國立交通大學
工 業 工 程 與 管 理 學 系

碩士論文

基於顧客最低需求承諾之存貨模式

Inventory Model Under a Customer's Minimum-Commitment Contract

研究生：林秉琦
指導教授：許錫美 博士

中華民國九十六年六月

基於顧客最低需求承諾之存貨模式

Inventory Model Under a Customer's Minimum-Commitment Contract

研 究 生：林秉琦　　Student : Ben-Chi Lin
指導教授：許錫美 博士　　Advisor : Dr. Hsi-Mei Hsu

國立交通大學
工業工程與管理學系
碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Industrial Engineering and Management

College of Management

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master of Science

In

Industrial Engineering

June 2007

Hsin-Chu, Taiwan, Republic of China

中 華 民 國 九 十 六 年 六 月

基於顧客最低需求承諾之存貨模式

研究生：林秉琦　　　　　　　　　　　　指導教授：許錫美博士

國立交通大學工業工程與管理研究所

中文摘要

電子相關產品變化快速，顧客需求不確定，企業面臨該備多少料的問題。若備料不足，無法滿足客戶需求，可能導致客戶流失；反之，若備太多料，在價格快速下跌的環境下，可能導致極高的存貨成本。

本論文假設製造商的生產數量受限於關鍵零組件的採購量，組裝產能無限，客戶期末需求為已知的機率分配，其參數由客戶期初的承諾購買量決定，製造商期初向上游供應商訂貨 Q 個關鍵零組件。期末客戶確定實際需求時，若備料不足，製造商需以較高的價格緊急訂貨，緊急訂貨量受限於期初採購量。本論文的利潤函數包含兩種缺貨成本及存貨成本。缺貨分為低於承諾量的缺貨、及高於承諾量但低於實際需求的缺貨兩種；存貨分為低於承諾量的存貨，及高於承諾量的兩種不同的存貨成本。

本論文構建數學模式，以最佳的期望利潤最大化為目標，利潤函數包含收益及成本，成本函數包含產品的生產成本、期末存貨和缺貨成本，本論文提出求最佳採購量的解法，並探討各參數對期望利潤的影響。

關鍵辭:供貨契約、承諾量、報童模式

Inventory Model Under a Customer's Minimum-Commitment

Student：Ben-Chi Lin Advisor : Dr. Hsi-Mei Hsu

Institute of Industrial Engineering National Chiao Tung University

ABSTRACT

Rapidly changes in the marketplace of electronic products are forcing manufacturers emphasizing their inventory policies for decreasing inventory costs to enhancing competitiveness. In this study, we investigate a customer's minimum-commitment contract in which customer provides a minimum-commitment order quantity for a particular key component at the beginning of period. Customer's real demand is uncertainty. Because of the presence of a lead time, manufacturer should make a decision to determine an initial ordering quantity for the key component at the beginning of the period. A rush order, with a higher unit cost and having upper quantities bound, is permitted at the end of the period. In this study, we assume that the producing quantities are determined by the available quantities of the key component.

Due to the limitation of rush order quantity, two types of shortage cost /holding cost are considered in this study. One type of shortage /holding cost is that the available quantity of the particular key component is less than the minimum-commitments and also less/more than real demand, the others is that the available quantity is more than the minimum-commitments and also less /more than real demand. Unit shortage cost of the former is higher than that of the latter. On the contrary, Unit holding cost of the former is less than that of the latter.

Consider above-mentioned two types of shortage and holding costs, a profit model for manufacturer is formulated to determine the initial ordering quantity. We prove that the profit function is a concave function and we also provide a solution procedure. Finally, examples are given to illustrate the solution procedure.

Keywords：Supply Contracts, minimum-Commitment, Newsvendor Problem

致謝

本論文承蒙恩師許錫美博士細心指導與鼓勵，使本文得以完成；恩師更以治學與研究上嚴謹態度，給予我深刻的影響，在此謹以短短幾句話代表我無限的感恩。

在求學的過程中，經歷所上老師的細心教導，也讓我有一窺學術殿堂之浩瀚；並在口試期間，彭德保博士、巫木誠博士與陳文智博士提供許多寶貴的意見與指導，使得本文得以更為完備，在此致上最誠摯的敬意。

在就讀研究所二年期間，感謝博士班學長英森，在論文期間熱心的提供寶貴的意見。此外也感謝同寢室好友富騰、進銘、聖銓的協助與砥礪。也感謝同研究室的泰盛學長、昌甫學長、東森、宣榮、庭勳、艾苓及學弟們，感謝你們在精神上和生活中的協助與鼓勵，讓我能夠順利地度過這兩年充實的研究生涯，增添生活上的樂趣，更帶給我無限的回憶。

最後感謝我最親愛的家人，在我求學生涯中，給予無比的支持與鼓勵，感謝他們的養育及栽培，提供我良好的求學環境，使我無後顧之憂的完成學業。

在此僅以本論文獻給我愛的家人、關心我的師長及支持我的同學、朋友們。祝福大家平安、幸福!!

目錄

表目錄

圖目錄

第一章 序論

1.1 研究背景與動機

電子相關產品變化快速，顧客需求不確定，導致企業面臨該備多少料的問題。台灣電子相關產業的 ODM 廠商為避免客戶流失，會盡可能滿足顧客需求，訂定供貨契約。本論文假設製造商的生產數量主要受限於關鍵零組件的採購量，其與顧客訂定的供貨契約如下: 客戶期末需求不確定，但需在期初提出期末的承諾購買量。製造商依據此資訊，在期初向上游供應商訂購 Q 個關鍵零組件。到期末客戶確定實際需求時，若製造商備料不足，製造商需以較高的價格向供應商緊急訂貨，緊急採購量有上限。當實際需求低於承諾量時，顧客在期末僅拿走其實際需求量，且僅付實際需求量的款項。雖然剩餘的貨顧客以後一定會取走，但拿貨的時間不確定，且取走時才會付款，此情況會造成製造商的資金囤積。反之，若實際需求高於採購量時，顧客埋怨製造商備貨不足，要求緊急購料製造補貨，緊急購料常無法滿足實際需求量，且購料價格亦較昂貴。

製造商若備貨不足無法滿足客戶承諾購買量時，顧客轉單的可能性極高，造成製造商極大的損失，這種缺貨成本很高；製造商若能滿足客戶承諾購買量，但無法滿足實際需求，這種缺貨成本較上述缺貨成本低。反之，當製造商備料過剩，因電子產品降價快速，將導致極高的存貨成本。

本論文假設製造商的生產數量主要受限於關鍵零組件的採購量，已知顧客的承諾量，該如何決定最佳的關鍵零組件採購數量，以最大化企業期望利潤。

台灣的 ODM 廠商常面臨上述情境,例如手機照相模組製造商即面臨每期該採購多少 CMOS 感測晶片的問題。

除第二章外，因假設製造商的產能無限，產品主要受限於主要零件的

備料量，故本文中將備貨量與生產數量，視為同義詞。

1.2 研究目的

本論文針對上述問題，以最大化利潤為目標，建構數學模式，決定其最佳的主要零組件採購量。並探討各參數對期望利潤的影響，以利決策者了解。

下表為本研究情境之整理。

表 1.1 研究之情境

項目	情境
通路結構	➢ 單一製造商與單一顧客。
顧客需求模組	➢ 期初承諾購買量 ➢ 期末實際需求不確定為已知的機率分配。
規劃週期	➢ 單期。
利潤函數考慮項目	➢ 產品的售價 ➢ 採購成本 ➢ 緊急採購成本 ➢ 低於承諾量的殘餘價值 ➢ 高於承諾量的殘餘價值 ➢ 低於承諾量的缺貨成本 ➢ 高於承諾量的缺貨成本
產品特性	➢ 單一主要零件的備料量決定生產數量
目的	➢ 製造商利潤最大化
決策變數	➢ 製造商期初向上游廠商採購主要零件的數量

1.3 研究範圍與限制

本研究主要以產品供應鏈中的中游製造商為研究對象，為了便於分析，存貨模式探討的範圍與限制如下：

1. 單一製造商和單一顧客的情況。
2. 製造商的產能無限，生產數量受單一主要零件之影響。
3. 緊急購料有數量限制，隨買隨到。
4. 期末剩餘的產品，將考慮其殘餘價值。

1.4 論文架構

本論文架構分為下列幾個步驟（如圖 1.1）：

- 訪談業界，蒐集並探討相關的文獻
- 定義問題
- 建構數學模式
- 數學模式求解方法
- 敏感度分析
- 結論與未來方向

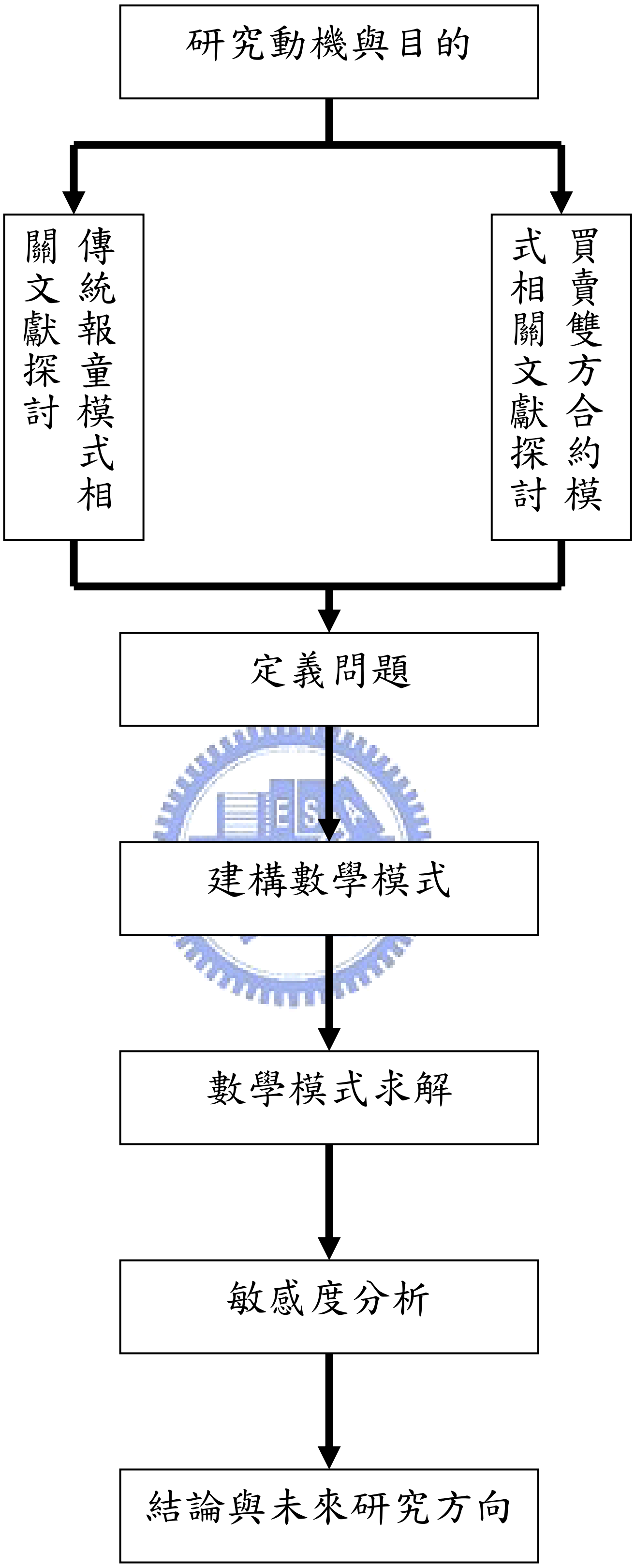
研究動機與目的
傳統報童模式相關文獻探討
買賣雙方合約模式相關文獻探討
定義問題
建構數學模式
數學模式求解
敏感度分析
結論與未來研究方向

圖 1.1 論文研究流程

第二章 文獻探討

本章將探討相關文獻。首先探討傳統的報童存貨相關文獻。隨之，探討買賣雙方合約模式相關文獻。

2.1 傳統的報童存貨問題

一般製造業之生產型態可區分為兩類：(1)訂貨生產(Make To Order);(2)存貨生產(Make To Stock)，兩種生產方式都需決定其每批次之最佳生產量，以使總成本最小化或總利潤最大化。在需求量固定之生產環境，主要以經濟訂購量(economic order quantity; EOQ)與經濟生產量(economic production quantity; EPQ)來計算最佳生產量。

當需求為機率性分配時，可用報童模式來解其相關問題。傳統報童模式假設為單期隨機需求，多餘的存貨以殘值出售。傳統的報童模式具有下列四個特性:

(1) 顧客的需求為已知機率分配的隨機變數。

(2) 零售商僅能在期初訂購。

(3) 產品具有時效性，在訂購期結束後，剩餘的產品無法供應下一期使用。

(4) 在期望利潤最大化或成本最小化下，決定零售商的訂購量。

以下將對報童模式應用之相關文獻作一彙整，依下列因素而有不同的模式：(1)需求型態;(2)數量折扣;(3)殘餘價值;(4)前置時間，分別列述如下：

(一)需求型態

首先針對不同需求型態之相關文獻做介紹，整理如下:

Burnetas 和 Smith【5】思考多期的產品定價與訂購量的問題，當易腐性產品且需求變動的情況下，探討價格、訂購量與銷售水準之間的關係。

Lau 和 Lau【11】提出易腐性產品的訂購量與定價的問題，作者將傳統的報童模式應用，考慮價格會影響需求的狀況，以回歸分析的方法，利用線性與非線性兩種模式來表示需求與價格的關係，探討價格和訂購量對利潤模式的影響。

(二) 數量折扣

在實際交易行為中，產品的單價與購買數量常常會互相影響，當購買較大數量的產品時，會享有較高數量折扣的優惠。而數量折扣的方式一般有:全部折扣(all-units-discount)，若購買量超過某一數量時，則所有的產品單價將給予折扣。另一種為增量折扣(incremental discount)，若購買量大於或等於某限定額時，則超過某數額的件數將給予折扣。

Tersine 和 Toelle【16】研究在需求固定及不允許缺貨的情況下，使用經濟訂購量的概念，考慮全部折扣和增量折扣，求得此兩種折扣下的最佳訂購量。

Wee【18】研究當損耗性產品有不同的損耗率的情況下，考量數量折扣和存貨策略，決定最佳的補貨時間和折扣價格，使得通路總成本最小化。

黃允成【19】研究易腐性產品且需求為機率性需求時，考量有數量折扣的情況下，思考兩階段訂價的報童模式，決定最佳訂購量與最佳定價，使得總期望利潤最大化。

(三) 殘餘價值

如果零售商在訂購期中無法銷售的產品，能夠將產品退回或加以利用，而收回全額或部分的金額，零售商在此模式下，將減少剩餘產品所帶來的儲存成本，使得零售商在考慮其訂購量時，會提高其訂購量，增加供應鏈的潛在需求。

Emmons 和 Gilbert【6】提出需求不確定，生產週期長，銷售期間短，

三項產品產銷特性下，製造商提供零售商將未售出產品退貨策略，分析製造商與零售商最大期望利潤的影響，以及對零售商的最佳定價與訂購量的影響，研究結果發現製造商與零售商可以經由合作提高通路利潤。

Padmanabhan 和 Peg【14】提出以製造商的立場來探討殘餘價值對整體通路利潤的影響，訂購期剩餘的產品，製造商將全額退費，並且與沒有退貨政策下的情境做比較，認為即使在市場需求量不具有隨機性的狀況下，此政策可以提高零售商銷售的競爭，進而增加製造商的利潤。

