

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

底床造波研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC94-2611-E-009-001-

執行期間：94年08月01日至95年07月31日

執行單位：國立交通大學土木工程學系(所)

計畫主持人：吳永照

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 95 年 10 月 12 日

底床造波研究

Waves Generated by Bottom Wavemaker

摘要

基於勢能流理論，本研究探討利用底床造波建立波浪數值水槽的可行性，底床造波與目前一般採用的側向活塞式造波比較，具有不會引起數值水槽再反射(水槽中結構物引起之反射波遇到造波板引起再一次反射)的優點，而且根據本文研究結果發現，底床造波之自由水面的非線性波並無造波板引起二階自由波的跡象。假設水槽底床一有限長度區域(造波區)中各點均具有在時間上成週期性變化的垂直速度，而且該造波區各點的垂直速度在數值水槽縱向(x 軸方向)也成正弦函數形狀變化並以相位速度(phase velocity) c 往正 x 方向前進，本文以邊界元素法研究底床造波引起之水面非線性波的性質，並探討造波區波形振動之波長及衝程與水面線性及非線波之波長及波高的關係，也探討造波區長度對波浪性質的影響。本研究於時間域(time domain)進行非線性分析數值模擬，除了完整的非線性自由水面邊界條件之外，採取 Euler-Lagarangian 混合模式追蹤自由水面水粒子的運動軌跡，為降低數值水槽兩側端引起之反射，另於水槽兩端設海綿層消滅波能，並於海綿層末端加入輻射邊界條件。

關鍵詞：底床造波，非線性波，邊界元素法，時間域。

Abstract

Based on the potential theory, this study developed an accurate numerical model for the simulation of the linear and nonlinear waves generated by bottom wavemaker. A bottom wavemaker is a finite area of channel bottom which is oscillating periodically, in time and in space. Bottom wavemaker has advantage over the conventional wavemaker (piston as well as plunger type wavemakers), less re-reflection; besides, there was no second order free wave on the nonlinear free surface in the present study. The motion of the bottom wavemaker is oscillating not only up and down but also like a sine function along the longitude direction (x -axis direction) with phase speed c . The numerical time domain nonlinear analysis is based on the boundary element method. In addition to apply a fully nonlinear free surface boundary condition, the velocity, pressure and their derivatives have been set to zero at the initial time and a time marching scheme, based on second order Taylor's series, will be used to compute the new position of water particles on the free surface at subsequent time. Sponger layer and radiation condition at the outer edge of layer are applied to the two ends of numerical wave channel to reduce the effect of reflection.

Keywords : Bottom wavemaker, Nonlinear wave, Boundary element method, Time domain.

一、前言

造波的研究已有很長一段時間，無論實驗室內的實驗水槽或利用電腦模擬的數值水槽通常需要使用造波板造

波，一般是將造波板設置於水槽之一側，使其作前後式活塞運動而於水槽水面產生波浪 (Madsen, 1970; Buhr Hansen & Svendsen, 1974; Flick & Guza, 1980; 吳, 1987)，或將部分沒入水

中的楔形(plunger)塊設置於水面，使其作上下式活塞運動而於水槽水面產生波浪(Wang, 1974; Ellix and Arumugam, 1984; Wu, 1992; Koo and Kim, 2006)。於水槽之一側設置造波板或利用楔形塊作投入式造波都有一共同的缺點，當結構物引起之反射波遇到造波板將引起再一次反射，這對於實驗室的實驗或數值水槽都有同樣的困擾與不方便。如果將造波設備設置於水槽底床，使底床造波區各點具有上下振動的速度之外並以相位速度 c 往 x 方向前進，另於水槽兩尾端設置海綿層，然後於海綿層末端加入輻射邊界條件，如此除了可造波，也可有效降低反射波遇到造波板引起再一次反射的問題，對於利用數值水槽從事相關研究很有幫助。也可以利用本研究之理論為基礎，於實驗室波浪水槽底部設置多片造波板模擬底床造波，但造波效率可能會比傳統造波方式低。

