

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

三維網格參數化及其應用之研究(2/2)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2213-E-009-032-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學資訊工程學系(所)

計畫主持人：莊榮宏

計畫參與人員：陳治君、李汪曄、何丹期、簡民昇、彭其瀚

報告類型：完整報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 7 月 5 日

中文摘要

在三維空間中，一個任意形狀的物體漸漸轉變成另一個不同形狀物體的過程，我們稱之為三維物體形變 (3D metamorphosis or 3D morphing)。在目前的研究中，都必須將物體切割成多個對應區塊，在各對應區塊內部產生物體的對應關係，如此使用者必須花相當多的時間和精神在區塊的建立和特徵點的指定上。因此，本論文的主要目的是要提供一簡單且有效的使用者掌控介面，先由使用者根據直覺給定物體上特徵的對應點，系統將自動產生具相同拓樸網格的物體，進而完成網格形變的過程。本論文結合[7]和[1]的方式處理物體網格的切割和物體拓樸網格的重建。尋找合適的切割路徑使網格能順利的映射到一個二維的平面上，在平面上建立物體的對應關係，根據各物體的幾何資訊和物體映射過程中的失真度決定新共同網格點的分佈狀況，將分佈在二維平面上的取樣點經由受限制的狄勞尼三角化 (constrained Delaunay triangulation) 建立共同的拓樸網格，根據相同的拓樸網格重建各物體的幾何資訊，經由共同擁有的拓樸網格產生物體網格間的對應關係。在形變過程中，根據時間變化利用線性內差的方式計算中間物體在形變過程中位置，完成物體的形變過程。

英文摘要

The metamorphosis or the 3D morphing is the process of continuously transforming one object into another. Many morphing techniques for polygonal objects have been proposed. Most techniques partition a given mesh into several patches. User often suffers from assigning partition path and patch correspondence between objects. In this thesis, we tried to alleviate such user intervention. In the proposed morphing system, the user is required to specify correspondence of feature vertices among objects by intuition. According to topological and geometric information, finding a suitable cutting path on the mesh and then cutting mesh into a patch. We apply mesh parameterization to assign a 2D parameter value to each vertex of patch. Then adjust 2D parameter value for each vertex, and construct meshes' correspondence on 2D coordinate. Using image processing technique and constrained Delaunay

triangulation decides the point distribution of new common mesh topology. According to the common mesh topology and original mesh geometric position constructs new object with the same mesh topology. In morphing stage, interpolation mesh is constructed by a traditional linear interpolation between corresponding vertices.

1 前言

1.1 研究動機

在三維空間中，一個任意形狀的物體漸漸轉變成另一個不同形狀物體的過程，稱之為三維物體網格形變 (3D metamorphosis or 3D morphing)。近年來，隨著電腦科技不斷的進步，三維空間的形變技術漸漸被應用於電腦動畫、工業設計、及其他多媒體的製作過程中，設計師或使用者只需給定不同關鍵畫面的物體形狀 (key frame objects)，利用形變的技術即可以產生動畫過程中的其他畫面，進而完成一個連串的動畫成品。本年度計劃重點是針對 Genus > 0 的網格之一至性參數化及利用參數化又效的即時萃取網格輪廓邊。

三維物體的形變過程中，物體形狀的變化是將來源物體 (source object) 與目標物體 (destination object) 兩者幾何形狀作內差來決定的。除了物體形狀之外，物體表面的特徵必須經過內差的計算，包括顏色、貼圖、材質和法向量等。在目前的發展的技術中，尚沒有提供一個有效且快速的方式來掌控形變的方法，大部分的方式皆提供一個受限制的條件。本計劃的主要動機是要提供簡單且有效控制物體特徵變化的使用者操作方式，由使用者指定物體的特徵點，自動產生其餘的對應關係，進而完成形變的過程。

