

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 結合非均等錯誤保護與時空編碼技術於高速無線多媒體通訊之研究---理論建構與硬體實現(3/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC94-2213-E-009-048-

執行期間：94年08月01日至95年07月31日

執行單位：國立交通大學電信工程學系(所)

計畫主持人：王忠炫

計畫參與人員：賴俊池，黃慶和，張雲量，陳宗保，共同主持人：曾恕銘

報告類型：完整報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 95 年 10 月 31 日

# 摘要

無線傳輸因具有可移動及易於安裝之便利性，近年來正以驚人的速度蓬勃發展，並在個人通訊及小規模區域網路等應用中逐漸取代傳統有線傳輸的地位。此外，由於多媒體服務需求的急遽成長，無線通訊系統朝向高資料量傳輸發展亦成為不可避免的趨勢。本三年期計畫結合非均等錯誤保護與時空編碼技術，擷取二者之優點以設計出適合於無線多媒體傳輸之通道編碼系統。於第一年計劃中，我們從代數理論的角度針對時空碼原有之非均等錯誤保護特性進行全盤且詳盡的探討，並發展出應用時空編碼技術於非均等錯誤保護時所需依循之理論架構。在第二年計畫中，研究能量則集中於結合位元擷取技術與既有之時空編碼系統，進而建構具時域非均等錯誤保護能力之新一代碼率匹配擷取時空碼。延續前兩年之研究成果，第三年之計劃針對所研發之非均等錯誤保護時空編碼系統從軟體無線電的角度進行兼具高效率、低耗能以及彈性架構之解碼器設計及其DSP/FPGA硬體實現。此三年期計劃所得之結果預期不論對理論研究者抑或是業界工程師都將有很大的助益，且能促進非均等錯誤保護時空碼在無線通訊系統及網路上之應用。

關鍵字：無線多媒體傳輸、時空碼、非均等錯誤保護、軟體無線電

# Abstract

Wireless transmission is rapidly growing and has gradually replaced traditional wired solution in many applications, e.g., personal communications and local area networks, on account of the advantages of mobility and ease of installation. Due to the demand for multimedia services, the trend toward high data rate transmission is also inevitable. This 3-year project combines the powerful unequal error protection (UEP) and space-time coding schemes for channel coding of high-rate wireless multimedia communications. The first year of the project is devoted to studying the UEP capability of space-time coding and establishing the related theoretical fundamentals. In the second year, research efforts are focused on combining the puncturing technique with conventional space-time codes to construct a new class of rate-compatible punctured space-time codes for UEP. In the third year, we develop an efficient decoder of the proposed UEP schemes from a soft-defined radio perspective. Its DSP/FPGA implementation is also conducted. The obtained results are expected to be beneficial to both theoreticians and practical engineers, and will promote more UEP space time codes for use in wireless communication systems and networks.

Keywords : Wireless multimedia communications, space-time coding, unequal error protection, soft-defined radio.

# 目錄

<b>1</b>	<b>緒論</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>時空碼系統效能分析與設計準則</b>	<b>6</b>
2.1	時空碼系統架構 . . . . .	6
2.2	時空碼表示法 . . . . .	8
2.3	時空碼之效能與設計準則 . . . . .	9
2.3.1	時空碼在高 $rn_R$ 下的設計準則 . . . . .	12
2.3.2	時空碼在低 $rn_R$ 下的設計準則 . . . . .	13
2.4	時空碼之位元錯誤率 . . . . .	14
<b>3</b>	<b>非均等錯誤保護時空碼</b>	<b>18</b>
3.1	非均等錯誤保護時空碼之設計準則 . . . . .	18
3.2	非均等錯誤保護時空碼代數結構 . . . . .	21
3.2.1	迴旋碼結合 $M$ -PSK 調變系統與多重傳送天線架構之時空碼 . . . . .	22
3.2.2	時空籬柵碼與非均等錯誤保護關係 . . . . .	23
3.3	非均等錯誤保護時空碼之電腦搜尋 . . . . .	24
3.3.1	低複雜度非均等錯誤保護時空編碼之電腦搜尋方法與結果 . . . . .	24

3.3.2	高複雜度非均等錯誤保護時空籬柵碼之電腦搜尋方法與結果 . . . . .	25
3.4	非均等錯誤保護時空碼之模擬與討論 . . . . .	27
3.5	結語 . . . . .	31
<b>4</b>	<b>碼率匹配擷取時空碼</b>	<b>37</b>
4.1	擷取時空碼的編碼 . . . . .	37
4.2	擷取時空碼的解碼 . . . . .	38
4.3	擷取時空碼的設計準則 . . . . .	39
4.3.1	$r_{\min}(\hat{C})n_R < 4$ 之分析 . . . . .	41
4.3.2	$r_{\min}(\hat{C})n_R \geq 4$ 之分析 . . . . .	41
4.4	應用擷取時空碼於非均等錯誤保護 . . . . .	42
4.5	模擬結果 . . . . .	48
4.6	結語 . . . . .	52
<b>5</b>	<b>解碼器架構與FPGA硬體實現</b>	<b>63</b>
5.1	存活記憶體管理架構 . . . . .	63
5.1.1	區塊式追溯解碼架構 . . . . .	64
5.1.2	高速VLSI追溯解碼架構 . . . . .	66
5.1.3	混合式存活記憶體管理架構 . . . . .	69
5.1.4	本計劃實現的混合式存活記憶體管理架構 - 改良式暫存器交換 . . . . .	73
5.2	FPGA硬體實現與討論 . . . . .	74
5.2.1	FPGA發展工具介紹 . . . . .	74
5.2.2	FPGA設計流程介紹 . . . . .	74

5.2.3	Verilog硬體描述語言簡介 . . . . .	74
5.2.4	在FPGA硬體上需要做的考量與修改 . . . . .	75
<b>6</b>	<b>結論</b>	<b>81</b>

# 圖目錄

2.1	時空碼系統架構圖 . . . . .	6
2.2	(a)時空碼籬柵單元(b)4-PSK信號星座點圖 . . . . .	9
2.3	正確路徑與長度為 1 的錯誤路徑 . . . . .	14
3.1	結合訊號投射器與迴旋碼採用 4PSK 調變方式與二根傳送天線之時空編碼器	23
3.2	傳統二輸入二暫存器時空籬柵碼編碼器 . . . . .	26
3.3	新式非均等錯誤保護之二輸入二暫存器時空籬柵碼編碼器 . . . . .	27
3.4	4-狀態 4PSK $k = 2$ $n_T = 2$ $n_R = 2$ 非均等錯誤保護時空籬柵碼的位元錯誤率	28
3.5	4-狀態 4PSK $k = 2$ $n_T = 2$ $n_R = 2$ 不俱非均等錯誤保護能力的時空籬柵碼 的位元錯誤率 . . . . .	29
3.6	4-狀態 4PSK $k = 3$ $n_T = 2$ $n_R = 2$ 非均等錯誤保護時空碼的位元錯誤率 .	30
3.7	4-狀態 4PSK $k = 3$ $n_T = 2$ $n_R = 4$ 非均等錯誤保護時空碼的位元錯誤率 .	30
4.1	切換擷取表機制 . . . . .	43
4.2	訊息資料群集架構 . . . . .	45
4.3	傳統的訊息位元排列架構 . . . . .	45
4.4	新的訊息位元排列架構 . . . . .	45
4.5	M=4 p=4 碼率匹配擷取時空碼的錯誤率 . . . . .	48

4.6	M=5 p=5 碼率匹配擷取時空碼的錯誤率 . . . . .	49
4.7	(a) 1根接收天線下的位元錯誤率(b) 4根接收天線下的位元錯誤率 . . . . .	50
4.8	一般資料排列方式對應的錯誤率情形 . . . . .	51
4.9	新型資料排列方式對應的錯誤率情形 . . . . .	52
4.10	不同資料排列方式對應的效能比較 . . . . .	53
5.1	<i>K</i> -指標雙追溯 . . . . .	65
5.2	<i>K</i> -指標單追溯 . . . . .	65
5.3	單指標追溯 . . . . .	66
5.4	路徑消去架構 . . . . .	67
5.5	路徑數目暫存器 . . . . .	67
5.6	產生路徑消去訊號電路 . . . . .	68
5.7	排列網路路徑歷史管理單位 . . . . .	69
5.8	混合式往前追溯架構 . . . . .	70
5.9	混合式往前追溯架構存活記憶體 . . . . .	71
5.10	往前追溯單位 . . . . .	71
5.11	改良式暫存器交換架構 . . . . .	72
5.12	改良式暫存器交換存活記憶體 . . . . .	72
5.13	加-比較-選擇單位 - 使用按模正規化 . . . . .	76
5.14	按模正規化圓圈 . . . . .	76
5.15	Xilinx ISE8.1i . . . . .	77
5.16	Modelsim XE6.0d . . . . .	78



5.17 電路模擬波型 . . . . .	79
5.18 VirtexII System . . . . .	80

# 表 目 錄

3.1	一系列優良非均等錯誤保護之時空籬柵碼使用4PSK調變方式與二根傳送天線 . . . . .	32
3.2	一系列應用訊號投射矩陣優良非均等錯誤保護之時空碼使用 4PSK $n_T = 2$ $k = 2$ . . . . .	33
3.3	延續表3.2 . . . . .	34
3.4	一系列應用訊號投射矩陣優良非均等錯誤保護之時空碼使用 4PSK $n_T = 2$ $k = 3$ . . . . .	35
3.5	延續表3.4 . . . . .	36
4.1	碼率匹配擷取時空碼-Memory=2, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	54
4.2	碼率匹配擷取時空碼-Memory=3, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	54
4.3	碼率匹配擷取時空碼-Memory=4, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	55
4.4	碼率匹配擷取時空碼-Memory=5, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	55
4.5	碼率匹配擷取時空碼-Memory=6, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	56
4.6	碼率匹配擷取時空碼-Memory=2, $n_T = 3$ , 週期 $p=2,3$ , QPSK 調變 . . . . .	56
4.7	碼率匹配擷取時空碼-Memory=2, $n_T = 3$ , 週期 $p=4$ , QPSK 調變 . . . . .	57
4.8	碼率匹配擷取時空碼-Memory=2, $n_T = 3$ , 週期 $p=5$ , QPSK 調變 . . . . .	57

4.9	碼率匹配擷取時空碼-Memory=3, $n_T = 3$ , 週期 $p=2,3$ , QPSK 調變 . . . .	58
4.10	碼率匹配擷取時空碼-Memory=3, $n_T = 3$ , 週期 $p=4$ , QPSK 調變 . . . .	58
4.11	碼率匹配擷取時空碼-Memory=3, $n_T = 3$ , 週期 $p=5$ , QPSK 調變 . . . .	59
4.12	碼率匹配擷取時空碼-Memory=4, $n_T = 3$ , 週期 $p=2,3$ , QPSK 調變 . . . .	59
4.13	碼率匹配擷取時空碼-Memory=4, $n_T = 3$ , 週期 $p=4$ , QPSK 調變 . . . .	60
4.14	碼率匹配擷取時空碼-Memory=4, $n_T = 3$ , 週期 $p=5$ , QPSK 調變 . . . .	60
4.15	rank criterion-Memory=2, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	61
4.16	rank criterion-Memory=3, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	61
4.17	rank criterion-Memory=4, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	62
4.18	rank criterion-Memory=5, $n_T = 2$ , QPSK 調變 . . . . .	62

# 第 1 章

## 緒論

無線傳輸因具有可移動及易於安裝之便利性，近年來正以驚人的速度蓬勃發展，並且在個人通訊及小規模區域網路等應用中逐漸取代傳統有線傳輸的地位。此外，由於多媒體服務需求的急遽成長，無線通訊(諸如第三代行動通訊系統與無線區域網路)朝向高資料量傳輸發展亦成為不可避免的趨勢。然而在無線傳輸環境中，除了接收機本身熱雜訊可能引起訊號干擾，傳輸通道與生俱來的非理想特性，例如衰褪(fading)及遮蔽(shadowing)效應[1]，亦常造成嚴重的訊號失真。面臨此一惡劣的傳輸環境，在無線傳輸系統中多採用能有效抑制通道錯誤的通道編碼技術(channel coding)以確保通訊品質的提升。但由於通道編碼需在傳送資料中加入額外的控制位元以供錯誤檢測之用，在固定傳送率(transmission rate)的情況下，卻得付出增加編碼頻寬、降低資料傳輸率(data rate)的代價。因此，如何針對無線傳輸通道及多媒體服務的特性，設計出兼顧通訊品質與高資料傳輸率的通道編碼系統，便成為一件極具挑戰性的工作。

首先，在克服無線傳輸通道非理想特性方面，傳統上是在接收端設置多根接收天線再搭配分集(diversity)的概念進行信號解調，以降低因通道多重路徑而造成嚴重的訊號衰褪。時空編碼技術(space-time coding)[2]–[7]結合通道編碼與調變系統並採用多重傳送及接收天線的架構，將傳送及接收分集技術一併應用於無線系統。藉由從空間及時間

維度對傳送資料進行適當的通道編碼，時空編碼技術不僅可在不增加信號頻寬及傳輸功率的情況下同時獲得分集增益(diversity gain)及編碼增益(coding gain)，其多重天線架構還能將原本窄頻的無線通道轉換成可供高資料量傳輸之寬頻管道。此外，時空編碼技術還因具備下列多項優點，已被許多高資料量無線傳輸系統選定為標準的通道編碼方式：(一) 對行動通訊系統而言，輕薄短小與低功率耗損為設計手機的主要考量。時空編碼技術利用傳送分集的概念，可免除在手機上設置多重天線的需求，同又時能獲得空間分集增益(spatial diversity gain)以改善下傳鏈路(downlink)的通訊品質。(二) 在閉迴路(close loop)系統中，通常需要建立反向鍊路(reverse link)來獲得通道狀態資訊(channel state information)以決定傳輸信號。然而反向鍊路的建置不但十分昂貴，其可靠度在快速衰褪通道中又不見得能令人滿意。時空編碼技術採用開迴路(open loop)操作模式，不需額外的通道狀態資訊即可運作，因此免除了建立反向鍊路的需求。(三) 時空編碼技術已被證明對於系統非理想性，例如天線相關性(antenna correlation)、通道估計誤差、都卜勒效應(Doppler effect)[1]，具有相當程度的抵抗力(robustness)，因此可提升系統實際操作時的可靠度。

再者，在分析語音及影像的信號特性時，我們可以發現多媒體資料多半具有非均等的錯誤敏感度。例如在行動通訊及數位廣播系統中，語音編碼多採用類發聲腔的壓縮技術(vocoder-type compression)將大量的聲波信號轉換成發聲腔模型的控制參數，以減低所需傳送的資料量。然而不同控制參數對於語音信號的傳真性各有不同程度的影響。對於重要性高的參數而言，即使是少量通道錯誤所造成的些許誤差都可能會造成語音信號的嚴重失真；相較之下，重要性較低的參數對於通道錯誤就有較高的容忍力。此外，由於影像信號其低頻成份的準確性相較於高頻成份在畫面清晰度的呈現上有較明顯的影響，在影像通訊系統中亦可察覺此類現象的存在。然而，在固定編碼率及解

碼複雜度的條件下，一般常用的錯誤更正碼大多設計成對所有輸入位元提供均等錯誤保護，以達最小碼距(minimum distance)最大化的目的。對於上述多媒體通訊系統，若仍採用僅能針對單一保護需求提供錯誤更正服務的傳統通道編碼系統，為保障具有較高錯誤敏感度資料的正確性，勢必只能選擇編碼率較低、改錯能力較強的錯誤更正碼；相對地，也將大幅增加通道編碼所需頻寬而降低資料的傳輸率。因此，一種較有效率的通道編碼方式是能夠依據傳輸資料重要性的不同提供各自所需的保護能力，即具備所謂非均等錯誤保護(unequal error protection, UEP)的功能。

文獻中有關非均等錯誤保護之研究可以區分為空間(space-domain)與時域(time-domain)非均等錯誤保護兩大類。空間上之非均等錯誤保護機制是利用通道編碼系統本身俱有的非均等保護能力，根據通道編碼器之不同輸入位置可以反映出不同的保護能力，再依照傳送資料所需要的保護需求，將資料送入相對應的編碼器之輸入位置。時域非均等錯誤保護機制是將具有不同錯誤敏感度的資料分配到不同的時槽(time slot)，再依照傳送資料所需要的保護需求，將通道切換至合適的操作模式進行編碼，達到非均等錯誤保護的目的。本計畫之主要目標即是將上述非均等錯誤保護與時空編碼技術相結合，擷取二者之優點以設計出適合於無線多媒體傳輸之通道編碼系統。同時預計從軟體無線電(soft-defined radio)[8]的觀點，針對此一通道編碼系統研發兼具高效率、低耗能以及彈性架構編之解碼器。

在本計劃中，我們首先提出由空間觀點下之分析方法，結合非均等錯誤保護與時空編碼技術，擷取兩者之優點以設計出適合於無線傳輸之通道編碼系統。此方法主要是探討時空編碼本身之非均等錯誤保護能力，根據資料輸入時空編碼器之位置不同，而反映其保護能力之不同。並且由配對錯誤率(pairwise error probability)分析，推衍出在  $rn_R \geq 4$  與在  $rn_R < 4$  時評量時空碼錯誤保護能力之兩套參數。定義出對於其不同輸入

對應之等效分離向量(effective separation vector)與等效分離行列式值(effective separation determinant)，藉此評量時空編碼非均等錯誤保護能力。此外，我們提出兩種架構以建構出具有強大非均等錯誤保護能力的時空碼。其一我們延續[8]提出之理論，設計由線性二位元迴旋碼結合  $M$ -PSK調變系統與多重天線架構之時空籬柵碼之特例。另外，我們修改由Chen, Vucetic和Yuan等人提出之最佳時空籬柵編碼器架構[9]，達到最佳非均等錯誤保護能力。最後，應用所得的結果進行大規模的電腦搜尋非均等錯誤保護時空碼。

接著，在時域非均等錯誤保護方面，我們結合時空碼與位元擷取(puncturing)技術，進而建構出具時域非均等錯誤保護能力的新一代碼率匹配擷取時空碼。一開始先選擇一個低碼率的時空碼，將之稱為母碼，藉由週期性地刪除部分傳送信號，得到具有不同保護能力的碼，我們稱這些碼為子碼。在解碼的部分，利用了斐特比演算法(Viterbi algorithm)，子碼與母碼可以使用單一解碼器解碼。而在效能分析的部分，探討擷取技術在跡數準則與秩-行列式準則下對效能的影響，並且得到兩個不同準則下效能各自對應的係數，即經過擷取後的碼會具有不同的效能，因此可以做非均等錯誤保護的應用，並以碼率匹配的概念設計出對傳送資料具有非均等錯誤保護的機制。最後，利用電腦的搜尋，針對不同的暫存器大小，找出在多種不同碼率下對應到表現最好的碼。

延續前兩年研究成果，本年計劃針對解碼器硬體架構，包括傳統存活記憶體管理架構，高速VLSI追溯解碼架構以及混合式存活記憶體管理架構的優缺點做出分析。經由文獻研讀以及軟體模擬，證明混合式存活記憶體管理架構高速解碼和低硬體複雜度的優點比傳統存活記憶體管理架構更為適用在時空碼解碼器架構上。本計畫實現與改進的時空碼解碼器架構為改良式暫存器交換。在解碼速度上，改良式暫存器交換比傳統暫存器交換稍慢，不過比傳統追溯快。在功率消耗上，改良式暫存器交換則是比傳統暫存器交換與追溯更為省電。在硬體複雜度上改良式暫存器交換也比傳統暫存器交換

與追溯更為簡單以及容易設計。

計劃報告其餘章節內容簡述於後。在第二章中，介紹時空碼系統中編碼與解碼的架構，分析系統效能，並且發展出設計準則。第三章介紹非均等錯誤保護時空碼本身所俱有的非均等錯誤保護能力，設計出非均等錯誤保護時空碼所依循的準則，並且做高效能非均等錯誤保護時空碼之電腦搜尋。在第四章，我們結合時空碼與擷取技術，首先介紹擷取時空碼的架構，接著藉由效能分析，建立出擷取技術應用於非均等錯誤保護的準則，再依照這些準則，利用電腦搜尋優良碼，提供我們可以針對不同重要程度的資料予以保護。第五章前半段介紹傳統存活記憶體管理架構，高速VLSI追溯解碼架構和混合式存活記憶體管理架構，並探討不同架構的優缺點。在後半段則是介紹在FPGA硬體實現上需要的發展工具與討論解碼架構的設計與實作過程。最後，第六章是本計劃的結論。



## 第 2 章

# 時空碼系統效能分析與設計準則

時空碼利用多根天線傳送信號，同時具有時間分集與空間分集的特性，並且結合通道編碼與調變，可以有效地應用於多重路徑的無線通道系統中。本章首先介紹時空碼的系統架構，接著分析時空碼系統於衰褪通道中的效能，並且發展出對應的設計準則。

### 2.1 時空碼系統架構

考慮一個基頻時空碼系統，假設傳送端有  $n_T$  根天線，接收端則有  $n_R$  根天線，系統架構如圖 2.1 所示

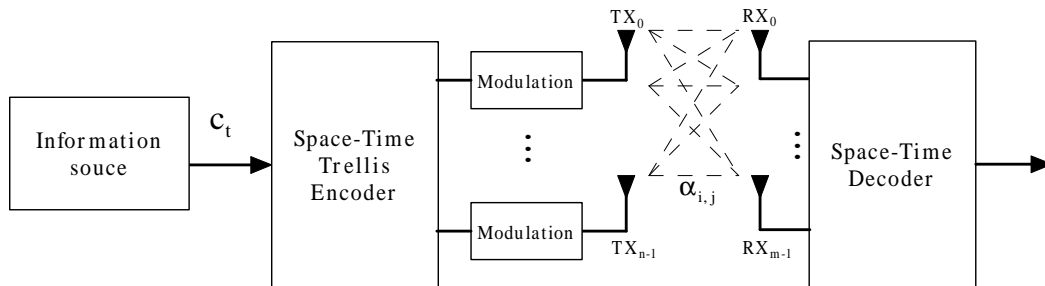


圖 2.1: 時空碼系統架構圖

在時間  $t$  時，傳送信號的資料位元輸入編碼器，定義如下：

$$\mathbf{c}_t = (c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^m)$$

編碼器將這些輸入的資料位元，利用 MPSK 的調變方式產生  $n_T$  個傳送信號由  $n_T$  根傳送天線傳送。傳送信號為  $\mathbf{x}_t = (x_t^1, x_t^2, \dots, x_t^{n_T})$ ，其中  $x_t^i$  為時間  $t$  時，第  $i$  根傳送天線所傳送的信號， $1 \leq i \leq n_T$ 。假設當傳送信號時，受到通道衰褪的影響，我們可以將在時間  $t$  第  $j$  根接收天線收到的信號可表示如下：

$$r_t^j = \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_{i,j} x_t^i + n_t^j$$