二、理論分析

圖 1 為本研究底床造波數值水槽定義圖，卡氏座標系統之原點在靜水面上， x 軸向右為正， z 軸向上為正，造出的波將向 $+x$ 方向前進，若有反射波將向 $-x$ 方向傳遞，數值水槽兩端均設有消滅波浪能量的海綿層，海綿層底端將加入輻射邊界條件。

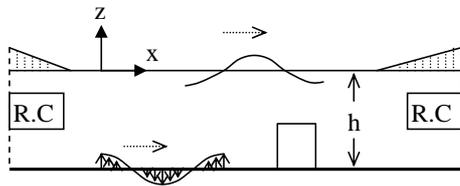


圖 1 底床造波定義圖

假設水槽深度為 $h=1\text{m}$ 底床造波區從座標原點 $x=0$ 向右延伸至 $x=B$ 。假設流體為無黏滯性、不可壓縮、且呈非旋性之

運動，因此流場中存在滿足 Laplace 方程式的速度勢 (Φ)，故流場之控制方程式

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (1)$$

流場之流速 \vec{v} 可表示成 $\vec{v} = (u, w) = \nabla \Phi$ 。假設底床造波區具有在時間及 x 方向皆成週期性的速度存在，因此造波區 ($0 \leq x \leq B$) 之底床邊界條件可表示為

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -\frac{\omega S}{2} \cos(kx - \omega t) \quad (2)$$

底床其他區域之邊界條件為正向速度等於零，上式中 $k = 2\pi/L$ ， $\omega = 2\pi/T$ ， L 為波長， T 為週期， n 為邊界的單位法線向量，定義向外為正，因此該週期性變化的底床速度具 x 方向的相位速度 $c = L/T$ 。本研究中底床造波區長度採用一個波長 ($B=L$)，隨後將證明只要底床造波區長度 B 大於一個波長，其造出的水面非線性波與造波區長度等於一個波長造出的水面非線性波完全一樣。尚有其他邊界條件分別描述如下

1. 自由水面運動邊界條件：

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \text{ on } z = \eta \quad (3)$$

2. 自由水面動力邊界條件：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} + g\eta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \Phi = \int_{x_1}^x \frac{\partial \mu}{\partial x} \Phi|_{z=0} dx = 0 \quad (4)$$

x_1 為海綿層之起始 x 座標， μ 為海綿層之人造阻滯係數，在海綿層中成一線性分布，在海綿層之起始端及無海綿區域之 μ 值為零，在最末端之 μ 值為最大值 μ_{\max} 。

3. 左邊界輻射邊界條件為(Ohyama and Nadaoka, 1991)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{gh}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mu \Phi + \int \frac{\partial \mu}{\partial x} \Phi|_{z=0} dx \right) \quad (5)$$

4. 右邊界輻射邊界條件為

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{1}{\sqrt{gh}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mu \Phi - \int \frac{\partial \mu}{\partial x} \Phi |_{z=0} dx \right) \quad (6)$$

三、數值方法

本研究中所採用的數值方法為線性元素之邊界元素法。應用 BEM 研究控制方程式為 Laplace 方程式的邊界值問題時，須利用 Green 第二恆等式將原來的邊界值問題，轉換成一積分方程式的形式，則在某一個任意選定的邊界源點 i 上，其速度勢 Φ_i 可表示成 (Brebbia and Dominguez, 1989)：

$$-\frac{\alpha}{2\pi} \Phi_i = \int_{\Gamma} \left(\Phi \frac{\partial q}{\partial n} - q \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) d\Gamma \quad (7)$$

其中 q 為控制方程式的基本解， Γ 為問題的控制邊界， Φ_i 為邊界上任意點的速度勢， α 為邊界源點 i 之內角。對二維 Laplace 方程式的邊界值問題而言，其基本解為 (Greenberg, 1971)

$$q = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{r} \right) \quad (8)$$

式中 r 為邊界源點 i 與其他邊界上任意點間之距離。將 (7) 式離散化並假設任一變數於各邊界元素上成線性變化，則邊界條件代入 (7) 式後可計算邊界上未知的 Φ 及 $\partial \Phi / \partial n$ 。