2 研究目的

2.1 研究範圍與目標

本計劃研究的目標可分成三個部分：提供使用者完整且直覺的使用者介面、快速決定物體網格密度的分佈、建立具對應關係的物體。在一般的用途上，物體通常採用多邊形網格表示法，因此我們研究的範圍針對具相同拓樸屬性的任意多邊形網格 (polygon mesh) 物體之間的形變過程。構想中，

在前置步驟中分成三部分，第一步，依照物體的拓樸屬性建立對應的網格切割路徑，建立一區塊網格。第二步，根據物體的幾何和拓樸資料將物體映射到二維的參數空間，利用此二維空間建立物體的對應關係。第三步，將具對應的參數空間，根據使用者的需求建構不同精細度且具相同對應拓樸關係的物體。在執行階段中，將兩物體上對應的點以線性內差的方式計算出形變過程中的座標位置，以完成形變過程的顯像。

3 文獻討論

三維物體形變的演算法會隨著物體呈現方式而不同，目前物體呈現方式較為廣泛使用的方式有三種：（1）體積表示法（volumetric representation）、（2）海拔高度圖（elevation map）、（3）多邊形網格表示法（polyhedral representation）。針對不同的表示法會有不同的演算法來達到其形變的目的。在此計劃中使用多邊形網格來表示物體，藉由產生新的相對應網格進而建立物體之間的對應關係，故此章將對多邊形網格形變演算法和重建網格的方式加以討論。

3.1 三維物體形變技術概要

在三維物體形變的演算法中，無論其物體的呈現方式為何，必包括以下兩個重要的課題：

1. 找出兩物體間相對應的點：一個來自來源物體，一個來自目標物體，用此兩點位置和相連關係來決定中間物體的形狀及點的位置。
2. 決定形變過程中物體的點資訊內插 (interpolation) 的方式：當決定了相對應點，決定如何根據此兩點的資訊來決定中間點的移動軌跡。

在過去的研究中，大都針對物體和物體之間的對應方式做研究，在內差的方式大都採用線性內差的方式來決定移動軌跡。以下，將針對物體不同呈現方式介紹其物體形變的方法。

3.2 傳統多邊形形變

目前已提出的形變方法中，大多是針對拓樸屬性為零的物體進行對應。投影對應法[9]與物體表面取樣法[2]、[3]限定於拓樸屬性為零的物體。其中投影對

應法中兩個形變物體必須能夠投影至一個共同的物體形狀上，如：圓球、圓柱等，並在投影的座標上尋找對應關係。

Kent, Parent和Carlson[9]所提的投影對應法主要是針對星狀物體¹ (star-shape object)，由使用者給定來源物體與目標物體內部的中心點，並且對齊物體的擺放方向 (orientation)，將表面上的點投影到圓球上，利用投影在圓球上的點相關位置找出點的對應關係。此形變方法對於星狀物體的形變有很好的效果，但在一般的情況下，大多數的物體並不符合星狀物體的條件。Lazarus 和 Verroust所提的物體表面取樣法[2]，是在物體內部找到一條貫穿物體的曲線，在曲線周圍對物體表面重新取樣，以同樣的取樣過程來建立物體間點對應關係。因此，物體內部必須存在一條曲線 (curve) 做為物體的中心軸，在此中心軸上的任意點做一個與軸平行的平面，此平面與物體表面所切出來的形狀必須是星狀多邊形²，如此才能使中心軸向外對物體表面找出正確的取樣點，但如此物體的形狀就會有所限制，並不適用於所有的物體上。

