

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫期中進度報告

(計畫名稱)

貝氏分析與加權概似分析差異之研究

計畫類別：☒ 個別型計畫 ☐ 整合型計畫

計畫編號：NSC 95－2118－M－009－004－MY2

執行期間： 2006 年 8 月 1 日 至 2008 年 7 月 31 日

計畫主持人：洪慧念

共同主持人：

計畫參與人員：洪慧念，賴映伶

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：☒ 精簡報告 ☐ 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

☐ 赴國外出差或研習心得報告一份

☐ 赴大陸地區出差或研習心得報告一份

☐ 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

☐ 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

☐ 涉及專利或其他智慧財產權，☐ 一年☐ 二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學統計學研究所

中 華 民 國 96 年 5 月 30 日

在傳統的統計推論理論中，Frequentist 以及 Bayesian 是兩種差異很大的觀點。但我們知道在大樣本時，這兩種方法也是非常接近的。因此，有些支持 Frequentist 的統計學家，基於計算上的方便，也把 Bayesian 當成是一種方法。另外，我們知道在點估計的問題，區間估計的問題，假設檢定的問題，決策理論的問題上（與多餘參數的問題非常像），從 Frequentist 的觀點常常找不到一種方法對於所有參數都是最好的，因為在 Frequentist 的觀點上參數是一個固定的未知數，也就找不到一種對所有參數都是最好的方法。因此除了計算上的理由外，支持 Frequentist 的統計學家也會在利用一些平均 (average) 或 加權 (weighted) 的概念來找一些所謂在一定原則下的最好方法。但是，看在許多 Bayesian 或是一般統計學家的眼中，都會把這些方法視之為貝氏方法，拿來與貝氏方法作比較。我之所以對於此感興趣，是因為我並不認為如此。我認為 average 或 weighted 的概念雖然與事前分佈非常像但並不完全相同。在貝氏的觀點中，事前分佈的選取通常有三種方法，計算方便（共軛事前分配），與 Frequentist 的觀點接近（Information prior），與無訊息事前分佈（non-informative prior）。有時這些事前分配會導致廣義的事前分佈（improper prior），進而可能會有 improper posterior。對於這些問題問題，貝氏的觀點很難給予解釋，通常也只是將他視為一種方法。

在本研究計畫的第一年中我們將過去的一些文獻資料做充分的討論與分析，並探討“貝氏理論中以參數的事後分佈為基礎的統計推論”與

“Frequentist 理論中在參數空間適度的加上 average 或 weight 然後再利用傳統的推論方法” 之間之相同與相異性，我們把比較之重點放在一維度參數的區間估計與假設檢定的問題，至於多餘參數所產生的問題，如果有機會我們在明年度將會繼續討論。

在第一年內本研究計畫同時探討當貝氏理論中參數的事前分佈為 improper 而導致參數的事後分佈亦為 improper 時，以及在 Frequentist 理論中在某些參數空間加上的加權函數為 improper 時的處理方式，這是一個非常困難的問題。我們目前並無具體的進展，期待在明年內能有所突破。我們考慮的研究方向將朝向將機率的模型賦予一個具有距離性質的恰當幾何結構。接著，我們明年將嘗試把 improper 事前分配或是加權函數看成是一個 proper 事前分配列或是加權函數列的極限情形。根據文獻上的經驗，在許多模型上，選取不同的事前分配列或是加權函數列都會導致不同的極限情形。因此，為了解決此問題，我們名年度將要考慮 orthogonal parameterization 或是其他對於參數空間重新參數化的問題。在未來一年內，我們希望能把此問題與 Fiducial 看法結合，並得到一些新的結果。

對於本研究計畫的另一個重點是探討 Frequentist 理論中，許多問題，特別是區間估計或假設檢定都沒有一個對於所有參數都是最好的方法。因此為了找所謂最好的統計方法，我們必須在參數空間上賦予適當的加權函數，才能找到最好的方法。在第一年內，我們發現一些由加權法得到的最佳方法會隨著參數上加權函數的變動而產生不同的結果。此

爲統計學家所最不樂見的。因此，我們也嘗試去找到一個合理且可以解釋的參數加權函數。在第二年我們將探討在大樣本的理論基礎上，何謂最佳加權函數。同時，在小樣本時，我們也將考慮機率的模型賦予一個具有距離性質的恰當幾何結構，再利用此幾何結構找出恰當的參數加權函數。