對於非線性分析，本研究係採 Time Domain 的計算方式，水粒子的移動軌跡，也就是下一時刻自由水面上水粒子（或節點）的新位置是採用與 Dold and Peregrine (1984) 相似的 Taylor 級數二階近似展開式加以計算，即

$$x' = x + \frac{d\zeta}{dt} \delta t + \frac{d^2 \zeta}{dt^2} \frac{(\delta t)^2}{2} + O(\delta t)^3 \quad (9)$$

$$z' = z + \frac{d\eta}{dt} \delta t + \frac{d^2 \eta}{dt^2} \frac{(\delta t)^2}{2} + O(\delta t)^3 \quad (10)$$

$$\Phi' = \Phi + \frac{d\Phi}{dt} \delta t + \frac{d^2 \Phi}{dt^2} \frac{(\delta t)^2}{2} + O(\delta t)^3$$

(11)

同時為了便於追蹤自由水面水粒子的運動，表面水粒子的座標及運動速度定義為

$$x = \zeta(t, x_0) \quad z = \eta(t, z_0) \quad (12)$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = u \quad \frac{d\eta}{dt} = w \quad (13)$$

其中 $x_0 = \zeta(t=0, x_0)$ ， $z_0 = \eta(t=0, z_0)$ 。在整個的計算過程中，則採用 Euler-Lagrangian 描述法的觀念，即在固定時間 t 時，由已知邊界上的節點座標及節點上已知的 Φ 及 $\partial \Phi / \partial n$ 求未知的 Φ 及 $\partial \Phi / \partial n$ 為一 Euler 描述法觀念的應用，而在自由水面上，由上一個時段每一節點的座標 x 、 z 及速度勢 Φ 進一步推算下一個時刻節點的座標 x' 、 z' 及數度勢 Φ' 則為 Lagrange 描述法觀念的應用。數值模擬過程中，其自由水面波形之角度 θ 及切線方向 (\bar{s}) 的變化量（如： $\partial \Phi / \partial \bar{s}$ 、 $\partial^2 \Phi / \partial \bar{s}^2$ 及 $\partial \theta / \partial \bar{s}$ 等），均是採用曲線近似法 (Cubic Spline Method) 的方式求得。而水粒子的水平速度 (u) 及垂直速度 (w)，則可藉由下列的關係式求得

$$u = \frac{d\zeta}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{s}} \cos \theta - \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{n}} \sin \theta \quad (14)$$

$$w = \frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{s}} \sin \theta + \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{n}} \cos \theta \quad (15)$$

而 Φ 對時間的全微分變量 ($d\Phi / dt$) 與偏微分變量 ($\partial \Phi / \partial t$) 之關係可表示成

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \nabla) \Phi \quad (16)$$

將式 (14)、(15) 所求得的速度 u 及 w ，代入式 (5) 中，並由式 (16) 可得

$$\frac{d\Phi}{dt} = -g\eta + \frac{(u^2 + w^2)}{2} \quad (17)$$

式(9)至(11)中的一階全微分變化量 ($d\zeta/dt$ 、 $d\eta/dt$ 及 $d\Phi/dt$)，可由式(14)、(15)及(16)求得。而二階全微分變化量 ($d^2\zeta/dt^2$ 、 $d^2\eta/dt^2$ 及 $d^2\Phi/dt^2$) 則是藉由 Grill et al. (1989) 所提出的關係式計算得之，即