其中  $n_t^j$  是在時間  $t$  且在第  $j$  根接收天線上所受到之雜訊，它是平均值為 0，且功率頻譜密度函數為  $N_0$  的獨立可加性白高斯雜訊 (additive white Gaussian noise, AWGN)，而  $\alpha_{i,j}$  是從第  $i$  根傳送天線到第  $j$  根接收天線的路徑增益 (path gain)。

在解碼的部分，假設通道是平穩衰褪 (quasi-static flat fading) 環境，在這種情況下，路徑增益在訊框長度內可以視為一個常數， $\alpha_{i,j}$  為獨立複數高斯隨機變數，其平均值為零，且變異數為  $N_0/2$ ，而相對的當轉換至不同訊框時， $\alpha_{i,j}$  將會改變。假設通道狀態資訊 (channel state information) 是理想的，接著可以利用最大可能性解碼方法，簡化接收信號的條件機率，得到 decision metric，當傳送路徑上的 decision metric 計算出的值是最小的，決定估測傳送的信號，decision metric 如下所示

$$\sum_{j=1}^{n_R} \left| r_t^j - \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_{i,j} \hat{x}_t^i \right|^2 \quad (2.1)$$

其中  $\hat{x}_t^i$  為接收器估測出傳送的碼字符號。換句話說，我們可以利用斐特比演算法 (Viterbi algorithm) 來計算每一條殘存路徑 (survivor) 之 metric 值，最後我們選擇擁有最小累加 metric 值的殘存路徑當作解碼之輸出。

## 2.2 時空碼表示法

我們將舉一個例子介紹時空碼的架構，並且可以利用此架構計算出時空碼編碼利益等應用。首先列舉 Tarokh 等人[2]所提出具有四個狀態的時空碼，並且使用2根傳送天線及 4-PSK 調變方式，其編碼器的數學表示法如下

$$(s_t^1, s_t^2) = b_{t-1}(2, 0) \oplus_4 a_{t-1}(1, 0) \oplus_4 b_t(0, 2) \oplus_4 a_t(0, 1)$$

其中加法符號  $\oplus_4$  是做模數-4 (module-4) 的加法運算，其它像是  $\oplus_2$  或  $\oplus_8$  則分別表示為模數-2 (module-2) 和模數-8 (module-8) 的加法運算。此例中時空碼使用 4-PSK 調變方式，對應到信號星座點上的符號為  $\{0, 1, 2, 3\}$ ，如圖 2.2(b) 所示，所以時空碼在設計上使用模數-4的運算，碼字符號將可以落於此範圍裡面，其他像是使用 8-PSK 調變方式，則是改用模數-8的加法運算。 $(s_t^1, s_t^2)$  代表在時間  $t$  時分別由第一根與第二根傳送天線所傳送的碼字符號。 $(b_t, a_t)$  代表在時間  $t$  時分別輸入於編碼器二個輸入位置之位元。在具有四個狀態的時空碼中，代表編碼器中有二個暫存器，其中  $(b_{t-1}, a_{t-1})$  即是在時間  $t$  時儲存於暫存器中的位元，也可以解釋為時間  $t$  時的狀態或在  $t-1$  時輸入的二個位元。另外， $b_t, a_t, b_{t-1}, a_{t-1}$  分別對應相乘的產生係數(generator coefficient)為  $(2,0), (1,0), (0,2), (0,1)$ ，可以使時空碼做適當的編碼後獲得較佳的保護能力。

以此時空碼為例，其時空碼籬柵單元圖與 4-PSK 信號星座點圖，如圖 2.2(a) 與 2.2(b) 所示，其中每個狀態都有四條分支根據輸入位元不同，分別連到下一個時間的四個狀態。以在時間  $t$  啟始狀態為  $S_0$  為例，當我們輸入位元為  $(b_t, a_t) = (1, 1)$ ，則輸出碼字符號為  $(s_t^1, s_t^2) = (0, 3)$ ，而在時間  $t$  的狀態則由  $S_0$  改為狀態  $S_3$ 。

codeword symbol $(s_t^1, s_t^2)/(b_t, a_t)/(\text{next state})$	state $(b_{t-1}, a_{t-1})$
00/00/ $S_0$ 01/01/ $S_1$ 02/10/ $S_2$ 03/11/ $S_3$	$S_0: 00$
10/00/ $S_0$ 11/01/ $S_1$ 12/10/ $S_2$ 13/11/ $S_3$	$S_1: 01$
20/00/ $S_0$ 21/01/ $S_1$ 22/10/ $S_2$ 23/11/ $S_3$	$S_2: 10$
30/00/ $S_0$ 31/01/ $S_1$ 32/10/ $S_2$ 33/11/ $S_3$	$S_3: 11$

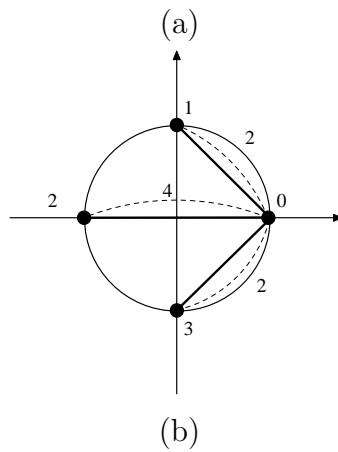
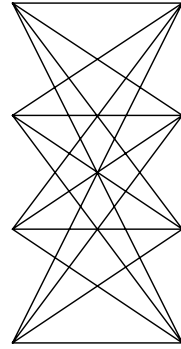


圖 2.2: (a)時空碼籬柵單元(b)4-PSK信號星座點圖

### 2.3 時空碼之效能與設計準則

假設理想通道狀態資訊之下，且傳送資料的訊框長度為  $L$ ，傳送的信號可以表示如下：

$$\mathbf{x} = x_1^1 x_1^2 \cdots x_1^{n_T} x_2^1 x_2^2 \cdots x_2^{n_T} \cdots x_L^1 x_L^2 \cdots x_L^{n_T}$$

在接收端解碼器利用最大可能性解碼(maximal likelihood decoding)，解碼出的信號可以表示如下：

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{x}_1^1 \hat{x}_1^2 \cdots \hat{x}_1^{n_T} \hat{x}_2^1 \hat{x}_2^2 \cdots \hat{x}_2^{n_T} \cdots \hat{x}_L^1 \hat{x}_L^2 \cdots \hat{x}_L^{n_T}$$

假設時間  $t$  對應的通道矩陣(channel matrix)表示如下：

$$\mathbf{H}_t = \begin{pmatrix} \alpha_{1,1}^t & \alpha_{2,1}^t & \cdots & \alpha_{n_T,1}^t \\ \alpha_{1,2}^t & \alpha_{2,2}^t & \cdots & \alpha_{n_T,2}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{1,n_R}^t & \alpha_{2,n_R}^t & \cdots & \alpha_{n_T,n_R}^t \end{pmatrix}$$

並且  $\mathbf{H} = (H_1, H_2, \cdots, H_L)$ ，解碼器將傳送信號  $\mathbf{x}$  判斷成  $\hat{\mathbf{x}}$  的機率稱為成對錯誤機率(pairwise error probability)，可以表示成：

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}|H) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-d^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \frac{E_s}{4N_0}\right) \quad (2.2)$$

其中

$$d^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \sum_{j=1}^{n_R} \sum_{t=1}^L \left| \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_{i,j}^t (\mathbf{x}_{i,t} - \hat{\mathbf{x}}_{i,t}) \right|^2 \quad (2.3)$$

定義碼字符號差異矩陣(codeword difference matrix)  $\mathbf{B}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} x_1^1 - \hat{x}_1^1 & x_2^1 - \hat{x}_2^1 & \cdots & x_L^1 - \hat{x}_L^1 \\ x_1^2 - \hat{x}_1^2 & x_2^2 - \hat{x}_2^2 & \cdots & x_L^2 - \hat{x}_L^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^{n_T} - \hat{x}_1^{n_T} & x_2^{n_T} - \hat{x}_2^{n_T} & \cdots & x_L^{n_T} - \hat{x}_L^{n_T} \end{pmatrix}$$

接著我們可以建立出一個  $n_T \times n_T$  的碼字符號距離矩陣(codeword distance matrix)

$\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ ，定義如下：

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{B}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \cdot \mathbf{B}^H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$$

其中  $\mathbf{H}$  是對矩陣做共軛轉置，而因為  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  是正定厄米特矩陣(nonnegative definite Hermitian matrix)，即  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{A}^H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ ，所以會存在一個么正矩陣(unitary matrix)

$\mathbf{V}$ ，並且可以得到下式：

$$\mathbf{V}\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})\mathbf{V}^H = \Delta$$

$\mathbf{V}$  的列向量  $\{v_1, v_2, \dots, v_{n_T}\}$  是  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  的特徵向量，並且在  $N$ -維的向量空間中是完全正交基底 (complete orthonormal basis)。而  $\Delta$  是一個對角化的矩陣，矩陣內的對角元素  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n_T$ ，即為  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  的特徵值 (eigenvalue)。而矩陣  $\Delta$  可以表示如下：

$$\Delta = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n_T} \end{pmatrix}$$

接著，令

$$\mathbf{h}_j = (h_{j,1}, h_{j,2}, \dots, h_{j,n_T})$$

(2.3) 式可以重新寫成：

$$\begin{aligned} d^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) &= \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{h}_j \mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \mathbf{h}_j^H \\ &= \sum_{j=1}^{n_R} \sum_{i=1}^{n_T} \lambda_i |\beta_{j,i}|^2 \end{aligned} \tag{2.4}$$

其中

$$\beta_{j,i} = \mathbf{h}_j \cdot \mathbf{v}_i$$

將(2.4)式代入(2.2)式可以得到下式：

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) \leq \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{1}{4N_0} \sum_{j=1}^{n_R} \sum_{i=1}^{n_T} \lambda_i |\beta_{j,i}|^2 \right). \tag{2.5}$$

### 2.3.1 時空碼在高 $rn_R$ 下的設計準則

考慮在 Rayleigh 衰褪的通道下，且操作在高訊雜比的情形下，錯誤率上邊界可進一步簡化如下[12]:

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \frac{1}{4} \exp \left( \frac{-n_R}{4N_0} \sum_{i=1}^r \lambda_i \right) \quad (2.6)$$

觀察上式可以發現成對錯誤率的上界與矩陣  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  中的特徵值總和有關。而取特徵值和相當於將對角矩陣  $\Delta$  內的對角元素加總，稱之為矩陣的跡數值(*trace of the matrix*)，可以表示如下:

$$\text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})) = \sum_{i=1}^r \lambda_i = \sum_{i=1}^{n_T} \mathbf{A}_{i,i} \quad (2.7)$$

其中  $\mathbf{A}_{i,i}$  表示對角矩陣之對角元素

$$\mathbf{A}_{i,j} = \sum_{t=1}^L (x_t^i - \hat{x}_t^i) (x_t^j - \hat{x}_t^j)^* \quad (2.8)$$

將(2.8)代入(2.7)，最後可以得到

$$\text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})) = \sum_{i=1}^{n_T} \sum_{t=1}^L |(x_t^i - \hat{x}_t^i)|^2 \quad (2.9)$$

從(2.9)式中可以觀察出矩陣  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  的跡數值等於  $\mathbf{x}$  和  $\hat{\mathbf{x}}$  之間的平方歐基里德距離。因此，讓  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  的跡數值最大化相當於讓  $\mathbf{x}$  和  $\hat{\mathbf{x}}$  之間的平方歐基里德距離最大化，而這樣的設計準則稱為跡數準則(trace criterion)，因此在  $rn_R \geq 4$  且平緩 Rayleigh 衰褪通道環境之下，時空碼設計準則可以整理如下:

- 秩準則(rank criterion): 矩陣  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  的秩必須確保  $rn_R \geq 4$  成立，而最好的情形為滿秩  $n_T n_R$ 。
- 跡數準則(trace criterion): 對於所有可能的  $\mathbf{x}$  和  $\hat{\mathbf{x}}$  ( $\mathbf{x} \neq \hat{\mathbf{x}}$ ) 盡量使  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  的跡數值為最大。

### 2.3.2 時空碼在低 $rn_R$ 下的設計準則

當  $rn_R < 4$ ，考慮在 Rayleigh 衰褪的通道且在高訊雜比下，成對錯誤率的上邊界經由推導可以簡化如下[12]:

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-n_R} \left( \frac{1}{4N_0} \right)^{-rn_R} \quad (2.10)$$

其中  $r$  是矩陣  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  的秩，而  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  則是  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  非零的特徵值。從式子(2.10)可以看出，在高訊雜比的情形下， $rn_R$  的最小乘積對錯誤率有很大的影響，在此定義  $rn_R$  為分集增益(diversity gain)，並且定義編碼增益(coding gain):

$$G_c = \frac{(\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{r-1})^{1/r}}{d_u^2}$$

其中  $d_u^2$  表示未經過編碼系統的平方歐基里德距離 (squared Euclidean distance)。而注意到(2.10)式中， $rn_R$  是訊雜比的指數，對錯誤率有較大的影響，因此當系統的  $rn_R$  值越小時，達到較大的分集增益會比達到較大的編碼增益更為重要。

從以上分析，可以整理出在  $rn_R < 4$  且平緩 Rayleigh 衰褪通道之下，時空碼設計準則如下:

- 秩準則: 在  $rn_R < 4$  的情形下，矩陣  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  的秩要儘可能的最大，而最好的情形為滿秩  $n_T n_R$ 。
- 行列式準則(determinant criterion): 對於所有可能的  $\mathbf{x}$  和  $\hat{\mathbf{x}}$  ( $\mathbf{x} \neq \hat{\mathbf{x}}$ ) 盡量使  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  對應的特徵值乘積最大。



## 2.4 時空碼之位元錯誤率

我們知道時空碼的最佳解碼方法是從籬柵圖去追溯出傳送的碼字符號路徑，因此解碼器發生錯誤的情形即為解碼器所走的路徑與傳送路徑不同。錯誤情形以圖2.3表示，在這個圖中解碼器在第  $j$  個時間點發生錯誤，即岔出正確路徑，而經過  $l$  個時間點，又回到正確路徑。將這種錯誤情形定義成錯誤事件  $e_{j,l,i}$ ，其中  $e_{j,l,i}$  代表在第  $j$  個時刻發生錯誤，走  $l$  個時間點又重新回到正確路徑上，而不同的長度  $l$  分別會對應到  $i$  條錯誤路徑。

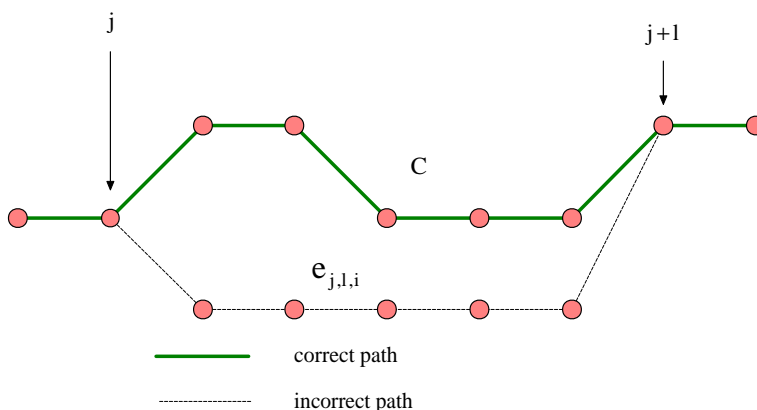


圖 2.3: 正確路徑與長度為  $l$  的錯誤路徑

而一般來說時空碼不是線性的碼，所以我們必須針對所有可能發生的正確路徑去做平均，來求得解碼器在第  $j$  個時間點的犯錯的平均錯誤機率

$$\begin{aligned}
 \bar{P}(E|j) &\leq \sum_{\mathbf{C}} P(\mathbf{C}) \sum_l \sum_i P_r(e_{j,l,i}|\mathbf{C}, j) \\
 &= \sum_{\mathbf{C}} P(\mathbf{C}) \sum_l \sum_i P_r(\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{X}_{j,l,i}|\mathbf{C}, j)
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

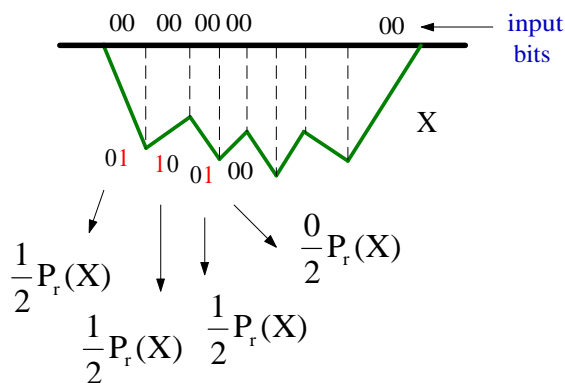
其中  $\mathbf{X}_{j,l,i}$  是錯誤事件  $e_{j,l,i}$  所對應的解碼錯誤路徑， $P_r(\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{X}_{j,l,i}|\mathbf{C}, j)$  是成對錯誤機

率。在此我們以  $rn_R \geq 4$  的情況做分析，從 2.3.1 節的推導結果可以知道成對錯誤機率與平方歐基里德距離之間的關連性，因此可以改寫 (2.11) 成下式：

$$\begin{aligned} \bar{P}(E|j) &\leq \sum_{\mathbf{C}} P(\mathbf{C}) \sum_l \sum_i P_r(\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{X}_{j,l,i} | \mathbf{C}, j) \\ &= \sum_{d_k^2 \in \Gamma} A_{d_k^2} P_{d_k^2} \end{aligned} \quad (2.12)$$

其中  $P_{d_k^2}$  表示解碼器選擇平方歐基里德距離為  $d_k^2$  的錯誤路徑之機率， $A_{d_k^2}$  表示其路徑距離為  $d_k^2$  所對應的路徑平均個數， $\Gamma = \{d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) | \forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in \mathbf{C}\}$ ，我們稱無限成對(infinity pairs)集合  $\{d^2, A_{d^2}\}$  為此碼所對應之距離頻譜(distance spectrum)[11]，它可以用來判斷時空碼的好壞。

接著討論位元錯誤率，當一個錯誤事件發生時，這個錯誤事件所對應到的資訊位元並不一定會錯，下面舉例說明，假設有一條全零正確碼字符號路徑， $\mathbf{X}$  代表錯誤路徑，在計算位元錯誤率時，必須要看這個錯誤事件會錯幾個位元



首先定義錯誤事件機率是  $P_r(\mathbf{X})$ ，從上圖可以看出在第一個時間點錯了一個位元，對應到的錯誤率可以寫成  $\frac{1}{2}P_r(\mathbf{X})$ ，所以以這個例子來說，位元錯誤率可以表示如下：

$$\begin{aligned}
P_r\{\text{bit error}\} &= P_r\{e_1 \cup e_2 \cdots \cup e_l\} \\
&\leq 1/2 \left( \sum_{i=1}^l \#(e_i) \right) P_r\{\mathbf{X}\}
\end{aligned}$$

其中， $e_i$ 是第  $i$  個 branch 所對應的錯誤事件， $\#(e_i)$  是錯誤事件  $e_i$  所對應的錯誤位元數  
接著將前面推導出來的錯誤事件機率套到位元錯誤率的推導，可以得到以下的結果。

定義  $P_b$ ：位元錯誤率 (bit error probability)

$$\begin{aligned}
P_b &\leq \frac{1}{k} \sum_{i=1}^l (\text{numbe of erroneous bits}) \cdot P_r\{E_i\} \\
&= \frac{1}{k} \sum_{d_i^2 \in \Gamma} b \cdot A_{d_i^2} P_{d_i^2} \\
&= \frac{1}{k} \sum_{d_i^2 \in \Gamma} B_{d_i^2} P_{d_i^2}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

其中  $k$  代表每單位時間輸入位元個數， $B_{d_i^2} = b \cdot A_{d_i^2}$

而同理，當考慮  $rn_R < 4$  的情況，令  $\Lambda = \{r(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) | \forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C\}$ ，位元錯誤率可以用下  
式表示：

$$P_b \leq \frac{1}{k} \sum_{r \in \Lambda} B_r \left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-n_R} \left( \frac{1}{4N_0} \right)^{-rn_R} \tag{2.14}$$

其中  $B_r$ 's 是對應的距離頻譜。

經由以上的推導分析，可以知道當  $rn_R \geq 4$  時，應該儘可能使得矩陣  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \hat{\mathbf{c}})$  達到  
滿秩值且跡數值最大，再考慮平均位元重數  $B_{d_i^2}$  應儘量小，則平均解碼錯誤率會越小。

當  $rn_R < 4$  的情況下需要儘可能使得矩陣  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \hat{\mathbf{c}})$  達到滿秩值且行列式值最大，再考慮

平均位元重數  $B_r$  應儘量小，則平均解碼錯誤率會越小。因此，設計時空碼的準則，秩準則、行列式準則、跡數準則可以得到證實，並且可以藉由平均位元重數參數讓我們更精確的估測解碼器犯錯的平均機率。

## 第 3 章

# 非均等錯誤保護時空碼

### 3.1 非均等錯誤保護時空碼之設計準則

在非均等錯誤保護迴旋碼[13][14]中，使用分離向量之參數  $S(G)$  藉以評量對於每個輸入所對提供非均等錯誤保護能力的多寡。我們發現對於時空碼也有類似的非均等錯誤保護能力，對於資料輸入編碼器的不同位置亦有其對應之最小平方歐基里德距離，可做為評量非均等錯誤保護能力。接著，我們將利用上文的解碼平均錯誤率上界限，去推導出編碼器每個輸入位置所對應之解碼平均錯誤率上界限。

首先考慮  $rn_R \geq 4$  時的情況，我們根據第 (2.12) 式，利用事件錯誤機率的分析方法，將可改寫解碼器第  $\gamma$  個輸入位置所對應的事件錯誤機率為

$$\bar{P}^{(\gamma)} \leq \sum_{i(d_i^2 \in \Gamma)} A_{d_i^2}^{(\gamma)} P_{d_i^2}$$

其中  $A_{d_i^2}^{(\gamma)}$  為第  $\gamma$  個輸入位置所對應的平均路徑重數，即是第  $\gamma$  輸入位置發生解碼錯誤造成  $d_i^2$  等效距離的路徑個數。

接著，我們可以根據第(2.13)式來描述其第  $\gamma$  輸入位置對應之位元錯誤率上界限，

表示如下

$$\overline{P_b}^{(\gamma)} \leq \sum_{i(d_i^2 \in \Gamma)} B_{d_i^2}^{(\gamma)} P_{d_i^2} \quad (3.1)$$