在Gregory[6]和Kanai[8]的區塊重疊法方法中，皆以參數到二維平面的區塊網格相互重疊的方式來建構物體間的拓樸對應關係。將物體切割成多個區塊，使用者必須在兩物體上分別給定相對應的點，並給定對應點間相同的連接關係，在物體表面上形成簡單的控制網格 (control mesh)。此控制網格將物體的表面切割成較小的區塊，且兩物體上所切割成的區塊數量是相等且對應的。接著將區塊網格資料對應到二維平面後，便可以在平面上尋找點對應關係，在[6]和[8]中尋找對應關係的方式是一致的，利用區塊映射後之結果重疊合併，重疊後計算出所有邊的交點，新的交點將原來的邊切割成許多段，然後對所有的點 (包含原來的點和新的交點) 和其鄰近點間做檢查是否為三角形架構，將物體網格三角化。此方式建立出來的對應網格，由映射的結果合併重疊產生的邊交點而來的，使建立的網格產生相當多新的點。

在[13]、[11]、[10]中，用以建立物體之間的對應關係方法為重新對物體一致性的取樣，得到近似於原來物體的三維模型，使個物體擁有相同的拓樸關係。在切割網格區塊上，在[13]中，使用者先給定

¹星狀物體 (star-shape object) 是指物體內部至少存在一個點，從此點以各種角度射出射線，每條射線和物體表面只能有一個交點

²星狀多邊形是指多邊形內部存在一個點，由此點向多邊形的頂點射出射線，每一條射線與多邊形的邊緣只交於一點

物體間共有的基本網格 (base domain)，之後，使用者再根據基本網格上的點在各物體上一一指定其相對應的點，根據基本網格上的點的连接關係和物體網格的幾何資料，在物體網格上找尋連接各點的路徑，依照此路徑切割網格，使物體間具有相同數量且相互對應的區塊。在[11]中，切割網格的方式跟Gregory[6]和Kanai[8]方法相同，由使用者指定物體上的對應點、點之間的連結方式，程式根據點的连接方式找到物體上相對應的切割路徑，根據路徑切割網格成相同數量的區塊，接下來，使用者在一一指定區塊間的對應關係，使物體間具有相同數量且對應之區塊。在[10]中，為了減少使用者的負擔，在初始的區塊切割上，使用者只需在物體上指定四個對應點，程式根據此四對應點將物體切割成兩個區塊，此時使用者可在對應的區塊內指定所需的對應點指定工作。接下來在二維空間中建立對應關係，以重新取樣建立一個新共同拓樸網格的方式建立物體間的對應關係。[13]、[11]以遞迴的三角形切割方式，將二維空間的三角形切割成四個，並計算新建立三角形在三維空間的位置，如圖??所示。在[10]中，以四邊形為網格的基本單位，運用映射過程中所造成的三維資料和二維資料之間的變形失真度判斷網格分割的位置，在參數平面中失真度最高的地方和四個二維平面頂點相連，在四邊上根據最高點失真的程度在邊上產生新的點。

由遞迴切割網格的方式，分別對各物體做相同的切割程序，使產生的新物體網格皆有一對一且相互對應的關係。利用此一對一的關係，將對應的點根據時間以內差的方式，形成物體形變過程中的形變物體。

4 研究方法

4.1 網格形變流程簡介

在過去的網格形變方法中，為了達到好的網格形變過程或使用者想要的形變效果，使用者需要花許多時間和精神在指定兩物體之間的對應關係上，尤其在[8],[11]中，使用者必須花上許多時間指定物體間的初始對應點和初始對應點之間的連結關係，但因為區塊分割的緣故，無法指定落於不同對應區塊內的點為對應點，使對應點的指定受到限制，無法達到想要的網格形變的效果。

本計劃主要的目的在於減少使用者在指定區塊對應上之負擔，圖1為整個系統的流程圖，程式提供使

用者界面讓使用者可根據直覺或想達到的網格形變效果指定物體網格上的對應點，程式根據使用者所指定的對應點，讓相同屬性 (genus) 的物體網格擁有相對應的切割路徑，經由切割路徑將封閉的物體切割成一個單一的三維區塊網格。再運用參數化的技術將物體的三維網格映射到二維平面上，使三維網格和二維網格具有一對一且映成的關係，經由扭曲 (warping) 的過程，使兩物體的特徵對應點調整到相同的參數平面位置上，使物體在參數平面上建立相互的點對應的關係。