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} = \frac{du}{dt} = \left[\frac{\partial\Phi_t}{\partial\bar{s}} + \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{s}} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\bar{s}^2} + \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{n}} \frac{\partial\Phi_n}{\partial\bar{s}} \right] \cos\theta + \left[\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{n}} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\bar{s}^2} - \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{s}} \frac{\partial\Phi_n}{\partial\bar{s}} - \frac{\partial\Phi_t}{\partial\bar{n}} - \frac{\partial\theta}{\partial\bar{s}} (u^2 + w^2) \right] \sin\theta \quad (18)$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = \frac{dw}{dt} = \left[\frac{\partial\Phi_t}{\partial\bar{s}} + \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{s}} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\bar{s}^2} + \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{n}} \frac{\partial\Phi_n}{\partial\bar{s}} \right] \sin\theta + \left[\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{s}} \frac{\partial\Phi_n}{\partial\bar{s}} + \frac{\partial\Phi_t}{\partial\bar{n}} - \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{n}} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\bar{s}^2} - \frac{\partial\theta}{\partial\bar{s}} (u^2 + w^2) \right] \cos\theta \quad (19)$$

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = -g \frac{d\eta}{dt} + u \frac{d^2\zeta}{dt^2} + w \frac{d^2\eta}{dt^2} \quad (20)$$

利用以上各式於時域反覆運算，直至模擬所需的時間為止。

四、數值結果與討論

圖 2 所示水面變化為相當於底床週期性位移振幅 ($S/2$ ， S 為衝程) $0.04h$ ，波長 $L=4/3\pi m$ ，週期 $T=1.7216$ 秒，於水深 $h=1m$ 的數值水槽造出的自由水面非線性波，比較時間 $t=21T$ 及 $t=25T$ 之波形發現幾乎完全一致，可見波形已趨於穩定，由圖 2 尚可發現造波區波形振動之波長與水面波長相同。座標 $x=8L$ 位置的水位隨時間的變化如圖 3 所示，時間 t 大於 $18T$ 以後，水位隨時間的變化已相當穩定，取圖 3 穩定段數據 (共 4 個週期) 進行波譜分析，其分析結果如圖 4 所示，線性波振幅為 $H_1/2=0.0801m$ ，二階 Stokes 波振幅為 $H_2/2=0.0074m$ 。將底床造出之非線性波水位隨距離變化圖 (圖 2) 與相同條件下線性波及非線性解析解的水

位隨距離變化圖比較，如圖 5 所示，可發現底床造出的自

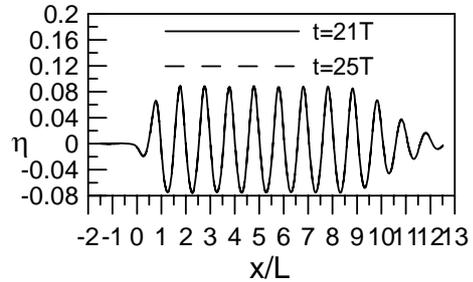


圖 2 波形底床運動造出的水面非線性波

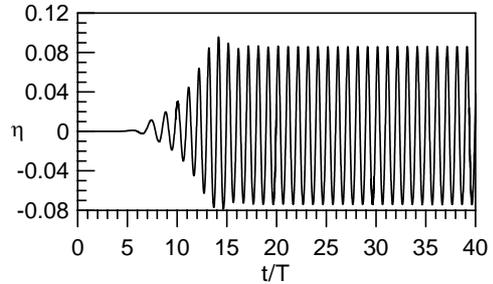


圖 3 水位隨時間之變化圖 ($x=8L$)

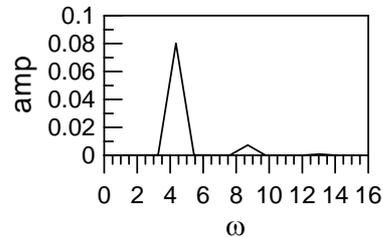


圖 4 非線性波之振幅譜

由水面非線性波與理論非線性波相當一致，顯示利用底床造波可造出精確度相當好的水面非線性波。固定水深 $h=1.0m$ ， $Kh=1.5$ ($K=2\pi/L$)，利用不同底床造波衝程 (S) 造波，將不同底床造波衝程對應的水面非線性波經由波浪頻譜分析，再將分析結果整理出波浪振幅與衝程的關係，如圖 6 及圖 7 所示，圖 6 為線性波振幅與底床造波衝程的