其中  $B_{d_i^2}^{(\gamma)}$  則是每一個輸入位置所對應的平均位元重數，即是平均錯誤路徑上對應到第  $\gamma$  輸入位置發生解碼錯誤的位元後的個數，可將其表示為

$$B_{d_i^2}^{(\gamma)} = b_{d_i^2}^{(\gamma)} A_{d_i^2}^{(\gamma)}$$

其中  $b_{d_i^2}^{(\gamma)}$  表示在平方歐基理德距離為  $d_i^2$  條件下，第  $\gamma$  輸入位置發生解碼錯誤的位元個數。由第(3.1)式觀察得知，只要使得每一個輸入位置所對應之最小平方歐基里德距離  $d_i^2$  越大，就可以使得每一個輸入位置對應之錯誤率越低。因此，每一個輸入位置所對應之錯誤率由最小平方歐基里德距離  $d_i^2$  做為主要評量之參數，而其對應之所有可能正確路徑與錯誤路徑造成之最小平方歐基里德距離個數，做為次要評量之參數。接著，我們要定義出評量非均等錯誤保護碼之主要參數與準則。

定義: 時空碼  $C$  有  $k$  個輸入位置與  $n_T$  根傳送天線，輸入二進位資訊為  $\mathbf{u} = (u_i^i \forall i, t)$ ，編碼器產生的傳送碼字符號  $\mathbf{c} = (c_i^i \forall i, t)$  與解碼估測碼字符號  $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}_i^i \forall i, t)$ ，等效秩向量可表示為  $\mathbf{R}(G) = (r_{min,1}, r_{min,2}, \dots, r_{min,k})$ ，其中二進位資訊輸入編碼器第  $\gamma$  位置所對應之最小秩表示如下

$$r_{min,\gamma} = \min_{\{\forall \mathbf{c} \neq \hat{\mathbf{c}} \in C\}} \{\text{rank}(\mathbf{A}(\mathbf{c}, \hat{\mathbf{c}})) \mid \exists t \ u_i^\gamma \neq \hat{u}_i^\gamma\} \text{ for } 1 \leq \gamma \leq k.$$

其中  $\hat{u}_i^\gamma$  為在時間  $t$  時，對於第  $\gamma$  輸入位置之解碼資訊。很明顯地所有等效秩向量中最小的，即為整體平均的秩值

$$r_{min} = \min_{\{1 \leq \gamma \leq k\}} r_{min,\gamma}.$$

定義: 假設在  $rn_R \geq 4$  時，時空碼  $C$  有  $k$  個輸入位置與  $n_T$  根傳送天線，輸入二進位資訊為  $\mathbf{u} = (u_t^i \forall i, t)$ ，編碼器產生的傳送碼字符號  $\mathbf{c} = (c_t^i \forall i, t)$  與解碼估測碼字符號  $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}_t^i \forall i, t)$ ，而等效分離向量表示為  $\mathbf{E}(G) = (d_{min,1}^2, d_{min,2}^2, \dots, d_{min,k}^2)$ 。其中二進位資訊輸入編碼器第  $\gamma$  位置所對應之最小平方歐基里德距離表示如下

$$d_{min,\gamma}^2 = \min_{\{\forall \mathbf{c} \neq \hat{\mathbf{c}} \in C\}} \left\{ \sum_{i=1}^{n_T} \sum_{t=1}^L |c_t^i - \hat{c}_t^i|^2 \mid \exists t \ u_t^\gamma \neq \hat{u}_t^\gamma \right\} \text{ for } 1 \leq \gamma \leq k.$$

其中傳送時間為  $L$ ，而  $\hat{u}_t^\gamma$  為在時間  $t$  時，對於第  $\gamma$  輸入位置之解碼資訊。很明顯地所有分離向量中最小的，即為等效平方歐基里德距離或簡稱為等效距離

$$d_{min}^2 = \min_{\{1 \leq \gamma \leq k\}} d_{min,\gamma}^2$$

我們可以利用等效距離做為時空碼解碼器在  $rn_R \geq 4$  時的平均解碼錯誤率的評量標準。

- 當  $rn_R \geq 4$ ，非均等錯誤保護碼設計準則: 對於任何不同的碼字  $\mathbf{c}$  和  $\hat{\mathbf{c}}$ ，應儘量使資料輸入編碼器的每個位置所對應之  $r_{min,\gamma}$  達到滿秩，並且儘量同時使得等效分離向量中每一個等效距離  $d_{min,\gamma}^2$  為最大，藉以提高時空碼每一個輸入所對應之碼字間的最小平方歐基里德距離，可獲得較高的分集增益與編碼增益。

定義: 假設在  $rn_R < 4$  時，時空碼  $C$  有  $k$  個輸入位置與  $n_T$  根傳送天線，輸入二進位資訊為  $\mathbf{u} = (u_t^i \forall i, t)$ ，編碼器產生的傳送碼字符號  $\mathbf{c} = (c_t^i \forall i, t)$  與解碼估測碼字符號  $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}_t^i \forall i, t)$ ，而等效分行列式值可表示為  $\mathbf{D}(G) = (\det_{min,1}, \det_{min,2}, \dots, \det_{min,k})$ ，其中每一個輸入位置所對應之最小行列式值表示如下

$$\det_{min,\gamma} = \min_{\{\forall \mathbf{c} \neq \hat{\mathbf{c}} \in C\}} \left\{ \det \left( \sum_{t=1}^L (c_t^1 - \hat{c}_t^1, \dots, c_t^{n_T} - \hat{c}_t^{n_T})^H (c_t^1 - \hat{c}_t^1, \dots, c_t^{n_T} - \hat{c}_t^{n_T}) \right) \mid \exists t \ u_t^\gamma \neq \hat{u}_t^\gamma \right\} \\ \text{for } 1 \leq \gamma \leq k.$$

其中傳送時間為  $L$ ，而  $\hat{u}_t^\gamma$  為在時間  $t$  時，對於第  $\gamma$  輸入位置之解碼資訊。而所有等效分離行列式值中最小的，即為最小行列式值

$$\det_{min} = \min_{\{1 \leq \gamma \leq k\}} \det_{min,\gamma}$$

我們可以利用最小行列式值做為時空碼解碼器在  $rn_R < 4$  時的平均解碼錯誤率的評量標準。

- 當  $rn_R < 4$ ，非均等錯誤保護碼設計準則: 對於任何不同的碼字  $\mathbf{c}$  和  $\hat{\mathbf{c}}$ ，應儘量使資料輸入編碼器的每個位置所對應之  $r_{min,\gamma}$  盡可能大，並且儘量同時使得等效分離行列式值中每一個  $\det_{min,\gamma}$  值為最大，可獲得較高的分集增益與編碼增益。

## 3.2 非均等錯誤保護時空碼代數結構

時空籬柵碼可以用許多不同行式表示其編碼器架構，目前最早由 Tarokh、Seshadri 和 Calderbank 等人在西元 1998 年提出對稱性之時空碼的籬柵單元形式[2]。接著，西元 2000 年，Gozail、Brian 和 Woerner 等人提出應用 Calderbank-Mazo 演算法[15] 使用實數函數的方法可以計算出時空碼的數學表示式，同時也可以利用此演算法將時空碼由單一編碼器架構區分成由通道編碼器與調變系統並且採用多重天線之二層級架構。然後，在西元 2001 年 Vucetic 和 Yuan 等人根據 Tarokh 等人設計時空碼的概念，提出  $M$ -PSK 時空籬柵編碼器。在本年度計劃中，我們提出兩種架構以建構出具有強大非均等錯誤保護能力的時空碼。其一我們延續[13][15]提出之理論，設計由線性二位元迴旋碼結合  $M$ -PSK 調變系統與多重天線架構之時空籬柵碼之特例。另外，我們修改由 Chen，Vucetic 和 Yuan 等人提出之最佳時空籬柵編碼器架構[12][16]，達到最佳非均等錯誤保護能力。最後，應用所得的結果進行大規模的電腦搜尋非均等錯誤保護時空碼。



### 3.2.1 迴旋碼結合 $M$ -PSK 調變系統與多重傳送天線架構之時空碼

假設二位元  $\mathbf{G}$  為  $(n, k, m)$  迴旋碼編碼器之產生矩陣，其中  $n$  為編碼器輸出個數， $k$  為編碼器輸入個數， $m$  為暫存器個數；另外在時間  $t$  時，其輸出矩陣表示為  $x_t = (x_t^1, x_t^2, \dots, x_t^n)$ 。接下來，我們要定義一訊號投射矩陣 (signal mapping matrix)，利用此矩陣與迴旋碼輸出矩陣做乘積，可將迴旋碼之輸出投射到信號星座圖 (signal constellation) 上，則我們可得到在時間  $t$ ，時空籬柵碼之碼字符號。如圖 3.1 所示，即為其編碼器表示。

定義：一個  $(n \times n_T)$   $M$ -PSK 訊號投射矩陣  $\mathbf{M}$  可表示如下

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2^{(\log_2 M)-1} & 0 & \dots & 0 \\ 2^{(\log_2 M)-2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2^0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2^{(\log_2 M)-1} & \dots & 0 \\ 0 & 2^{(\log_2 M)-2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 2^0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 2^{(\log_2 M)-1} \\ 0 & 0 & \dots & 2^{(\log_2 M)-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 2^0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

其中  $n_T$  為傳送天線個數， $n$  為迴旋碼輸出個數。由 (3.2) 式定義， $\mathbf{M}$  可將迴旋碼之輸出投射到信號星座圖，其表示法如下

$$(s_t^1, s_t^2, \dots, s_t^{n_T}) = (x_t^1, x_t^2, \dots, x_t^n) \mathbf{M}$$

其中  $s_t^i$  為在時間  $t$ ，由第  $i$  根傳送天線送出的碼字符號。

**Expample :** 一個  $(4, 2, 2)$  迴旋碼之產生矩陣使用  $2 \times 4$  4-PSK 訊號投射矩陣  $M$ ，則對應時空籬柵碼之碼字符號可表示為

$$(s_t^1, s_t^2) = (x_t^1, x_t^2, x_t^3, x_t^4) \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

此編碼系統最後將碼字符號  $s_t^i$  經由調變器(modulator)做調變，即為時空籬柵碼系統之傳送訊號。

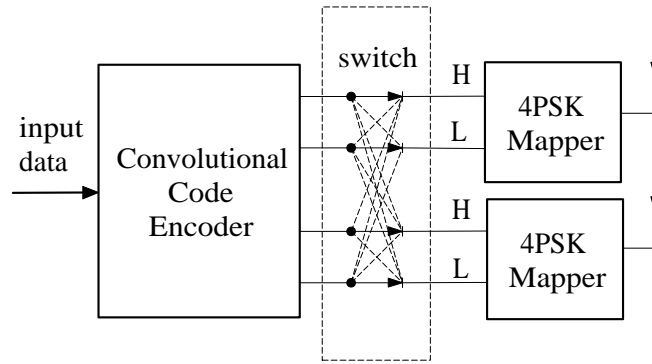


圖 3.1: 結合訊號投射器與迴旋碼採用4PSK調變方式與二根傳送天線之時空編碼器

### 3.2.2 時空籬柵碼與非均等錯誤保護關係

目前最佳時空籬柵碼編碼器請參閱[12]所示。在[12]中Vucetic等人提出編碼器暫存器的排列方式的限制如下式

$$v_p = \lfloor \frac{v + p - 1}{\log_2 M} \rfloor.$$

但是經由上文所定義的等效分離向量的評量標準後，發現多半編碼器架構仍延用傳統的概念只能提供單一保護能力。為了設計出非均等錯誤保護時空籬柵碼編碼器架構，我們提出在固定暫存器(register)個數下，藉著改變編碼器暫存器的之排列方法，配合非均等保護碼準則為評量非均等錯誤保護能力的標準下，即可找出其最佳非均等錯誤保護碼。

## 3.3 非均等錯誤保護時空碼之電腦搜尋

### 3.3.1 低複雜度非均等錯誤保護時空編碼之電腦搜尋方法與結果

由第節3.2.1所定義之時空碼特例表示法提供我們一低複雜度的非均等錯誤保護時空碼之搜尋方法。首先，在固定具有好的非均等錯誤迴旋碼產生矩陣下[14]，我們可以藉著改變訊號投射矩陣，達到單一編碼器非均等錯誤保護之目的。因此，重要性較高的位元即可獲得較佳之保護，而重要性低則次之。再者，我們只要找出所有訊號投射矩陣可能性，將迴旋碼輸出與訊號投射矩陣做一對一(one-to-one)之對應，如圖3.1所示，根據等效分離向量的評量標準，即可以獲得效能不錯之非均等錯誤保護時空碼。此外，由於所有訊號投射矩陣之數目較少，我們可以在較低複雜度下完成非均等錯誤保護碼之電腦搜尋。以 4-PSK 使用 二根傳送天線為例，其訊號投射矩陣個數只有  $4! = 24$  種。接著將說明如何改變訊號投射矩陣。

我們先由圖3.1編碼器架構下分析，再與前面所述之數學代數架構結合。我們設計一交換器將每一個迴旋碼每個輸出分別對應一訊號投射器的一個輸入，此目的是將迴旋碼輸出投射到訊號星座圖上，而得到時空籬柵碼之碼字符號，我們可以藉著切換交換器與迴旋碼輸出做一對一對應，而改變訊號在星座空間上的位置，此方法與數學表示法相呼應。以上文舉Example，若我們想做交換器切換，試著將迴旋碼之第一個輸出與第二個輸出對第一個訊號投射器上之高低位元互相切換，其依循規則如下：

改變訊號投射矩陣之準則：

- (1)可任意改變訊號投射矩陣M裡行之元素上下位置。
- (2)對於每一列只能有一元素不為零。

上例最後得到的結果為

$$(s_t^1, s_t^2) = (x_t^1, x_t^2, x_t^3, x_t^4) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

利用這種設計方式能有效率的獲得效能不錯的非均等錯誤保護碼，並且大大的降低電腦搜尋之複雜度。以下我們利用好的非均等錯誤保護迴旋碼[16]列舉一些其對應之最佳訊號投射矩陣，如表3.2、表3.3、表3.4、表3.5。表3.2、表3.3為使用2進4出之迴旋碼結合4-PSK訊號投射器之時空編碼，表3.4、表3.5為使用3進4出之迴旋碼結合4-PSK訊號投射器之時空編碼，而迴旋碼之產生矩陣以八進位表示。

### 3.3.2 高複雜度非均等錯誤保護時空籬柵碼之電腦搜尋方法與結果

由模擬研究中發現，以Vucetic等人設計的時空編碼器架構[12]，在固定暫存器個數下，我們可以藉著改變暫存器的所有可能的排列方法，然後改變每一個暫存器所對應到的產生係數， $g_{q,i}^p \in 0, 1, \dots, M-1$ ，做為非均等錯誤保護時空籬柵碼的搜尋形式，再依據等效分離向量與非均等錯誤保護碼設計準則評量後，篩選出對於每個輸入位置提供最佳的非均等錯誤保護能力。以下將介紹非均等錯誤保護時空籬柵碼其搜尋方法所依循步驟：

非均等錯誤保護時空籬柵碼其搜尋之步驟：

- (1)選定調變系統  $M$ -PSK 與傳送天線數  $n_T$ 。
- (2)選定暫存器總數  $v$ ，並且排列出其中一種可能性。
- (3)找出所有暫存器所對應的產生係數的可能性，做為其搜尋的編碼器表示法。
- (4)每找出一種可能的編碼器表示法，即計算其對應的等效分離向量。
- (5)比較等效分離向量，選出最佳的非均等錯誤保護時空籬柵碼。

**Expample :** 假設我們要搜尋固定兩個暫存器，兩個輸入，並且使用4-PSK調變系統與兩根傳送天線下，具有最佳非均等錯誤保護能力的時空籬柵碼。首先，找出暫存器有兩種排列方式，其一為傳統的編碼器形式如圖3.2，其編碼器的產生方程式表示如下

$$(s_t^1, s_t^2) = I_{t-1}^1(g_{1,1}^1, g_{1,2}^1) \oplus_4 I_{t-1}^2(g_{1,1}^2, g_{1,2}^2) \oplus_4 I_t^1(g_{0,1}^1, g_{0,2}^1) \oplus_4 I_t^2(g_{0,1}^2, g_{0,2}^2)$$

接著我們找出每個暫存器所有可能對應到的產生係數，即可以找出所有編碼器的可能性為  $4^8$  種。然後將所有編碼器經過等效分離向量標準評量後，發現最佳等效分離向量為  $E(G) = (10, 10)$ 。在暫存器在對稱排列的形式下並不具備高效能的非均等錯誤保護能力。而如圖3.3所示，為固定兩個暫存器下的第二種表示法，可將編碼器的產生方程式表示如下

$$(s_t^1, s_t^2) = I_{t-2}^2(g_{2,1}^2, g_{2,2}^2) \oplus_4 I_{t-1}^2(g_{1,1}^2, g_{1,2}^2) \oplus_4 I_t^1(g_{0,1}^1, g_{0,2}^1) \oplus_4 I_t^2(g_{0,1}^2, g_{0,2}^2)$$

依上述方法找出所有編碼器後，經過等效分離向量標準評量後，發現最佳等效分離向量為  $E(G) = (4, 14)$ ，如表3.2所示。在固定兩個暫存器下，很明顯地時空籬柵碼可以提供給不同需求的多媒體資訊非均等的錯誤保護能力。其中第2個輸入位置在相同複雜度下，可以提供更佳的保護能力，而第一個輸入位置則次之。最後我們將目前已找出的最佳非均等錯誤保護時空籬柵碼列表於表3.2。

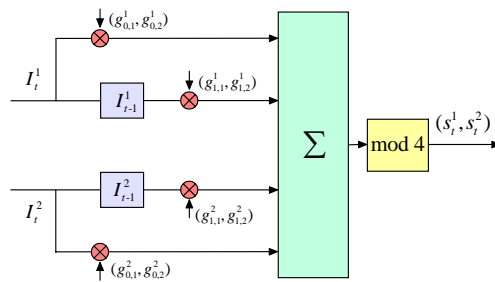


圖 3.2: 傳統二輸入二暫存器時空籬柵碼編碼器

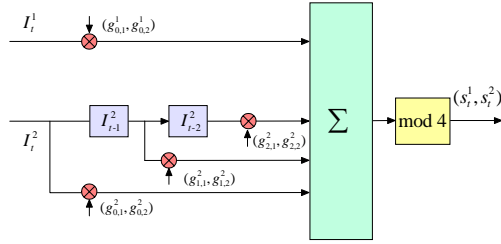


圖 3.3: 新式非均等錯誤保護之二輸入二暫存器時空離柵碼編碼器

### 3.4 非均等錯誤保護時空碼之模擬與討論

此小節我們將舉列說明由電腦模擬出一系列優良的非均等錯誤保護時空碼的效能，在此論文中的所有模擬的環境假設在平穩雷利衰褪的通道中。考慮表 3.1 中使用 4PSK 調變方式、兩傳送天線 ( $n_T = 2$ ) 且兩個暫存器 ( $v = 2$ ) 的非均等錯誤保護時空離柵碼，產生序列表示如下

$$g^1 = [(2, 0)] \quad g^2 = [(1, 2), (1, 3), (0, 2)]$$

其中此組非均等錯誤保護時空離柵碼對應的等效分離向量為  $E(G) = (4, 14)$  第一個輸入位置所對應的等效距離為 4，而第二個輸入位置所對應的等效距離為 14，使用電腦模擬出來的位元錯誤率的曲線分佈情形如圖 3.4 所示。而我們再列舉 Vucetic 使用跡數準則所提出的最佳時空離柵碼做一比較，產生序列表示如下

$$g^1 = [(0, 2), (1, 2)] \quad g^2 = [(2, 3), (2, 0)]$$

其中此組時空離柵碼所對應的等效分離向量為  $E(G) = (10, 10)$ ，而模擬出來的位元錯誤率的曲線分佈情形如圖 3.5 所示。圖 3.5 中使用 input 1 與 input 2 的表示法分別代表第一個輸入位置與第二個輸入位置所表示的曲線。

我們由圖 3.4 與圖 3.5 的位元錯誤率模擬中我們可以發現第一組非均等錯誤保護時

空離柵碼確實可以根據它編碼器輸入的位置不同，提供不同的錯誤保護能力，而第二組最佳時空離柵碼並不具有非均等錯誤的保護能力。接著，我們可以分別對這兩組碼第一個輸入位置對應的位元錯誤率曲線做比較，很明顯地發現圖 3.5 比 3.4 好，再對第二個輸入位置所對的位元錯誤率做比較，則圖 3.4 比 3.5 好。然後我們再分別對這兩組時空離柵碼具有的等效分離向量做比較，也可以很清楚發現第二組碼的第一個輸入位置對應的等效距離比第一組大，而第二個輸入位置則反之。由前面章節的分析中我們可以得知每一個輸入位置所對應的等效距離越大，其對應的錯誤率則會越低小，藉由以上的觀察我們可以得到很好的應證，等效分離向量確實可以用來衡量每個輸入位置所對應的錯誤保護能力。

接著，我們將舉例說明當等效距離相等時我們如何比較兩者的效能好壞。考慮表 3.2 中使用 4PSK 調變方式、2 傳送天線、2 個暫存器和 3 個輸入的非均等錯誤保護時空碼，產生矩陣表示如下