物體上點對應關係建立後，以建立共同拓樸網格的方式建立物體間的對應關係，重建網格將採用取樣 (resampling) 的方式決定物體的網格分佈。為了評斷新拓樸網格取樣點的位置，將根據原始三維物體網格本身的特性和參數化過程中所造成原網格和二維網格的差異性，產生曲率圖 (curvature) 和面積失真圖 (area distortion map)。根據使用者不同的需求分配曲率圖和面積圖比例產生控制圖 (control map)，重疊欲建立對應關係物體的控制圖，使取樣的物體拓樸網格同時擁有各物體的特性。利用影像處理中半色調 (halftoning) 的方式，將灰階的控制圖轉換成點陣的取樣圖，取樣圖上黑點的位置就是物體上取樣點的位置。獲得物體上點的位置後，利用狄勞尼三角化 (Delaunay triangulation) 建立取樣點之間的連結關係得到新的拓樸網格，將此共同的拓樸網格分別套用在各物體上，計算二維拓樸網格對應在各物體三維空間上的位置。如此，重新建立的物體擁有相同拓樸網格使物體間具有相對應的關係，在網格形變的過程中，內差相對應點上的位置、法向量、顏色...等，達到網格形變的結果。

4.2 建立物體網格上的切割路徑

在拓樸學中，我們知道若要將一個封閉的曲面映射到一個二維的空間且沒有折疊現象發生，首先，要在網格上找到一組適合的邊當作切割的路徑，以切割路徑將物體切割成三維的區塊，如此就可順利將一封閉曲面參數化到一個二維的平面空間上。

但要找到一個最佳的切割路徑，其演算法的計算複雜度是相當高的，是一個NP-hard的問題，故在[7]提出一個可接受的方法，可找到一個合適的解。首先，我們先經由物體本身的拓樸特性得知物體的拓樸屬性

$$n_v - n_e + n_f = 2 - 2g \quad (1)$$

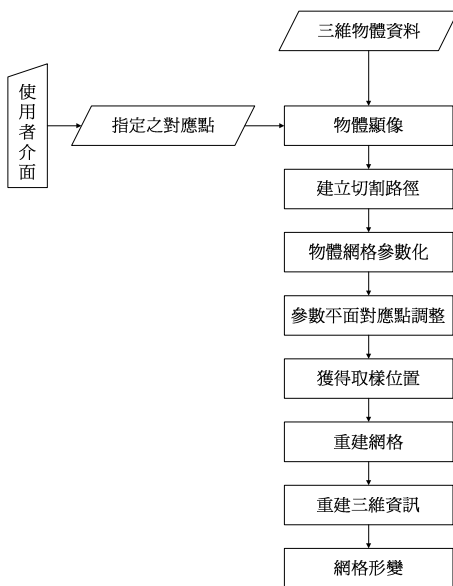


圖 1: 演算法流程圖

其中， n_v 、 n_e 、 n_f 分別表示物體上點、邊、面的個數， g 為拓樸屬性，得知物體拓樸屬性後，分別對屬性為零和大於零的物體計算切割路徑。

4.2.1 物體拓樸屬性為零的切割路徑

對於拓樸屬性為零的物體，任何一組物體上的切割線就能將物體切割成三維的區塊，但為了使三維區塊的邊界相互對應，故切割物體的路徑也要有對應關係。而產生初始對應最直覺的方式就是利用使用者所指定的對應點，根據使用者指定的前五個對應點，在網格上找尋第一個對應點和其後四個對應點的最短路徑，以四條路徑構成物體的切割線，如圖2。

4.2.2 物體拓樸屬性大於零的切割路徑

當物體的拓樸屬性大於零時，任意的切割路徑並無法順利的將一個封閉的曲面一對一的映射到一個二維的平面上，本計劃採用[7]中的方式找到合適的切割路徑，同時並加入使用者指定的對應點的考量，使切割線不會落於對應點上，避免產生對應點無法調整的情況發生。

