

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

網路虛擬高中數學學習館—子計畫二： 數學問題的剖析及其在網路上呈現之研究（一）： 數與函數/解析幾何/座標變換

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 89 - 2511 - S - 009 - 011 -

執行期間： 88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

計畫主持人：莊 重教授

共同主持人：劉松田副教授

林妙英資深講師

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：國立交通大學應用數學系

中 華 民 國 八 十 九 年 十 月 十 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

網路虛擬高中數學學習館—子計畫二：

數學問題的剖析及其在網路上呈現之研究（一）：

數與函數/解析幾何/座標變換

Analysis of mathematical problems and their presentation in networks (I)

計畫編號：NSC 89-2511-S-009-011

執行期限：88年8月1日至89年7月31日

主持人：莊重教授 國立交通大學應用數學系

共同主持人：劉松田副教授 國立交通大學應用數學系

計畫參與人員：李政豐老師 國立竹北高中

王淑霞老師 國立新竹女中

簡文潔老師 國立竹東高中

一、中文摘要

本計畫為「網路虛擬高中數學學習館」整合型計畫數學科學科內容三個子計畫之一：數學問題的剖析及其在網路上呈現之研究—數與函數。本計劃過去一年的研究中，已針對高中數學的「數與函數」單元內容提供適當的觀念及解題導向數學問題，並規劃適合本單元學習的數學實驗與教學模型，以提升學生的學習興趣。

關鍵詞：數與函數、題庫、數學辭典、問題求解

Abstract

This project is one of the three mathematical sub-projects on the joint project entitled "Virtual Mathematical High School". In the past year, we have selected 「number & function」 as the topic to design problems, experiments and teaching models to enrich the web learning environment & to improve the interest of student learning. Specifically, we have edited the related content of 「number & function」, developed

test-item bank, mathematical dictionary, mathematical experiments and teaching models.

Keywords: Number & function、test-item bank、mathematical dictionary、problem solving

二、緣由與目的

本計畫為「網路虛擬高中數學學習館」整合型計畫數學科學科內容三個子計畫之一：數學問題的剖析及其在網路上呈現之研究—數與函數。本計劃過去一年的研究中，已針對高中數學的「數與函數」單元內容提供適當的觀念及解題導向數學問題，並規劃適合本單元學習的數學實驗與教學模型，以提升學生的學習興趣。

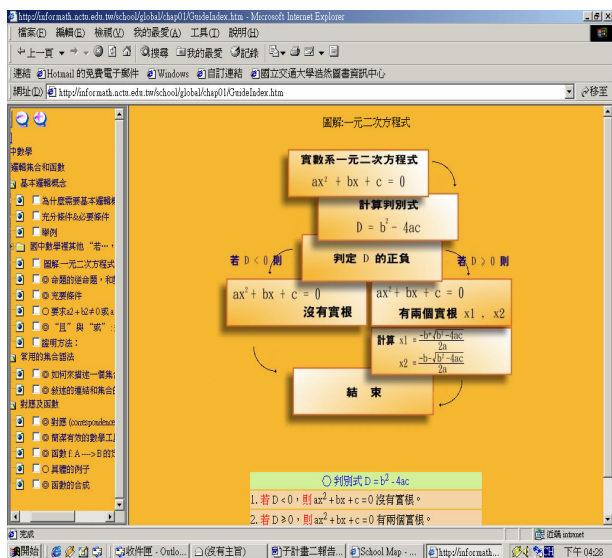
本年度本計畫執行之具體成果包括：編修「數與函數」教材內容、測驗題庫、數學字典、數學實驗及虛擬數學教室、數學資訊廣場內容充實，詳細內容說明如下：

三、結果與討論

1. 教材內容編修

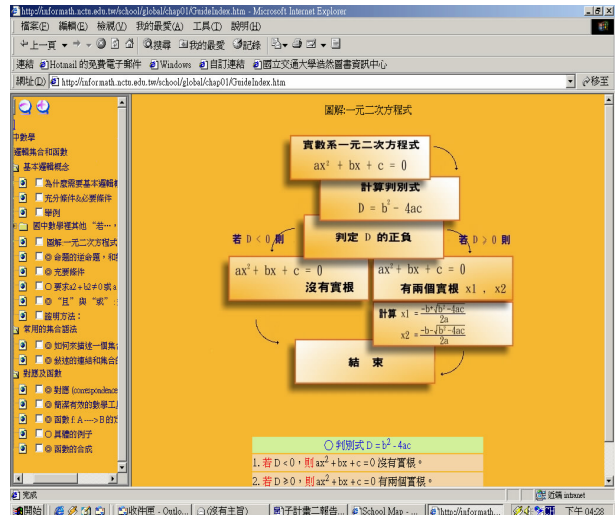
自八十七學年度起高中數學教材開放民間編寫，但平板教科書修正不易，本計畫的研究者想把教材呈現在網路上，充分利用網路的優點。我們希望把教材出版呈現，將來「數學學習館」開放後由全國教師使用，並參與意見上傳，集思廣益，隨時修改，讓這個高中數學館做為全國教師交流分享討論的園地。