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

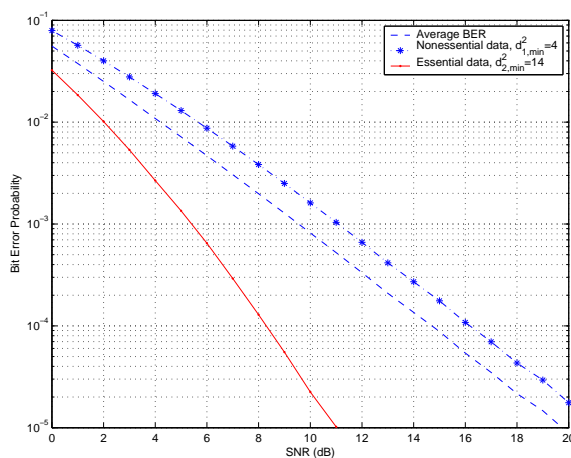


圖 3.4: 4-狀態 4PSK  $k = 2$   $n_T = 2$   $n_R = 2$  非均等錯誤保護時空離柵碼的位元錯誤率

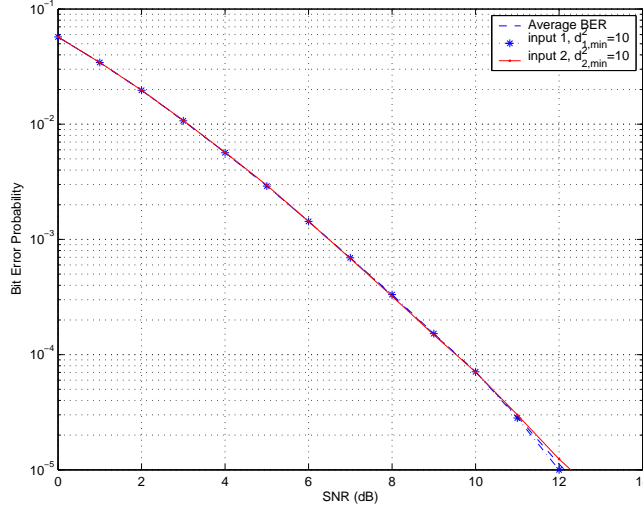


圖 3.5: 4-狀態 4PSK  $k = 2$   $n_T = 2$   $n_R = 2$  不俱非均等錯誤保護能力的時空籬柵碼的位元錯誤率

其中使用的訊號投射矩陣表示如下

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

此組非均等錯誤保護時空碼對應的等效分離向量為  $E(G) = (6, 4, 6)$ ，我們發現第一個輸入位置所對應的等效距離為 6，第三個輸入位置所對應的位置也為 6，而它們分別對應的平均位元重數為  $B_{d_{min}^2}^{(1)} = 5$  與  $B_{d_{min}^2}^{(2)} = 0.33$ 。我們可以發現雖然第一個輸入與第三個輸入位置所對應的等效距離一樣，但是分別對應到的平均位元重數第三個輸入位置比第一個輸入位置對應到的小，如圖3.6所示，從圖中我們發現確實第三個輸入位置模擬出來的位元錯誤率確實比第一個輸入位置的低，因此我們可以由這例子得到應證，判別碼的效能好壞時先考慮等效距離，再參考平均位元重數，可以預估此組碼的效能。如圖3.7所示，則是提高傳送天線個數至 4 根，得到較高的分集增益，也可以更清楚的分別出分別對應到的位元錯誤率的高低。



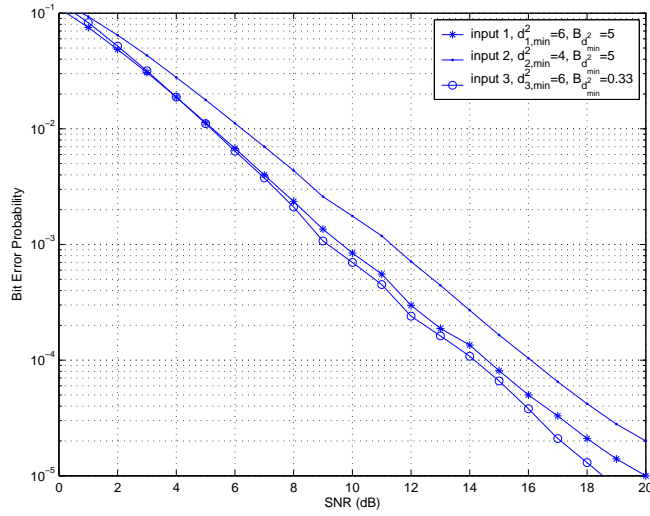


圖 3.6: 4-狀態 4PSK  $k = 3$   $n_T = 2$   $n_R = 2$  非均等錯誤保護時空碼的位元錯誤率

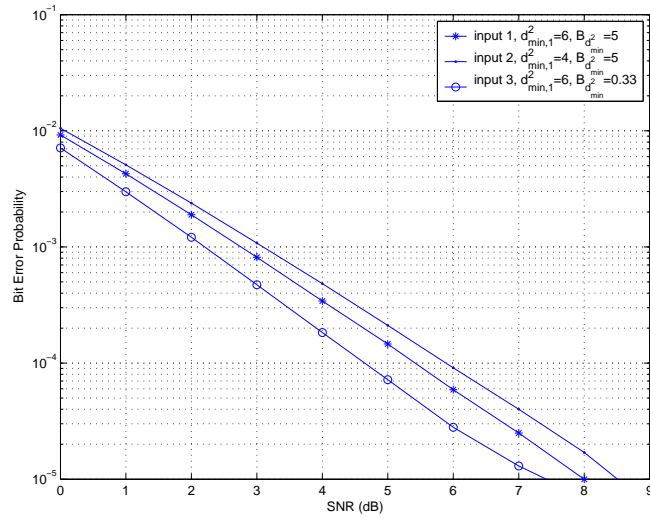


圖 3.7: 4-狀態 4PSK  $k = 3$   $n_T = 2$   $n_R = 4$  非均等錯誤保護時空碼的位元錯誤率

### 3.5 結語

在本計劃之第一年度中我們結合非均等錯誤保護與時空編碼技術，提出由空間觀點下之分析方法，擷取兩者之優點以設計出適合於無線傳輸之通道編碼系統。此方法主要是探討時空編碼本身之非均等錯誤保護能力，根據資料輸入時空編碼器之位置不同，而反映其保護能力之不同。並且由配對錯誤率分析，推演出在  $rn_R \geq 4$  與在  $rn_R < 4$  時評量時空碼錯誤保護能力之兩套參數。定義出對於其不同輸入對應之等效分離向量與等效分離行列式值，藉此評量時空編碼非均等錯誤保護能力。此外，我們提出兩種架構以建構出具有強大非均等錯誤保護能力的時空碼。其一我們延續[8]提出之理論，設計由線性二位元迴旋碼結合  $M$ -PSK調變系統與多重天線架構之時空籬柵碼之特例。另外，我們修改由Chen, Vucetic和Yuan等人提出之最佳時空籬柵編碼器架構[9]，達到最佳非均等錯誤保護能力。最後，應用所得的結果進行大規模的電腦搜尋非均等錯誤保護時空碼。

表 3.1: 一系列優良非均等錯誤保護之時空籬柵碼使用4PSK調變方式與二根傳送天線

$n_T \nu$	Generator sequences	E(G)	$A_{d^2}$	$B_{d^2}$	$A_{d^2}^{(1)}$	$A_{d^2}^{(2)}$	$B_{d^2}^{(1)}$	$B_{d^2}^{(2)}$
2 2	$g^1=[(2,0)]$ $g^2=[(1,2), (1,3),(0,2)]$	4 14	1	0.5	1	4	1	4
2 3	$g^1=[(2,0)]$ $g^2=[(1,2), (0,2),(1,3),(0,2)]$	4 18	1	0.5	1	4	1	4
2 3	$g^1=[(2,2)]$ $g^2=[(3,3), (1,0),(1,3),(2,0)]$	8 14	1	0.5	1	8	1	8
2 4	$g^1=[(2,0)]$ $g^2=[(1,0), (1,3),(1,2),(0,1),(3,2)]$	4 20	1	0.5	1	62	1	92
2 4	$g^1=[(2,2)]$ $g^2=[(2,0), (3,1),(1,1),(1,0),(0,2)]$	8 18	1	0.5	1	24	1	40
2 5	$g^1=[(0,2)]$ $g^2=[(2,0), (2,3),(2,1),(3,0),(0,1),(2,3)]$	4 24	1	0.5	1	15.5	1	32
2 5	$g^1=[(2,2)]$ $g^2=[(2,0), (3,1),(1,0),(1,3),(0,2),(2,1)]$	8 20	1	0.5	1	36	1	60
2 5	$g^1=[(1,0),(2,0)]$ $g^2=[(2,2),(0,2),(1,3),(1,2),(2,1)]$	12 18	1	0.5	1	16	1	24
2 6	$g^1=[(0,2),(2,3)]$ $g^2=[(3,0),(2,2),(1,0),(1,1),(2,1),(1,3)]$	12 20	1	0.5	1	24	1	40
2 6	$g^1=[(2,2)]$ $g^2=[(1,1), (3,0),(3,3),(2,1),(1,3),(2,0),(1,3)]$	8 24	1	0.5	1	48	1	64

表 3.2: 一系列應用訊號投射矩陣優良非均等錯誤保護之時空碼使用 4PSK  $n_T = 2$   $k = 2$

$n k m$	Canonical PGM	Fornry indices	S(G)	$\mathbf{M}^T$	E(G)	$A_{d^2}$	$B_{d^2}$	$A_{d^2}^{(1)}$	$A_{d^2}^{(2)}$	$B_{d^2}^{(1)}$	$B_{d^2}^{(2)}$
421	1 1 0 0 3 0 2 3	01	25	0120 1002	48	1	0.5	1	2	1	2
				0012 1200	210	1	0.5	1	1	1	1
422	1 0 0 1 7 7 5 0	02	28	0021 1200	414	1	0.5	1	3	1	4
423	1 1 0 0 13 0 15 17	03	210	1020 0102	418	1	0.5	1	4	1	4
				2001 0210	814	1	0.5	1	8	1	8
423	1 2 3 0 6 5 1 7	12	48	0102 2010	614	1	0.5	1	2	0.5	3
423	3 3 2 2 4 7 1 3	12	67	0120 1002	816	1	0.5	1	32	1	48
				0210 1002	1012	1	0.5	1	2	1	2
424	1 1 1 1 25 17 32 0	04	410	2100 0021	420	1	0.5	1	52	1	120
424	1 0 0 1 25 33 37 0	04	212	1020 0201	420	1	0.5	1	16	1	32
				2010 0102	818	1	0.5	1	15	1	16
425	1 0 0 1 45 57 55 0	05	213	1020 0201	424	1	0.5	1	24	1	40
				2010 0102	818	1	0.5	1	16	1	16

表 3.3: 延續表3.2

$n k m$	Canonical PGM	Fornry indices	S(G)	$M^T$	E(G)	$A_{d^2}$	$B_{d^2}$	$A_{d^2}^{(1)}$	$A_{d^2}^{(2)}$	$B_{d^2}^{(1)}$	$B_{d^2}^{(2)}$
4 2 5	$\begin{matrix} 1 & 0 & 7 & 6 \\ 14 & 13 & 15 & 5 \end{matrix}$	2 3	6 10	0 2 0 1	10 18	1	0.5	1	4	1	6
				2 0 1 0							
4 2 5	$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 37 & 51 & 66 & 0 \end{matrix}$	0 5	4 12	1 0 2 0	4 22	1	0.5	1	1	32	32
				0 2 0 1							
4 2 5	$\begin{matrix} 0 & 16 & 3 & 15 \\ 5 & 7 & 6 & 3 \end{matrix}$	3 2	8 9	0 1 2 0	18 14	1	0.5	7	1	14	1
4 2 6	$\begin{matrix} 0 & 5 & 7 & 1 \\ 35 & 11 & 35 & 20 \end{matrix}$	2 4	6 11	0 2 0 1	12 18	1	0.5	1	1	1	1
				2 0 1 0							
4 2 6	$\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 113 & 167 & 165 & 0 \end{matrix}$	0 6	2 15	0 0 1 2	14 16	1	0.5	1	2	1	3
				1 2 0 0							
4 2 6	$\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 113 & 167 & 165 & 0 \end{matrix}$	0 6	2 15	2 0 0 1	4 26	1	0.5	1	8	1	8
				0 2 1 0							
				0 1 0 2							
4 2 6	$\begin{matrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 63 & 67 & 25 & 40 \end{matrix}$	1 5	4 13	2 0 1 0	4 24	1	0.5	1	44	1	56
				0 1 0 2							
				2 1 0 0							
4 2 6	$\begin{matrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 63 & 67 & 25 & 40 \end{matrix}$	1 5	4 13	1 2 0 0	12 20	1	0.5	1	9	1	12
				0 0 1 2							

表 3.4: 一系列應用訊號投射矩陣優良非均等錯誤保護之時空碼使用 4PSK  $n_T = 2$   $k = 3$

$n k m$	Canonical PGM	Fornry indices	S(G)	$\mathbf{M}^T$	E(G)	$A_{d^2}$	$B_{d^2}$	$A_{d^2}^{(1)}$	$A_{d^2}^{(2)}$	$A_{d^2}^{(3)}$	$B_{d^2}^{(1)}$	$B_{d^2}^{(2)}$	$B_{d^2}^{(3)}$
432	0 0 1 2 0 1 1 1 3 0 2 3	101	234	2100 0021	646	1	0.33	1	5	3	0.33	5	5
433	0 1 0 1 0 1 1 0 16 13 0 0	003	226	0210 2001	6210	1	0.33	1	1	4	1	1	4
433	1 1 1 1 2 3 1 0 5 3 4 0	012	445	0102 2010	488	1	0.33	1	14	14	1	18	18
434	1 0 0 1 1 0 1 0 27 31 0 0	004	227	2010 0201	6212	1	0.33	1	1	12	1	1	16
434	1 1 1 1 7 1 4 0 3 4 7 0	022	455	0021 2100	41010	1	0.33	1	21	17	1	37	26
434	1 1 1 1 1 2 3 0 16 5 15 0	013	446	2100 0021	488	1	0.33	1	4	4	1	12	4
435	1 1 1 1 3 4 7 0 15 15 6 0	023	466	0012 2100	41010	1	0.33	1	8	24	1	16	56
435	1 0 1 0 0 1 0 1 37 65 0 0	005	228	1002 0120	4412	1	0.67	1	1	8	1	1	8

表 3.5: 延續表3.4

$n k m$	Canonical PGM	Fornry indices	S(G)	$\mathbf{M}^T$	E(G)	$A_{d^2}$	$B_{d^2}$	$A_{d^2}^{(1)}$	$A_{d^2}^{(2)}$	$A_{d^2}^{(3)}$	$B_{d^2}^{(1)}$	$B_{d^2}^{(2)}$	$B_{d^2}^{(3)}$
4 3 5	1 1 1 1 1 2 3 0 36 11 31 0	0 1 4	4 4 7	0 0 1 2 2 1 0 0	4 1 0 1 0	1	0.33	1	4	6	1	18	4
4 3 6	0 0 1 1 7 6 3 0 26 13 37 0	0 2 4	2 6 7	0 0 2 1 2 1 0 0	2 1 2 1 2	1	0.33	1	6	4	1	12	4
				1 0 0 2 0 2 1 0	6 1 0 1 0	1	0.33	1	4	5	1	7	5
4 3 6	0 0 1 1 1 1 0 0 135 0 147 0	0 0 6	2 2 1 0	2 0 1 0 0 1 0 2	4 4 1 2	1	0.67	1	1	16	1	1	48
4 3 6	1 1 1 1 3 1 2 0 57 40 21 0	0 1 5	4 4 8	2 0 0 1 0 2 1 0	4 1 0 1 2	1	0.33	1	2	4	1	2	4

## 第 4 章

# 碼率匹配擷取時空碼

### 4.1 擷取時空碼的編碼

考慮  $n_T$  根傳送天線， $n_R$  根接收天線的時空碼系統，假設傳送的信號長度是  $L$ ，定義  $c_t^i$  為在時間  $t$ ，第  $i$  根傳送天線所傳送出的信號，其中  $\forall 1 \leq t \leq L, \forall 1 \leq i \leq n_T$ ，將擷取的技術應用於時空碼，即週期性的刪除某根天線上的信號  $c_t^i$ ，經由這樣的結合，設計出一新的編碼系統，稱之為擷取時空碼。

擷取時空碼的技術是利用一個擷取表(punctured table)，將碼字週期性地刪除。定義一個擷取週期為  $p$  的擷取表  $A$ ， $A$  是一個  $n_T \times p$  的矩陣，矩陣內的元素以  $a_{x,y}$  表示， $\forall a_{x,y} \in \{0,1\}$ 。在時間  $t$  時傳送的信號，如果  $a_{i,t \bmod p} = 1$ ，代表信號被傳送出去，反之如果  $a_{i,t \bmod p} = 0$ ，則是不傳送，經由上述的擷取機制，當擷取表中的元素  $a_{x,y} = 1$  的數量越少時，會對應到較差的保護能力。在此定義時空碼的碼率為傳送一個信號會負載資料位元的數目，因此假設母碼是兩根傳送天線的時空碼，並且使用 QPSK 調變方式，其碼率可以表示成 1 位元/傳送信號，如果有一個週期為 2 的擷取表如下：

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

經由擷取表  $A$  所得到的子碼，其對應的碼率會是  $4/3$  位元/傳送信號。因此一般來說，



對一個具有  $\phi$  個非零元素的擷取表而言，可以產生碼率為  $n_T p / \phi$  的子碼。

## 4.2 擷取時空碼的解碼

定義  $x_t^i$  為擷取碼中，在時間點  $t$ ，第  $i$  根傳送天線所傳送的信號，假設傳送通道是慢速平穩衰退 (slowly flat fading)，第  $j$  根接收天線的接收信號  $r_t^j$ ， $j = 1, 2, \dots, n_R$ ，可以表示如下：

$$r_t^j = \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_{i,j} \cdot x_t^i + n_t^j$$

其中  $\alpha_{i,j}$  為第  $i$  根傳送天線到第  $j$  根接收天線的路徑增益，而  $n_t^j$  則為平均值為零，每個維度變異數為  $N_0/2$  的白色高斯雜訊 (AWGN)。假設通道狀態資訊是理想的，即  $\alpha_{i,j}$ ， $i = 1, 2, \dots, n_T$ ， $j = 1, 2, \dots, n_R$  對於接收端是已知的條件下，根據最大可能性解碼 (Maximum likelihood decoding) 可寫成

$$\Pr\{r_t^j \forall j, t \mid \hat{x}_t^i, \alpha_{i,j} \forall i, j, t\} = \prod_t \prod_j \frac{1}{\pi N_0} \exp\left(-\frac{|r_t^j - \sum_i \alpha_{i,j} \cdot \hat{x}_t^i|^2}{N_0}\right)$$

利用最大可能性演算法，可以得到 decision metric 如下，因此當 decision metric 最小的時候，解碼器估測出傳送的信號， $\hat{x}_t^i$ 。

$$\sum_t \sum_j \left| r_t^j - \sum_i \alpha_{i,j} \cdot \hat{x}_t^i \right|^2 \quad (4.0)$$

令  $\hat{c}_t^i$  是相對於  $\hat{x}_t^i$ ，沒有經過擷取的母碼所傳送的信號，因此 (4.0) 式可以寫成：

$$\sum_t \sum_j \left| r_t^j - \sum_i \alpha_{i,j} \cdot a_{i,t \bmod p} \cdot \hat{c}_t^i \right|^2 \quad (4.1)$$

將上式與沒有作擷取的母碼之解碼 metric 做比較

$$\sum_t \sum_j \left| r_t^j - \sum_i \alpha_{i,j} \cdot \hat{c}_t^i \right|^2$$

經由比較後，可以發現擷取碼與母碼的最大可能性解碼的 metric 的差別在於擷取碼多了  $a_{i,t \bmod p}$ ，因此原本用於母碼的解碼器可以對一系列的擷取子碼解碼。

### 4.3 擷取時空碼的設計準則

在第 2.4 節中我們分析了時空碼的位元錯誤率，考慮  $rn_R \geq 4$  時的情況，由(2.12)式知道解碼器解碼錯誤的平均錯誤機率為

$$\bar{P}(E|j) \leq \sum_{d_i^2 \in \Gamma} A_{d_i^2} P_{d_i^2} \quad (4.1)$$

由 (2.13)式可以知道擷取碼平均位元錯誤率上界為

$$P_b \leq \frac{1}{k} \sum_{d_i^2 \in \Gamma} B_{d_i^2} P_{d_i^2} \quad (4.2)$$

然而，對於擷取時空碼而言，由於擷取碼跟時間的相關性，因此擷取表對於事件錯誤率會有所影響。假設擷取週期為  $p$ ，我們將擷取週期  $p$  個時間視為一個新的單位時間，平均事件錯誤機率與平均位元錯誤機率可以改寫如下：

平均事件錯誤機率

$$\bar{P}(E|j) \leq \frac{1}{p} \sum_{d_i^2 \in \Gamma} A_{d_i^2} P_{d_i^2} \quad (4.3)$$

平均位元錯誤機率

$$\bar{P}_b \leq \frac{1}{pk} \sum_{d_i^2 \in \Gamma} B_{d_i^2} P_{d_i^2} \quad (4.4)$$

從以上兩個式子可以看出  $A_{d_i^2}$  與  $B_{d_i^2}$  對解碼器犯錯機率的影響，即這兩個參數是擷取時空碼設計準則與優良碼電腦搜尋的重要參考依據。

考慮一母碼  $C$  經由擷取表  $A$  得到擷取碼  $\hat{C}$ ，令沒有經過擷取的兩個碼字符號為  $\mathbf{c} = (c_t^i \forall i, t)$  和  $\tilde{\mathbf{c}} = (\tilde{c}_t^i \forall i, t)$ ，而經過擷取表  $A$  後得到的碼字符號為  $\mathbf{x} = (x_t^i \forall i, t)$  和

$\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}_t^i \forall i, t)$ ，根據 (4.1) 式，解碼器將傳送信號  $\mathbf{c}$  判斷成  $\tilde{\mathbf{c}}$  的成對錯誤機率上邊界可寫為

$$\Pr\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}} \mid \forall \alpha_{i,j}\} \leq \frac{1}{2} \exp \left( \frac{-1}{4N_0} \sum_{t=1}^L \sum_{j=1}^{n_R} \left| \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_{i,j} \cdot a_{i,t \bmod p} \cdot (c_{i,t} - \tilde{c}_{i,t}) \right|^2 \right) \quad (4.5)$$

定義  $n_T \times L$  有效碼字差異矩陣 (*effective codeword difference matrix*)  $\mathbf{B}_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$

$$\mathbf{B}_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \begin{pmatrix} a_{1,1}(c_{1,1} - \tilde{c}_{1,1}) & a_{1,2}(c_{1,2} - \tilde{c}_{1,2}) & \cdots & a_{1,L \bmod p}(c_{1,L} - \tilde{c}_{1,L}) \\ a_{2,1}(c_{2,1} - \tilde{c}_{2,1}) & a_{2,2}(c_{2,2} - \tilde{c}_{2,2}) & \cdots & a_{2,L \bmod p}(c_{2,L} - \tilde{c}_{2,L}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n_T,1}(c_{n_T,1} - \tilde{c}_{n_T,1}) & a_{n_T,2}(c_{n_T,2} - \tilde{c}_{n_T,2}) & \cdots & a_{n_T,L \bmod p}(c_{n_T,L} - \tilde{c}_{n_T,L}) \end{pmatrix}$$

接著令有效碼字距離矩陣 (*effective codeword distance matrix*)， $\mathbf{Q}_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$

$$\mathbf{Q}_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \mathbf{B}_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \cdot \mathbf{B}_A^H(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