整個演算法分成四個步驟：

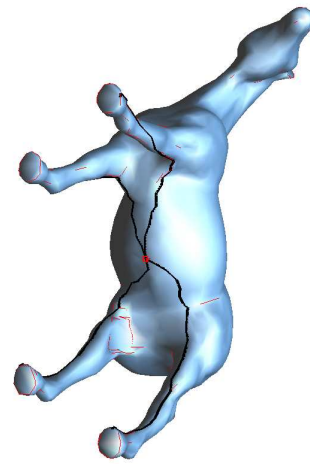


圖 2: 拓樸屬性為零的路徑切割

1. 為了使切割路線有基本的對應，所以根據使用者所指定的其中一個對應點，找其鄰近的一個三角形當做起始點 (seed triangle)，將起始三角形和此三角形的邊移除，依序將此三角形鄰近的三角形丟入一個具有優先順序的佇列 (priority queue) 中，此佇列依據三角形和起始三角形的距離排序。
2. 在佇列中取出和起始點距離最近的三角形，將此三角形和其邊移除，並將此三角形鄰近之未移除的三角形加入佇列中，重複步驟2，直到將所有的三角形移除，將全部三角形移除後，會剩下構成多個環狀的邊 (loop) 和懸掛的邊 (dangling edge)。
3. 刪除懸掛的邊 (dangling edge)。找出只有一個邊連結的點，將此點和邊 (dangling edge) 移除，重複步驟3，直到所有點都有兩個以上的邊相連，此時會剩下能夠成環狀連結的邊。
4. 剩下的邊會構成的環(loop)，依據最短路徑的方式，將環依序的拉直減少環的長度，最後，形成切割路徑。

當使用者指定之對應點落於參數平面的邊界周圍時，會造成點無法在參數網格上做調移動整，使對應點無法相互對齊，故在計算切割路徑時，除了考慮物體網格本身的拓樸特性外，並要將對應點加入考量，所以在步驟2時，將對應點周圍三角形的權能

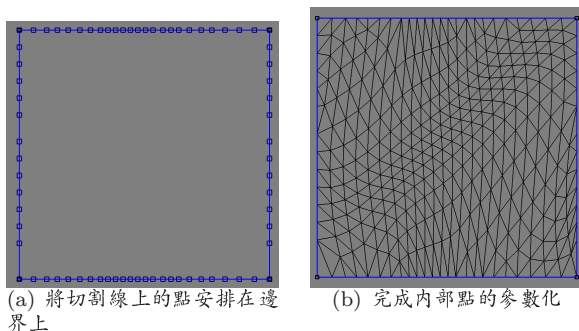


圖 3: 參數化過程

降低，使其周圍的三角形先被移除，如此，對應點就不會落在切割路徑上。

4.3 三維網格的參數化

我們參考[4]的作法將三維網格參數化至二維的平面上，首先，將三維區塊分成兩部分：一部份是邊界上的點，另一部份是區塊內的點。兩部分分別利用下述方式映射到二維空間上：

邊界映射 $\partial M \rightarrow \partial V$ ：其中 ∂M 是三維空間中區塊 M 的邊界，而 ∂V 是二維參數區塊 V 的邊界。在4.2節中，我們得到了物體的切割線，並且依據切割線切開物體產生三維區塊，而切開切割線就形成了此三維區塊的邊界。根據三維區塊邊界在三維空間的長度和位置，按照比例分佈的方式，將各點安排在一個單位方塊上，如圖3(a)所示。

內部映射 $M \rightarrow V$ ：利用[4]的方式，使函數 u ，對於內部的每一個點 v_i 能夠滿足下列兩個方程式：

$$u(v_i) = \sum_{k \in \mathcal{V}(i)} \lambda_{i,k} u(v_k), \quad (2)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{V}(i)} \lambda_{i,k} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