本部分計畫之完成包括教材地位分析、教材內容的重新編寫及專家修審，其嚴謹程度，我們戲稱為「三讀定稿」。茲擷取網頁上所呈現教材內容其中的一頁如下以供參考：



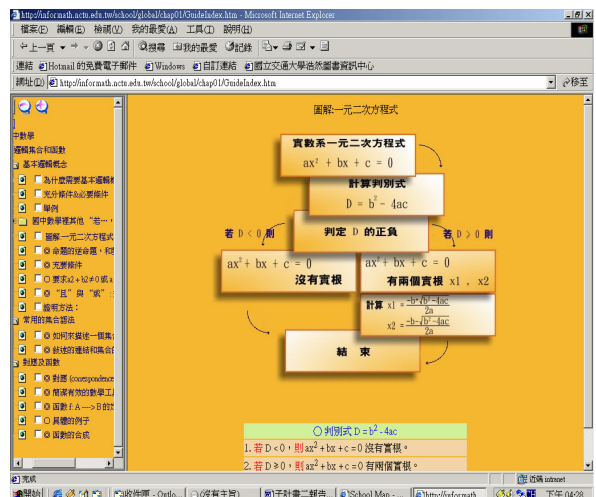
2. 建構測驗題庫系統

本計畫為「數與函數」單元設計前測、中測、及後測之試題，作為形成性評量試題，每一章的最後並提供綜合測驗，以作為該章的總結性評量試題，目前共發展出題庫及題目搜尋。測驗題的設計嘗試兩層式測驗試題的研發，以診斷學生錯誤概念的產生原因，作為導正錯誤概念之依據。茲擷取網頁上所呈現題庫其中的一頁如下以供參考：

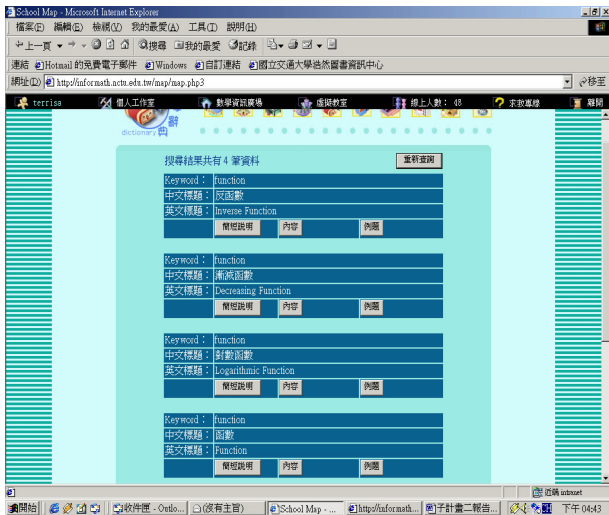


3. 數學辭典

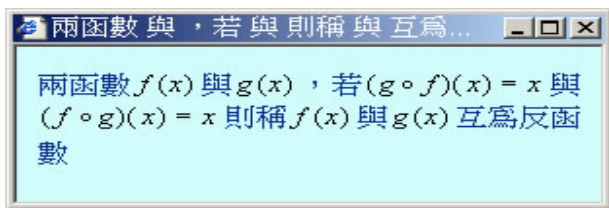
本計畫規劃電子字典功能，使學生能在網頁上以輸入關鍵字查詢的方式，找到重要數學名詞的意義與概念，目前已具有 57 個名詞的查詢功能，本字典力求名詞說明容易了解，包含提供例子說明而非只是生硬的定義說明，使學生能透過此系統達到真正學習的目的。茲網頁上的數學辭典頁面呈現如下：