關係曲線，基本上趨近一直線，也就是說如果僅就線性波而

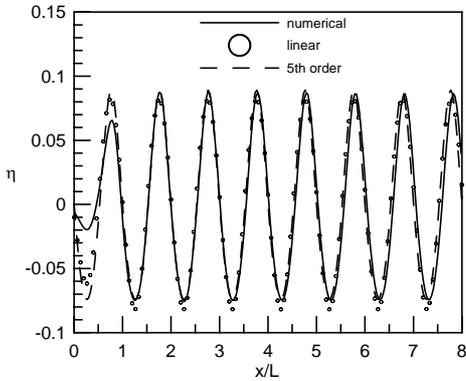


圖 5 底床造波與理論線性及非線性波比較($Kh=1.5, S=0.08h$)

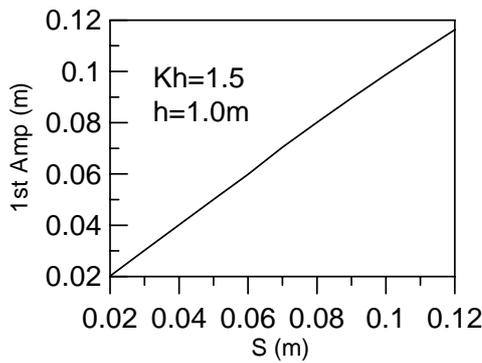


圖 6 線性波振幅與衝程的關係 ($Kh=1.5$)

言，底床造波變得很單純，因波浪的振幅隨著衝程的增加呈現線性增加；但若

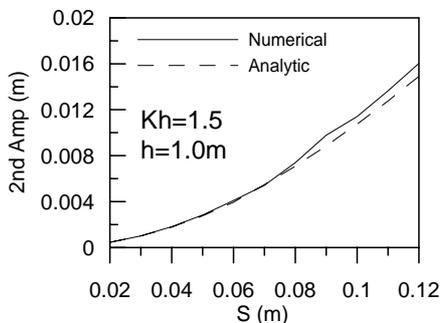


圖 7 數值水槽二階振幅與理論值比較 ($Kh=1.5$)

考慮到非線性分析則否，圖 7 實線為二階波振幅與底床造波衝程的關係曲線，不再是一直線，虛線為利用圖 6 線性波振幅計算得之理論上二階 Stokes 波振幅，由圖顯示底床造波數值水槽中二階波振幅與理論值相近但稍為偏大。

嘗試另一情況，固定水深 $h=1.0m$ ， $Kh=2$ ，利用不同底床造波衝程造波，圖 8 為線性波振幅與底床造波衝程的關係曲線，基本上仍然趨近一直線；圖 9 實線為二階波振幅與底床造波衝程的關係曲線，虛線為利用圖 8 線性波振幅計算得之理論上二階波振幅，與圖 6 相似，底床造波數值水槽中二階波振幅與理論值相近但稍為偏大。

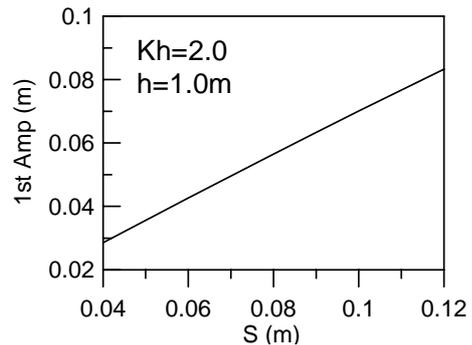


圖 8 線性波振幅與衝程的關係 ($Kh=2.0$)

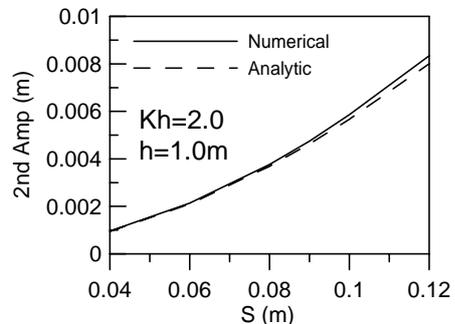


圖 9 數值水槽二階振幅與理論值比較 ($Kh=2.0$)