其中， $\mathcal{V}(i)$ 表示點 v_i 鄰近的點 (1-ring)， n 為區塊中點的個數。

4.4 對應點在參數空間上的調整

經由4.3參數化後的二維網格之間就具有對應關係，但此對應關係只考慮物體本身三維網格的幾何特

性，故需藉由使用者所指定的特徵對應點，藉由特徵點的對應使二維網格間能擁有使用者所需要的對應關係。由於參數化結果並沒有考慮特徵點的位置，故不同物體的特徵對應點會落於不同的參數空間位置上，我們將藉由調整參數網格位置的方式，將物體的特徵點移動到相同的參數空間位置上，使特徵點在參數空間中相對齊。我們採用[5]的方式來調整二維網格的位置，其演算法可分成下列步驟：

1. 指定對應點調整後的位置。以對應點在各物體參數空間位置的平均值當做最後調整的目的位置，降低參數網格調整的差異度。
2. 建立形變網格。取參數平面的四個端點和其內部的對應點，經由二維的狄勞尼三角化建立之間的連結關係，建立其形變網格 (warp mesh)。
3. 計算參數網格上的點在所在的形變網格三角形中的重心座標 (barycentric coordinate)。
4. 調整形變網格。選取尚未移動到目的地的對應點，移動對應點到目的位置上。移動過程中，在原始位置和目的位置之間利用二元搜尋 (binary search) 的方式，判斷是否會造成形變網格三角形遺失事件的發生，若有，則調整形變網格的三角化關係，並重新計算落於形變網格三角形上各點的重心座標 (barycentric coordinate)。重複步驟4，一直到所有對應點皆調整到目的位置上。
5. 重新計算參數網格的位置。利用參數網格上各點記錄的重心座標 (barycentric coordinate) 和調整後的形變網格三角形端點位置，重新計算點在參數平面位置。
6. 由於參數平面網格經由拉扯，造成參數網格失去參數化的特性，最後，將加入局部的調整，調整非特徵點的位置，降低參數化所造成的失真度，以達到較好的參數化結果。

由於[5]的演算法適用於影像的扭曲 (warping) 上，而運用在具參數網格的平面形變時，會使跨於形變網格上的三角形經由網格調整後造成參數網格折疊的現象，此折疊現象在參數網格上是不合法的。在此，為了避免跨形變網格的三角形存在，我們將沿著形變網格上的邊切割原始網格上的三角形，使原來跨於不同形變網格上的三角形切割成兩個，以避免折疊現象的產生，如圖4所示。

4.5 重建網格

我們將採用非均勻(non-uniform)的方式來重建網格，我們利用取樣(resampling) [1]的方式，根據原始網格的曲率變化和參數化過程所造成的二維資料的失真度建立二維曲率分佈圖和面積失真圖，將曲率圖和面積失真圖混合建立控制圖，利用控制圖灰階色調分佈的情況決定新物體的取樣分佈，藉由影像處理中半色調的方式將灰階的控制圖轉換成點陣的取樣圖，在取樣圖中黑點的分佈就是取樣點在參數空間上的位置。根據取樣點在參數空間的位置，利用受限制的狄勞尼三角化建立網格相連關係。

4.5.1 建立取樣圖

由於參數化技術的限制，三維網格三角形面積無法按照比例參數化至二維的網格上，此時，若我們在二維空間上均勻取樣，其取樣點對應在三維空間上並不一定均勻的分佈，故在決定取樣的考量時，我們將加入參數化過程所造成的面積失真度，使取樣點能在三維空間上均勻的分佈。