參考 2.3 節的推導，(4.5) 式可以改寫成

$$\Pr\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}} \mid \forall \alpha_{i,j}\} \leq \frac{1}{2} \exp \left( \frac{-1}{4N_0} \sum_{j=1}^{n_R} \sum_{i=1}^{n_T} \lambda_i |\beta_{i,j}|^2 \right). \quad (4.6)$$

定義  $r_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$  為矩陣  $\mathbf{Q}_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$  的秩，稱為有效秩 (*effective rank*)。考慮通道是 Rayleigh 衰褪，且在高訊雜比的情況下，(4.6) 可以簡化成

$$\Pr\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}\} \leq \left( \prod_{i=1}^{r_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})} \frac{\lambda_i}{E_s} \right)^{-n_R} \left( \frac{E_s}{4N_0} \right)^{-r_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})n_R} \quad (4.7)$$

然而，對於  $r_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})n_R \geq 4$  的情況，第 (4.6) 式中的  $\sum_{j=1}^{n_R} \sum_{i=1}^{n_T} \lambda_i |\beta_{i,j}|^2$  可以近似成高斯隨機變數，而成對錯誤率的上界最後可以化簡成 [2]

$$\Pr\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}\} \leq \frac{1}{4} \exp \left( \frac{-n_R}{4N_0} \sum_{i=1}^{n_T} \lambda_i \right) \quad (4.8)$$

定義經過擷取表  $A$  後  $\mathbf{c}$  和  $\tilde{\mathbf{c}}$  之間的有效距離 (*effective distance*) 為

$$d_A^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \sum_{t=0}^L \sum_{i=1}^{n_T} |a_{i,t \bmod p} \cdot (c_{i,t} - \tilde{c}_{i,t})|^2 \quad (4.8)$$

經由觀察，我們知道  $\sum_{i=1}^{n_T} \lambda_i = d_A^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ ，因此，第 (4.8) 式可以改寫成

$$\Pr\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}\} \leq \frac{1}{4} \exp\left(\frac{-n_R}{4N_0} d_A^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})\right) \quad (4.9)$$

從前面的介紹，我們知道根據  $r_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})n_R$  值的大小會對應到兩種不同的成對錯誤機率表示式，令  $r_{\min}(\hat{C})$  為擷取碼  $\hat{C}$  最小的有效秩，表示如下

$$r_{\min}(\hat{C}) = \min_{\forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} r_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

以下兩小節，我們將介紹依  $r_{\min}(\hat{C})n_R$  值不同所對應到的兩種擷取時空碼的設計準則。

### 4.3.1 $r_{\min}(\hat{C})n_R < 4$ 之分析

令  $\Lambda = \{r_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) | \forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C\}$ ，擷取碼  $\hat{C}$  的位元錯誤率上界表示如下：

$$P_b(\hat{C}) \leq \sum_{r \in \Lambda} B_r \left( \prod_{i=1}^r \frac{\lambda_i}{E_s} \right)^{-n_R} \left( \frac{E_s}{4N_0} \right)^{-rn_R} \quad (4.8)$$

其中  $B_r$ 's 代表的是距離頻譜，而最小有效行列式表示法如下

$$\det_{\min}(\hat{C}) = \min_{\{\forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C | r_A(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = r_{\min}(\hat{C})\}} \prod_{i=1}^{r_{\min}(\hat{C})} \frac{\lambda_i}{E_s}.$$

觀察 (4.3.1) 式，可以知道在高訊雜比的情況，擷取碼的效能好壞可以由  $(r_{\min}(\hat{C}), \det_{\min}(\hat{C}), B_{r_{\min}(\hat{C})})$  決定，當  $r_{\min}(\hat{C})$  和  $\det_{\min}(\hat{C})$  越大時，擷取碼  $\hat{C}$  會具有較好的效能；而若是不同的擷取碼具有相同的  $r_{\min}(\hat{C})$  和  $\det_{\min}(\hat{C})$ ，則是比較  $B_{r_{\min}(\hat{C})}$ ，越小則效能越好。因此，在搜尋較好的擷取子碼時，擷取表必須設計成讓擷取碼的  $r_{\min}(\hat{C})$  和  $\det_{\min}(\hat{C})$  越大以及  $B_{r_{\min}(\hat{C})}$  越小越好。

### 4.3.2 $r_{\min}(\hat{C})n_R \geq 4$ 之分析

根據 (4.9) 式擷取碼  $\hat{C}$  的位元錯誤率上界可以寫成

$$P_b(\hat{C}) \leq \sum_{d^2 \in \Gamma} B_{d^2} \exp\left(-\frac{m \cdot d^2}{4N_0}\right) \quad (4.7)$$

其中  $\Gamma = \{d_A^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \mid \forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C\}$ ，而  $B_{d^2}$ 's 是距離頻譜。定義擷取碼  $\hat{C}$  的最小有效距離如下

$$d_{\min}^2(\hat{C}) = \min_{\forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_A^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

觀察 (4.3.2) 式，可以知道在高訊雜比的情況，擷取碼的效能好壞可以由  $(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})})$  決定，當  $d_{\min}^2(\hat{C})$  越大時，擷取碼  $\hat{C}$  會具有越好的效能；而若是不同的擷取碼具有相同的  $d_{\min}^2(\hat{C})$ ，則是比較  $B_{d_{\min}^2(\hat{C})}$ ，越小則效能越好。因此，在搜尋較好的擷取子碼時，擷取表必須設計成讓擷取碼的  $d_{\min}^2(\hat{C})$  越大以及  $B_{d_{\min}^2(\hat{C})}$  越小越好。

#### 4.4 應用擷取時空碼於非均等錯誤保護

當傳送資料重要程度不同或通道環境會改變時，系統需要具備非均等錯誤保護的功能。選定一時空碼，可以選取不同的擷取表，建立出一系列具有不同保護能力的擷取碼，而且一系列子碼都可以利用母碼的編碼器與解碼器進行編碼與解碼，因此擷取時空碼非常適合做非均等錯誤保護。

假設要傳送的資料位元總共有  $N$  個，依照不同的傳送位元有不同的保護需求，將資料位元序列分為  $W$  個種類的資料源， $S_l$ ，每一個種類對應到不同的位元錯誤率  $P_{b,l}$ ， $1 \leq l \leq W$ ，其中  $P_{b,1} \geq P_{b,2} \geq \dots \geq P_{b,W}$ ，且  $\sum_{l=1}^W S_l = N$ 。現在已經知道保護的種類有  $W$  種，因此需要  $W$  個不同的擷取表產生的子碼，首先我們選擇一個錯誤保護能力較佳的時空母碼  $C$ ，再選擇適當的擷取表  $A(l)$  以產生一系列具有不同錯誤保護能力的子碼  $\hat{C}_l$ ，並且各個不同的子碼的  $(d_{\min}^2(\hat{C}_l), B_{d_{\min}^2(\hat{C}_l)})$  要滿足資料所對應的位元錯誤率  $P_{b,l}$ 。而擷取表可以依照輸入資料所需要的錯誤保護能力，動態地選擇切換，如圖 4.1

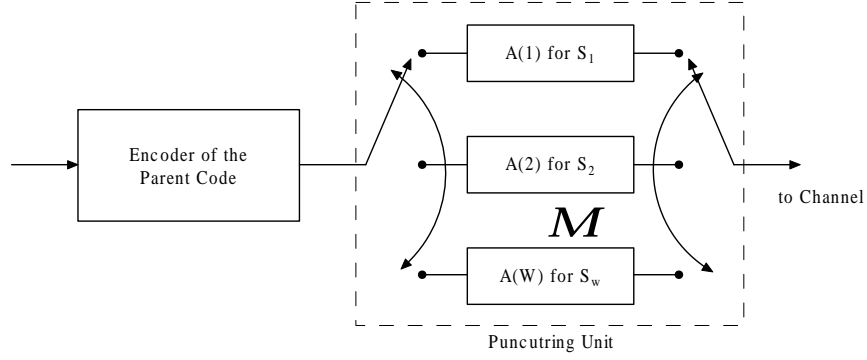


圖 4.1: 切换撷取表機制

然而，在動態切换撷取表時，可能會造成不可預期的有效距離損失，導致無法達到傳送資料所需要的錯誤保護能力，舉例來說，考慮一被兩個撷取表撷取的時空碼，撷取表如下所示：

$$A(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

假設有兩個碼字符號為  $\mathbf{c} = (c_{i,t} \forall i, t)$  和  $\tilde{\mathbf{c}} = (\tilde{c}_{i,t} \forall i, t)$ ，且碼字差異距陣表示如下

$$\begin{pmatrix} e_{0,0} & e_{0,1} & e_{0,2} & e_{0,3} & 0 & 0 & 0 & e_{0,7} \\ e_{1,0} & 0 & 0 & 0 & e_{1,4} & e_{1,5} & e_{1,6} & e_{1,7} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

其中  $e_{i,t} = c_{i,t} - \tilde{c}_{i,t}$ ，表示在時間  $t$  時，第  $i$  根天線符號間的差距。當母碼被撷取表  $A(1)$  所撷取，根據 (4.3)，碼字符號  $\mathbf{c} = (c_{i,t} \forall i, t)$  和  $\tilde{\mathbf{c}} = (\tilde{c}_{i,t} \forall i, t)$  之間的有效距離為

$$d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = |e_{0,3}|^2 + |e_{0,7}|^2 |e_{1,0}|^2 + |e_{1,4}|^2 + |e_{1,5}|^2 + |e_{1,6}|^2 + |e_{1,7}|^2$$

而當母碼被撷取表  $A(2)$  所撷取，碼字符號  $\mathbf{c} = (c_{i,t} \forall i, t)$  和  $\tilde{\mathbf{c}} = (\tilde{c}_{i,t} \forall i, t)$  之間的有效距離則為

$$d_{A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = |e_{0,0}|^2 + |e_{0,1}|^2 + |e_{0,2}|^2 + |e_{0,3}|^2 + |e_{0,7}|^2 |e_{1,0}|^2 + |e_{1,4}|^2 + |e_{1,7}|^2$$

假設在時間  $0 \leq t \leq 3$  使用擷取表  $A(1)$ ，然後在時間  $4 \leq t \leq 7$  切換到擷取表  $A(2)$ ，此時(4.4)式的差異矩陣會變成下列形式

$$\begin{pmatrix} \times & \times & \times & e_{0,3} & 0 & 0 & 0 & e_{0,7} \\ e_{1,0} & 0 & 0 & 0 & e_{1,4} & \times & \times & e_{1,7} \end{pmatrix}$$

對應到的有效距離為

$$d_{A(1)|A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = |e_{0,3}|^2 + |e_{0,7}|^2 + |e_{1,0}|^2 + |e_{1,4}|^2 + |e_{1,7}|^2$$

從這個例子，我們發現  $d_{A(1)|A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$  比  $d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$  和  $d_{A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$  都來得小，而由於切換擷取表發生了有效距離變小的情形，即造成錯誤保護能力降低，因此我們要避免這種情形的發生。為了避免在切換擷取表的過程中，發生有效距離的變小的情形，我們所選擇的擷取表之間要滿足碼率匹配準則(rate-compatible criterion)[17]:

$$\text{if } a_{x,y}(i) = 1, \text{ then } a_{x,y}(j) = 1, \text{ for all } x, y \text{ and } 1 \leq i < j \leq W \quad (4.6)$$

其中  $a_{x,y}(i)$  代表擷取表  $A(i)$  中第  $x$  列中第  $j$  個欄位的元素。在碼率匹配準則下，高碼率子碼所傳送的碼字符號在低碼率的子碼中也會被傳送，因此可以保證  $d_{\min}^2(\hat{C}_i) \leq d_{\min}^2(\hat{C}_{i+1})$ ，並且如果在擷取表  $A(i)$  和  $A(j)$  做切換，所對應的有效距離至少是  $\min(d_{\min}^2(\hat{C}_i), d_{\min}^2(\hat{C}_j))$ (參考定理一)。

我們已經知道在傳送資料時，會先將資料依重要程度的不同分成不同的子群，再將這些子群組成一資料訊框，如圖4.2，而資料訊框內的不同子群之間的有效距離與錯誤率的關係可以用圖4.3表示[17]。

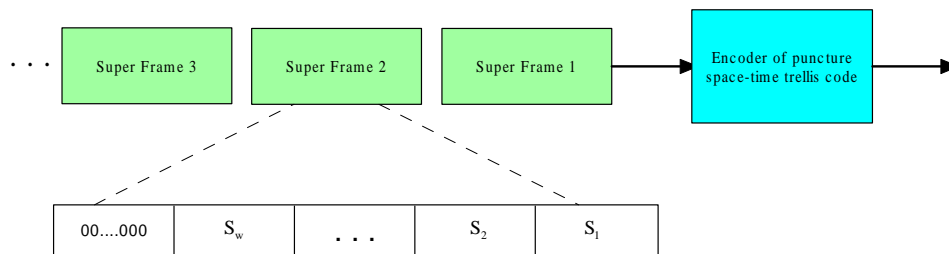


圖 4.2: 訊息資料群集架構

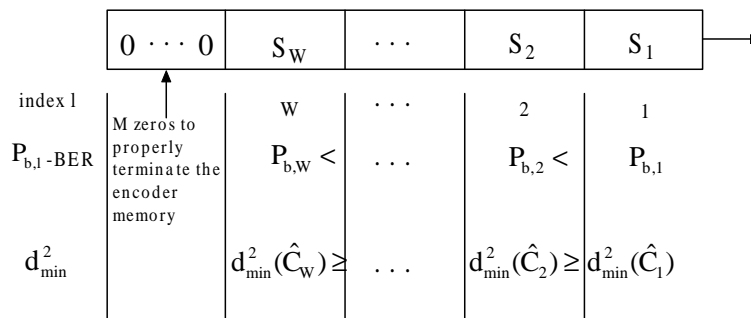


圖 4.3: 傳統的訊息位元排列架構

在這樣技術下，在資料訊框結束後需要傳送足夠的”0”位元清空暫存器內的位元。然而，經由證明(參考定理一)發現，當擷取表的轉換是從  $A(l)$  到  $A(l+1)$  或是從  $A(l+1)$  to  $A(l)$ ，碼字符號  $c$  與  $\tilde{c}$  間的有效距離都不會小於  $d_{min}^2(\hat{C}_l)$ ，因此資料訊框的排列方式可以設計成如圖4.4所示，利用這種排列方式，與之前的資料訊框比較，可以發現我們不必在資料訊框之間再傳送”0”位元，而這樣的設計方式是適用於所有的擷取碼系統的。

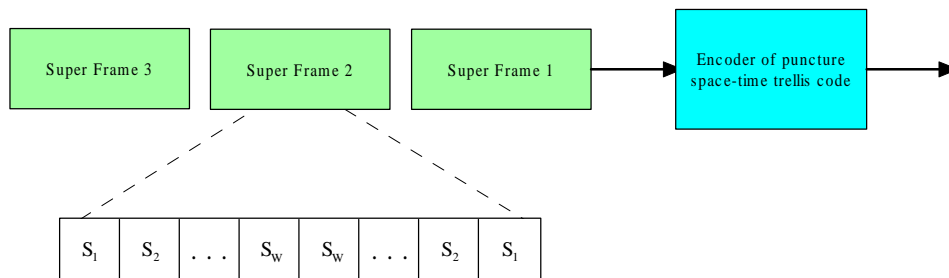


圖 4.4: 新的訊息位元排列架構



定理一：

考慮一具有  $n_T$  根傳送天線的時空碼  $C$ ，假設擷取週期是  $p$ ，令  $A(1) = (a_{x,y}(1))_{0 \leq x < n, 0 \leq y < p}$  和  $A(2) = (a_{x,y}(2))_{0 \leq x < n, 0 \leq y < p}$ ，且此兩個擷取表之間滿足碼率匹配準則，即如果  $a_{x,y}(1) = 1$ ，則  $a_{x,y}(2) = 1 \forall x, y$ ，定義傳送的碼字符號  $\mathbf{c}$ ，解碼的碼字符號  $\tilde{\mathbf{c}}$ ，其中  $\mathbf{c} = (c_{i,t} \forall i, t)$ ， $\tilde{\mathbf{c}} = (\tilde{c}_{i,t} \forall i, t)$ ，可以有下例結果

$$\min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \leq \min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

假設我們對母碼先使用擷取表  $A(1)$ ，接著切換至擷取表  $A(2)$ ，碼字符號間的有效距離表示為  $d_{A_1|A_2}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ ，可以證明出

$$\min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \leq \min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(1)|A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

而當擷取表切換關係是  $A(2)$  切換至  $A(1)$  時，也可以得到下列關係式

$$\min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \leq \min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(2)|A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

證明： 令  $\mathbf{e} = (e_{i,t} \forall i, t)$  是碼字符號  $\mathbf{c}$  和  $\tilde{\mathbf{c}}$  之間的差值，其中  $e_{i,t} = c_{i,t} - \tilde{c}_{i,t}$ ，當母碼被擷取表  $A(1)$  所擷取時，其對應的有效距離為

$$d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \sum_t \sum_i a_{i,t \bmod p}(1) \cdot |e_{i,t}|^2 \quad (4.7)$$

而當使用擷取表  $A(2)$  時，

$$d_{A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \sum_t \sum_i a_{i,t \bmod p}(2) \cdot |e_{i,t}|^2 \quad (4.8)$$

因此，

$$\begin{aligned} d_{A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) - d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) &= \sum_t \sum_i a_{i,t \bmod p}(2) \cdot |e_{i,t}|^2 - \sum_t \sum_i a_{i,t \bmod p}(1) \cdot |e_{i,t}|^2 \\ &= \sum_t \sum_i (a_{i,t \bmod p}(2) - a_{i,t \bmod p}(1)) \cdot |e_{i,t}|^2 \geq 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

而由於碼率匹配的限制： $a_{x,y}(2) - a_{x,y}(1) \geq 0 \forall x, y$ ，因此從(4.8)式，可以得到

$$\min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \leq \min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

接著，考慮母碼先被擷取表  $A(1)$  所擷取，而在時間點  $t_0$ ，切換至擷取表  $A(2)$ ，則

$d_{A(1)|A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$  可以表示如下

$$d_{A(1)|A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \sum_{t < t_0} \sum_i a_{i,t \bmod p}(1) \cdot |e_{i,t}|^2 + \sum_{t \geq t_0} \sum_i a_{i,t \bmod p}(2) \cdot |e_{i,t}|^2 \quad (4.8)$$

計算下式，

$$\begin{aligned} d_{A(1)|A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) - d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) &= \left( \sum_{t < t_0} \sum_i a_{i,t \bmod p}(1) \cdot |e_{i,t}|^2 + \sum_{t \geq t_0} \sum_i a_{i,t \bmod p}(2) \cdot |e_{i,t}|^2 \right) \\ &\quad - \sum_t \sum_i a_{i,t \bmod p}(1) \cdot |e_{i,t}|^2 \\ &= \sum_{t \geq t_0} \sum_i (a_{i,t \bmod p}(2) - a_{i,t \bmod p}(1)) \cdot |e_{i,t}|^2 \geq 0 \end{aligned}$$

因此可以得到以下結果

$$\min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \leq \min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(1)|A(2)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

接著討論擷取表  $A(2)$  切換至  $A(1)$  的情形，且切換的時間點一樣是  $t_0$ ，

$$d_{A(2)|A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \sum_{t < t_0} \sum_i a_{i,t \bmod p}(2) \cdot |e_{i,t}|^2 + \sum_{t \geq t_0} \sum_i a_{i,t \bmod p}(1) \cdot |e_{i,t}|^2$$

再計算下式，

$$\begin{aligned} d_{A(2)|A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) - d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) &= \left( \sum_{t < t_0} \sum_i a_{i,t \bmod p}(2) \cdot |e_{i,t}|^2 + \sum_{t \geq t_0} \sum_i a_{i,t \bmod p}(1) \cdot |e_{i,t}|^2 \right) \\ &\quad - \sum_t \sum_i a_{i,t \bmod p}(1) \cdot |e_{i,t}|^2 \\ &= \sum_{t < t_0} \sum_i (a_{i,t \bmod p}(2) - a_{i,t \bmod p}(1)) \cdot |e_{i,t}|^2 \geq 0 \end{aligned}$$

因此可以得到以下結果

$$\min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \leq \min_{\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in C} d_{A(2)|A(1)}^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$$

## 4.5 模擬結果

考慮一產生序列為  $g^1 = [(1, 2), (1, 3), (3, 2)]$  且  $g^2 = [(2, 0), (2, 2), (2, 0)]$  的母碼，擷取週期為 4，通道為平穩 Rayleigh 衰褪，而接收天線為 4 根以保證  $rm \geq 4$ ，四個擷取表分別如下

$$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad A(4) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

母碼經由這四個擷取表之後對應的有效距離分別為 6, 8, 12, 16，觀察圖 4.5，可以發現當有效距離越大時，它所對應的位元錯誤率會越低。

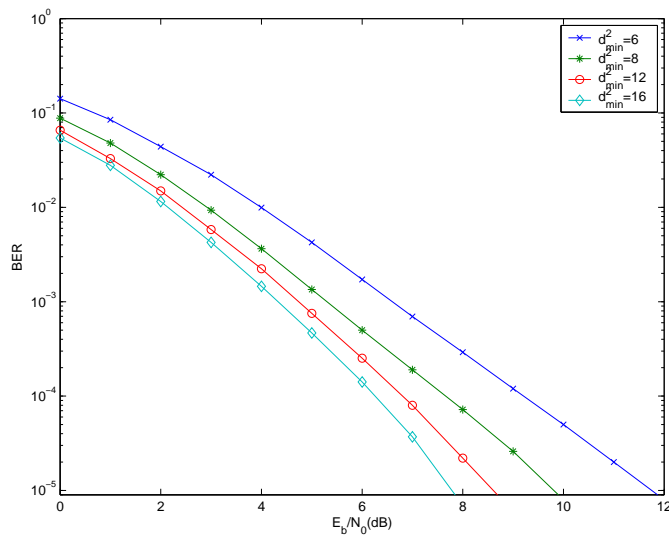


圖 4.5: M=4 p=4 碼率匹配擷取時空碼的錯誤率

接著，對於  $rm < 4$  的情形，我們考慮一產生序列為  $g^1 = [(2, 0), (2, 3), (0, 2)]$  且  $g^2 = [(2, 2), (1, 0), (1, 2), (2, 2)]$  的母碼，擷取週期為 5，通道為平穩 Rayleigh 衰褪，所使用的擷取表及各自對應的秩與行列式值如下所示：

$$A(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \left( r_{\min}(\hat{C}), \det_{\min}(\hat{C}) \right) = (1, 4)$$

$$A(2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \left( r_{\min}(\hat{C}), \det_{\min}(\hat{C}) \right) = (1, 6)$$

$$A(3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \left( r_{\min}(\hat{C}), \det_{\min}(\hat{C}) \right) = (2, 8)$$

$$A(4) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \left( r_{\min}(\hat{C}), \det_{\min}(\hat{C}) \right) = (2, 12)$$