圖 10 及圖 11 為分別於底床造波數值水槽及左側造波數值水槽置一潛堤(距離造波區 $7L$ ，長 $0.7L$ ，高 $0.7h$)，數值模擬非線性波通過潛堤的變形，圖 10 為於時間 $t=34T$ 的水面變化，圖 11 為於時間 $t=70T$ 的水面變化，由此二圖可發現底床造波數值水槽中潛堤引起的反射波及透過波分別往底床造波數值水槽兩側輻射出去，沒有造波板引起再反射的困擾，而左側造波數值水槽中潛堤引起的反射波於會因為左側造波板引起的再反射而造成造波板與潛堤間之駐波變得更高，時間更久將會影響透過波高，如圖 11 所示。

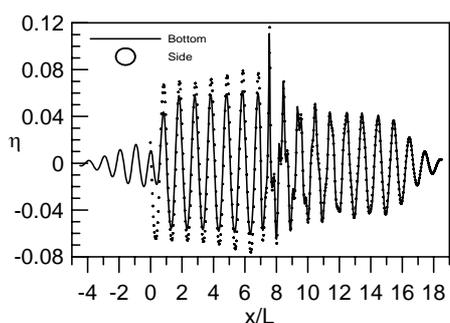


圖 10 沒水潛堤引起非線性波變形 ($t=34T$)

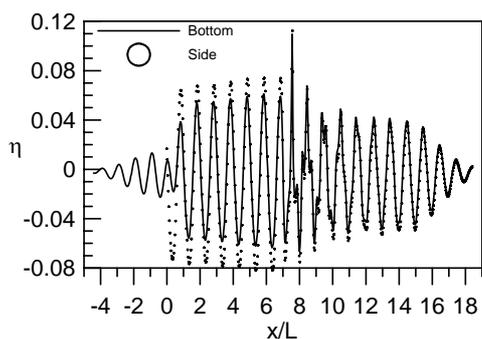


圖 11 沒水潛堤引起非線性波變形 ($t=70T$)

圖 12 及圖 13 分別為於底床造波數值水槽及左側造波數值水槽置一波形浪板(距離造波區 $9L$ ，長 $2L$ ，振幅 $0.5h$ ，

波長 $0.5L$)，模擬浪板引起反射造成非線性波的變形，波形浪板於底床造波數值水槽引起非線性波變形如圖 12 所示，於時間 $t=35T$ 及 $t=90T$ 的水面波形相當一致，顯示透過波及反射波適當的往兩側輻射出去；波形浪板於左側造波數值水槽引起非線性波變形如圖 13 所示，於時間 $t=35T$ 及 $t=90T$ 的水面波形非常的不一樣，此乃因為反射波遇到左側造波板引起再反射造成，與沒水潛堤的影響相似，時間久了將會影響透過波高，造成數值水槽模擬上的誤差。

於數值水槽利用底床週期性振動模擬造波時，造波區長度取一個波長已足夠，圖 14 之水位距離變化關係曲線為造波區長度分別等於一個、兩個、三個及四個波長的數值模擬結果，非線性波形非常一致，顯示造波區的長度對數值模擬結果並無影響。