在計劃中，我們將原始物體曲率和參數化過程所造成的網格失真度加入考量，分別建造面積失真圖(area distortion map)和曲率圖(curvature map)，使用者可依自己的需求調整面積失真圖和曲率圖的比例去產生控制圖(control map)，控制圖為灰階的影像顏色灰暗處為曲率或面積失真度較高的地方，利用影像處理中半色調的方式，將控制圖轉換成取樣圖，讓原始控制圖灰階能量較高的地方獲得較高的取樣密度，以下將逐步一一說明：

1. 建立面積失真圖。我們已知三維物體網格在經過參數化的過程後，參數化空間中的三角形面積和原來在三維空間中無法保持相等，所以為了得知三角形在三維空間和參數化空間的面積差異，計算每個三角形失真度 A_{3D}/A_{2D} ，其中 A_{3D} 為三角形在三維空間中的面積， A_{2D} 為三角形在參數空間上的面積值。在二維參數空間上，把三角形三頂點根據 A_{3D}/A_{2D} 當作頂點灰階的顏色繪製在參數平面上，將三角形一一畫出，得到面積失真圖。
2. 建立曲率圖。我們對每個物體三維空間上的點計算其高斯曲率，首先，對所有點 v_i 計算其點和周圍三角形所形成的voronoi region，如圖5所示，三角形灰色部分為點P在三角形PQR上

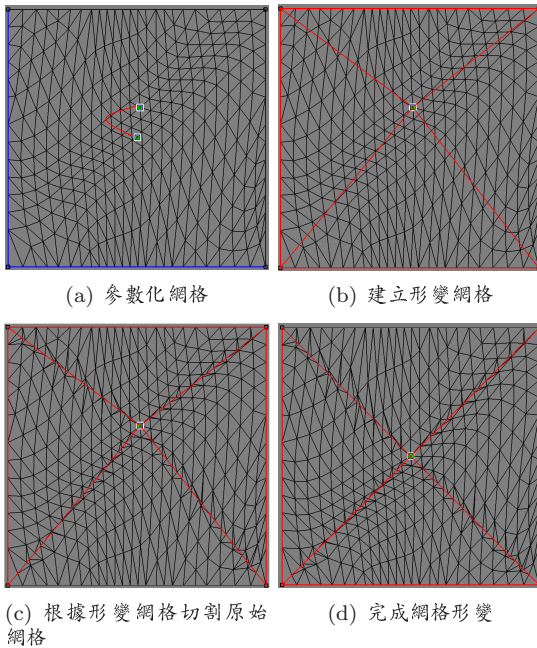


圖 4: 網格形變流程

的voronoi region。計算鈍角三角形和非鈍角三角形voronoi region方式不同，若三角形為非鈍角三角形（non-obtuse），則點在此三角形的voronoi region為

$$A_{Voronoi} = \frac{1}{8} \sum_{j \in N_1(i)} (\cot(\alpha_{ij}) + \cot(\beta_{ij})) \|x_i - x_j\|^2 \quad (4)$$

若三角形為鈍角三角形，則用估計的方式取得鈍角三角形上的voronoi region，若點為三角形上之鈍角，則點在此三角形上的voronoi region為此三角形面積的二分之一，若點不是三角形上的鈍角，voronoi region為此三角形面積的四分之一。則計算物體上點在周圍三角形所形成的voronoi region的方式，以演算法的方式來表示為1。

Algorithm 1 計算 voronoi region

```

AMixed = 0
for each triangle T from the 1-ring neighborhood of x do
  if T is non-obtuse then
    AMixed += Voronoi region of x in T //Voronoi safe, Add Voronoi formula
  else
    //Voronoi inappropriate, Add either area(T)/2 or area(T)/4
    if the angle of T at x is obtuse then
      AMixed += area(T)/2
    else
      AMixed += area(T)/4
    end if
  end if
end if
end for

```

，則計算此點的高斯曲率為

$$\mathcal{K}_{G(x_i)} = (2\pi - \sum_{j=1}^{\#f} \theta_j) / A_{Mixed} \quad (5)$$