Pasternack【15】提出當零售商的需求量不確定時，產品的銷售價格為固定的狀況時，考慮單一訂購期的問題，分析在兩種退貨政策下，製造商的總利潤變化的情形，兩種退貨政策為:(1)製造商對零售商未銷售的產品將用原價收回；(2)製造商對零售商未銷售的產品將低於原價收回。

(四) 前置時間

物料由請購到驗收入庫的這一段時間，稱為前置時間，此時間可分為固定狀態、機率性及不確定性三種。

Ben-Daya 和 Raouf【4】研究在不允許缺貨的情況下，如何決定最佳的訂購量與前置時間，以達到期望總成本最小化。

Liao 和 Shyu【10】研究當需求為不確定，且前置時間內的趕工成本有不同的線性函數時，在給定訂購量的情形下，如何求得最佳的再訂購點、安全存量及前置時間。

Ouyang 和 Wu【12】研究當需求的機率分配未知但需求的平均數與標準差已知的情況時，考量允許欠撥與考量銷售損失的存貨模型，求得最佳的訂購量與前置時間。

2.2 買賣雙方合約模式

買賣雙方合約模式主要是探討買賣雙方如何根據合約條件與限制，來決定最佳的存貨策略，獲得最大利潤或最小成本的問題。

Anupindi 和 Bassok【1】探討買方存貨策略，雙方簽訂合約，註明在某訂購期限內買方總購買產品金額的上下界，必須滿足總金額的下界，而超過其下界，且未超過其上界時，產品的購買價格將給予折扣。當買方需求不確定，其需求分配已知時，如何決定買方在折扣價格與正常價格下的購買量，使得總期望成本最小，作者建立此問題的數學規劃模式，求解最佳的購買量。

Bassok和Anupindi【2】探討買方多期的訂購策略。雙方簽訂合約，規定在某期限內，買方需購買的數量，並決定每一個訂購期的訂購數量，使得期望總成本最小化。

Bassok 等學者【3】探討多期的生產策略問題，以買方的立場考量兩種決策變數的彈性:(1)購買數量的彈性。(2)承諾購買量的彈性，買方會承諾每個訂購期的承諾購買量，但實際購買量是准許某種程度的彈性。當需求不確定而需求分配已知的情況下，在期望成本最小化的目標下建立數學規劃模型，求解買方的最佳承諾量和購買量。

Hsu 等學者【7】探討製造商與顧客之間生產數量的問題，在訂購期期初時，顧客會對需求作出預測，由於產品的單位售價與製造商購買零件的單位生產成本皆與時間有關，較早交付給顧客的產品，單位售價較高，而較晚購買零件的單位生產成本較低，作者建立總利潤函數的數學模型，藉由解此模型得到最佳購買零件的數量與時間

Huang 等學者【8】探討供應商與顧客之間訂購量的問題，以顧客的觀點，在期初時，顧客根據需求預測評估其訂購量，在需求預測更新後，可對期初訂購量做有限制的修改，作者利用動態規劃的方法，首先建立總成

本函數，求解如何決定期初和修正後的訂購量，得到期望總成本的最小化。

Junqueira 等學者【9】探討買賣雙方單期的存貨策略，期初時，買方會給予賣方其需求預測，並且根據預測值決定承諾購買量，賣方則會根據預測決定承諾的生產數量，在此合約形式中，賣方同意支付兩種類型的罰款:(1) 賣方承諾生產量無法滿足顧客預測量的罰款。(2) 賣方生產量無法滿足承諾量的罰款。在買方需求不確定時，以期望利潤最大化為目標，建立數學規劃模型，求解最佳的生產數量。

Ozer 和 Wei【13】探討供應商產能規劃的問題，由於供應商與製造商的需求預測資訊的不對稱性，及製造商有較準確的需求預測，如何充分的達到資訊分享，作者主要利用兩種合約模式:(1)供應商提供合約，合約中說明如果提供多少的產能，則製造商必須支付多少的成本。(2)製造商在產能規劃前，及可先預定其需求，預先定購的產品成本較低。藉由此兩種合約模式，達到預測資訊分享。作者利用數學規劃模型，以利潤最大化為目標，求解最佳的產能規劃問題。

Wang 和 Tsao【17】探討買賣雙方單期的兩階段訂購策略，第一階段期初時，買方會根據預測決定其訂購量，在第二階段時，買方則可根據預測更新對期初訂購量做有限制的修改，作者利用數學規劃模型，求解買方如何決定期初訂購量和修改期初訂購量的幅度，可達到期望利潤最大。

可將買賣雙方合約模式相關文獻整理如表 2.1:

表 2.1 買賣雙方合約模式文獻之整理

作者	決策變數	情境	研究目的
Anupindi 和 Bassok【1】	正常價格下的購買量與折扣價格下的購買量	考慮需求為一隨機變數時，買賣雙方彼此會簽訂合約，合約中註明購買量的上下界，買方在固定的期間內，購買量必須超過下界，而未超過上界時，產品將給予折扣。	買方總期望成本最小化
Bassok 和 Anupindi【2】	訂購期的訂購數量	考慮需求為一隨機變數時，製造商規定零售商在某期限內，買方必須訂購的數量，在此條件下，買方必須決定每一訂購期的訂購量。	買方總期望成本最小化
Bassok 等學者【3】	訂購期的承諾購買量和實際購買量	考慮買方的訂購量和承諾訂購量的彈性，建立其數學模式，決定最佳的訂購量和承諾量。	買方總期望成本最小化
Hsu 等學者【7】	主要零件的訂購數量與時間點	當訂購期期初時，顧客會對需求作出預測，由於產品的單位售價與製造商購買零件的單位生產成本皆與時間有關，較早交付給顧客的產品，單位售價較高，而較晚購買零件的單位生產成本較低，作者建立總利潤函數的數學模型，藉由解此模型得到最佳購買零件的數量與時間	買方總期望利潤最大化

Huang 等學者【8】	期初訂購量與修正訂購量	探討供應商與顧客之間訂購量的問題，在期初時，顧客根據需求預測決定其訂購量，在需求預測更新後，可對期初訂購量做有限制的修改，作者利用動態規劃的方法，求解如何決定期初和修正後的訂購量，得到期望總成本的最小化。	買方總期望成本最小化
Junqueira 等學者【9】	承諾量生產量和實際生產量	製造商對零售商做出承諾生產量，而實際生產量可能會有所差距，考慮在此情境下，製造商需支付兩種類型的罰款，一種為承諾量無法滿足預測值，另一種為生產量無法滿足承諾量，探討在兩種類型的罰款下，如何決定最佳生產策略。	賣方總期望利潤最大化
Ozer 和 Wei【13】	訂購期的產能規劃	思考當供應商與製造商預測資訊不對稱，及製造商有較準確的需求預測時，要如何利用兩種合約模式:(一)保留產能合約模式(二)預先訂購合約模式。達到充分的資訊分享，決定最佳的產能規劃。	供應商期望利潤最大化
Wang 和 Tsao【17】	期初訂購量與修正訂購量	思考單期兩階段的訂購策略，第一階段決定期初訂購量，第二階段根據資訊的更新對期初訂購量作修正。	買方總期望利潤最大化

2.3 本研究與過去不同的地方

1. 存貨單位殘值與缺貨單位成本會隨顧客的承諾量（預測量）、備料數量與實際需求量三者間的差異而不同。換言之有兩種不同的存貨單位殘值與缺貨單位成本。
2. 期末緊急訂購量受限於期初訂購量，期末緊急訂購量等於期初採購量$(Q)\times$緊急採購彈性(β)。

第三章 模式建構及求解

3.1 問題描述

本論文針對訪談電子相關產業的 ODM 廠商與顧客訂定供貨的契約內容，探討的問題情境如下：

1. 顧客在期初承諾購買量，稱為承諾量。
2. 顧客期末需求不確定，為已知的機率分配，顧客期初的承諾量決定該分配的參數。
3. 主要零件的備料數量決定製造商的生產數量。主要零件須於期初向上游供應商購買 Q，期末客戶實際需求確認，如果製造商備料不足，可以緊急採購，緊急採購除了成本較高外，亦有數量的限制。緊急採購量等於期初採購量$(Q)\times$緊急採購彈性(β)。
4. 存貨分為兩種類型:(1)低於承諾量的存貨(2)高於承諾量的存貨。

當期末顧客確定實際需求確定，其數量與承諾量可能會有差異。當實際需求量低於承諾量時，期末顧客僅拿走其實際需求量，且僅付實際需求量的款項。其與承諾數量的差額，顧客以後一定會取走，但拿貨的時間不確定，且取走時才會付款。本論文於期末時將此種存貨以殘餘價值決算。若製造商備料數量超過承諾數量及實際需求量時，此種存貨製造商要自己負責，這種存貨的期末殘餘價值較上述殘餘價值低。

5. 缺貨分為兩種類型:(1)低於承諾量的缺貨(2)高於承諾量的缺貨。

若實際需求高於備料量時，可緊急購料，購料數量有上限，且價格亦較高。若備料不足，不能滿足承諾量時，顧客轉單的可能性極高，造成製造商極大的損失，這種缺貨成本很高；若備料能夠滿足承諾量但無法滿足實際需求時，這種缺貨成本較上述缺貨成本低。

在上述情境下（如圖 3.1 所示），以期望利潤最大化為目標，建構數學

模式，決定最佳期初製造商向上游供應商主要零組件的購買量。

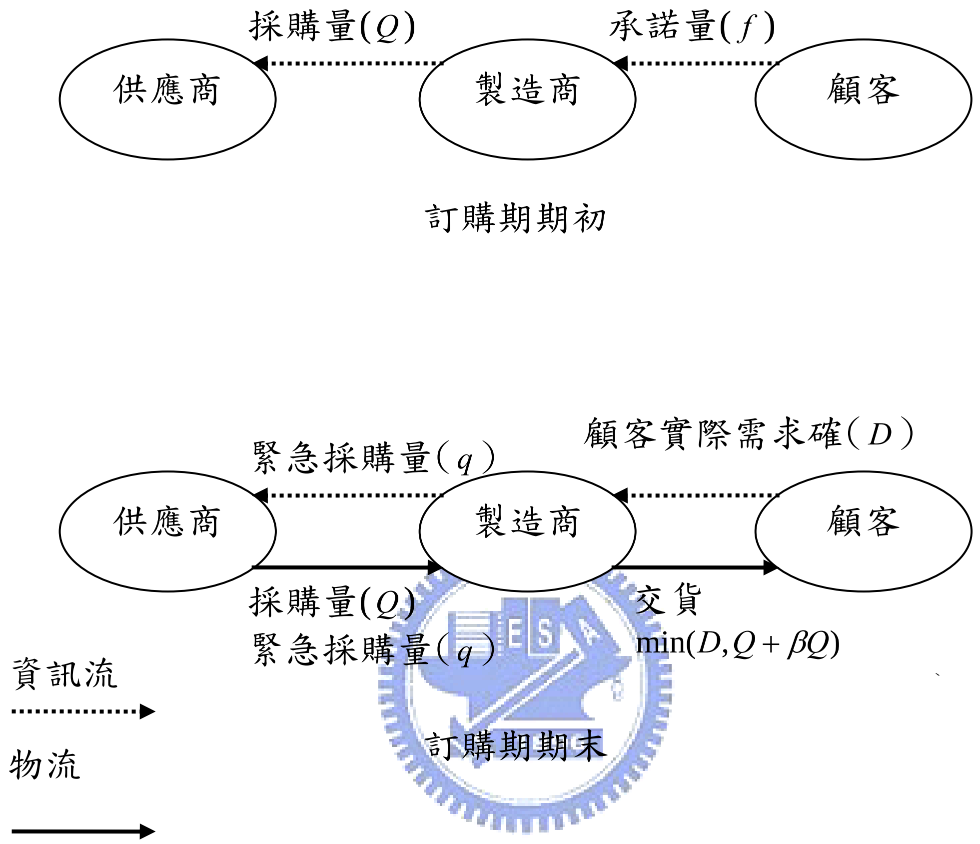

圖 3.1 研究情境

3.2 符號定義與說明

P:產品的單位售價

C_1:期初單位採購成本

C_2:緊急購料時的單位採購成本

C_{h_1}:低於承諾量所產生的單位殘餘價值

C_{h_2}:高於承諾量所產生的單位殘餘價值

C_{s_1}:低於承諾量所產生的單位缺貨成本

C_{s_2}:高於承諾量所產生的單位缺貨成本

f:承諾量

D : 實際需求

Q : 製造商期初採購主要零件的數量

q : 緊急採購量，緊急採購量的上限= βQ

β : 緊急採購量的彈性（$0 \le \beta \le 1$）

$\Pi(Q)$: 總期望利潤

$L(Q)$: 期初採購量為 Q 時，期望存貨殘值和缺貨成本

$f_D(x)$: 顧客需求的密度函數(density function)

$F_D(x)$: 顧客需求的分配函數(distribution function)

u : 需求變動的上界

l : 需求變動的下界

（假設 $P > C_2 > C_1 > 0, C_{s_1} > C_{s_2} > 0, C_1 > C_{h_1} > C_{h_2} > 0$）

3.3 模式之基本假設

本論文生產情境的兩個基本假設如下:

1. 顧客的需求為已知機率分配，由顧客期初的承諾量決定該分配的參數。
2. 製造商產能無限，因此主要零件的採購量即為生產數量。

3.4 數學模式之建構

以總期望利潤最大化為目標，建構數學模式，以決定製造商主要零件採購數量，由於顧客的實際需求為一隨機變數 x，本文假設其機率分配已知，顧客期初的承諾量決定該機率分配的參數。

期望利潤函數包含期望收益及期望成本，收益為產品銷售總額與期末剩餘產品的殘餘價值，而成本包括生產成本和缺貨成本。期望利潤函數說明如下:

當製造商的採購數量可以滿足顧客的需求時，則銷售量為顧客的需求量(D)，當製造商的採購量和緊急購料量仍無法滿足顧客的需求時，則銷售

量為製造商可提供的最大產品數量（$Q+\beta Q$），因此產品銷售收益如公式(3-1)：

（1）$P\min(D,Q+\beta Q)$ （3-1）

（2）正常採購量的生產成本如公式(3-2)：

$C_1 Q$ （3-2）

（3）緊急採購量的生產成本如公式(3-3)：

$C_2\max[\min\{D-Q,\beta Q\},0]$ （3-3）

（4）存貨殘值與缺貨成本函數如公式（3-4）：

$L(Q)$ （3-4）

總成本整理如公式(3-5)：

$C_1 Q+C_2\max[\min\{D-Q,\beta Q\},0]-L(Q)$ （3-5）

由收益(3-1)和成本(3-5)可以得到製造商單期的總利潤如公式(3-6)：

$\Pi(Q)=P\min(D,Q+\beta Q)-C_1 Q-C_2\max[\min\{D-Q,\beta Q\}]+L(Q)$ （3-6）

若不確認採購量 Q 與承諾量 f 之間的關係，則無法建立此問題的單一期望利潤函數。所以先限定 Q 的範圍，分成三種模式：（A）$f\le Q$（B）$Q\le f\le Q+\beta Q$（C）$Q+\beta Q\le f$，在考量顧客需求的機率分配下，又可對此三種模式下區分出幾種狀況：