觀察圖 4.6，可以發現  $(r_{\min}(\hat{C}), \det_{\min}(\hat{C}))$  確實可以做為估測系統性能的一個衡量標準。

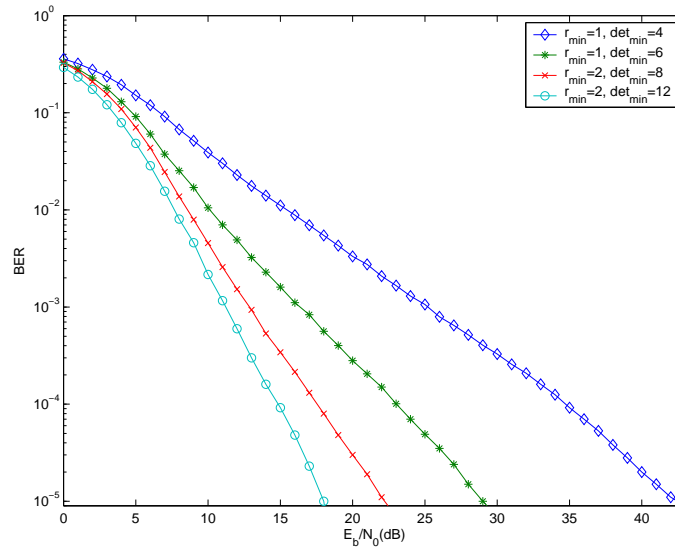


圖 4.6:  $M=5$   $p=5$  碼率匹配擷取時空碼的錯誤率

接著，我們考慮一產生序列為  $g^1 = [(1, 2), (1, 3), (3, 2)]$  且  $g^2 = [(2, 0), (2, 2), (2, 0)]$

的母碼，而選取以下兩個擷取表：

$$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad A(2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

經過這兩個擷取表的子碼分別為  $C_1$  和  $C_2$ ，而對應的秩與有效距離值分別為： $d_{\min}^2(C_1) = 8$  &  $r_{\min}(C_1) = 1$  和  $d_{\min}^2(C_2) = 6$  &  $r_{\min}(C_2) = 2$ ，針對這兩組子碼我們去模擬一根接收天線與四根接收天線的情形，模擬結果如圖4.7所示：

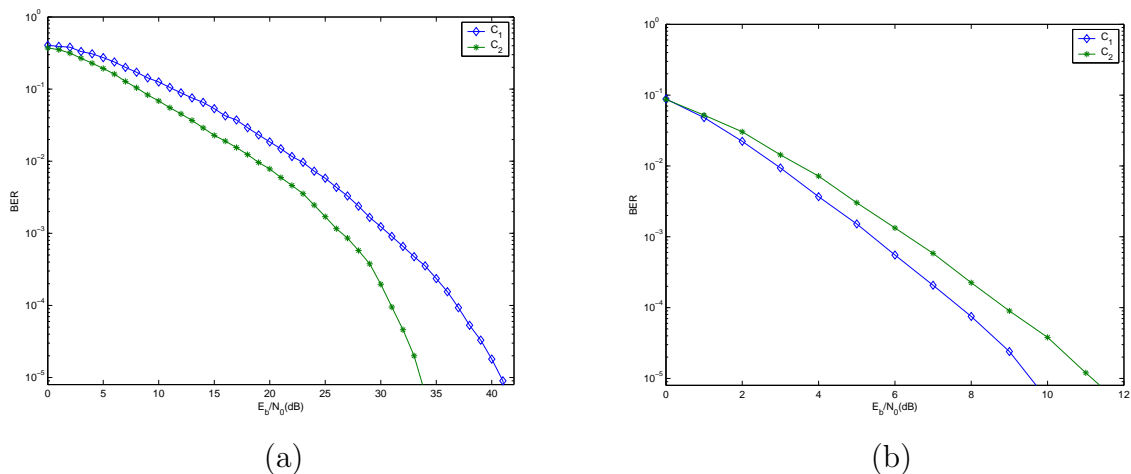


圖 4.7: (a) 1根接收天線下的位元錯誤率 (b) 4根接收天線下的位元錯誤率

觀察模擬結果，我們可以發現，當在低增益的情形下，系統效能會由最小有效秩值所決定；反之，在高增益的情形下，系統效能會由最小的有效距離所決定。

在第 4.4 節中，我們討論了如何將位元擷取技術應用在時空碼之非均等錯誤保護中，並且分析了兩種不同資料排列架構：如圖4.2與圖4.4，在此我們針對此兩種不同架構模擬它的效能。考慮一產生序列為  $g^1 = [(0, 2), (1, 2)]$  且  $g^2 = [(2, 3), (2, 0)]$  的母碼，符合

碼率匹配原則的一系列擷取表如下所示：

$$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A(4) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

不符合碼率匹配原則的四個擷取表則為

$$A'(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A'(2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A'(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A'(4) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

而在這兩系列的擷取表中，具有相同非零元素的擷取表所對應的有效距離都是一樣的，因此在擷取表轉換間更容易看出碼率匹配準則對效能的影響。假設系統具有 4 根接收天線，而訊雜比為 8 dB，模擬結果如下：

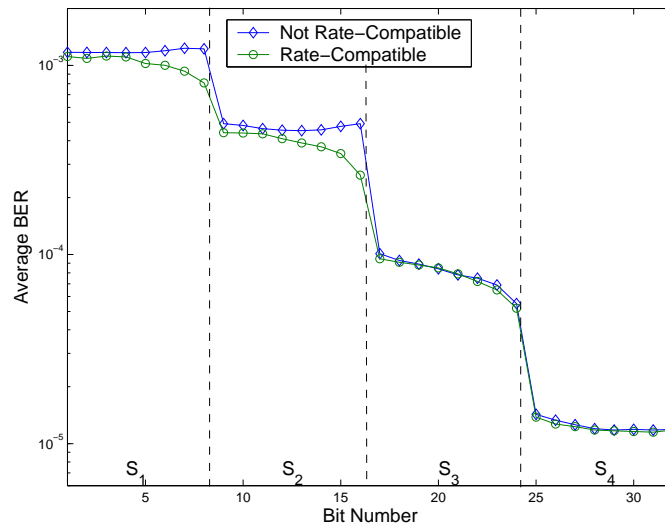


圖 4.8: 一般資料排列方式對應的錯誤率情形

觀察模擬結果，可以發現符合碼率匹配準則的擷取表在轉換間，不會造成效能惡化的情形，而不符合碼率匹配準則的擷取表在轉換間，則有效能惡化的情形發生。

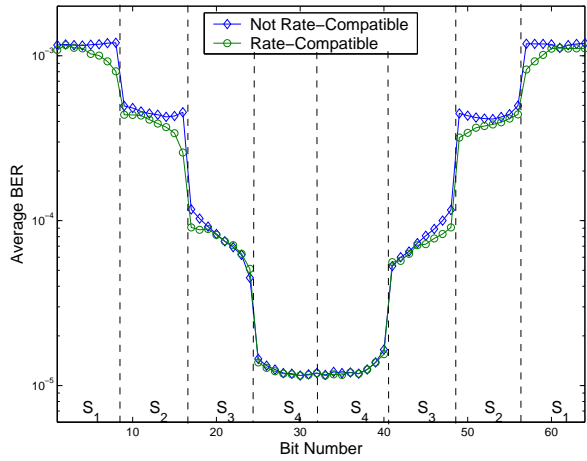


圖 4.9: 新型資料排列方式對應的錯誤率情形

最後比較此兩種不同的資料排列方式，結果如圖4.10，在符合碼率匹配準則下的效能，可能看出在擷取表轉換的過程中，此兩種方法對效能的影響非常相似，然而很重要地，我們所提出的新型資料排列方式，在資料訊框間並不需要傳送額外的位元。

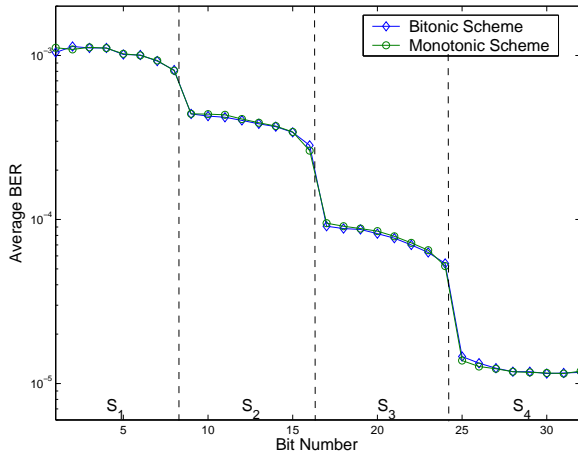


圖 4.10: 不同資料排列方式對應的效能比較

## 4.6 結語

在本章我們結合時空碼與位元擷取技術應用於非均等錯誤保護，建立出具非均等錯誤保護效能之通道編碼系統，並且能應用在無線傳輸之衰褪通道中。我們設計出搜尋優良時空碼時所參考的準則，讓我們得以建立出一系列優良的非均等錯誤保護碼，達到為系統提供彈性的錯誤保護機制的目的。當  $r_{\min}(\hat{C})n_R \geq 4$  時，我們知道當有效距離較大，位元錯誤權重越小時，會有較好的錯誤保護能力；當  $r_{\min}(\hat{C})n_R < 4$  時，則當秩值與行列式值較大，行列式對應係數較小時，會有較好的錯誤保護能力。而在非均等錯誤保護應用時，在本章中我們說明兩種傳送資料排列的方式，比較傳統方式與新的方式，可以發現兩者效能相近，但新的方法在資料訊框間並不需要傳送額外的位元，因此可以具有較高的資料傳輸率。最後，利用電腦的搜尋，針對不同的記憶體大小，及不同的擷取週期找出對應的一系列優良擷取表，以提供廣泛的應用。



表 4.1: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=2,  $n_T = 2$ , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2), (2, 2)]$ $g_2 = [(2, 1), (1, 1)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (10, 1.500, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\tilde{C}), B_{d_{\min}^2(\tilde{C})}, r_{\min}(\tilde{C}))$	$m_{\min}$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 1.142, 2)	2
3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(4, 0.500, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.500, 2)	2
4	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(4, 0.953, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 1.145, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.375, 2)	2
5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(4, 1.295, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(4, 0.300, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.763, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.303, 2)	2

表 4.2: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=3,  $n_T = 2$ , QPSK 調變

$g_1 = [(2, 2), (2, 2)]$ $g_2 = [(1, 1), (1, 3), (1, 1)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (12, 1.091, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\tilde{C}), B_{d_{\min}^2(\tilde{C})}, r_{\min}(\tilde{C}))$	$m_{\min}$
2	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.653, 1)	4
3	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 2.567, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.030, 2)	2
4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(4, 0.016, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.655, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.012, 2)	2
5	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(4, 0.077, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 1.376, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.575, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.005, 2)	2

表 4.3: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=4,  $n_T = 2$ , QPSK 調變

$g_1 = [(1, 2), (1, 3), (3, 2)]$ $g_2 = [(2, 0), (2, 2), (2, 0)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (16, 1.27, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.188, 1)	4
3	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.288, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.777, 1)	4
4	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(6, 0.094, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.020, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(12, 0.516, 1)	4
5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.163, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.172, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.075, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.327, 1)	4

表 4.4: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=5,  $n_T = 2$ , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2), (2, 2), (2, 2)]$ $g_2 = [(3, 0), (2, 1), (3, 1), (3, 3)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (16, 0.400, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.010, 2)	2
3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.079, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.202, 2)	2
4	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.013, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.015, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.085, 1)	4
5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.062, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.065, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(10, 0.045, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.064, 1)	4

表 4.5: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=6,  $n_T = 2$ , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2), (3, 1), (3, 3), (3, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (18, 0.157, 2)$ $g_2 = [(2, 2), (2, 2), (0, 0), (2, 0)]$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.152, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.0034, 2)	2
3	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.095, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.009, 2)	2
4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.008, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.002, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.016, 1)	4
5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.028, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(10, 0.009, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(14, 0.038, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(14, 0.038, 2)	2

表 4.6: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=2,  $n_T = 3$ , 週期  $p=2,3$ , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2, 2), (1, 2, 3)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (16, 2.00, 2)$ $g_2 = [(2, 3, 3), (2, 0, 2)]$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	(4, 0.156, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	(10, 1.000, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	(12, 0.500, 2)	2
3	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(4, 0.552, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(6, 0.391, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(10, 1.00, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(10, 0.333, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.333, 2)	2

表 4.7: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=2,  $n_T = 3$ , 週期  $p=4$ , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2, 2), (1, 2, 3)]$ $g_2 = [(2, 3, 3), (2, 0, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (16, 2.00, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
4	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(2, 0.125, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(4, 0.078, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(6, 0.250, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.125, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(10, 0.500, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.989, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.250, 2)	2

表 4.8: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=2,  $n_T = 3$ , 週期  $p=5$ , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2, 2), (1, 2, 3)]$ $g_2 = [(2, 3, 3), (2, 0, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (16, 2.00, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(2, 0.227, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(4, 0.297, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(4, 0.200, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(6, 0.200, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.300, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.100, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(10, 0.400, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(10, 0.200, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(12, 0.200, 2)	2

表 4.9: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=3,  $n_T = 3$ , 週期 p=2,3, QPSK 調變

$g_1 = [(2, 2, 2), (2, 1, 1)]$ $g_2 = [(2, 0, 3), (1, 2, 0), (0, 2, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (20, 2.625, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
2	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	(4, 0.156, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	(12, 0.563, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	(14, 0.250, 2)	2
3	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(4, 0.102, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(6, 0.055, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(12, 0.563, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(14, 0.589, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(16, 0.354, 2)	2

表 4.10: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=3,  $n_T = 3$ , 週期 p=4, QPSK 調變

$g_1 = [(2, 2, 2), (2, 1, 1)]$ $g_2 = [(2, 0, 3), (1, 2, 0), (0, 2, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (20, 2.625, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(4, 0.009, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(6, 0.125, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.125, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(10, 0.195, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.195, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(14, 0.266, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(16, 0.266, 2)	2

表 4.11: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=3,  $n_T = 3$ , 週期 p=5, QPSK 調變

$g_1 = [(2, 2, 2), (2, 1, 1)]$ $g_2 = [(2, 0, 3), (1, 2, 0), (0, 2, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (20, 2.625, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(2, 0.045, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(4, 0.040, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(6, 0.095, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.1125, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(10, 0.125, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(12, 0.225, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(12, 0.1125, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(14, 0.225, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(16, 0.213, 2)	2

表 4.12: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=4,  $n_T = 3$ , 週期 p=2,3, QPSK 調變

$g_1 = [(1, 2, 1), (1, 3, 2), (3, 2, 1)]$ $g_2 = [(2, 0, 2), (2, 2, 0), (2, 0, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (24, 0.891, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.187, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	(16, 1.271, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	(16, 0.063, 2)	2
3	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.364, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(10, 0.221, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.042, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(16, 0.224, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(20, 0.578, 2)	2

表 4.13: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=4,  $n_T = 3$ , 週期 p=4, QPSK 調變

$g_1 = [(1, 2, 1), (1, 3, 2), (3, 2, 1)]$ $g_2 = [(2, 0, 2), (2, 2, 0), (2, 0, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (24, 0.891, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
4	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(4, 0.015, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(8, 0.103, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(10, 0.094, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(12, 0.031, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(16, 0.376, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(18, 0.383, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	(20, 0.191, 2)	2

表 4.14: 碼率匹配擷取時空碼-Memory=4,  $n_T = 3$ , 週期 p=5, QPSK 調變

$g_1 = [(1, 2, 1), (1, 3, 2), (3, 2, 1)]$ $g_2 = [(2, 0, 2), (2, 2, 0), (2, 0, 2)]$ , $(d_{\min}^2(C), B_{d_{\min}^2(C)}, r_{\min}(C)) = (24, 0.891, 2)$			
$p$	A	$(d_{\min}^2(\hat{C}), B_{d_{\min}^2(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$	$m_{\min}$
5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(6, 0.162, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(6, 0.075, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(8, 0.016, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(12, 0.327, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(16, 1.271, 1)	4
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(16, 0.397, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(16, 0.100, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(18, 0.228, 2)	2
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	(20, 0.203, 2)	2

表 4.15: rank criterion-Memory=2 ,  $n_T = 2$  , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2), (1, 0)]$ $g_2 = [(2, 2), (0, 1)]$ , $(\det_{\min}(C), B_{\det_{\min}(C)}, r_{\min}(C)) = (8, 2.000, 2)$	
$p$	$A$ <span style="float: right;"><math>(\det_{\min}(\hat{C}), B_{\det_{\min}(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))</math></span>
2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 2.000, 1)</span>
3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(2, 1.000, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 1.500, 1)</span>
4	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(2, 1.500, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(2, 1.000, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 1.500, 1)</span>
5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(2, 2.25, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(2, 1.500, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 1.375, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 1.160, 1)</span>

(a) Parent code of memory 2

表 4.16: rank criterion-Memory=3 ,  $n_T = 2$  , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2), (2, 0)]$ $g_2 = [(2, 1), (1, 2), (0, 2)]$ , $(\det_{\min}(C), B_{\det_{\min}(C)}, r_{\min}(C)) = (16, 0.250, 2)$	
$p$	$A$ <span style="float: right;"><math>(\det_{\min}(\hat{C}), B_{\det_{\min}(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))</math></span>
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.250, 1)</span>
3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.52, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.344, 1)</span>
4	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.504, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.418, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.180, 1)</span>
5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(2, 0.500, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.425, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.317, 1)</span>
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <span style="float: right;">(4, 0.191, 1)</span>

(b) Parent code of memory 3



表 4.17: rank criterion-Memory=4,  $n_T = 2$ , QPSK 調變

$g_1 = [(0, 2), (1, 2), (2, 2)]$ $g_2 = [(2, 0), (1, 1), (0, 2)]$ , $(\det_{\min}(C), B_{\det_{\min}(C)}, r_{\min}(C)) = (32, 0.372, 2)$	
$p$	A $(\det_{\min}(\hat{C}), B_{\det_{\min}(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (8, 0.183, 2)
3	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.561, 2)
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.156, 2)
4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.308, 1)
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.184, 2)
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.126, 2)
5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (4, 0.482, 1)
	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (6, 0.173, 1)
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.423, 2)
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.142, 2)
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.142, 2)

(c) Parent code of memory 4

表 4.18: rank criterion-Memory=5,  $n_T = 2$ , QPSK 調變

$g_1 = [(2, 0), (2, 3), (0, 2)]$ $g_2 = [(2, 2), (1, 0), (1, 2), (2, 2)]$ , $(\det_{\min}(C), B_{\det_{\min}(C)}, r_{\min}(C)) = (36, 0.029, 2)$	
$p$	A $(\det_{\min}(\hat{C}), B_{\det_{\min}(\hat{C})}, r_{\min}(\hat{C}))$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.063, 2)
3	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.078, 2)
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (16, 0.052, 2)
4	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (8, 0.069, 1)
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.076, 2)
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (12, 0.023, 2)
5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (4, 0.082, 1)
	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (6, 0.095, 1)
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (8, 0.086, 2)
	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (12, 0.021, 2)
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (12, 0.021, 2)

(d) Parent code of memory 5

## 第 5 章

# 解碼器架構與FPGA硬體實現

由於在解碼過程中需要不斷儲存每個狀態的決定位元直到訊息序列終止。而在FPGA硬體實現上也有記憶體大小的限制，因此需要對儲存的決定位元做截斷(Truncation)的動作。在Forney的文獻中指出，從軟體模擬和實作經驗得知，需要的最小截斷長度 $T$ (Minimum Truncation Length)大約是記憶體深度的五倍，這可確保每個狀態的存活路徑往回追溯都會連接到同一個狀態(稱為同化狀態 Merge State)的存活路徑好正確讀取解碼資料。本章分為兩大節，第一大節介紹傳統的兩大主要存活記憶體管理架構，暫存器交換(Register Exchange)和追溯(Trace-Back)，並介紹改良式的追溯解碼架構和混合式存活記憶體管理架構。混合式存活記憶體管理架構綜合了暫存器交換和追溯解碼的優點，也是本計畫主要研究與實現的解碼器架構。

### 5.1 存活記憶體管理架構

傳統的存活記憶體管理架構主要分為兩種，暫存器交換(Register Exchange)和追溯(Trace-Back)。暫存器交換架構是給格子圖的每一個狀態一個暫存器。每一個暫存器的內容會隨寫進存活路徑的決定位元交換到另一個暫存器。當暫存器寫滿截斷長度時，第一個寫進的決定位元即是解碼位元。由於每個狀態都需要暫存器和多工器，隨著狀

態數目的增加，這種方式的缺點是會造成較大的晶片面積，連線複雜度及功率消耗。不過好處是，沒有追溯的動作，所以Latency會較小。追溯的方式也是給每個狀態一個暫存器。不過每個狀態的暫存器會讀進存活路徑的決定位元是狀態轉換時被推出的位元。每個寫進暫存器的決定位元會和現在的狀態值往回推出前一個狀態的值。當往回推到第一個寫進的決定位元時，便可找出可以做解碼位元的正確狀態。這種方式的缺點是因為要做追溯的動作，並需要把解碼資料用 LIFO暫存器重新排列，所以Latency會較大。這種方式的好處是，晶片面積及功率消耗會較小。傳統追蹤回溯架構的另一個缺點是每次解碼出一個位元，都需要追溯  $T$ 個決定位元(最小截斷長度)，下一段介紹的區塊式追蹤回溯解碼架構可以改善這個缺點。

### 5.1.1 區塊式追溯解碼架構

$K$ -指標雙追溯 ( $K$ -Pointer Even Trace-Back) 的架構是把存活記憶體分成 $2K$ 個區塊，每個區塊有 $\frac{T}{K-1}$ 行，所以Latency為 $\frac{2KT}{K-1}$ 。 $K$ -指標雙追溯使用一個寫指標和 $K$ 個讀指標做追溯和解碼動作好達到讀和寫的速度相同。以下圖為例 ( $K = 3$ )，假設我們要解碼第一個區塊，在 $t = 0$ 到 $\frac{3T}{2}$ 期間必需把決定位元寫進第一二三個區塊。在 $t = \frac{3T}{2}$ 之後，讀指標開始追蹤回溯第二三個區塊，寫指標同時繼續把決定位元寫進第四五個區塊。然後在 $t = \frac{5T}{2}$ ，寫指標把決定位元寫進第六個區塊時，讀指標同時開始解碼第一個區塊。