首先輸入要查詢的關鍵字（如：function），按查詢後即出現查詢的結果如下頁：

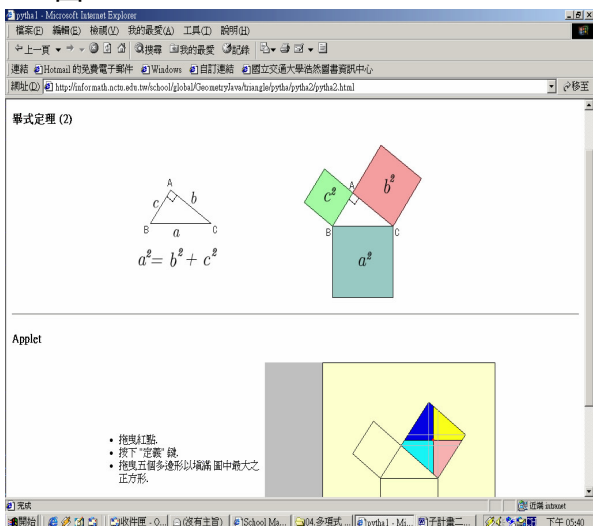


再進一步點選想知道項目的簡短說明等，即可查的所需資料：



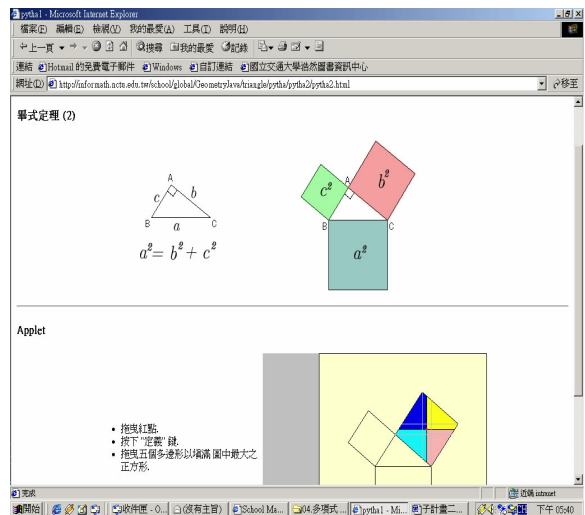
4. 數學實驗

在相關的教材內容中，我們加入一些簡單的數學實驗，讓使用者於操作中培養數學理念，本計畫目前已完成的數學實驗包括輾轉相除法原理、河內塔的實驗、斜率的概念、求 $X^3+X-5=0$ 的十根近似值 二次函數圖形的了解以動畫依序出現，綜合除法的流程以軟體顯示。以下是一個「畢式定理」的實驗設計頁面：



5. 虛擬數學教室

網際網路雖然提供眾多學習及使用資源，但正如一個生手擁有一堆工具而不知如何去使用這些工具，使網路資源無法發揮其極致的功能，因此本計畫亦根據研發的教材教具，發展教學模型(Teaching models) 以供教師實際利用。目前規劃完成之虛擬教室包括追風三角、以圖為證玩數學等。以下是其中一個頁面：



6. 數學資訊廣場

本計畫也規劃提供相關數學資訊，以利師生利用，這些重要資訊包括生活中的數學、大自然的數學、數學音樂&圖形、玩數學、數學辭典、數學軟體、數學網站搜集、數學史、數學欣賞、數學解題競賽 未來各資訊將加入教學使用時機及新增入虛擬學習教室之功能，以使本部分資訊達到充分而有效的利用。



四、計畫成果自評

以下是目前使用過『網路虛擬高中數學學習館』的師生們對我們所的一些建議，綜合整理後也收錄在此份報告中以為我們日後改進的目標。

『網路虛擬高中數學學習館』的建立，除了網頁系統建構要求有完整功能與容易使用介面是最急需外，也要後續的服務工作。如：教材、測驗題庫之更新、問題的回答與討論。這都要熱心人士投入長時間來耕耘。同時，參與問題討論者應注意一點。提出或解答問題時，要盡可能先經過細心思考後，才把問題或解答上傳放在網頁上。這樣比較容易進入參與討論圈內，以快速達到討論問題之目的。終究討論問題要有別於網路的聊天室。

一些希望以後能達成的建議事項：

- (1) 教材編撰能簡化、縮小篇幅、減少網頁傳輸時間。
- (2) 測驗題庫分級：容易、適中、較難、難題。
- (3) 參考答案與回覆問題，盡量詳細。
- (4) 要求作習題，應有思考解題與計算過程（只要求答案會有反效果，目前已存在之數學教學網站大多只給答案）。
- (5) 系統維護人員應深入研討使用相關軟體，以增強網頁功能，達到自我學習目標。（如 windows media player, mathematica, mathcad, matlab, maple, GSP .）