模式 A：$f\le Q$

1. $Q+\beta Q\le f+u$ （A-1）
2. $Q\le f+u\le Q+\beta Q$ （A-2）
3. $f+u\le Q$ （不考慮）

當已知顧客需求上界時，製造商的期初採購量不可能超過其需求上界，故第三種狀況不考慮，合理之狀況分別歸類為 A-1 和 A-2 兩種。

如圖 3.2 所示：

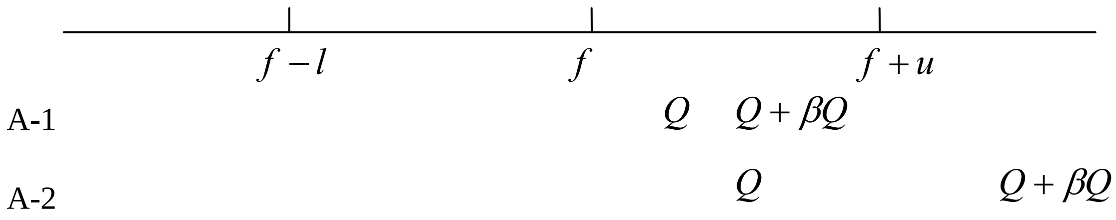

圖 3.2 $Q \geq f$ 的兩種狀況

模式 B: $Q \leq f \leq Q+\beta Q$

1. $Q+\beta Q \leq f+u$ 且 $Q \geq f-l$ （B-1）
2. $Q+\beta Q \leq f+u$ 且 $Q \leq f-l$ （不考慮）
3. $Q+\beta Q \geq f+u$ 且 $Q \geq f-l$ （B-2）
4. $Q+\beta Q \geq f+u$ 且 $Q \leq f-l$ （不考慮）

當已知顧客需求下界時，製造商的期初採購量不可能低於其需求下界，故第二種和第四種狀況不考慮，合理之狀況分別歸類為 B-1 和 B-2 兩種。

如圖 3.3 所示:

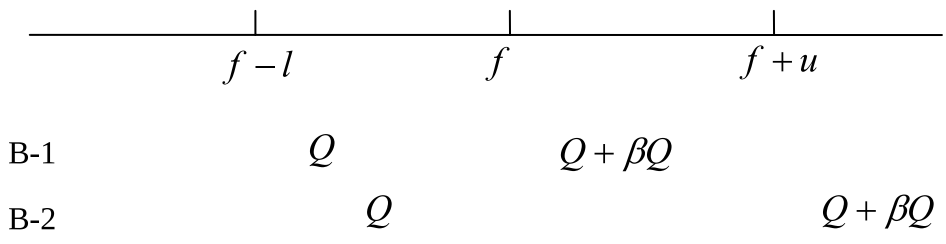

圖 3.3 $Q \leq f \leq Q+\beta Q$ 的兩種狀況

模式 C: $Q+\beta Q \leq f$

1. $f-l \leq Q$ （C-1）
2. $Q \leq f-l \leq Q+\beta Q$ （不考慮）

3. $Q+\beta Q \le f-l$　　（不考慮）

當已知顧客需求下界時，製造商的期初採購量不可能低於其需求下界，故第二種和第三種狀況不考慮，合理之狀況歸類為 C-1。

如圖 3.4 所示:

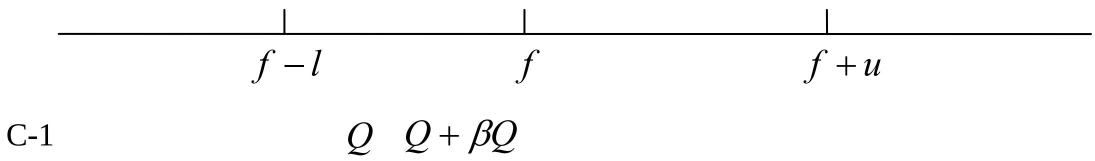

圖 3.4 $Q+\beta Q \le f$ 的一種狀況

◆ 模式 A:採購量大於或等於承諾量（$Q \ge f$）

因需求量D的範圍不同時，會產生不同的成本:

1. $D \le f$

兩種不同的存貨殘值

(1)（$f-D$)個單位的存貨，殘餘價值為($f-D$)C_{h_1}。

(2)（$Q-f$)個單位的存貨，殘餘價值為($Q-f$)C_{h_2}。

2. $f \le D \le Q$

(1) $(Q-D)$個單位的存貨，殘餘價值為$(Q-D)C_{h_2}$。

3. $Q \le D \le Q+\beta Q$

(1) 緊急採購$(D-Q)$個單位，緊急採購成本為C_2 $(D-Q)$。

(2) 無存貨或缺貨成本。

4. $Q+\beta Q \le D$

(1) 緊急採購βQ個單位，緊急採購成本為C_2 (βQ)。

(2)（$D-Q-\beta Q$)個單位的缺貨，缺貨成本為C_{s_2}($D-Q-\beta Q$)。

➢ 狀況 A-1：$Q+\beta Q \le f+u$

期望收益如公式(3-7)：

$$P\int_{f-l}^{Q+\beta Q} x f_D(x)dx + P\int_{Q+\beta Q}^{f+u} (Q+\beta Q) f_D(x)dx \tag{3-7}$$

期望緊急採購成本整理如公式(3-8)：

$$C_2\int_{Q}^{Q+\beta Q} (x-Q) f_D(x)dx + C_2\int_{Q+\beta Q}^{f+u} \beta Q f_D(x)dx \tag{3-8}$$

期望存貨殘值和期望缺貨成本如公式(3-9)：

$$L(Q) = C_{h_1}\int_{f-l}^{f}(f-x)f_D(x)dx + C_{h_2}\int_{f-l}^{f}(Q-f)f_D(x)dx + C_{h_2}\int_{f}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx -$$

$$C_{s_2}\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(x-Q-\beta Q)f_D(x)dx \tag{3-9}$$

根據公式(3-7)、(3-8)和(3-9)，可以得到總期望利潤函數整理如公式(3-10)：

$$\Pi_1(Q) = P\int_{f-l}^{Q+\beta Q} x f_D(x)dx + P\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(Q+\beta Q)f_D(x)dx - C_1 Q - C_2\int_{Q}^{Q+\beta Q}(x-Q)f_D(x)dx -$$

$$C_2\int_{Q+\beta Q}^{f+u}\beta Q f_D(x)dx + C_{h_1}\int_{f-l}^{f}(f-x)f_D(x)dx + C_{h_2}\int_{f-l}^{f}(Q-f)f_D(x)dx +$$

$$C_{h_2}\int_{f}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx - C_{s_2}\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(x-Q-\beta Q)f_D(x)dx \tag{3-10}$$

➢ 狀況 A-2：$Q \le f+u \le Q+\beta Q$

期望收益如公式(3-11)：

$$P\int_{f-l}^{f+u} x f_D(x)dx \tag{3-11}$$

期望緊急採購成本整理如公式(3-12)：

$$C_2\int_{Q}^{f+u}(x-Q)f_D(x)dx \tag{3-12}$$

期望存貨殘值和期望缺貨成本如公式(3-13)：

$$L(Q) = C_{h_1}\int_{f-l}^{f}(f-x)f_D(x)dx + C_{h_2}\int_{f-l}^{f}(Q-f)f_D(x)dx + C_{h_2}\int_{f}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx \tag{3-13}$$

根據公式(3-11)、(3-12)和(3-13)，可以得到總期望利潤函數整理如

公式(3-14):

$$\prod_1(Q) = P\int_{f-l}^{f+u} xf_D(x)dx - C_1Q - C_2\int_Q^{f+u}(x-Q)f_D(x)dx + C_{h_1}\int_{f-l}^{f}(f-x)f_D(x)dx$$

$$+C_{h_2}\int_{f-l}^{f}(Q-f)f_D(x)dx + C_{h_2}\int_f^Q(Q-x)f_D(x)dx \qquad (3\text{-}14)$$

◆ 模式 B:採購量小於或等於承諾量，且採購量加上緊急採購量上界是大於或等於承諾量（$Q \le f \le Q+\beta Q$）

因需求量D的範圍不同時，會產生不同的成本:

1. $D \le Q$

   (1) $(Q-D)$個單位的存貨，殘餘價值為$C_{h_1}(Q-D)$。

2. $Q \le D \le f$

   (1) 緊急採購$(D-Q)$個單位，緊急採購成本為$C_2(D-Q)$。

3. $f \le D \le Q+\beta Q$

   (1) 緊急採購$(D-Q)$個單位，緊急採購成本為$C_2(D-Q)$。

4. $Q+\beta Q \le D$

   (1) 緊急採購βQ個單位，緊急採購成本為$C_2(\beta Q)$。

   (2)（$D-Q-\beta Q$）個單位的缺貨，缺貨成本為$C_{s_2}(D-Q-\beta Q)$。

➢ 狀況 B-1: $Q+\beta Q \le f+u$ 且$Q \ge f-l$

期望收益如公式(3-15):

$$P\int_{f-l}^{Q+\beta Q} xf_D(x)dx + P\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(Q+\beta Q)f_D(x)dx \qquad (3\text{-}15)$$

期望緊急採購成本整理如公式(3-16):

$$C_2\int_Q^{Q+\beta Q}(x-Q)f_D(x)dx + C_2\int_{Q+\beta Q}^{f+u}\beta Qf_D(x)dx \qquad (3\text{-}16)$$

期望存貨殘值和期望缺貨成本如公式(3-17):

$$L(Q)=C_{h_1}\int_{f-l}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx-C_{s_2}\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(x-Q-\beta Q)f_D(x)dx \quad (3\text{-}17)$$

根據公式(3-15)、(3-16)和(3-17)，可以得到總期望利潤函數整理如公式(3-18):

$$\prod_2(Q)=P\int_{f-l}^{Q+\beta Q}xf_D(x)dx+P\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(Q+\beta Q)f_D(x)dx-C_1Q-C_2\int_{Q}^{Q+\beta Q}(x-Q)f_D(x)dx-$$
$$C_2\int_{Q+\beta Q}^{f+u}\beta Qf_D(x)dx+C_{h_1}\int_{f-l}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx-C_{s_2}\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(x-Q-\beta Q)f_D(x)dx \quad (3\text{-}18)$$

狀況 B-2: $Q+\beta Q\geq f+u$ 且 $Q\geq f-l$

期望收益整理如公式(3-19):

$$P\int_{f-l}^{f+u}xf_D(x)dx \quad (3\text{-}19)$$

期望緊急採購成本整理如公式(3-20):

$$C_2\int_{Q}^{f+u}(x-Q)f_D(x)dx \quad (3\text{-}20)$$

期望存貨殘值和期望缺貨成本如公式(3-21):

$$L(Q)=C_{h_1}\int_{f-l}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx \quad (3\text{-}21)$$

根據公式(3-19)、(3-20)和(3-21)，可以得到總期望利潤函數整理如公式(3-22):

$$\prod_2(Q)=P\int_{f-l}^{f+u}xf_D(x)dx-C_1Q-C_2\int_{Q}^{f+u}(x-Q)f_D(x)dx+C_{h_1}\int_{f-l}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx \quad (3\text{-}22)$$

◆ 模式 C:採購量加上緊急採購量上界是小於或等於承諾量（$Q+\beta Q\leq f$）

因需求量D的範圍不同時，會產生不同的成本:

1. $D\leq Q$

   (1) $(Q-D)$個單位的存貨，殘餘價值為$C_{h_1}(Q-D)$。

2. $Q\leq D\leq Q+\beta Q$

（1）緊急採購$(D-Q)$個單位，緊急採購成本為$C_2(D-Q)$。

3. $Q+\beta Q \le D \le f$

（1）緊急採購βQ個單位，緊急採購成本為$C_2(\beta Q)$。

（2）（$D-Q-\beta Q$）個單位的缺貨，缺貨成本為$C_{s_1}(D-Q-\beta Q)$。

4. $f \le D$

（1）緊急採購βQ個單位，緊急採購成本為$C_2(\beta Q)$。

有兩種不同的缺貨成本

(2) $(f-Q-\beta Q)$個單位的缺貨，缺貨成本為$C_{s_1}(f-Q-\beta Q)$。

(3) $(D-f)$個單位的缺貨，缺貨成本為$C_{s_2}(D-f)$。

➢ 狀況C-1: $f-l \le Q$

期望收益整理如公式(3-23):

$$P\int_{f-l}^{Q+\beta Q} x f_D(x)dx + P\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(Q+\beta Q)f_D(x)dx \tag{3-23}$$

期望緊急採購成本整理如公式(3-24):

$$C_2\int_{Q}^{Q+\beta Q}(x-Q)f_D(x)dx + C_2\int_{Q+\beta Q}^{f+u}\beta Q f_D(x)dx \tag{3-24}$$

期望存貨殘值和期望缺貨成本如公式(3-25):

$$L(Q) = C_{h_1}\int_{f-l}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx - C_{s_2}\int_{f}^{f+u}(x-f)f_D(x)dx - C_{s_1}\int_{f}^{f+u}(f-Q-\beta Q)f_D(x)dx$$

$$-C_{s_1}\int_{Q+\beta Q}^{f}(x-Q-\beta Q)f_D(x)dx \tag{3-25}$$

根據公式(3-23)、(3-24)和(3-25)，可以得到總期望利潤函數整理如公式(3-26):

$$\Pi_3(Q) = P\int_{f-l}^{Q+\beta Q} x f_D(x)dx + P\int_{Q+\beta Q}^{f+u}(Q+\beta Q)f_D(x)dx - C_1Q - C_2\int_{Q}^{Q+\beta Q}(x-Q)f_D(x)dx$$

$$-C_2\int_{Q+\beta Q}^{f+u}\beta Q f_D(x)dx + C_{h_1}\int_{f-l}^{Q}(Q-x)f_D(x)dx - C_{s_2}\int_{f}^{f+u}(x-f)f_D(x)dx -$$

$$C_{s_1}\int_{f}^{f+u}(f-Q-\beta Q)f_D(x)dx - C_{s_1}\int_{Q+\beta Q}^{f}(x-Q-\beta Q)f_D(x)dx \tag{3-26}$$

3.5 數學模式求解

對各種狀況的利潤函數利用一階與二階導函數求解最佳採購量。當二階導函數不為零且恆為負時，令一階導函數為零可求得最佳採購量，此採購量必須滿足採購量的限制式，如不符合必須做修正。當一階導函數恆為正或負時，則最佳採購量為其採購量限制式的端點上。

解題步驟如圖 3-5 所示:

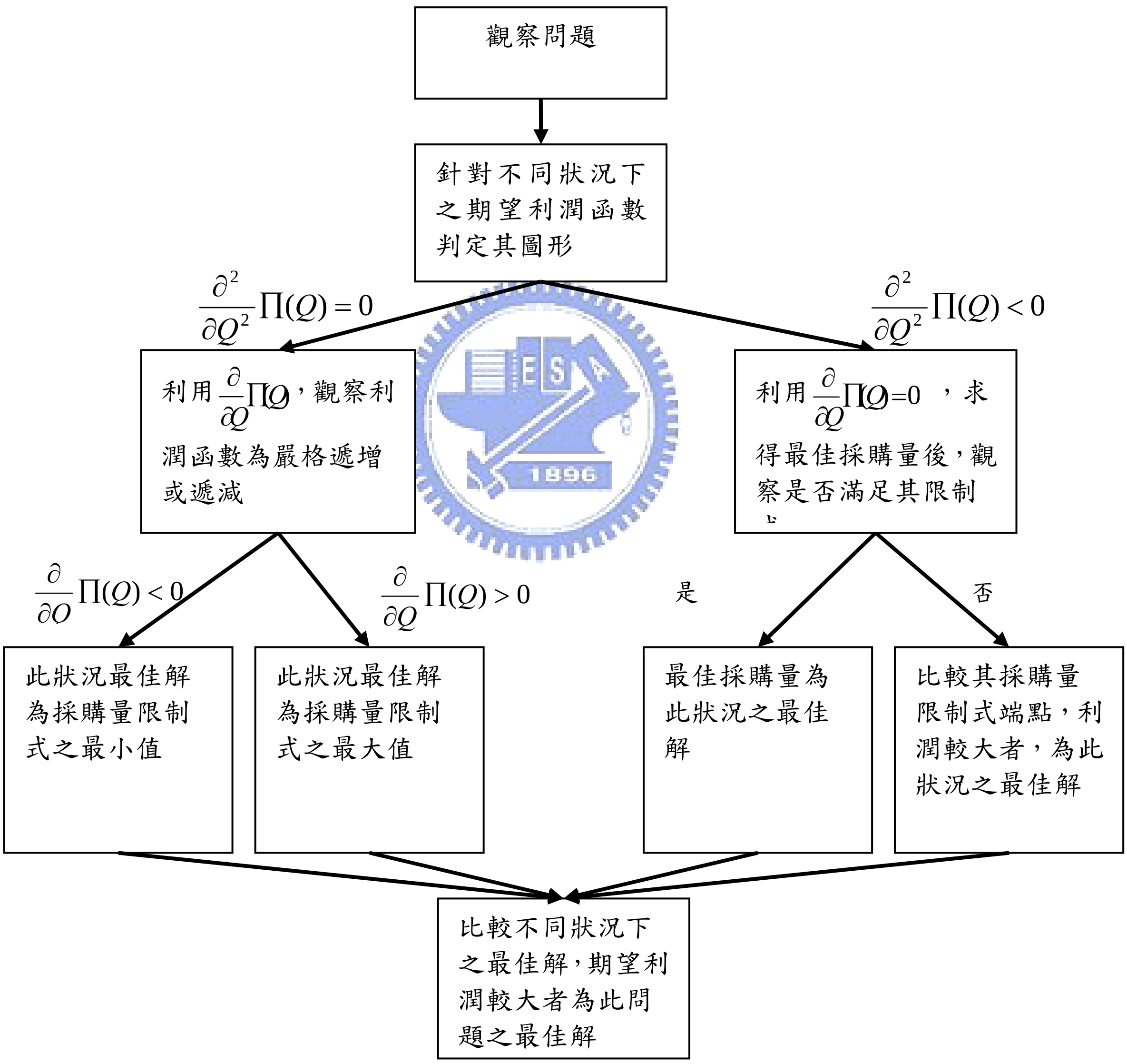

圖 3.5 解題步驟

由於顧客的實際需求為一隨機變數x，本文假設其機率分配已知，該分配的參數受給定的承諾量及隨機變動影響，其需求分配的平均數等於承諾量，且需求分配的上下界為$f+u$與$f-l$，三種模式的求解過程如下：

3.5.1 各種狀況下的採購量之限制式

由於各種狀況的期望利潤函數是根據採購量、緊急採購量、承諾量與需求機率分配彼此的關係所建立的，故採購量必須符合特定的限制式時，此期望利潤函數才適用。將各種狀況下採購量的限制式整理如表 3-1:

狀況	採購量的限制式
A-1	$f \le Q \le \frac{f+u}{1+\beta}$
A-2	$\begin{cases} \frac{f+u}{1+\beta} \le Q \le f+u & \text{當}\ \frac{f+u}{1+\beta} \ge f \\ f \le Q \le f+u & \text{當}\ \frac{f+u}{1+\beta} \le f \end{cases}$
B-1	$\begin{cases} \frac{f}{1+\beta} \le Q \le f & \text{當}\ f \le \frac{f+u}{1+\beta}\ \text{且}\ \frac{f}{1+\beta} \ge f-l \\ f-l \le Q \le f & \text{當}\ f \le \frac{f+u}{1+\beta}\ \text{且}\ f-l \ge \frac{f}{1+\beta} \\ \frac{f}{1+\beta} \le Q \le \frac{f+u}{1+\beta} & \text{當}\ \frac{f+u}{1+\beta} \le f\ \text{且}\ \frac{f}{1+\beta} \ge f-l \\ f-l \le Q \le \frac{f+u}{1+\beta} & \text{當}\ \frac{f+u}{1+\beta} \le f\ \text{且}\ f-l \ge \frac{f}{1+\beta} \end{cases}$
B-2	$\begin{cases} \frac{f+u}{1+\beta} \le Q \le f & \text{當}\ f-l \le \frac{f+u}{1+\beta} \\ f-l \le Q \le f & \text{當}\ \frac{f+u}{1+\beta} \le f-l \end{cases}$
C-1	$f-l \le Q \le \frac{f}{1+\beta}$

表 3.1 各種狀況下採購量的限制式

各種狀況下利用一階導函數為零求得的最佳採購量須符合採購量的限制條件，最佳採購量與其限制條件之關係可分為三種情形:

(1) 若最佳採購量符合採購量限制式，則此解即為此狀況的最佳解。

(2) 若最佳採購量大於採購量限制式，則限制式的最大值為此狀況最佳解。

(3) 若最佳採購量小於採購量限制式，則限制式的最小值為此狀況最佳解。

3.5.2 各種狀況下的最佳採購量

模式 A：採購量大於或等於承諾量($Q \geq f$)

- 狀況 A-1: $Q+\beta Q \leq f+u$

二階導函數的結果如(3-27)式：

$$\frac{\partial^2}{\partial Q^2}\prod_1(Q) = f_D(Q+\beta Q)(1+2\beta+\beta^2)(-P+C_2-C_{s_2})$$

$$+ f_D(Q)\,(-C_2+C_{h_2}) \leq 0 \qquad (3\text{-}27)$$

根據二階導函數的結果發現，因產品的單位售價加上單位缺貨成本大於零件緊急採購的單位成本，且殘餘價值小於緊急採購成本，所以(3-46)式小於或等於 0。

根據二階導函數的結果，可將最佳採購量分成兩種情形:

(1) 當二階導函數恆為零時，最佳採購量為採購量限制式端點。

(2) 當二階導函數恆為負時，令一階導數為零，可求得最佳採購量。

一階導函數的結果如(3-28)式：

$$\frac{\partial}{\partial Q}\prod_1(Q) = P(1+\beta) - C_1 - C_2\beta + C_{s_2}(1+\beta) + F_D(Q+\beta Q)\,(1+\beta)$$

$$(-P+C_2-C_{s_2}) + F_D(Q)(-C_2+C_{h_2}) = 0 \qquad (3\text{-}28)$$

各種狀況皆可利用二階與一階導函數，求得狀況中之最佳採購量，經過採購量限制式的修正後，即為此狀況中的最佳解。

- 狀況 A-2: $Q \le f+u \le Q+\beta Q$

二導函數的結果如(3-29)式：

$$\frac{\partial^2}{\partial Q^2}\Pi_1(Q) = -f_D(Q)(C_2 - C_{h_2}) \le 0 \qquad (3\text{-}29)$$

一導函數的結果如(3-30)式:

$$\frac{\partial}{\partial Q}\Pi_1(Q) = C_1 - C_2 + F_D(Q)(C_2 - C_{h_2}) = 0 \qquad (3\text{-}30)$$

模式 B:採購量小於或等於承諾量，且採購量加上緊急採購量大於或等於承諾量（$Q \le f \le Q+\beta Q$）

- 狀況 B-1: $Q+\beta Q \le f+u$ 且 $Q \ge f-l$

二導函數的結果如(3-31)式：

$$\frac{\partial^2}{\partial Q^2}\Pi_2(Q) = f_D(Q+\beta Q)(1+2\beta+\beta^2)(-P+C_2-C_{s_2})$$
$$+ f_D(Q)\,(-C_2+C_{h_1}) \le 0 \qquad (3\text{-}31)$$

一導函數的結果如(3-32):

$$\frac{\partial}{\partial Q}\Pi_2(Q) = P(1+\beta) - C_1 - C_2\beta + C_{s_2}(1+\beta)$$
$$+ F_D(Q+\beta Q)(1+\beta)(-P+C_2-C_{s_2}) + F_D(Q)(-C_2+C_{h_1}) = 0 \qquad (3\text{-}32)$$

- 狀況 B-2: $Q+\beta Q \ge f+u$ 且 $Q \ge f-l$

二導函數的結果如(3-33)式：

$$\frac{\partial^2}{\partial Q^2}\prod_2(Q) = f_D(Q+\beta Q)(1+2\beta+\beta^2)(-P+C_2-C_{s_2})$$

$$+f_D(Q)\,(-C_2+C_{h_1})\le 0 \qquad (3\text{-}33)$$

一導函數的結果如(3-34)式:

$$\frac{\partial}{\partial Q}\prod_2(Q) = C_1 - C_2 + F_D(Q)(C_2 - C_{h_1}) = 0 \qquad (3\text{-}34)$$

模式 C:採購量加上緊急採購量小於或等於承諾量（$Q+\beta Q\le f$ ）

➢ 狀況 C-1: $f-l\le Q$

二導函數的結果如(3-35)式：

$$\frac{\partial^2}{\partial Q^2}\prod_3(Q) = f_D(Q+\beta Q)(1+2\beta+\beta^2)(-P+C_2-C_{s_1}) + f_D(Q)\,(-C_2+C_{h_1})\le 0 \qquad (3\text{-}35)$$

一導函數的結果如(3-36)式:

$$\frac{\partial}{\partial Q}\prod_3(Q) = P(1+\beta) - C_1 - C_2\beta + C_{s_1}(1+\beta) + F_D(Q+\beta Q)\,(1+\beta)\,(-P+C_2-C_{s_1})$$

$$+F_D(Q)(-C_2+C_{h_1}) = 0 \qquad (3\text{-}36)$$

第四章 案例分析與討論

為了進一步了解參數之變化對總期望利潤及最佳採購量之影響，乃對相關參數進行敏感度分析。假設顧客需求機率分配已知的情狀下，分別對相關參數之變化對期望利潤函數$\prod(Q)$及最佳採購量之影響進行分析。

4.1 案例分析

根據本論文所探討的問題，設定基本型參數，當基本型參數固定下，探討當參數變動時，對最佳期望利潤與最佳採購量的影響。

4.1.1 顧客需求呈均勻分配

基本型參數設定如下:

產品的單位售價P=250

期初單位採購成本C_1=50

緊急購料時產品的單位採購成本C_2=100

低於承諾量所產生的單位殘餘價值C_{h_1}=20

高於承諾量所產生的單位殘餘價值C_{h_2}=10

低於承諾量所產生的單位缺貨成本C_{s_1}=500

高於承諾量所產生的單位缺貨成本C_{s_2}=100

承諾量f=5000

緊急採購量的彈性β=0.1

需求變動的上界u=1000

需求變動的下界l=500

首先探討當需求呈均勻分配時，其分配呈$U(f-l,f+u)$且u和l皆大於零，$f-l$和$f+u$恆為正時，根據範例中基本型(0%)求得最佳採購量為5426.75件，最大期望利潤1033830，其採購量與期望利潤變化的情形如下圖4.1所示:

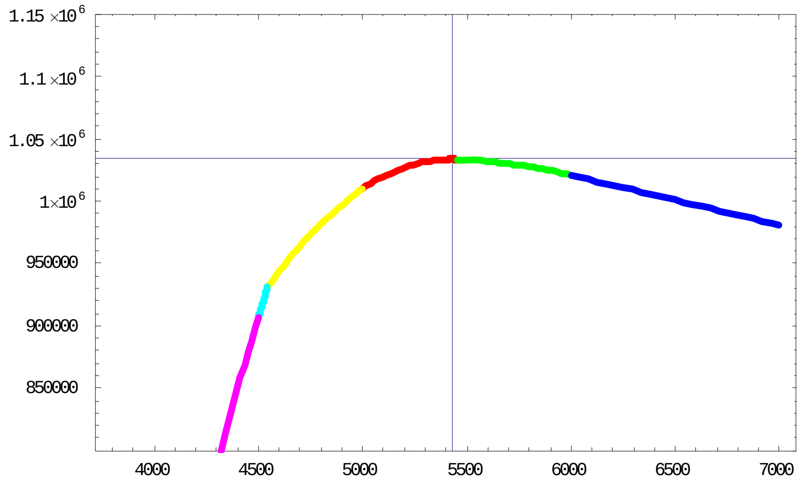

圖 4.1 基本型參數下採購量與期望利潤變化情形

根據基本型對參數做變動，觀察最佳解變化。

當 C_1=50 與 P 變動時對最佳解影響如下表(4.1)所示:

表 4.1 C_1=50 與 P 變動時對最佳解影響

P/C_1	2.5	3	3.5	4	4.5
P	125	150	175	200	225
Q	5409	5414	5418	5421	5424
$\Pi(Q)$	377640	508872	640107	771345	902585
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1
P/C_1	5	5.5	6	6.5	7
P	250	275	300	325	350
Q	5426	5428	5430	5431	5433
$\Pi(Q)$	1033830	1165070	1296310	1427560	1558800
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1

當 C_1=50 與 P 變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.2 所示:

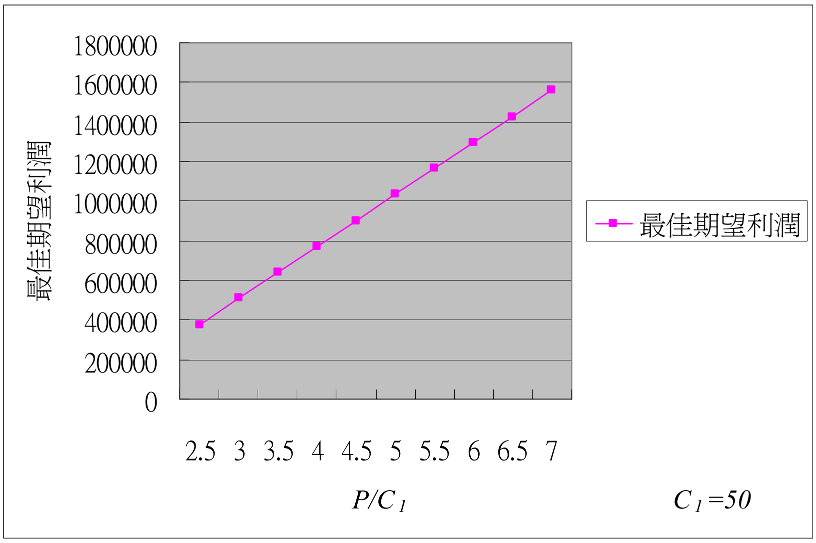

圖 4.2 C_1=50 與 P 變動時對最佳期望利潤影響

當 C_1=50 與 P 變動時對最佳採購量影響如圖 4.3 所示:

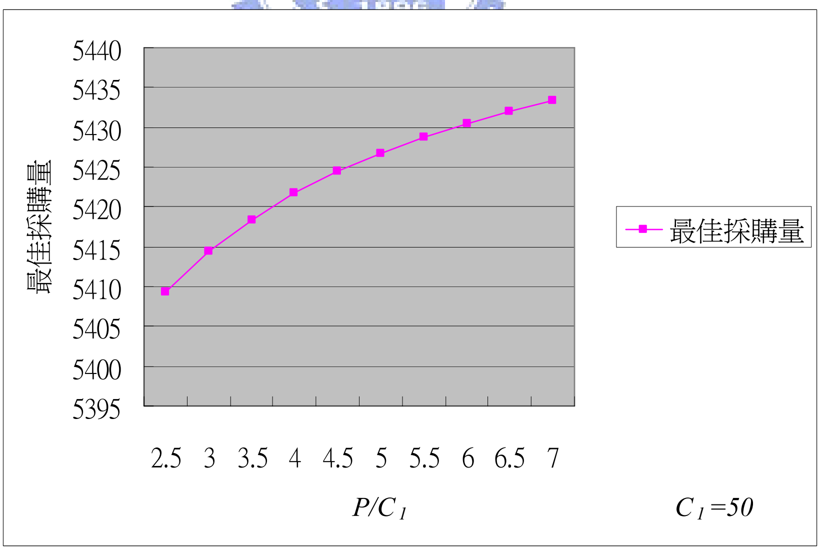

圖 4.3 C_1=50 與 P 變動時對最佳採購量影響

當C_1=50與C_2變動時對最佳解影響如下表(4.2)所示:

表 4.2 C_1=50與C_2變動時對最佳解影響

C_2/C_1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
C_2	60	70	80	90	100
Q	5372	5386	5399	5413	5426
$\Pi(Q)$	1038580	1037320	1036110	1034940	1033830
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1
C_2/C_1	2.2	2.4	2.6	2.8	3
C_2	110	120	130	140	150
Q	5440	5454	5500	5538	5571
$\Pi(Q)$	1032760	1031740	1030833	1030060	1029400
最佳解模式	A-1	A-1	A-2	A-2	A-2

當C_1=50與C_2變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.4 所示:

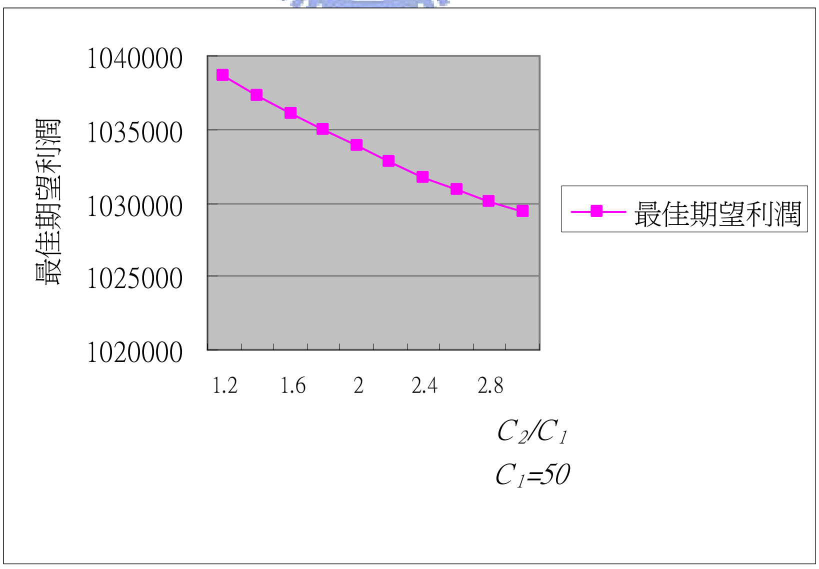

圖 4.4 C_1=50與C_2變動時對最佳期望利潤影響

當C_1=50 與C_2變動時對最佳採購量影響如圖 4.5 所示:

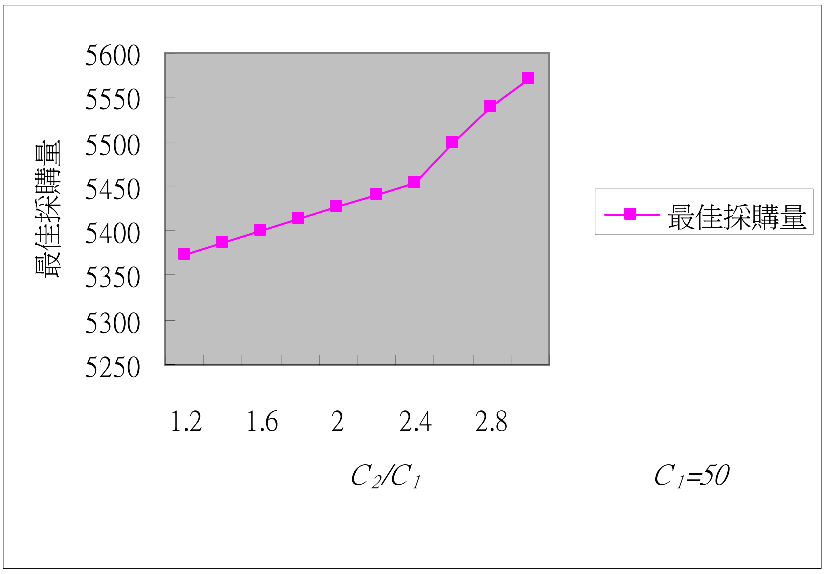

圖 4.5 C_1=50 與C_2變動時對最佳採購量影響

當C_1=50 與C_{h_1}變動時對最佳解影響如下表(4.3)所示:

表 4.3 C_1=50 與C_{h_1}變動時對最佳解影響

C_{h_1}/C_1	0.2	0.24	0.28	0.32	0.36
C_{h_1}	10	12	14	16	18
Q	5426	5426	5426	5426	5426
$\Pi(Q)$	1032990	1033160	1033330	1033490	1033660
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1
C_{h_1}/C_1	0.4	0.44	0.48	0.52	0.56
C_{h_1}	20	22	24	26	28
Q	5426	5426	5426	5426	5426
$\Pi(Q)$	1033830	1033990	1034160	1034330	1034490
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1

當C_1=50 與C_{h_1}變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.6 所示:

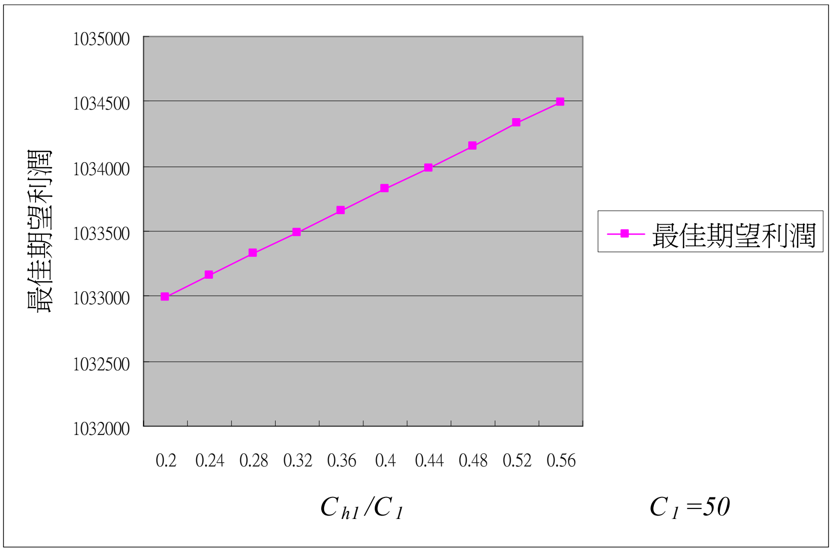

圖 4.6 C_1=50 與C_{h_1}變動時對最佳期望利潤影響

當C_1=50 與C_{h_1}變動時對最佳採購量影響如圖 4.7 所示:

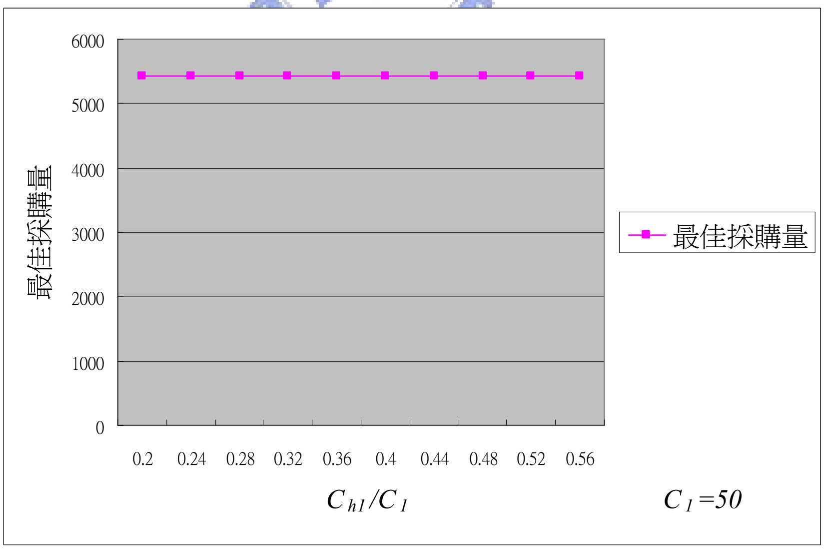

圖 4.7 C_1=50 與C_{h_1}變動時對最佳採購量影響

當C_1=50與C_{h_2}變動時對最佳解影響如下表(4.4)所示:

表 4.4 C_1=50與C_{h_2}變動時對最佳解影響

C_{h_2}/C_1	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18
C_{h_2}	5	6	7	8	9
Q	5415	5417	5419	5422	5424
$\Pi(Q)$	1032830	1033030	1033220	1033420	1033620
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1
C_{h_2}/C_1	0.2	0.22	0.24	0.26	0.28
C_{h_2}	10	11	12	13	14
Q	5426	5429	5431	5433	5436
$\Pi(Q)$	1033830	1034030	1034240	1034440	1034650
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1

當C_1=50與C_{h_2}變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.8 所示:

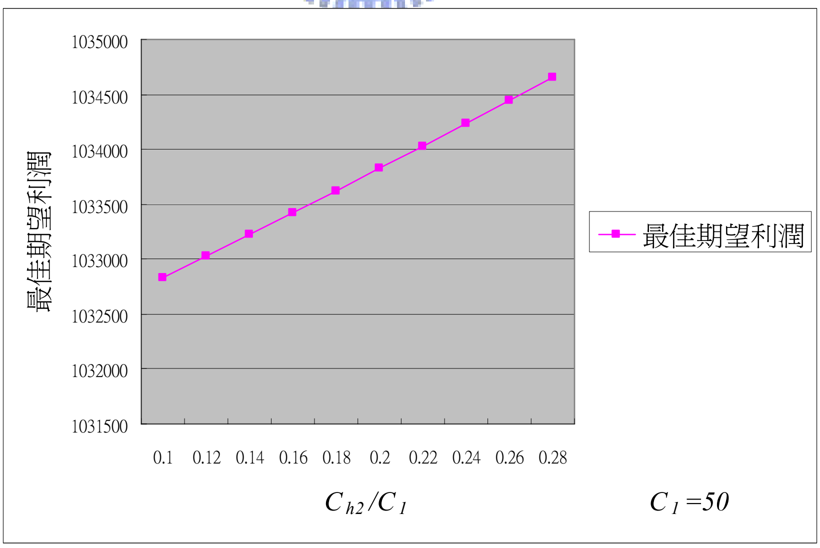

圖 4.8 C_1=50與C_{h_2}變動時對最佳期望利潤影響

當C_1=50與C_{h_2}變動時對最佳採購量影響如圖4.9所示：

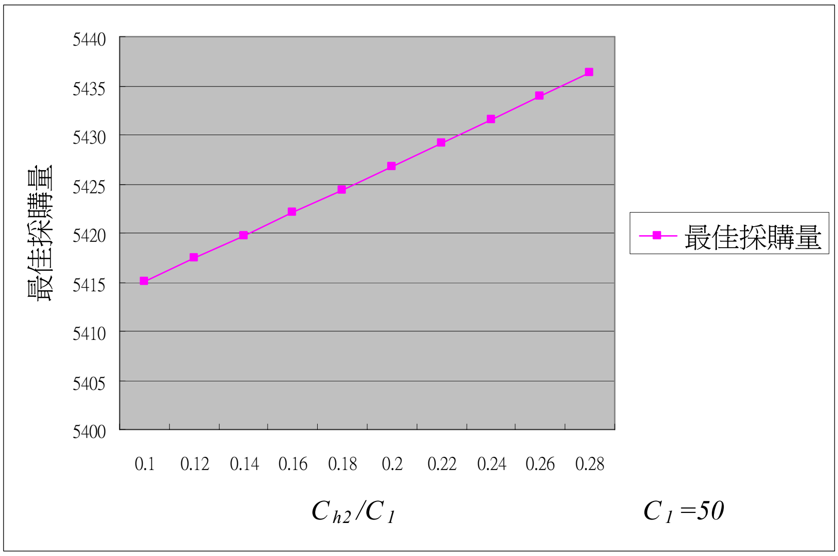

圖4.9 C_1=50與C_{h_2}變動時對最佳採購量影響

當C_1=50與C_{s_1}變動時對最佳解影響如下表(4.5)所示：

表4.5 C_1=50與C_{s_1}變動時對最佳解影響

C_{s_1}/C_1	5	6	7	8	9
C_{s_1}	250	300	350	400	450
Q	5426.75	5426.75	5426.75	5426.75	5426.75
$\Pi(Q)$	1033830	1033830	1033830	1033830	1033830
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1
C_{s_1}/C_1	10	11	12	13	14
C_{s_1}	500	550	600	650	700
Q	5426.75	5426.75	5426.75	5426.75	5426.75
$\Pi(Q)$	1033830	1033830	1033830	1033830	1033830
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1

當 C_1=50 與 C_{s_1} 變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.10 所示：

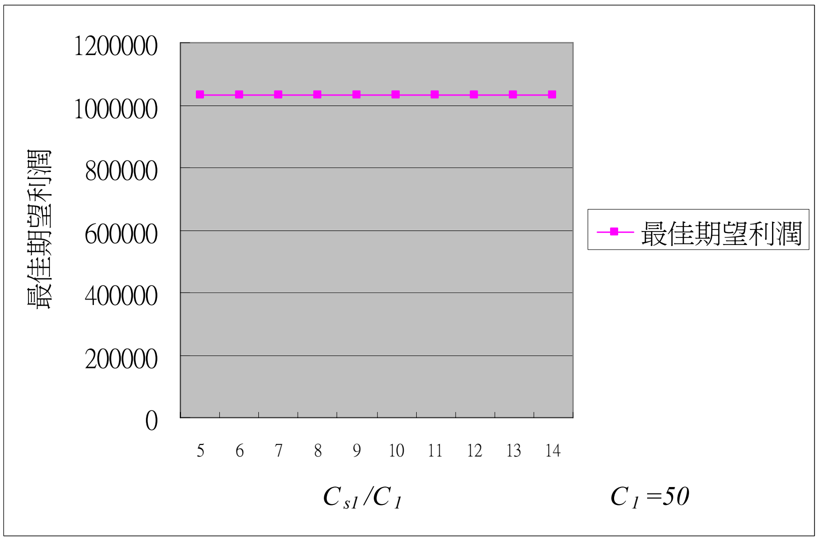

圖 4.10 C_1=50 與 C_{s_1} 變動時對最佳期望利潤影響

當 C_1=50 與 C_{s_1} 變動時對最佳採購量影響如圖 4.11 所示：

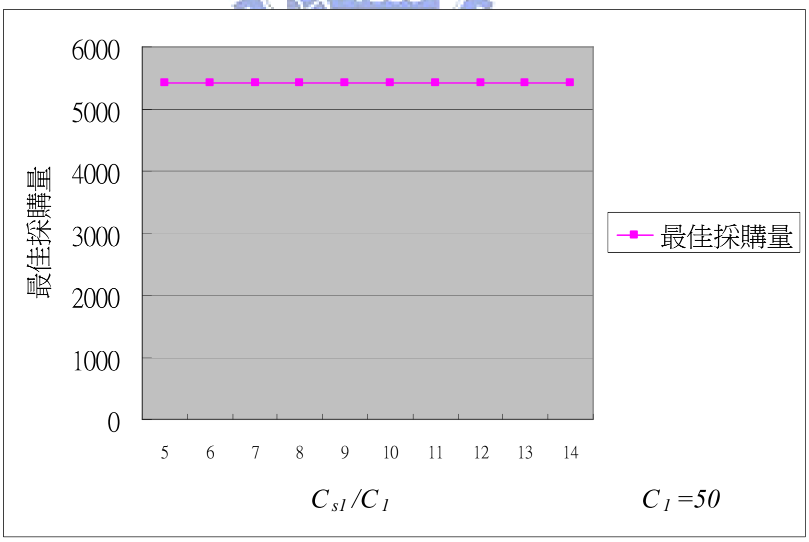

圖 4.11 C_1=50 與 C_{s_1} 變動時對最佳採購量影響

當C_1=50 與C_{s_2} 變動時對最佳解影響如下表(4.6)所示:

表 4.6 C_1=50 與C_{s_2} 變動時對最佳解影響

C_{s_2}/C_1	1	1.2	1.4	1.6	1.8
C_{s_2}	50	60	70	80	90
Q	5421	5422	5423	5424	5425
$\Pi(Q)$	1033850	1033845	1033840	1033835	1033830
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1
C_{s_2}/C_1	2	2.2	2.4	2.6	2.8
C_{s_2}	100	110	120	130	140
Q	5426	5427	5428	5429	5430
$\Pi(Q)$	1033825	1033820	1033815	1033810	1033805
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1

當C_1=50 與C_{s_2} 變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.12 所示:

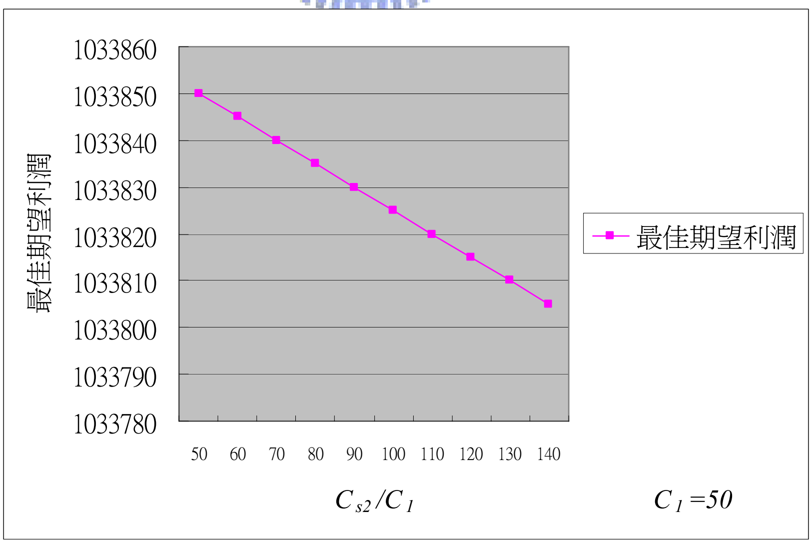

圖 4.12 C_1=50 與C_{s_2} 變動時對最佳期望利潤影響

當C_1=50 與C_{s_2}變動時對最佳採購量影響如圖 4.13 所示:

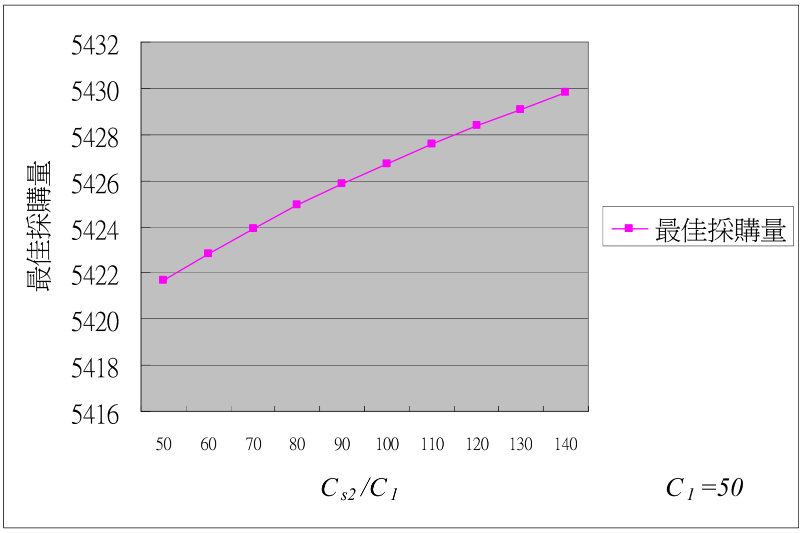

圖 4.13 C_1=50 與C_{s_2}變動時對最佳採購量影響

當緊急採購彈性變動時對最佳解影響如下表(4.7)所示:

表 4.7 緊急採購彈性變動時對最佳解影響

β	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
Q	5581	5541	5503	5464	5426
$\Pi(Q)$	1031740	1032450	1033030	1033490	1033830
最佳解模式	A-1	A-1	A-1	A-1	A-1
β	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
Q	5389	5351	5333	5333	5333
$\Pi(Q)$	1034050	1034150	1034170	1034170	1034170
最佳解模式	A-1	A-1	A-2	A-2	A-2

當緊急採購彈性變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.14 所示:

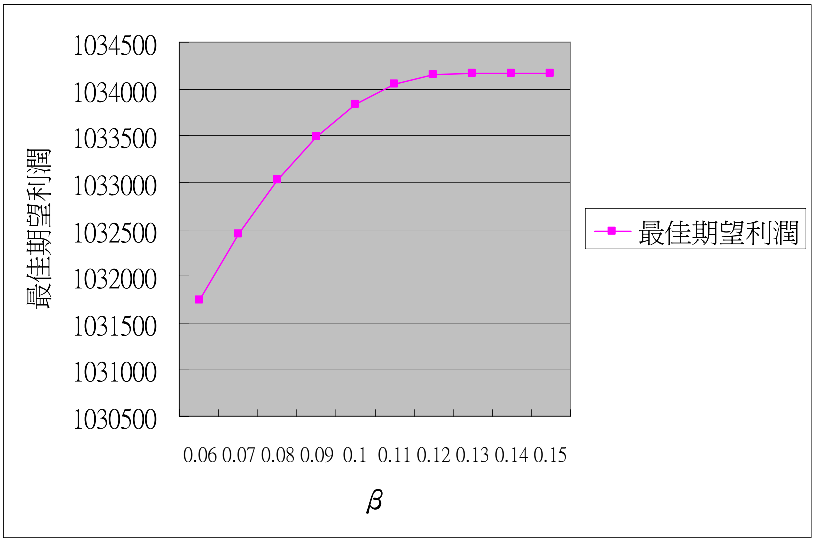

圖 4.14 緊急採購彈性變動時對最佳期望利潤影響

當緊急採購彈性變動時對最佳採購量影響如圖 4.15 所示:

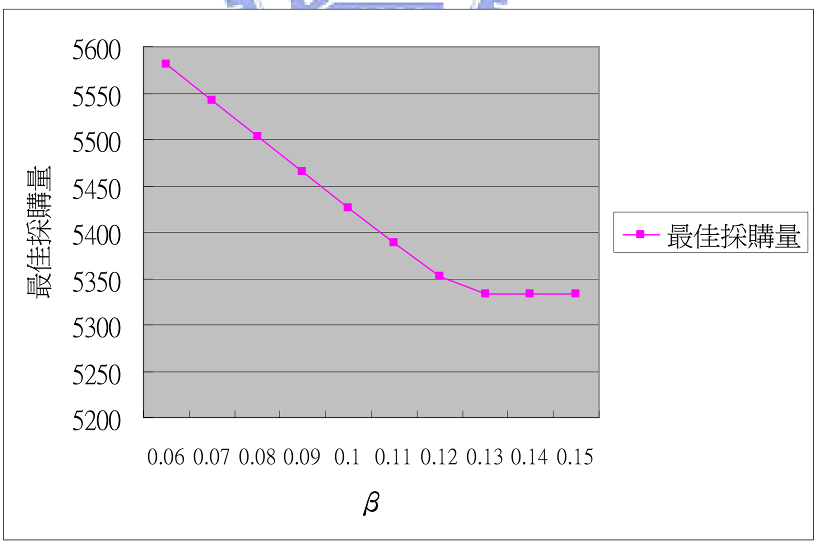

圖 4.15 緊急採購彈性變動時對最佳採購量影響

根據此範例的分析結果整理如下：

1. 當 C_1=50 且 P 增加時，其最佳期望利潤與最佳採購量呈現上升的趨勢，其原因為當產品的單位售價升高時，則產品銷售利潤也隨之升高，製造商會採購較多的量，避免缺貨。
2. 當 C_1=50 且 C_2 增加時，其最佳期望利潤呈現下降的趨勢，而最佳採購量呈現上升的趨勢，其原因為緊急採購成本增加時，製造商將會增加期初採購量，減少若備料不足時產生的緊急採購成本。且可以觀察到當最佳解模式改變時，其最佳採購量其斜率有明顯的變動。
3. 當 C_1=50 且 C_{h_1} 增加時，其最佳期望利潤呈現上升的趨勢，但最佳採購量呈現固定的現象，當最佳解為模式 A-1 時，C_{h_1} 增加期望利潤也同時增加，但 C_{h_1} 並不會影響此模式下最佳採購量。
4. 當 C_1=50 且 C_{h_2} 增加時，由於最佳解模式皆為 A-1，此模式下當 C_{h_2} 增加時，最佳期望利潤與最佳採購量也隨之增加。
5. 當 C_1=50 且 C_{s_1} 增加時，由於最佳解模式皆為 A-1，此模式下並不會產生小於承諾量的缺貨成本，故其最佳期望利潤與最佳採購量皆固定。
6. 當 C_1=50 且 C_{s_2} 增加時，其最佳期望利潤為遞減，而最佳採購量為遞增的，其原因為當此成本上升時，製造商若產生缺貨，需付出較多的缺貨成本，於是期初會採購較多的量來避免缺貨。
7. 當 β 增加時，最佳期望利潤呈現遞增而最佳採購量呈現遞減的情形，此原因為製造商能夠緊急採購的量增多時，故能夠避免較少的缺貨成本，且於期初時能夠減少採購量，如備貨不足時，則在緊急採購；而當採購彈性大到某一程度時，最佳解模式為 A-2，此狀況下 β 不會影響最佳期望利潤與最佳採購量。

4.1.2 顧客需求呈截斷式常態分配

當需求服從截斷式常態分配(truncated normal distribution) $N(f,\sigma^2)$，需求上下界為 3 個標準差且恆為正時，分別探討相關參數影響最佳期望利潤與最佳採購量變化情形。

■ 觀察參數相互關係下對最佳期望利潤與最佳採購量的影響

基本型如下: P=3000 C_1=2000 C_2=2500 C_{h_1}=1000 C_{h_2}=500 C_{s_1}=10000 C_{s_2}=600 μ=5000 σ=1500 β=0.5

根據基本型對參數做變動，觀察最佳解變化。

當 C_1=2000 與 P 變動時對最佳解影響如下表(4.8)所示:

表 4.8 C_1=2000 與 P 變動時對最佳解影響

P/C_1	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75
P	3000	3500	4000	4500	5000	5500
Q	4722	4808	4875	4930	4977	5000
$\prod(Q)$	4069480	6538030	9010590	11486000	13963500	16442800
最佳解模式	B-1	B-1	B-1	B-1	B-1	A-1 和 B-1

當 C_1=2000 與 P 變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.16 所示：

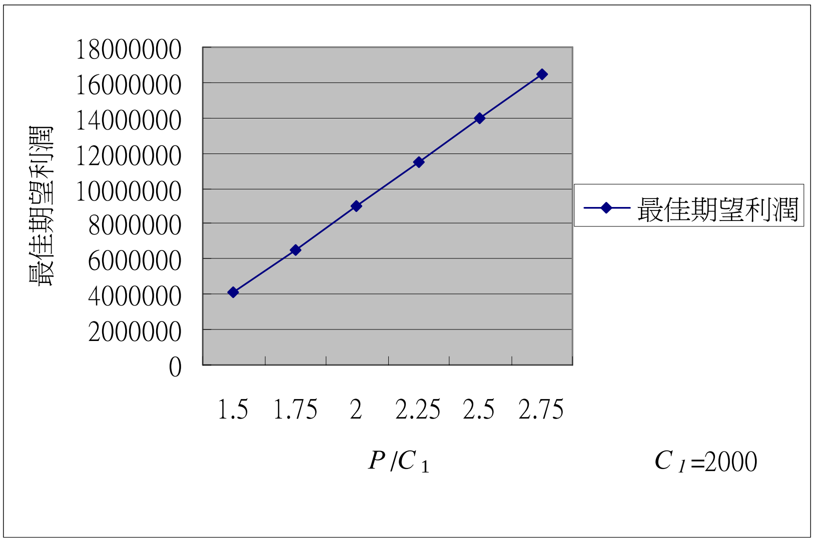

圖 4.16 C_1=2000 與 P 變動時對最佳期望利潤影響

當 C_1=2000 與 P 變動時對最佳採購量影響如圖 4.17 所示：

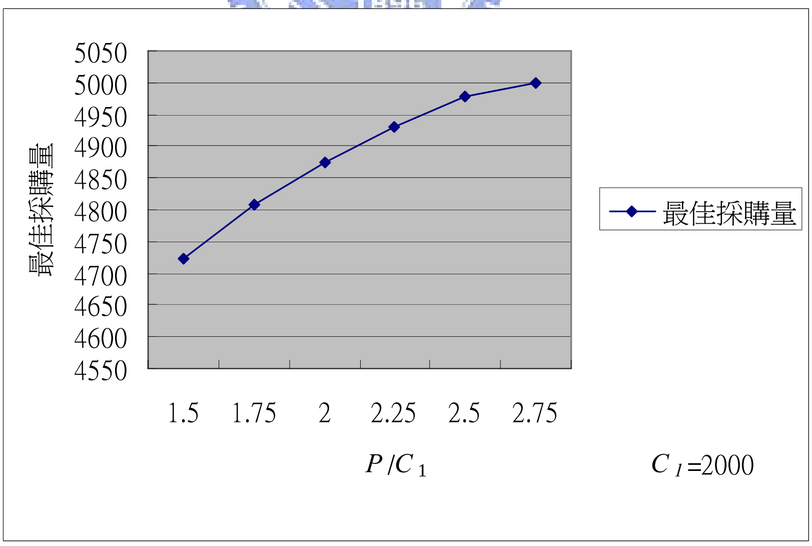

圖 4.17 C_1=2000 與 P 變動時對最佳採購量影響

當C_1=2000 與C_2變動時對最佳解影響如下表(4.9)所示：

表 4.9 C_1=2000 與C_2變動時對最佳解影響

C_2/C_1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5
C_2	2500	3000	3500	4000	4500	5000
Q	4722	5000	5014	5256	5459	5628
$\Pi(Q)$	4069480	3760090	3477380	3221370	3009550	2831170
最佳解模式	B-1	A-1 和 B-1	A-1	A-1	A-1	A-1