我們相信，在未來一年內，我們應該可以順利完成大部分的工作。同時此計畫之研究成果應該可以寫成不錯的論文，並在統計方面的重要期刊發表。

參 考 文 獻

- Anderson, E.B. (1970). Asymptotic properties of conditional maximum likelihood estimators. *J.R. Statist. Soc. B.* 32, 283-301
- Barndorff-Nielsen, O. E. (1983). On a formula for the distribution of the maximum likelihood estimator. *Biometrika* 70, 343-365.
- Barndorff-Nielsen, O. E. (1976). Noninformation. *Biometrika* 63, 567- 572.
- Basu, D. (1975). Statistical information and likelihood (with discussion). *Sankhyā Ser. A* 37 1-71.
- Basu, D. (1977). On the elimination of nuisance parameters. *J. Amer. Statist. Assoc.* 72 355-366.
- Berger, J. O. (1985). *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*. Springer, New York.
- Berger, J. O. and BERNARDO, J. M. (1989). Estimating a product of means: Bayesian analysis with reference priors. *J. Amer. Statist. Assoc.* 84 200-207.
- Berger, J. O. and STRAWDERMAN, W. (1996). Choice of hierarchical priors: admissibility in estimation of normal means. *Ann. Statist.* 24

931-951.

- Berger, J. O. and WOLPERT, R. L. (1988). The Likelihood Principle: A Review, Generalizations, and Statistical implications, 2nd ed. IMS, Hayward, CA.
- Chang, T. and Eaves, D. (1990). Reference Priors for the orbit in a group model. *Ann. Statist.* **18** 1595-1614.
- Clarke B.S. and Barron A.R. (1994) Jeffreys' prior is asymptotically least favorable under entropy risk. *J. Statistical Planning and Inference*, 41: 37-60.
- Cox, D. R. and Hinkley, D. V. (1974). Theoretical Statistics. Chapman and Hall, London.
- Cox, D. R. and Reid, N. (1987). Parameter orthogonality and approximate conditional inference, (with discussion). *J. R. Statist. Soc. B* 4}, 1-39.
- Datta, G. S. and Ghosh, J. K. (1995a). Noninformative priors for maximal invariant parameter in group models. *Test* **4** 95-114.
- Dawid, A. P. (1975). On the concepts of sufficiency and ancillarity in the presence of nuisance parameters. *J. R. Statist. SocB* 37, 248- 258.
- Efron, B. (1993). Bayes and likelihood calculations from confidence intervals. *Biometrika* **80** 3-26.
- Fraser, D.A.S. (1962). On the consistency of the fiducial method. *J. Royal Statist. Soc.* **B24**,, 425-434.
- Fraser D.A.S. (1968) The structure of Inference. New York:Wiley
- Fraser D.A.S. and N. Reid (1990) Adjustment to profile likelihood *Biometrika* 77, 477-488
- Fraser D.A.S. and N. Reid (1990) On condition inference for a real parameter:a differential approach on the sample space. *Biometrika* 75, 251-264
- Ghosh M. and Zidek JV and Maiti T. and White R. (2004) The use of the weighted likelihood in the natural exponential families with quadratic

- variance. Canadian journal of statistics - revuecanadienne de statistique 32 (2): 139-157
- Gleaser, L. and Hwang, J. T. (1987). The nonexistence of $100(1-\alpha)\%$ confidence sets of finite expected diameter in errors-in-variable and related models. Ann. Statist. **15** 1351-1362.
- Hu F.F. and Zidek J.V. (2002) The weighted likelihood. Canadian journal of statistics - revuecanadienne de statistique 30 (3): 347-371
- Hung, H.N. and Wong W.H. (1996). Average likelihood. Technical report, University of Chicago.
- Liseo, B. (1993). Elimination of nuisance parameters with reference priors. Biometrika **80** 295-304.
- Kalbfleisch, J.D. and Sprott, D.A. (1970) Application of likelihood methods to models involving large numbers of parameters (with discussion). J. Roy. Statist. Soc. Ser. B, 32, 175-208
- McCullagh, P. and Tibshirani, R. (1990). A simple method for the adjustment of profile likelihoods. J. R. Statist. Soc. B 52, 325-344.
- Peers, H. W. (1965). On confidence sets and Bayesian probability points in the case of several parameters. J. Roy. Statist. Soc. Ser. B 27 9-16.
- Raftery, A. E. (1988). Inference for the binomial N parameter: a hierarchical Bayes approach. Biometrika **75** 223-228.
- Reid, N. (1995). The roles of conditioning in inference. Statist. Sci. **10** 38-157.
- Sun, D. and Berger, J. O. (1998). Reference priors with partial information. Biometrika **85** 55-71.
- Welch, B. and Peers, H. W. (1963). On Formulate for Confidence Points Based on Integrals of weighted Likelihoods. J. Roy. Statist. Soc. B 25 318-329.