- (6) 設計出可由使用者擷取各自所需文件之網頁，使用者不想要的就不傳過來。（如 XML 之使用於 Flash。）

最後，我們期望『網路虛擬高中數學學習館』，在大家共同努力不懈下，兩三年後會出現著輝煌的成果。

五、參考文獻

- [1] 黃武雄 *老師，我們去哪裡？* 人本教育基金會發行
- [2] 舒湘芹等譯 *高觀點下的初等數學* F. Klein 原著第一、二、三卷 九章出版社
- [3] 丘成桐(1980), *數學與數學教育*, 崇基學院。
- [4] 余宜芳, *念不好數學, 不是他們的錯*, 遠見, 77, 1992, 134-137。
- [5] 郭重吉(民 81), *從建構主義的觀點探討中小學數理教學的改進*, 科學發展月刊, 第 20 卷, 第 5 期, 548-570。
- [6] 甯自強(民 82), *「建構式教學法的教學觀」由根本建構主義的觀點來看*, 國教學報, 5 期, 頁 33-41。
- [7] 陳德懷(民 84), *智慧型電腦輔助學習系統的研究與發展*, 科學發展月刊, 第 23 卷, 第 5 期, P456-468。
- [8] 葉偉文/譯, *幹嘛學數學?* S. K. Stein, Strength in numbers, 離銘圖書有限公司。
- [9] *“數學教育”學門資源整合規畫資料* 國科會科教處 民 85 年
- [10] *行政院國科會數學教育學門資源整合規畫資料*, 民 85。
- [11] *行政院國科會科學教育學門資源整合規畫資料*, 民 85。

- [12] 郭重吉(民85), *科學哲學的省思*, 教育研究雙月刊, 49期, 頁16-24。
- [13] 曾志朗、林福來、邱貴發、陳德懷、陳瓊森、陳一平、郭允文(民85), *美日「電腦輔助學習」訪問重點報告*, 科學發展月刊, 第24卷, 第7期, 563-578。
- [14] 曾志朗(民86), *網路上的科學教育, 建構與教學*中部地區科學教育簡訊, 第10期, (見 <http://sewww.ncue.edu.tw/c&t/issue9-10/v10-2.htm>)。
- [15] 丘成桐(1998), *數學的內容, 方法和意義*, 北京大學百年校慶
- [16] *高級中學數學課程標準*, 教育部編印, 民87。
- [17] 李虎雄、陳冒海、朱亮儒(民87) *高級中學科學課程研究計畫 - 數學科研究報告*, 台師大科教中心。
- [18] 林松山(民87), *軟體工業與數學教育研討會論文集*, 交通大學應數系
- [19] 吳美滿(民87), *波利亞的解題步驟對國中比例單元教學效果之研究*, 台師大科教所碩士論文。
- [20] 鄭毓信(1998), *數學教育哲學*, 九章出版社(台灣的數學教育 396-404)
- [21] Black, J.B., & McClintock, R.O. (1996). *An interpretation construction approach to constructivist design*. In B. Wilson.(ed.) *Constructivist learning environments*, Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.
- [22] Charles, R. & Silver, E. (1989). *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- [23] Duffy, T.M., & Jonassen, D.H., (1992) *Constructivism and the technology of instruction*. Hillsdale, NJ: LEA.
- [24] Elk, S.B., (1995) *The cross product of two vectors is not just another vector - a major misconception being perpetuated in calculus and vector analysis textbooks*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 28, 531-543.
- [25] Macgregor, M., & Stacey, K., (1997) *Students' understanding of algebraic notation: 11-15*. Educational Studies in Mathematics, 33, 1-19.
- [26] McAllister, H.C.(1995) *Problem Solving and Learning, Common Sense problem solving and Cognition Research*, available from the website <http://www2.hawaii.edu/suremath/cognitive.html>
- [27] Margolis, H. (1987) *Patterns, Thinking and Cognition*, The University of Chicago Press.
- [28] Newell, A. (1990) *Unified Theories of Cognition*, Harvard University Press.
- [29] Owston, R.D., (1997) *The world wide web: A technology to enhance teaching and learning?* Educational Researcher, 26, 2, 27-33.
- [30] Polya, G. (1945) *How to Solve it - A new aspect of mathematical method*, Princeton University press.
- [31] Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
- [32] Schoenfeld, A. (1987). *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum Assoc.
- [33] Sternberg, R. J. (1984) *Beyond IQ*, Cambridge University Press.
- [34] Sun, C. T. & Chou, C. (1996). *Experiencing CORAL: design and implementation of distant cooperative learning*. IEEE Transactions on

- Education, 39(3), 357-366.
- [35] Treagust, D.F., Duit, R., & Fraser, B.J. (1996). *Improving teaching and learning in science and mathematics*. New York: Teachers College columbia University.
- [36] Taylor, P.C., & Fraser, B.J. (1991, April). *CLES: An instrument for assessing constructivist learning environments*. Paper presented at the annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching, Lake Geneva, WI.
- [37] Tsai, C.-C. (1998). Science learning and constructivism. *Curriculum and Teaching, 13*, 31-52.
- [38] Tsai, C.-C. (2000). *Relationships between student scientific epistemological beliefs and perceptions of constructivist learning environments*. Educational Research, 42(2).
- [39] Whimbey, A. (1987) *Think Aloud Pair Solving - TAPS. The key to higher Order Thinking in Precise Processing*, Educational Leadership, 42(1), 66-70.
- [40] *21st Century of problem solving , The Next generation of problem solving* (<http://www2.hawaii.edu/suremath/>)
Illinois Mathematics and Science Academy (<http://www.imsa.edu/>)