$K$ -指標單追溯 ( $K$ -Pointer Odd Trace-Back) 的架構是把存活記憶體分成 $2K - 1$ 個區塊，每個區塊同樣有 $\frac{T}{K-1}$ 行，而Latency為 $\frac{(2K-1)T}{K-1}$ 。 $K$ -指標單數追溯同樣使用一個寫指標和 $K$ 個讀指標做追溯和解碼動作好達到讀和寫的速度相同。 $K$ -指標單追溯雖然比 $K$ -指標雙追溯需要少一個記憶體區塊，不過控制讀指標較為困難。 $K$ -指標雙追溯需要給讀與寫指標獨立的雙向行計數器，因為讀與寫指標有時候是反方向，有時候是同方

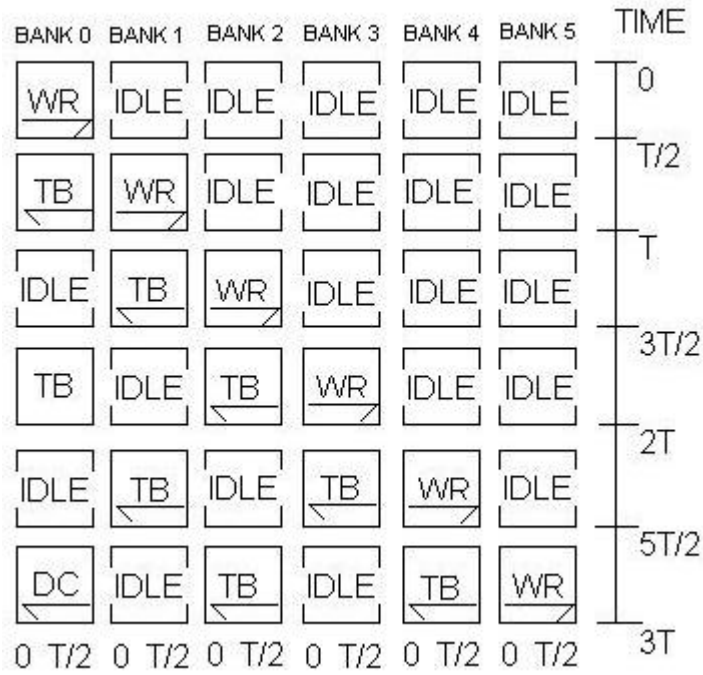


圖 5.1: K-指標雙追溯

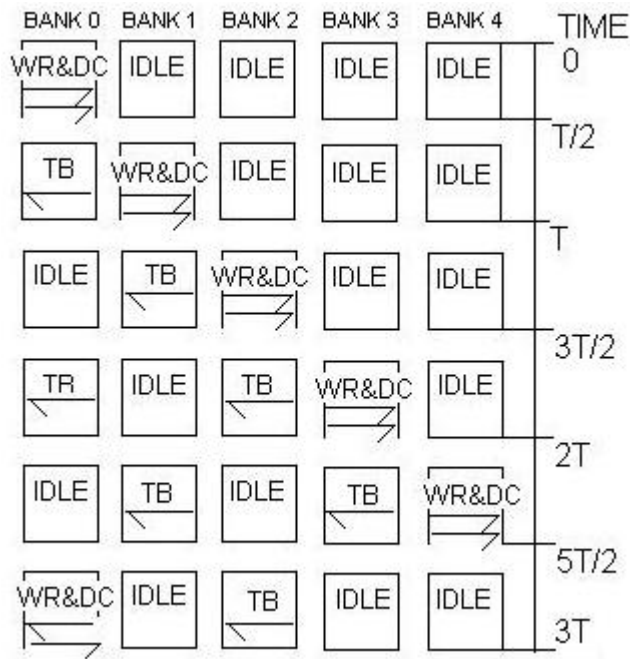


圖 5.2: K-指標單追溯

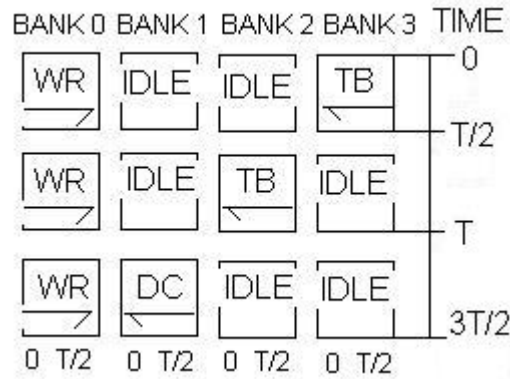


圖 5.3: 單指標追溯

向。 $K$ -指標雙追溯在計數器上的設計較為簡單。

單指標追溯 (One-Pointer Trace-Back) 的方式是把存活記憶體分成  $K + 1$  個區塊，每個區塊有  $\frac{T}{K-1}$  行，所以 Latency 為  $\frac{K+1}{K-1}$ 。因為只有一個讀指標做追溯和解碼動作，讀指標必須比寫指標快  $K$  倍。所以當寫指標寫完一個區塊，讀指標必須同時完成回溯完  $K - 1$  個區塊 (長度為最小截斷長度  $T$ ) 和解碼出一個區塊。單指標追溯是區塊式追蹤回溯架構中最好的，因為只需要  $K$ -指標雙追溯或單追溯記憶體的一半，而 Latency 也只要一半。單指標追溯的缺點是在硬體設計上較為複雜，也需要個別為讀和寫指標設計獨立的計數器。

### 5.1.2 高速 VLSI 追溯解碼架構

本小節介紹的高速 VLSI 追溯解碼架構共有兩種，路徑消去架構 (Trace-Delete Architecture) 和排列網路追溯解碼架構 (Permutation Network Architecture)。路徑消去架構的精神是刪除格子圖一些狀態沒有與現在的狀態連接。路徑消去的動作有四個步驟。第一步是先找出現在一些狀態沒有與後來的狀態連接。第二步是讓這些狀態產生路徑消去的訊號送給之前連接的狀態。第三步是消去連接之前狀態的路徑。第四步是

跳到之前的狀態繼續檢查是否有其他路徑連接現在的狀態，沒有的話回到第二步驟。有的話便停止路徑消去的動作。要做出路徑消去架構我們需要知道連接到後來狀態的路徑數目，所以每個狀態都需要暫存器，如果狀態的暫存器值是零，便可繼續路徑消去的動作。路徑數目是由狀態的決定位元和連接到後來的狀態值 所以並不需要修改解碼架構的加-比較-選擇單位(Add-Compare-Select)。路徑消去架構的優點是Latency較區塊式追溯解碼架構小，只要最小截斷長度  $T$ ，而且不需要複雜的控制電路。

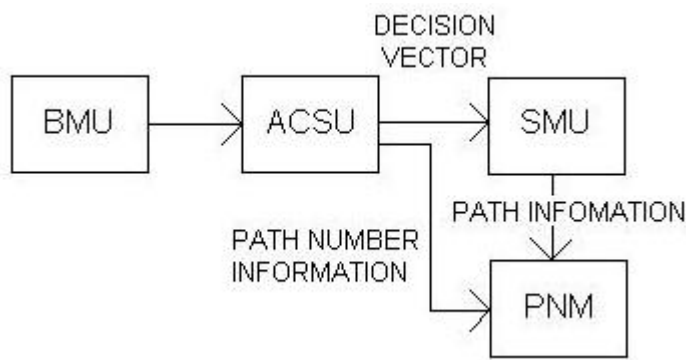


圖 5.4: 路徑消去架構

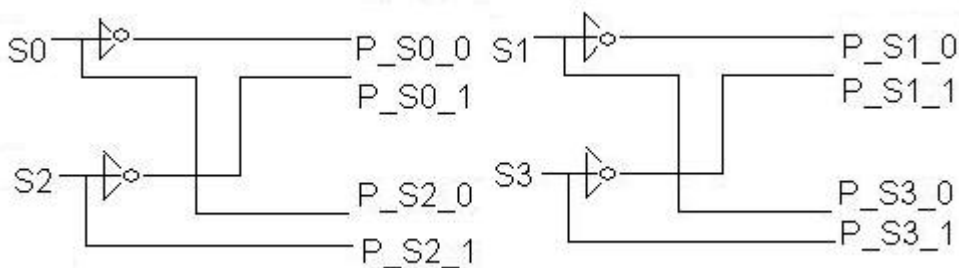


圖 5.5: 路徑數目暫存器

在排列網路路徑歷史管理單位(Permutation Network Path History Management Unit，簡稱PNPH單位)，存活路徑是由決定位元排列。追溯動作是在PNPH單位的最右端做全路徑廣播(All-Path Broadcast)。因為排列網路是由組合邏輯電路組成，追溯速度是由電路的Propagation Time決定，通常可以在一個時刻周期(Clock Cycle)完成。排列網路主

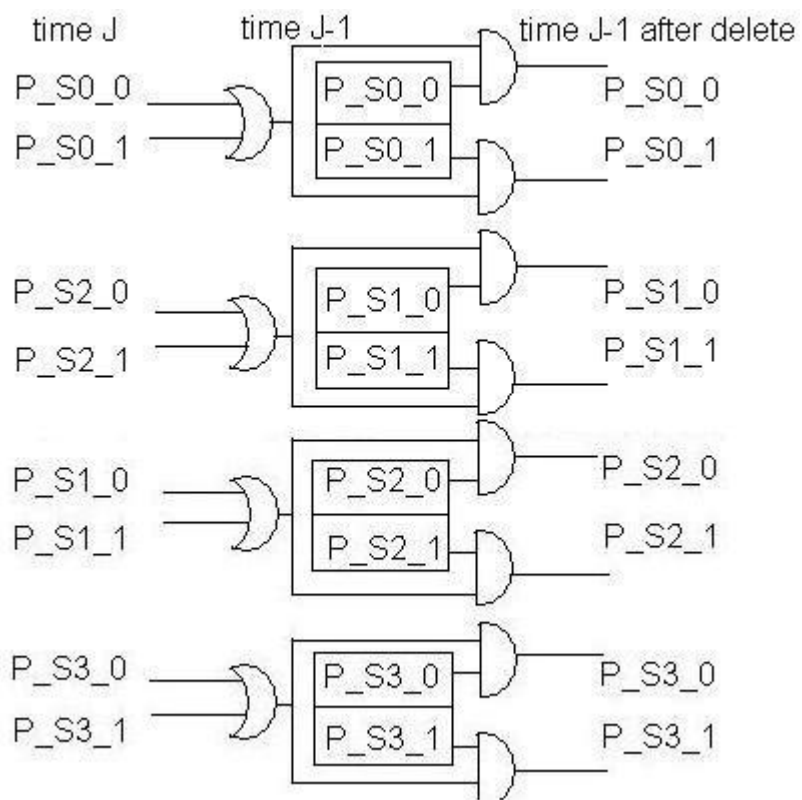


圖 5.6: 產生路徑消除訊號電路

要是把格子圖依最小截斷長度 $T$ 截斷出一個解碼視窗。在視窗裡每個狀態是由一個1至 $2^K$ 解多工器，一個 $K$ -位元暫存器和一個 $2^K$ 輸入的OR邏輯閘所組成。解碼過程如下，由加-比較-選擇單位產生的決定向量從PNPH單位的最右端一級一級送進 $K$ -位元暫存器，因為是全路徑追溯，所以每個解多工器的輸入都是1。因為解碼視窗長度是 $T$ ，所以最少有一條存活路徑會連接出排列網路的最左端輸出。排列網路路徑歷史管理單位類似暫存器交換連接，每個狀態需要前後兩級的狀態做連接，所以會隨狀態的增加，增加電路的面積。

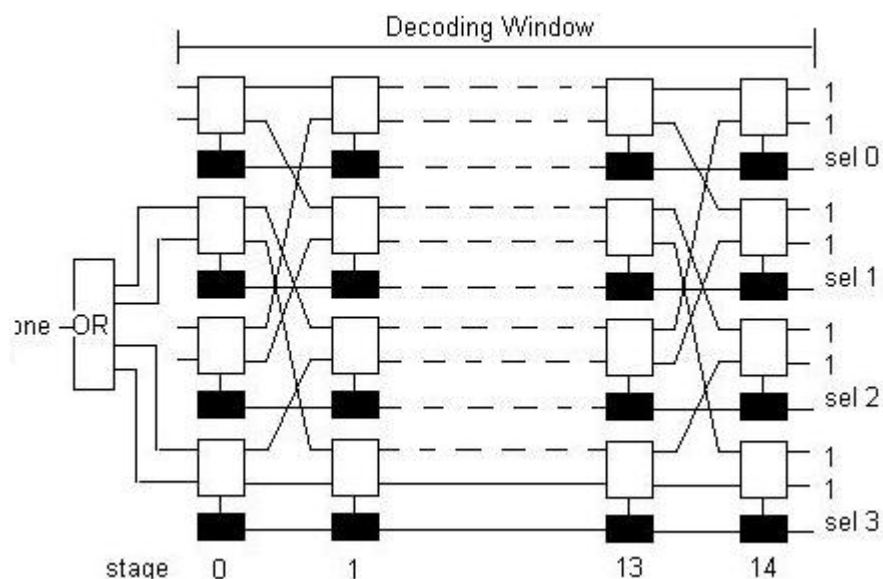


圖 5.7: 排列網路路徑歷史管理單位

### 5.1.3 混合式存活記憶體管理架構

本小節介紹的混合式存活記憶體管理架構是混合式往前追溯架構 (Hybrid Trace-Forward Architecture)。在介紹混合式往前追溯架構之前，我們先定義尾巴狀態 (Tail State)。如果以時間  $m$  做為參考，每個狀態在時間  $m$  都有一條存活路徑連到某個狀態在時間  $m + \Delta$ ，便稱為尾巴狀態。當  $\Delta$  大於最小截斷長度  $T$  時，所有的存活路徑都會追



溯到相同的狀態，所以任何的尾巴狀態都可用來估計同化狀態在時間  $m$ 。混合式往前追溯架構是連續的往前計算尾巴狀態。每個狀態都有一個暫存器用來記錄尾巴狀態，每個暫存器一開始是初始化為個自狀態的值。混合式往前追溯架構是用決定位元來選擇前一個時間的尾巴狀態做為更新暫存器的值。這種架構更新暫存器的值有點類似暫存器交換，只是沒有把暫存器的值做推出的動作。混合式往前追溯架構的存活記憶體分成兩個區塊，寫與解碼區塊，每個區塊長度為  $T$ 。當決定向量寫進寫區塊時會同時送進往前追溯單位(Trace-Forward Unit)來估計寫區塊起始的同化狀態，好讀出解碼區塊的決定位元。圖表示的是四個狀態的往前追溯單位，電路的架構是由多工器與暫存器所組成，暫存器一開始存狀態值 然後當往前追溯單位從  $m$  工作到  $m + \Delta$  時便可估出同化狀態。混合式往前追溯架構需要的存活記憶體深度是  $2T$ 。

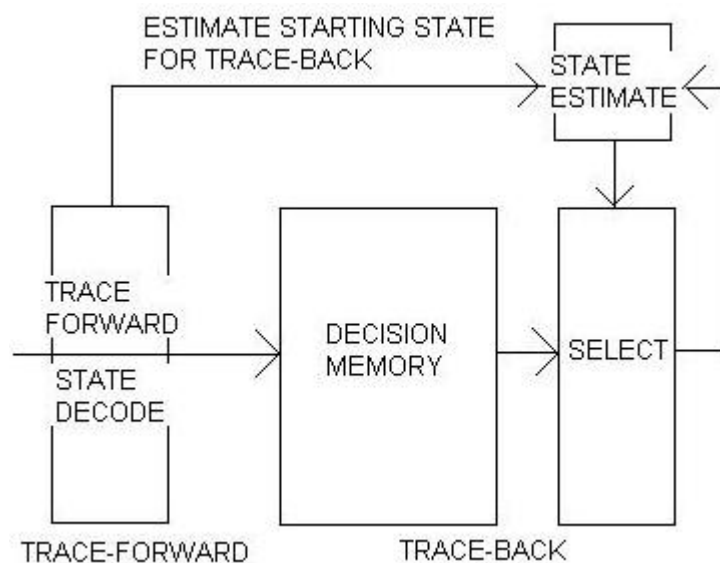


圖 5.8: 混合式往前追溯架構

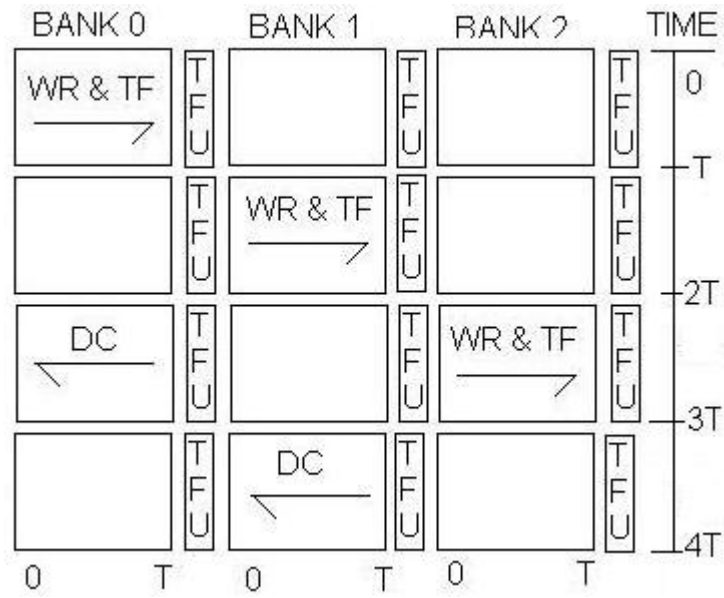


圖 5.9: 混合式往前追溯架構存活記憶體

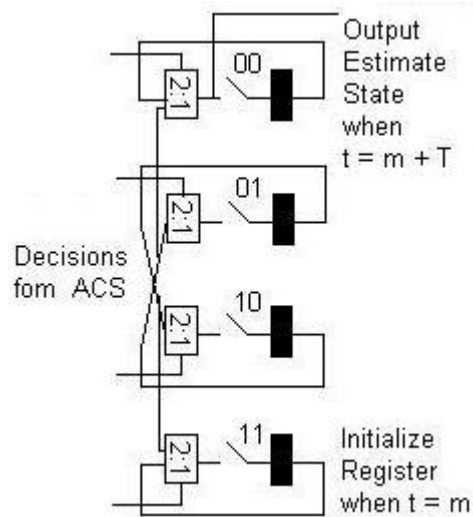


圖 5.10: 往前追溯單位

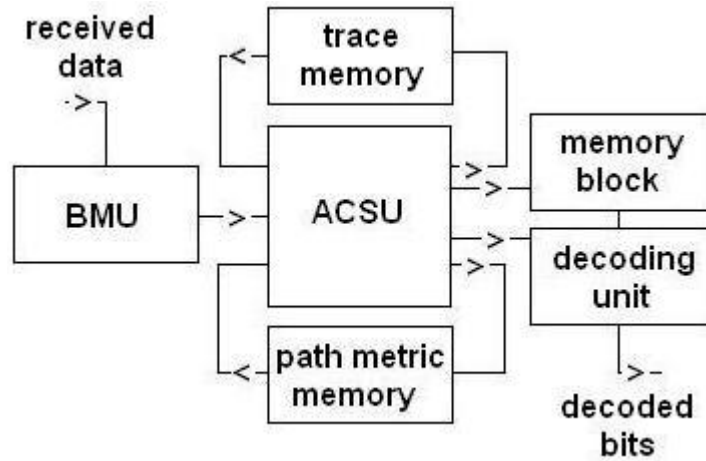


圖 5.11: 改良式暫存器交換架構

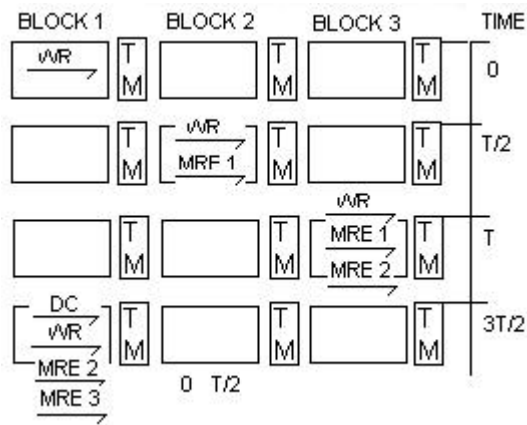


圖 5.12: 改良式暫存器交換存活記憶體

### 5.1.4 本計劃實現的混合式存活記憶體管理架構 - 改良式暫存器交換

前頁方塊圖表示的是改良式暫存器交換架構，存活記憶體負責存決定位元，追溯記憶體是用來存同化狀態。此架構是使用三個區塊的存活記憶體 (每個區塊長度為 $\frac{T}{2}$ )和兩個追溯記憶體(Trace Memory)。在 $t = 0$ 時，第一個區塊的動作是開始寫進決定位元。在 $t = T$ 時，第二個區塊的動作除了寫進決定位元，還要用決定位元來更新第一個追溯記憶體存的狀態值 (第一個改良式暫存器交換開始動作)。在 $t = \frac{3T}{2}$ 時，第三個區塊除了寫進決定位元，也要用決定位元來更新第二個追溯記憶體存的狀態值 (第二個改良式暫存器交換開始動作)。當第三個區塊寫滿時，第一個追溯記憶體存的狀態值便可估出第二個區塊起始的同化狀態，也就是說可以把要解碼第一個區塊存的決定位元整列丟出來。由於不需要LIFO暫存器，所以Latency只要 $\frac{3T}{2}$ 。下圖為前面介紹與本計劃實現與改進的存活記憶體管理架構在Latency與記憶體需求做出比較。在解碼速度上，改良式暫存器交換比傳統暫存器交換稍慢(大約數Mbps)，不過比傳統追溯快。在功率消耗上，改良式暫存器交換則是比傳統暫存器交換與追溯更為省電。在硬體複雜度上改良式暫存器交換也比傳統暫存器交換與追溯更為簡單以及容易設計。這是因為不需LIFO暫存器以及太多個記憶體區塊可以減少控制電路的複雜度。

N = 狀態數目, T = 最小截斷長度	Latency	Memory Requirement
K-Pointer Even Trace-Back	$3T$ (K=3)	$3NT$
K-Pointer Odd Trace-Back	$\frac{5T}{2}$ (K=3)	$\frac{5NT}{2}$
One-Pointer Trace-Back	$2T$ (K=3)	$2NT$
Trace-Delete	T	$NT + (N-1)T$
Permutation Network Trace-Back	1 Clock Cycle	$NT + \text{Many MUX}$
Hybrid Trace-Forward	$2T$	$2NT$
Modified Register-Exchange	$\frac{3T}{2}$ (3 Banks)	$\frac{3NT}{2}$