當C_1=2000 與C_2變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.18 所示：

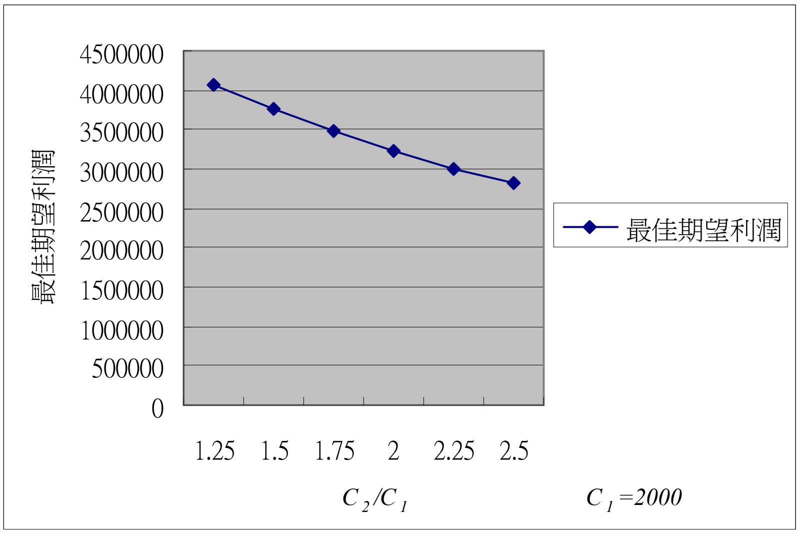

圖 4.18 C_1=2000 與C_2變動時對最佳期望利潤影響

當 C_1=2000 與 C_2 變動時對最佳採購量影響如圖 4.19 所示:

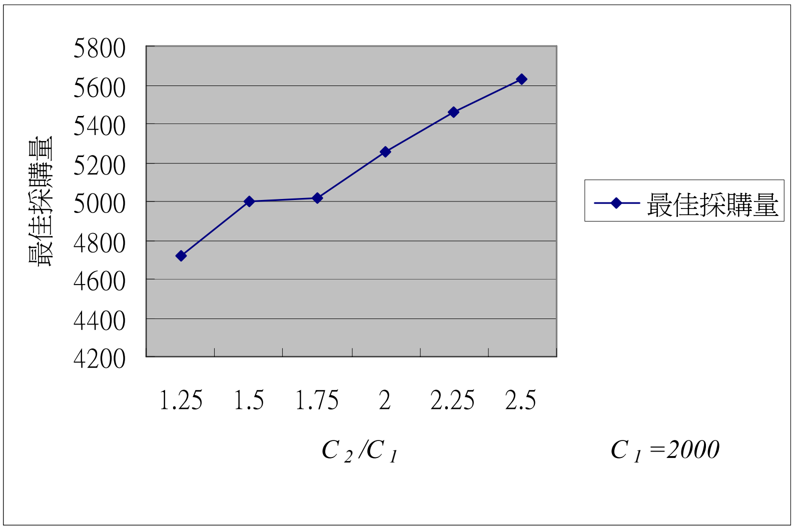

圖 4.19 C_1 與 C_2 比值變動時對最佳採購量影響

當 C_1=2000 與 C_{h_1} 變動時對最佳解影響如下表(4.10)所示:

表 4.10 C_1=2000 與 C_{h_1} 變動時對最佳解影響

C_{h_1}/C_1	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
C_{h_1}	800	1000	1200	1400	1600	1800
Q	4603	4722	4872	5000	5000	5000
$\Pi(Q)$	3983180	4069480	4166840	4279450	4397800	4516150
最佳解模式	B-1	B-1	B-1	A-1 和 B-1	A-1 和 B-1	A-1 和 B-1

當 C_1=2000 與 C_{h_1} 變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.20 所示：

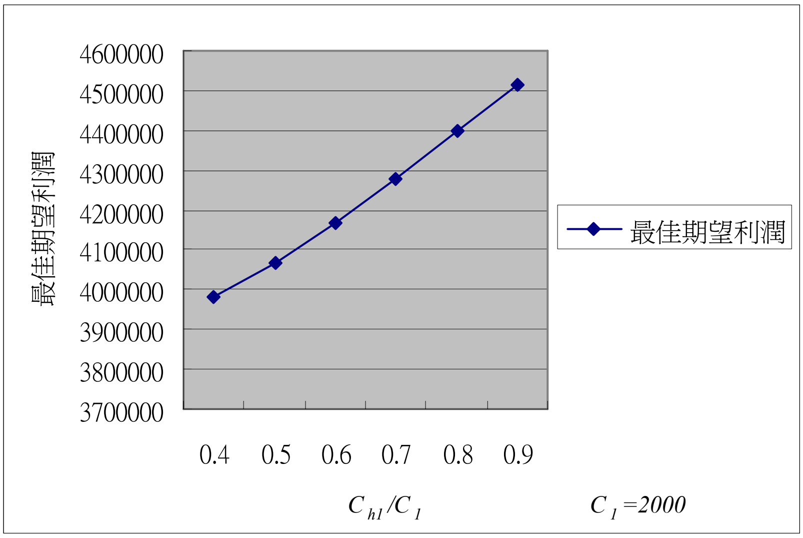

圖 4.20 C_1=2000 與 C_{h_1} 變動時對最佳期望利潤影響

當 C_1=2000 與 C_{h_1} 變動時對最佳採購量影響如圖 4.21 所示：

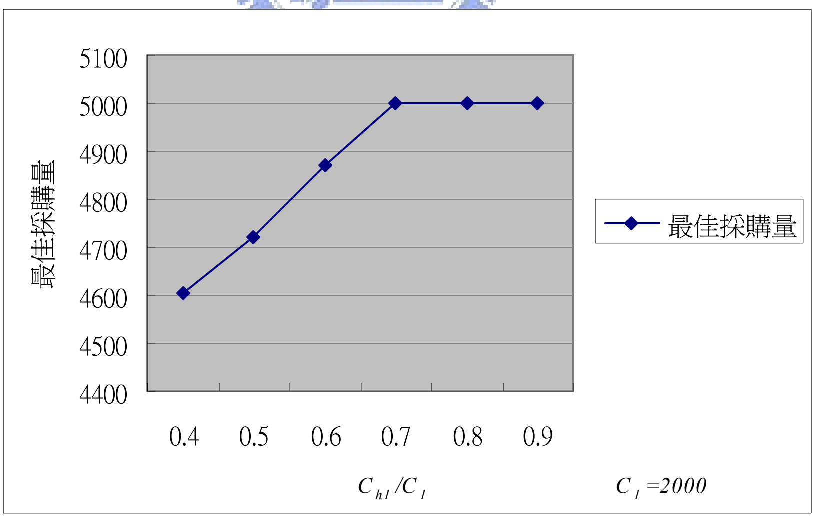

圖 4.21 C_1=2000 與 C_{h_1} 變動時對最佳採購量影響

當C_1=2000與C_{h_2}變動時對最佳解影響如下表(4.11)所示:

表 4.11 C_1=2000與C_{h_2}變動時對最佳解影響

C_{h_2}/C_1	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
C_{h_2}	500	600	700	800	900	1000
Q	4722	4722	4722	4722	4722	4722
$\Pi(Q)$	4069480	4069480	4069480	4069480	4069480	4069480
最佳解模式	B-1	B-1	B-1	B-1	B-1	B-1

當C_1=2000與C_{h_2}變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.22 所示:

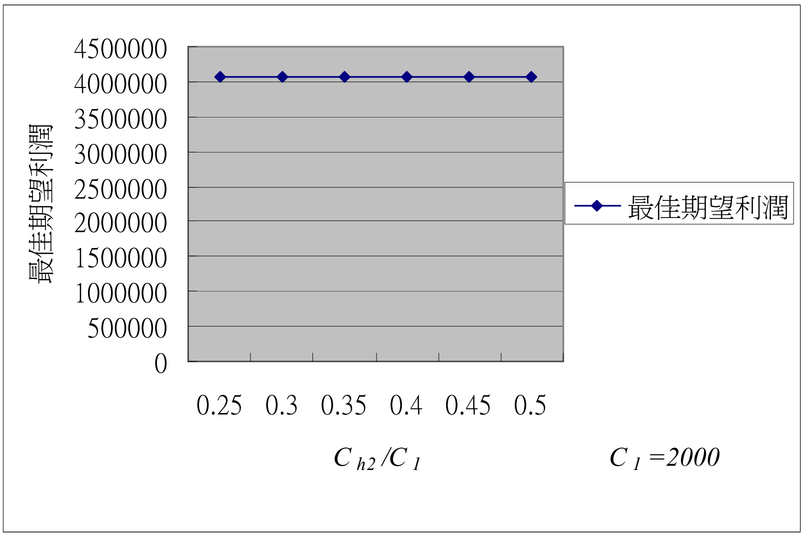

圖 4.22 C_1=2000與C_{h_2}變動時對最佳期望利潤影響

當C_1=2000 與C_{h_2}變動時對最佳採購量影響如圖 4.23 所示:

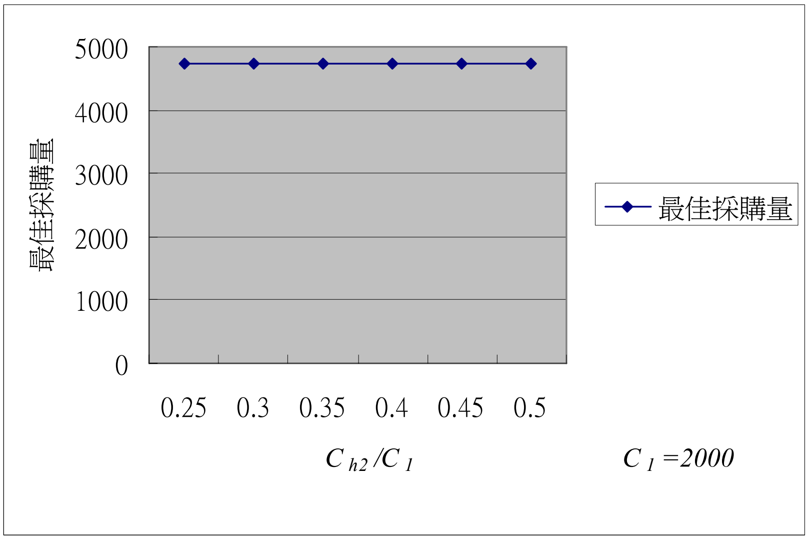

圖 4.23 C_1=2000 與C_{h_2}變動時對最佳採購量影響

當C_1=2000 與C_{s_1}變動時對最佳解影響如下表(4.12)所示:

表 4.12 C_1=2000 與C_{s_1}變動時對最佳解影響

C_{s_1}/C_1	2.5	3	3.5	4	4.5	5
C_{s_1}	5000	6000	7000	8000	9000	10000
Q	4722	4722	4722	4722	4722	4722
$\Pi(Q)$	4069480	4069480	4069480	4069480	4069480	4069480
最佳解模式	B-1	B-1	B-1	B-1	B-1	B-1

當C_1=2000與C_{s_1}變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.24 所示:

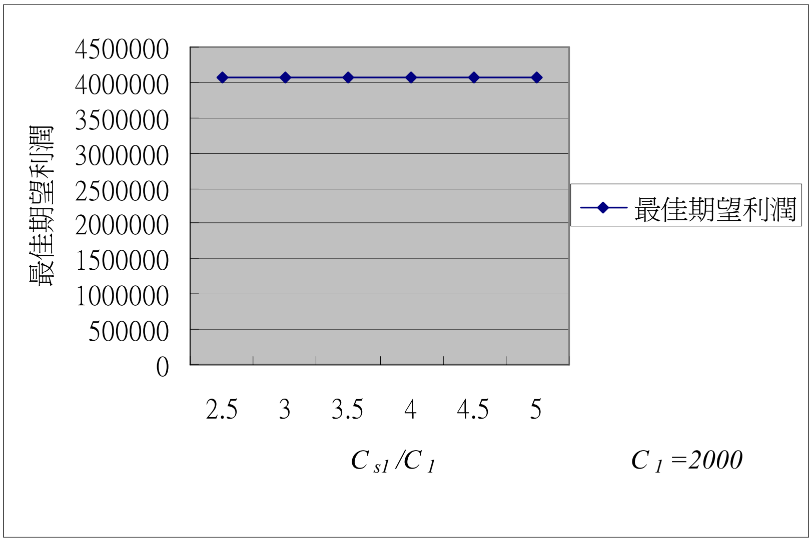

圖 4.24 C_1=2000與C_{s_1}變動時對最佳期望利潤影響

當C_1=2000與C_{s_1}變動時對最佳採購量影響如圖 4.25 所示:

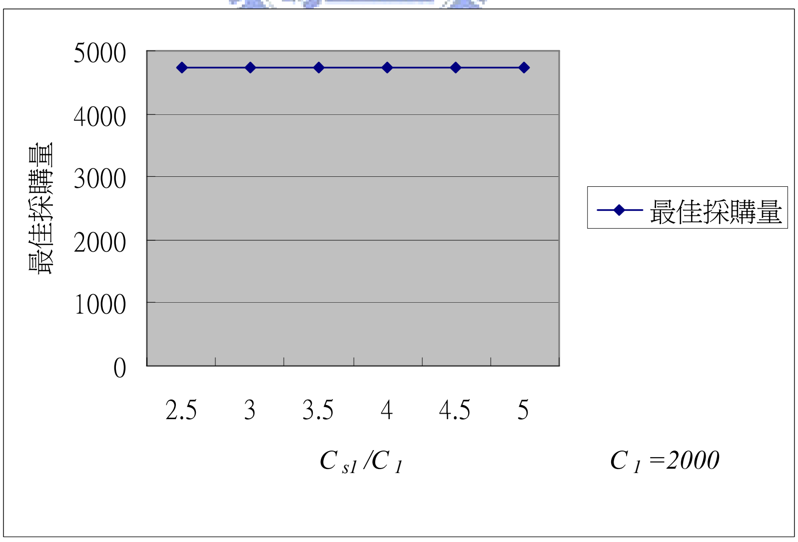

圖 4.25 C_1=2000與C_{s_1}變動時對最佳採購量影響

當 C_1=2000 與 C_{s_2} 變動時對最佳解影響如下表(4.13)所示:

表 4.13 C_1=2000 與 C_{s_2} 變動時對最佳解影響

C_{s_2}/C_1	0.3	1.05	1.8	2.55	3.33	4.05
C_{s_2}	600	2100	3600	2400	3000	3600
Q	4722	4930	5000	5000	5016	5078
$\Pi(Q)$	4069480	4006220	3979220	3923640	3883570	3846260
最佳解模式	B-1	B-1	A-1 和 B-1	A-1 和 B-1	A-1	A-1

當 C_1=2000 與 C_{s_2} 變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.26 所示:

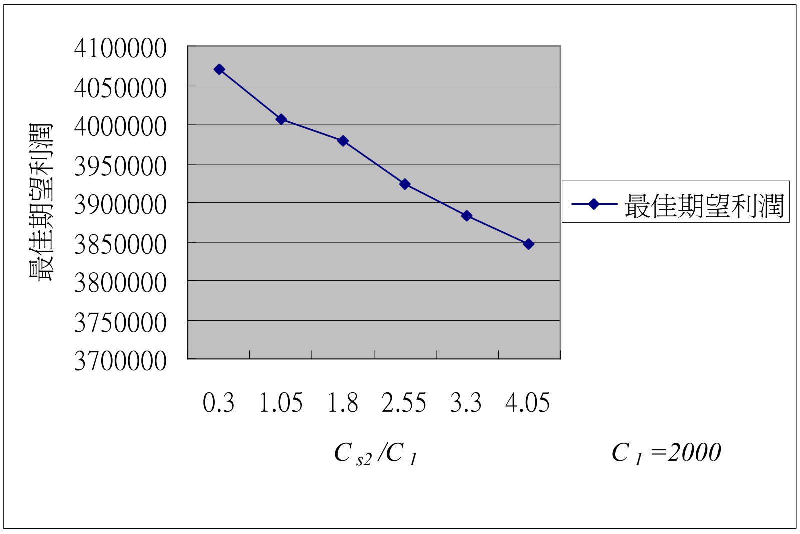

圖 4.26 C_1=2000 與 C_{s_2} 變動時對最佳期望利潤影響

當 C_1=2000 與 C_{s_2} 變動時對最佳採購量影響如圖 4.27 所示：

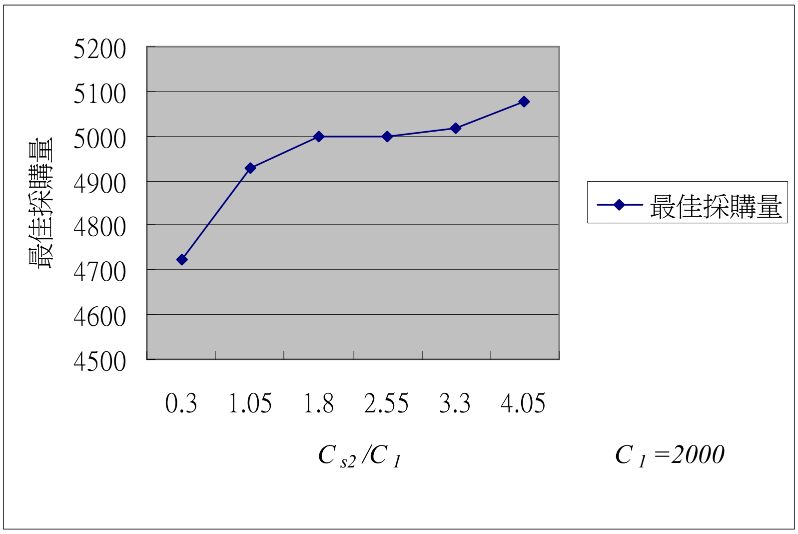

圖 4.27 C_1=2000 與 C_{s_2} 變動時對最佳採購量影響

當緊急採購彈性變動時對最佳解影響如下表(4.14)所示：

表 4.14 緊急採購彈性變動時對最佳解影響

β	0.05	0.2	0.35	0.5	0.65	0.8
Q	5006	5000	4904	4722	4579	4477
$\Pi(Q)$	3658940	3828330	3981670	4069480	4117570	4141220
最佳解模式	A-1	A-1 和 B-1	B-1	B-1	A-1	A-1

當緊急採購彈性變動時對最佳期望利潤影響如圖 4.28 所示:

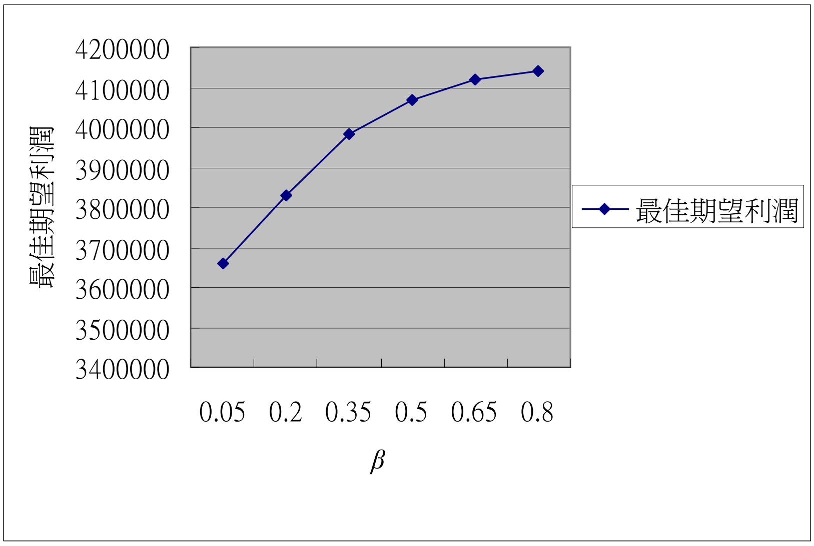

圖 4.28 緊急採購彈性變動時對最佳期望利潤影響

當緊急採購彈性變動時對最佳採購量影響如圖 4.29 所示:

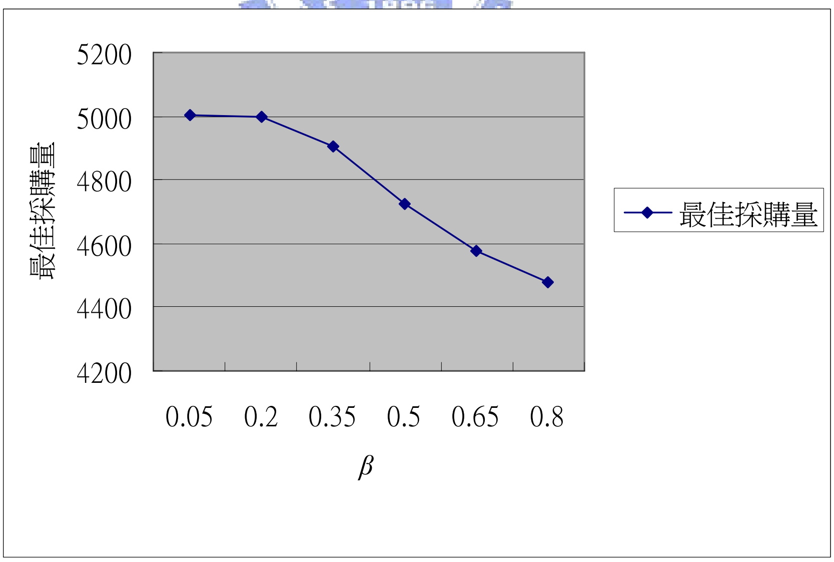

圖 4.29 緊急採購彈性變動時對最佳採購量影響

根據此範例的分析結果整理如下:

1. 當 C_1=2000 且 P 增加時，其最佳期望利潤與最佳採購量呈現上升的趨勢，其原因為當產品的單位售價升高時，則產品銷售利潤也隨之升高，製造商會採購較多的量，期望銷售出更多的產品。
2. 當 C_1=2000 且 C_2 增加時，其最佳期望利潤呈現下降的趨勢，而最佳採購量呈現上升的趨勢，其原因為緊急採購單位成本增加時，製造商將會增加期初採購量，減少若備料不足時產生的緊急採購成本。且可以觀察到當最佳解模式改變時，其最佳採購量其斜率有明顯的變動。
3. 當 C_1=2000 且 C_{h_1} 增加時，其最佳期望利潤呈現上升的趨勢，但最佳採購量呈現先上升後固定的情況，其原因為當 C_{h_1} 較小時，製造商於期初採購較小的量，最佳解模式為 B-1，當 C_{h_1} 增加到一定數值時，其最佳解模式為 A-1，此模式下 C_{h_1} 並不影響最佳採購量。
4. 當 C_1=2000 且 C_{h_2} 增加時，由於最佳解模式皆為 B-1，此模式下並不會產生大於承諾量的殘餘價值，故其最佳期望利潤與最佳採購量皆固定。
5. 當 C_1=2000 且 C_{s_1} 增加時，由於最佳解模式皆 B-1，此模式下並不會產生小於承諾量的缺貨成本，故其最佳期望利潤與最佳採購量皆固定。
6. 當 C_1=2000 且 C_{s_2} 增加時，其最佳期望利潤為遞減的情形，而最佳採購量為遞增的情況，但在比值為 1.8 與 2.55 時，其最佳採購量為持平的情形，其原因為雖然 C_{s_2} 增加，製造商為了避免缺貨，會多增加採購量，但當增加採購量的成本是大於缺貨成本時，則不做增訂的動作。
7. 當 β 增加時，最佳期望利潤呈現遞增而最佳採購量呈現遞減的情形，此原因為製造商能夠緊急採購的量增多時，故能夠避免較少的缺貨成本，且於期初時能夠減少採購量，如備貨不足時，則在緊急採購。

4.2 案例討論

本節根據上述案例分析的結果做討論:

1. 根據 C_2 與 β 變動時對最佳解的影響，製造商可選擇出最有利的方案，是爭取較大的緊急採購彈性，還是選擇較小的緊急採購單位成本。
2. 根據 C_{h1} 變動時對最佳解的影響，當製造商增加期初採購量時，供應商是否可增加單位存貨殘值，藉由此協商得到較佳的期望利潤。
3. 根據 C_{s2} 變動時對最佳解的影響，製造商可以觀察當此單位缺貨成本增加時，考慮是否將此成本反應於產品的單位售價中。

第五章 結論與未來研究方向

5.1 結論

本論文訪談業界，依業界的生產環境，提出製造商的生產數量受限於關鍵零組件的採購量，組裝產能無限，客戶期末需求為已知的機率分配，其參數由客戶期初的承諾購買量決定，製造商期初向上游供應商訂貨 Q 個關鍵零組件。期末客戶確定實際需求時，若備料不足，製造商需以較高的價格緊急訂貨，緊急訂貨量受限於期初採購量。利潤函數包含兩種缺貨成本及存貨成本。缺貨分為低於承諾量的缺貨、及高於承諾量但低於實際需求的缺貨兩種；存貨分為低於承諾量的存貨，及高於承諾量的兩種不同的存貨成本，根據以上的情境，求得期望利潤最大化為目標的最佳採購量。

根據本論文的情境，可獲得以下結論:

1. 本論文根據情境建構期望利潤函數，並經由一階與二階導函數求得最佳採購量，幫助決策者在做產能規劃時做出最佳的決策。
2. 利用數值分析探討參數與最佳解的相關性，藉由此相關性可以觀察到某些參數在特定的模式中影響最佳解的情形。

當最佳解模式的期望利潤函數不包含特定之參數時，其最佳期望利潤不受此參數之影響，而當期望利潤函數包含特定之參數時，參數對最佳期望利潤之相關性整理如下表(5.1)所示:

表 5.1 參數對最佳期望利潤之相關性

正相關	P、C_{h_1}、C_{h_2}、β
負相關	C_1、C_2、C_{s_1}、C_{s_2}

當最佳解模式求解最佳採購量的一階導函數不包含特定之參數時，其

最佳採購量不受此參數之影響，而當一階導函數包含特定之參數時，參數對最佳採購量之相關性整理如下表(5.2)所示:

表 5.2 參數對最佳採購量之相關性

正相關	P、C_2、C_{h_1}、C_{h_2}、C_{s_1}、C_{s_2}
負相關	C_1、β

5.2 未來研究方向

在未來發展方面，可以從以下幾點進行研究:

1. 考慮多期的採購問題。
2. 考慮多個供應商的問題。
3. 考慮單位生產成本不固定，隨前置時間變動而變化的問題。

參考文獻

【1】Anupindi, R. and Y. Bassok, (1998),"Approximations for multiproduct contracts with stochastic demands and business volume discounts: single supplier case", ***IIE Transactions*** Vol.30, pp.723-734.

【2】Bassok, Y. and R. Anupindi, (1997),"Analysis of supply contracts with total minimum commitment", ***IIE Transactions*** **Vol.**29, pp.373-381.

【3】Bassok, Y., Bixby A., R. Srinivasan and H. Z. Wiesel, (1997),"Design of component supply contract with commitment revision flexibility", ***IBM Journal of Research and Development*** 41, 6.

【4】Ben-daya, M. and A. Raouf, (1994),"Inventory models involving lead time as a decision variable", ***Journal of the Operational Research Society***, Vol.45 No.5, pp579-582

【5】Burnetas, A.N. and C.E. Smith,(2000),"Adaptive ordering and pricing for perish productsh" , ***Operation Research*** , Vol.48, No.3, pp.436-443.

【6】Emmons, H. and S.M. Gilbert, (1998),"The role of returns policies in pricing and inventory decision for catalogue goods", ***Management Science***, Vol.44, No.2, pp.276-283.

【7】Hsu, V. N., C. Y. Lee, and K. C. So, (2006)," Optimal Component Stocking Policy for Assemble-to-Order Systems with Lead-Time-Dependent Component and Product Pricing", ***Management Science*** Vol. 52, No. 3, pp. 337–351.

【8】Huang, H., Sureshs, P. Sethis, and Y. Houminh, (2005),“Purchase contract management with demand forecast updates”, ***IIE Transactions*** Vol.37, pp.775–785.

【9】Junqueira, E., D. Cohen, and A. Y. Candace, (2006),“Supplier Commitment and Production Decisions Under a Forecast-Commitment Contract”, ***Management Science*** Vol. 52, No. 1, pp. 54–67.

【10】Laio, C. J. and C. H. Shyu, (1991),“An analytical determination of Lead time with normal demand”, ***International Journal of Operations & Production Management***, Vol.11, No.9, pp.72-78.

【11】Lau, A.H.L. and H. S. Lau, (1998),“Manufacturer’s pricing strategy and return policy for a single-period commodity”, ***European Journal of Operational Research***, Vol.116, No.2, pp.291-304.

【12】Ouyang, L. Y. and K. S. Wu, (1998),“A minimax distribution free procedure for mixed inventory model with variable lead time”, ***International Journal of Production Economics***, Vol.56-57, pp.511-516.

【13】Ozer, O. and W. Wei, (2006),“Strategic Commitments for an Optimal Capacity Decision Under Asymmetric Forecast Information”, ***Marketing Science***, Vol.52, No.8, pp.1238-1257.

【14】Padmanabhan, V. and I. P. L. Peg, (1997),“Manufacturer’s Returns Policies and Retail Competition”, ***Marketing Science***, Vol.16, No.1, pp.81-94.

【15】Pasternack, B., (1985),“Optimal Pricing and Return Policies for

Perishable Commodities", ***Marketing Science**,* Vol.4, pp.166-176.

【16】Tersine, R. J., and R. A. Toelle, (1985),"Lot size determination with quantity discounts", ***Production and Management***, Vol.26, No.3, pp.1-23.

【17】Wang, Q. and D. B. Tsao, (2006),"Supply contract with bidirectional options: The buyer's perspective", ***International Journal of Production Economics,*** Vol.101, pp.30–52.

【18】Wee, H. M., (1999),"Deteriorating inventory model with quantity discount, pricing and partial backordering", ***International Journal of Production Economics***, Vol.59, pp.511-518

【19】黃允成(2001)，"報童模式在機率性需求與數量折扣下最適訂購量與訂購策略之研究"，工業工程學刊，第十八卷，第六期，pp. 43-52。