 經由熱電勢對溫度的量測，透過分析可得到費米能量、電子濃度、和費米速度的值。

## 參考文獻

- [1] Abrahams, E., Anderson, P. W., Licciardello, D. C., and Ramakrishnan, T. V., *Phys. Rev. Lett.* **42** 673 (1979).
- [2] Aicha A. R. Elshabini-Riad and Fred D. Barlow III, Thin Film Technology Handbook, McGraw-Hill, New York, 1997.
- [3] Anderson, P. W., *Phys. Rev.* **109**, 605 (1958).
- [4] Anthony Kent, Experimental Low-Temperature Physics, American Institute of Physics, New York, 1993.
- [5] Al'tshuler, B. L., Aronov, A. G. and Lee, P. A., *Phys. Rev. Lett.* **44** 1288 (1980).
- [6] Al'tshuler, B. L., Khmel'nitzkii, D. A., Larkin, L., and Lee, P. A., *Phys. Rev. B* **22** 5142 (1980).
- [7] Ashcroft, N. W. and Mermin, N. D., Solid State Physics, Saunders College, 1976.
- [8] Belitz, D., *Phys. Rev. B* **36** 2513 (1987).
- [9] Bergmair, G., *Phys. Rev. Lett.* **48** 1046 (1982)
- [10] Bergmair, G., *Phys. Rev. B* **28** 2914 (1983).
- [11] Bergmair, G., *Phys. Rev. Lett.* **53** 1100 (1984).
- [12] Charles Kittel, Introduction to Solid State Physics, 8<sup>th</sup> edition, Wiley, 2005.
- [13] Chaudhari, P., and Habermeier, H. U., *Phys. Rev. Lett.* **44** 40 (1980).
- [14] Cichorek, T., Sanchez, A., Gegenwart, P., Weickert, F., Wojakowski, A., Henkie, Z., Auffermann, G., Paschen, S., Knip, R., and Stelich, F., *Phys. Rev. Lett.* **94** 236603 (2005).
- [15] Cox, D. L. and Zawadowski, A., *Advances in Physics* **47** 599 (1998).

- [16] Dolan, G. J. and Osheroff, D. D., *Phys. Rev. Lett.* **43** 721 (1979).
- [17] Dugdale, J. S., The electrical properties of disordered metals, Cambridge, 1995.
- [18] Gilles Montambaux, “Coherence and interactions in diffusive systems”, Strongly Correlated Electron Systems, p.1~p.20, National Tsing Hua University, 2006/11.
- [19] Giordano, N., *Phys. Rev. B* **22** 5635 (1980).
- [20] Giordano, N., Gilson, W., and Prober, D. E., *Phys. Rev. Lett.* **43** 725 (1979).
- [21] Guy K. White and Philip J. Meeson, Experimental Techniques in Low-Temperature Physics, Oxford, 2002.
- [22] Howson, M. A., Hickey, B. J., and Shearwood, C., *J. Phys. F* **16** L 175 (1986).
- [23] KEITHLEY, Low Level Measurements Handbook, 6<sup>th</sup> edition, Keithley Instruments, 2004.
- [24] Lin, J. J. and Wu, C. Y., *Phys. Rev. B* **48** 5021 (1993).
- [25] Wu, C. Y. and Lin, J. J., *Phys. Rev. B* **50** 385 (1994).
- [26] Wu, C. Y., Jian, W. B., and Lin, J. J., *Phys. Rev. B* **52** 15479 (1995).
- [27] Lin, J. J. and Wu, C. Y., *Physica B* **219&220** ,68 (1996).
- [28] Lin, J. J. and Wu, C. Y., *Phys. Rev. B* **57** 11232 (1998).
- [29] L. Li, Lin, S. T., C. Dong, and Lin, J. J., *Phys. Rev. B* **74** 172201 (2006).
- [30] Lindqvist, P., Rapp, O., Sahnoune, A., and Strom-Olsen, J. O., *Phys. Rev. B* **41** 3841 (1990).
- [31] Rammer, J. and Schmid, A., *Phys. Rev. B* **34** 1352 (1986).
- [32] Sergeev, A. and Mitin, V., *Phys. Rev. B* **61** 6041(2000).
- [33] Thouless, D. J., *Phys. Rev. Lett.* **39** 1167 (1977).

[34] 吳志原，「鈦合金超導體中之電子-聲子散射時間和電子-電子交互作用」，國立台灣大學，博士論文，民國八十五年。

[35] 盛寶徵，「鈦鋁合金與鎳薄膜中低溫量子傳輸性質之研究」，國立交通大學，碩士論文，民國八十八年。

[36] 邱劭斌，「金鋁合金中之電子-聲子散射時間之研究」，國立交通大學，碩士論文，民國八十九年。