## 5.2 FPGA硬體實現與討論

本節介紹實現這次研究計畫解碼器架構的發展工具，包括使用發展數位系統的一般FPGA設計流程與Verilog硬體描述語言介紹。

### 5.2.1 FPGA發展工具介紹

本計畫採用Xilinx公司推出的晶片型號為XC2V1000，此晶片包含一千萬的邏輯閘，使用的設計軟體是Xilinx ISE8.1i。Xilinx ISE8.1i是套完整的電腦輔助設計軟體，除了提供合成軟體XST(Xilinx Synthesis Tool)可以把解碼器架構用硬體描述語言寫好再合成數位電路，並可呼叫外掛模擬軟體Modelsim XE6.0d來觀察電路的模擬輸出入波型。

### 5.2.2 FPGA設計流程介紹

Xilinx FPGA設計流程分為四個步驟，設計輸入(Design Entry)，電路合成(Synthesis)，放置與繞線(Placement and Route) 及驗證與燒錄 (Verification and Programming)。設計輸入有兩種方式，圖形輸入和文字輸入設計。隨著設計走向複雜化，邏輯閘數目越來越大，用文字輸入硬體描述語言來設計大型數位電路系統較為方便。電路合成是電腦輔助設計軟體的核心部份，目的是將硬體描述語言的行為及資料處理層次語法(共稱暫存器轉換層次)轉成邏輯閘層次語法(Gate-Level)並得到Netlist電路接線資料。放置與繞線是根據Netlist畫出電路實際的樣子，包括邏輯閘位置和線路連接關係。驗證與燒錄則是把畫出的電路轉成Bit File資料檔以便下載至FPGA晶片和進行硬體測試。

### 5.2.3 Verilog硬體描述語言簡介

Verilog是在1994年由電子設計自動化公司Gateway發展起來，現在已經是成為IEEE標準的硬體描述語言。Verilog語言能支持多重設計層次，具有設計靈活及可攜性的優點。

Verilog語言支持四種層次模型，行為層次，資料處理層次，邏輯閘層次及電晶體層次。行為層次主要是描述循序邏輯電路 (Sequential Logic)。資料處理層次主要是描述組合邏輯電路 (Combinational Logic)。行為與資料處理層次共稱為暫存器轉換層次 (Register-Transfer-Level)，具有設計靈活性的優點，一般的數位電路都是在暫存器轉換層次設計。邏輯閘及交換層次則是描述邏輯閘與電晶體，不同公司的參數不同，所以分出這兩種層次，可達到可攜性的優點，只要更換不同的參數資料即可。

#### 5.2.4 在FPGA硬體上需要做的考量與修改

時空碼編碼器是由數個Convolutional編碼器再加上Modulo所組成，所以同樣可使用斐特比演算法做解碼。目前在運算斐特比演算法的加-比較-選擇單位電路實作上都是用固定點數(Fixed Point)，不過仍然需要考慮其他問題。因為此單位主要是將上一時間級的路徑量值與目前時間級分支計量值做加-比較-選擇運算，並找出決定位元，以便存活記憶體找出存活路徑做解碼。然而此更新路徑計量值為遞回式運算，也就是說遞回累計的結果導致路徑計量值無限制成長，為避免路徑計量值暫存器或記憶體溢位(Overflow)，因此需要做路徑計量的正規化。一般正規化的方法有三種較為常用。變數轉移(Variable Shift)是將所有路徑計量值同時減去前一時間級的最小路徑計量值。固定轉移(Fixed Shift)是藉由判斷某個位元如進位旗標或MSB，決定所有路徑是否要移位。按模正規化(Modulo Normalization)是藉由二的補數(Two's Complement)來執行加-比較-選擇單位。這種方式的特點是將兩個在平面上比較的計量值大小模擬在圓上比較。其優點是在計量值溢位時仍能找出正確的決定位元。

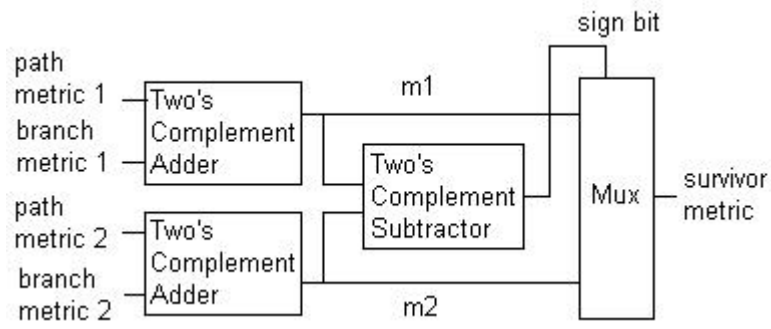


圖 5.13: 加-比較-選擇單位 - 使用按模正規化

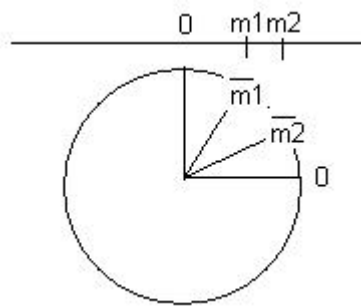


圖 5.14: 按模正規化圓圈

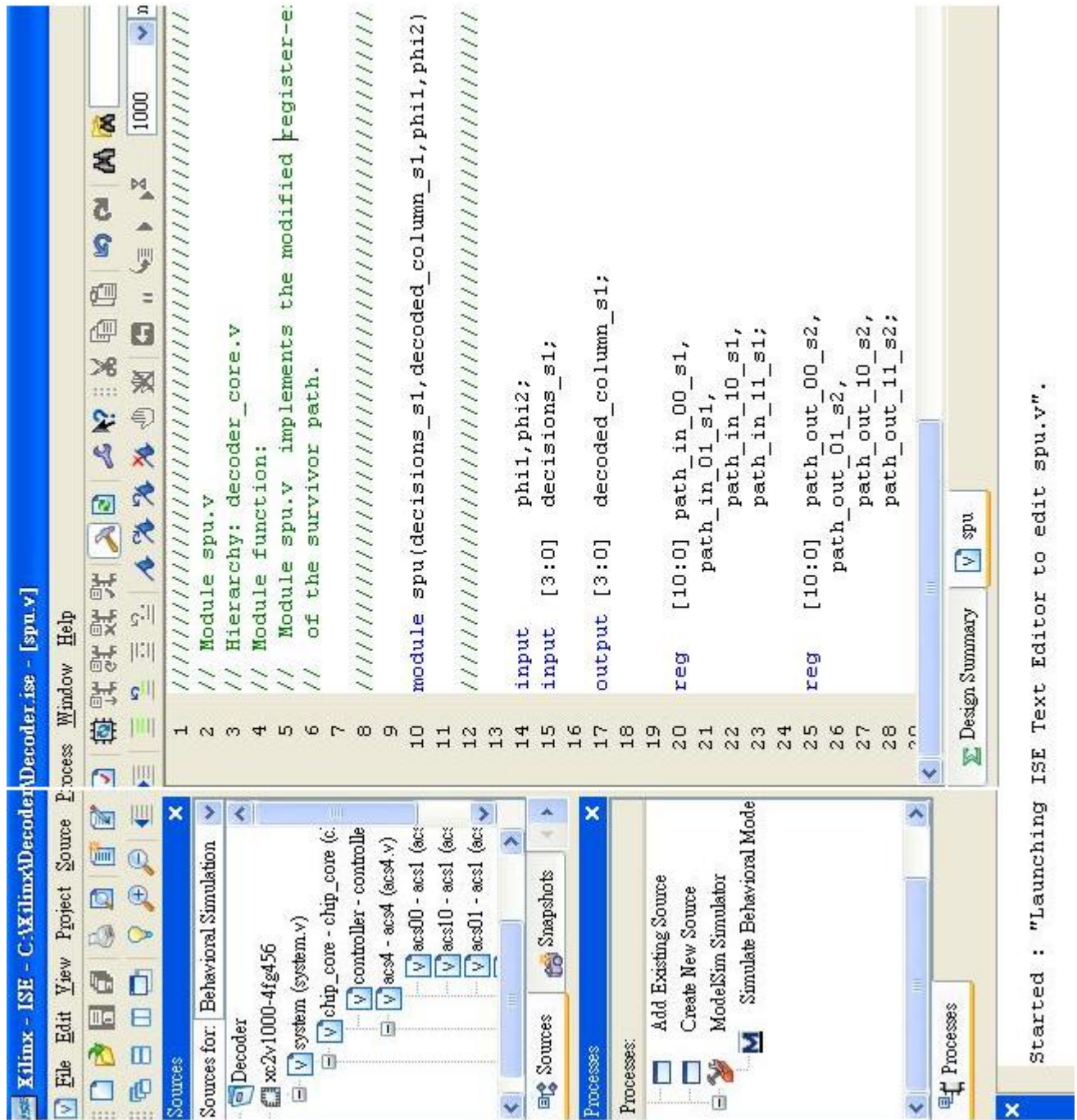


图 5.15: Xilinx ISE8.1i







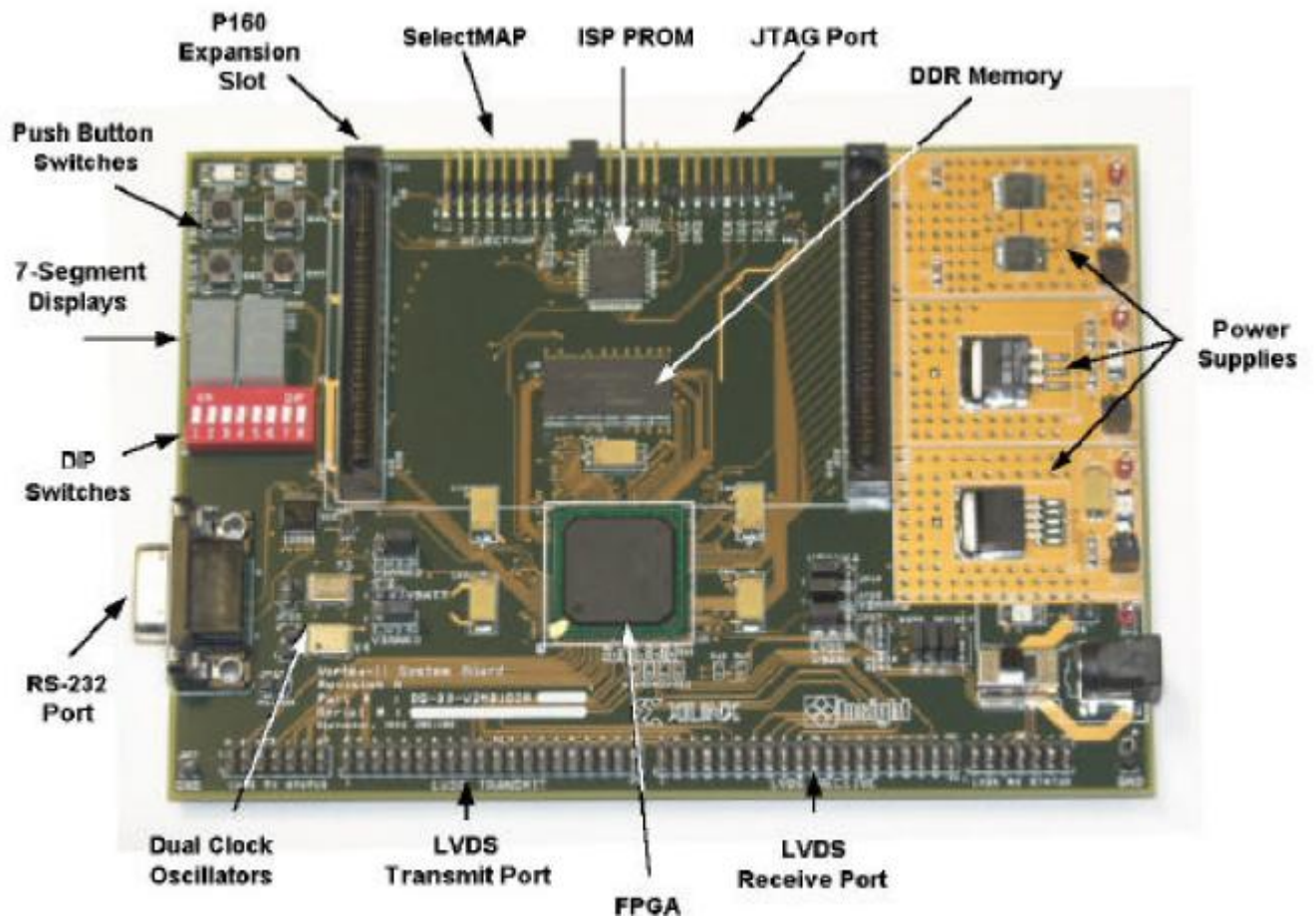


圖 5.18: VirtexII System

## 第 6 章

### 結論

本計畫之主要目標即是將非均等錯誤保護與時空編碼技術相結合，擷取二者之優點以設計出適合於無線多媒體傳輸之通道編碼系統。關於時空碼本身所具有的非均等錯誤保護能力，首先我們發現根據資料輸入時空碼位置的不同，的確可以反映出其所承受保護能力的多寡。於是我們開始研究時空碼能夠提供非均等錯誤保護能力的程度，從解碼錯誤率的分析中，我們推導出資料輸入時空碼的不同位置分別對應到的解碼錯誤率上界限，並且提出當  $rn_R \geq 4$  與  $rn_R < 4$  設計最佳非均等錯誤保護時空碼分別所需依循的準則。此外，我們也對非均等錯誤保護與時空碼代數結構做詳細的探討，提出迴旋碼結合  $M$ -PSK 調變系統與多重傳送天線架構之時空碼，並且藉著改變交換器的方法，達到空間上非均等錯誤保護的能力。同時我們也發現 Vucetic 等人提出的時空離柵碼，仍沿用傳統的通道編碼設計概念，對於資料輸入位置不同只能提供均等的錯誤保護能力，以達到最小等效距離最大化的目的。基於此，我們放鬆他們對暫存器對稱性排列方式的限制，並且改為非對稱的排列，使得可以提供非均等錯誤保護的能力。對於 Calderband-Mazo algorithm 分析中，我們發現迴旋碼結合  $M$ -PSK 調變系統與多重傳送天線架構之時空碼與 Vucetic 等人提出的時空離柵碼都屬於它的特例，但是這兩種非均等錯誤保護碼的搜尋架構，仍然可以建構出效能不錯的非均等錯誤保護時空碼。

接著，結合時空碼與位元擷取技術應用於非均等錯誤保護，建立出具優異非均等錯誤保護效能之通道編碼系統，並且能應用在無線傳輸之衰褪通道中。我們分析在半平穩衰褪通道下的效能，設計出搜尋優良時空碼時所參考的準則，讓我們得以建立出一系列優良的非均等錯誤保護碼，為系統提供彈性的錯誤保護機制。當  $r_{\min}(\hat{C})n_R \geq 4$  時，我們知道當有效距離較大，位元錯誤權重越小時，會有較好的錯誤保護能力；當  $r_{\min}(\hat{C})n_R < 4$  時，則當秩值與行列式值較大，行列式對應係數較小時，會有較好的錯誤保護能力。而在非均等錯誤保護應用時，在計劃中我們說明兩種傳送資料排列的方式，比較傳統方式與新的方式，可以發現在新的方式在非均等錯誤保護應用上所表現的效能與傳統方式相近，然而新的方法，在資料訊框間並不需要傳送額外的位元，因此可以具有較高的資料傳輸率，這對日益講求傳輸率的今日，是相當重要的一點。最後，利用電腦的搜尋，針對不同的記憶體大小，及不同的擷取週期找出對應的一系列優良擷取表，以提供廣泛的應用。

延續前兩年研究成果，第三年計劃針對所研發之非均等錯誤保護時空編碼系統進行兼具高效率、低耗能以及彈性之解碼器硬體架構架構，包括傳統存活記憶體管理架構，高速VLSI追溯解碼架構以及混合式存活記憶體管理架構的優缺點做出分析。經由文獻研讀以及軟體模擬，證明混合式存活記憶體管理架構高速解碼以及低硬體複雜度的優點比傳統存活記憶體管理架構更為適用在時空碼解碼器架構上。主要實現與改進的時空碼解碼器架構是改良式暫存器交換。在解碼速度上，改良式暫存器交換比傳統暫存器交換稍慢，不過比傳統追溯快。在功率消耗上，改良式暫存器交換則是比傳統暫存器交換與追溯更為省電。在硬體複雜度上改良式暫存器交換也比傳統暫存器交換與追溯更為簡單以及容易設計。此三年期計劃所得之結果預期不論對理論研究者抑或是業界工程師都將有很大的助益，且能促進非均等錯誤保護時空碼在無線通訊系統及網路上之應用。

## 參考書目

- [1] J. G. Proakis, *Digital Communication*, New York: McGraw-Hill, 4rd ed., 2001.
- [2] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, “Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744–765, Mar. 1998.
- [3] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, “Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 199–207, Feb. 1999.
- [4] S.M. Alamouti, “A simple transmit diversity technique for wireless communications,” *IEEE J. Select. Areas. Commun.*, vol. 16, pp. 1451–1458, Oct. 1998.
- [5] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, “Space-time block coding for wireless communications: performance result,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 17, pp. 451–460, Mar. 1999.
- [6] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, “Space-time block coding from orthogonal design,” *IEEE J. Select. Areas. Commun.*, vol. 45, pp. 1456–1467, July. 1999.

- [7] H. Jafarkhani, "A quasi-orthogonal space-time block code," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 1–4, Jan. 2001.
- [8] S. Chuprun, J. Kleider, and C. Bergstrom, "Emerging software defined radio architectures supporting wireless high data rate OFDM," in *Proc. IEEE RAWCON'99*, 1999, pp. 117–120.
- [9] G. Begin and D. Haccoun, "Performance of sequential decoding of high-rate punctured convolutional codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 966–978, Feb. 1994.
- [10] D. Haccoun and G. Begin, "High-rate punctured convolutional codes for Viterbi and sequential decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp. 1113–1125, Nov. 1989.
- [11] M. Rouanne and D. J. Costello Jr, "An algorithm for computing the distance spectrum of trellis codes," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 7, pp. 929–940, Aug. 1989.
- [12] B. Vucetic and J. Yaun, *Space-Time Coding*, West Sussex, England: John Wiley & Sons, 2003.
- [13] D. G. Mills and D. J. Costello, "Using a modified transfer function to calculate unequal error protection capabilities of convolutional codes," in *Proc. 1993 IEEE Int. Symp. Inform. Theory*, San Antonio, Tx, Jan. 1993, p.144.
- [14] M.-C. Chiu, C.-C. Chao, and C.-H. Wang, "Convolutional codes for unequal error protection," in *Proc. 1997 IEEE Int. Symp. Inform. Theory*, Ulm, Germany, June 1997, p.290.

- [15] R. Gozali and B. D. Woerner, "Applying the Calderbank-Mazo algorithm to space-time trellis coding," in *Proc. IEEE Int. Conf. Sountheastcon 2000*, Nashville, Tennessee, Apr. 2000, pp.309-314.
- [16] Z. Chen, B. Vucetic, J. Yuan, and K. L. Lo, "Space-time trellis codes with two, three and four transmit antenna in quasi-static flat fading channels," *IEEE Int. Conf. Commun.*, vol.3, Apr. 2002, pp.1589-595.
- [17] J. Hagenauer, "Rate-compatible punctured convolutional codes (RCPC codes) and their applications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, pp. 389-400, Apr. 1988.
- [18] J. B. Cain, G. C. Clark, and J. M. Geist, "Punctured convolutional codes of rate  $(n-1)/n$  and simplified maximum likelihood decoding," *IEEE Trans. Inform. Theorey*, vol. IT-25, pp. 97-100, Jan. 1979.
- [19] Y. Yasuda, K. Kashiki, and Y. Hirata, "High-rate punctured convolutional codes for soft decision Viterbi decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 32, pp. 315-319, Mar. 1984.
- [20] G. Begin and D. Haccoun, "High-rate punctured convolutional codes structure properties and construction technique," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp. 1381-1385, Dec. 1989.
- [21] L. H. C. Lee, "New rate-compatible punctured convolutional codes for Viterbi decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 3073-3079. Dec. 1994.
- [22] Y. Bian, A. Popplewell, and J. J. O'Reilly, "New very high rate punctured convolutional codes," *Electron. Lett.*, vol. 30, pp. 1119-1120, July 1994.



- [23] K. Muhammad and K. B. Letaief, "On the performance of sequential and Viterbi decoders for high-rate punctured convolutional codes," *IEEE Trans. Commun.* vol. 43, pp. 2687-2695, Nov. 1995.
- [24] O. Tirkkonen and A. Hottinen, "Tradeoffs between rate, puncturing and orthogonality in space-time block codes," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, Helsinki, Finland, Jun. 2001, pp. 1117-1121.
- [25] K. Majonen and M. J. Heikkilä, "Higher data rates with space-time block codes and puncturing in WCDMA systems," in *Proc. Int. Symp. Pers., Indoor, Mobile Radio Commun.*, San Diego, California, , Sept. 2001, pp. A-36–A-40.
- [26] M. Navarro and A. Amat, "Punctured space time turbo trellis codes: rate adaptation and optimisation issues," in *Proc. IEEE Wireless Commun. Netw. Conf.*, Atlanta, Georgia, Mar. 2004, pp. 2411-2415.
- [27] J. Chung, C. Hwang, S. Nam, and B. J. Jeong, "Punctured space-time trellis codes preserving diversity gain," *Electron. Lett.*, vol. 39, pp. 995-997, Jun. 2003.
- [28] Charles M. Rader, "Memory Management in a Viterbi Decoder," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 29, pp. 1399–1401, Sep. 1981.
- [29] H A. Bustamante, I. Kang, C. Nguyen and R. E. Peile "Stanford Telecom VLSI design of a convolutional decoder," *IEEE Conf. Military Commun.*, vol. 1, Boston, MA, Oct. 1989.

- [30] Gennady Feygin, P. G. Gulak, “Architectural Tradeoffs for Survivor Sequence Memory Management in Viterbi Decoders,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, pp. 425–429, Mar. 1993.
- [31] P. J. Black and T. H. Y Meng, “Hybrid survivor path architectures for Viterbi decoders,” *in Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing*, pp. 433–436, 1993.
- [32] S. J. Jung, M. H. Lee and H. J. Choi, “A new survivor memory management method in Viterbi Decoders: Trace-delete method and its implementation,” *in Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing*, pp. 3284–3286, 1996.
- [33] Ming-Bo Lin, “New Path History Management Circuits for Viterbi Decoders,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, pp. 1605–1608, Oct. 2000.
- [34] J S. Han, T J. Kim and Chanho Lee, “High Performance Viterbi Decoder Using Modified Register Exchange Methods,” *in Proc. IEEE Int. Symp. Circuit and System.*, vol. 3, pp. 553–536, May. 2004.