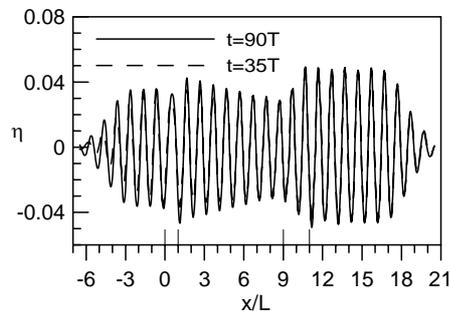


圖 12 浪形板於底床造波水槽引起非線性波變形

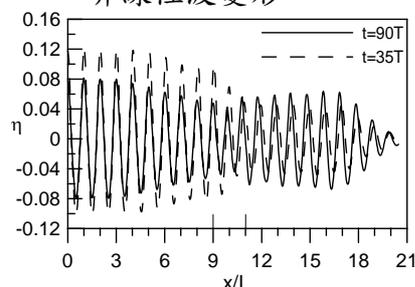


圖 13 浪形板於左側造波水槽引起非線性波變形

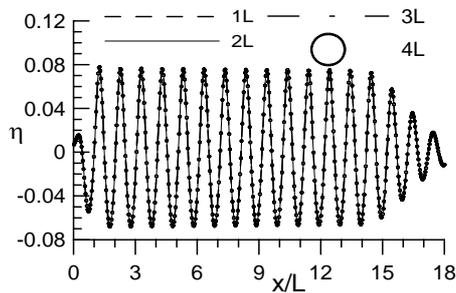


圖 14 波浪傳遞於斜坡底床之波浪升

五、結論

本研究以邊界元素法探討利用底床造波建立波浪數值水槽的可行性，並與側向活塞式造波數值水槽比較獲得下列結論：

1. 利用本研究的底床造波方式可適當的在數值水槽模擬 Stokes 非線性波。
2. 造波區長度採用一個波長已足夠。
3. 底床造波與目前一般採用的側向活塞式造波比較，具有不會引起數值水槽再反射(水槽中結構物引起之反射波遇到造波板引起再一次反射)的優點。
4. 根據本文研究結果發現，利用底床造波不會在自由水面產生二階自由波。

謝誌

本論文係國科會專題研究計畫「底床造波研究」(編號 NSC94-2611-E-009-001)之研究成果，承蒙國科會經費之贊助使本研究得以順利完成，謹致感謝之意。

參考文獻

1. 吳永照(1987)「Constant Wave Form Generated by a Hinged Wavemaker of Finite Draft in Water of Constant Depth」，第九屆海洋工程研討會論文集，第 552 -569 頁。
2. Brebbia, C. A. and Dominguez, J. (1989) *Boundary Elements: An Introductory Course*, McGraw-Hill, New York.

3. Dold, J. W. and Peregrine D. H. (1984) "Steep Unsteady Water Waves: An Efficient Computational Scheme," *Proc. 19th Intl. Conf. on Coastal Eng.*, pp. 955-967.
4. Ellix, D. and Arumugam, K. (1984) "An experiment study of waves generated by an oscillating wedge," *J. of Hydraulic Research*, Vol. 22, pp. 299-313.
5. Flick, R. E. and Guza, R. T. (1980) "On paddle generated waves in labortary channels," *J. of Waterway Port Coastal and Ocean Eng.*, ASCE, Vol. 106, pp. 79-97.
6. Greenberg, M. D. (1971) *Application of Green's Function in Science and Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
7. Grilli, S. T., Skourup J. and I. Svendsen A. (1989) "An Efficient Boundary Element Method for Nonlinear Water Waves," *Engrg. Anaylsis with Boundary Elements*, Vol. 6, pp. 97-107.
8. Hansen, J. B. and Svendsen, I. A. (1974) "Laboratory generation of waves of constant form," *Proc. of 14th Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp. 321-339.
9. Koo, W. C. and Kim, M. H. (2006) "Numerical Simulation of Nonlinear Wave and Force Generated by a Wedge-shape Wave Maker," *Ocean Engineering*, Vol. 33, pp. 983-1006.
10. Madsen, O. S. (1971) "On the generation of long wave," *J. of Geophysical Research*, Vol. 36, pp. 8672-8683.
11. Ohyama, T. and Nadaoka, K. (1991) "Development of a Numerical Wave Tank for Analysis of Nonlinear and Irregular Wave field," *Fluid Dynamics Research*, Vol. 8, pp. 231-251.
12. Wang, S. (1974) "Plunger-type wavemaker: Theory and experiment," *J. of Hydraulic Research*, Vol. 12, pp. 357-388.
13. Wu, Y. C. (1992) "Waves generated by a plunger-type wavemaker," *J. of Hydraulic Research*, Vol. 30, pp. 851-860.