，得到每點的高斯曲率，利用高斯曲率大小當作點的顏色，將三角形一一繪製出來，得到曲率圖。

- 根據使用者的需求，混合面積失真圖和曲率圖，建立控制圖。為了使取樣點的分佈具有

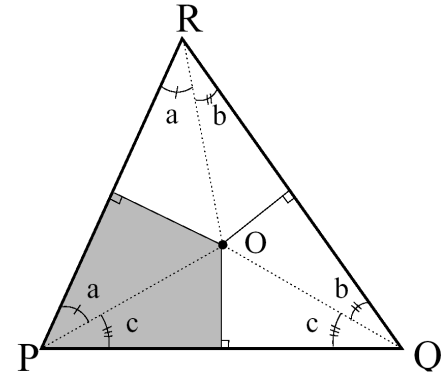


圖 5: voronoi region 示意圖

各物體的特性，將各物體的控制圖平均得到共同的控制圖。

- 將控制圖經由半色調處理，得到取樣圖。半色調為影像處理中將一次階圖案轉換成一黑白點陣圖的演算法，在控制圖中，讓物體曲率高的部分和面積失真大的部分顏色較深，使經由半色調處理後得到較高密度的取樣比例。原來半色調演算法會造成死亡地區（dead zone），使影像初始地方會取樣不足，為了避免死亡地區的現象，將控制圖反置並複製一份將原有的影像和複製的影像上下疊放形成新的影像，此影像透過半色調處理得到上下疊放的取樣圖，取其上方的部分為物體的二維取樣位置，避免取樣不足的現象。

4.5.2 建立網格資訊

建立點陣的取樣圖後，擷取出圖中黑色點的座標位置，此座標位置為新取樣點的位置。考慮取樣點的分佈和三維網格邊界的連續性，新建立的物體的點包括取樣圖上的取樣點、參數網格邊界上的點和使用者所指定的對應點，獲得物體點的二維位置後，將經由受限制的狄勞尼三角化重建點之間的連結資訊，重建網格資料。

建立共同的二維網格後，各物體根據此共同的網格拓撲和原有的物體幾何的位置，將二維網格上的點轉換到三維的位置上，如此可建立新的三維物體。計算二維空間中點在三維上的位置，必須先決定此點落於哪個原始參數網格三角形上，若要一一

循序的搜尋，計算複雜度相當高，為了加速計算，我們將建立面索引圖 (face index map)。為了建立面索引圖，事先給予網格上的三角形不同的顏色值，依據三角形顏色將網格繪製在面索引圖上，由於影像的顏色解析度的限制，所以物體網格面的個數不能大於16581375(255*255*255)。除了網格三角形個數的限制，影像的解析度不足和離散的特性使計算點的落點問題時有下列三種可能：

1. 正確的得到點的落點位置，點的位置落於三角形在面索引圖上的佔據的位置，故只要直接計算點在面索引上的顏色，就能得知點的在網格上的落點位置。
2. 取得不正確的落點位置。因為影像具有離散的特性，而取樣點的座標為連續的值，故取樣點位置經由量化 (quantization) 轉換至離散影像的位置上，但此量化的過程會造成落點判斷的錯誤上，此時可藉由搜尋影像上鄰近點的顏色避免耗時的循序搜尋步驟。
3. 沒有正確的三角形顏色索引。由於影像解析度有限，故網格上的三角形無法在面索引圖上佔有顏色，此時在依循序搜尋的方式決定點的落點三角形。

當決定點落於哪個三角形後，利用參數空間的座標，計算此點在此三角形的重心座標 (barycentric coordinate)，再利用此重心座標和三角形在三維空間的座標位置，計算點在三維空間中的位置。

4.5.3 三維物體網格最佳化

在4.5.2節中，狄勞尼三角化根據二維空間的資訊建立網格的連結位置，但此三角化的結果在三維空間並不一定適當。故可考慮三維的資訊將網格連結修改，達到好的連接關係，此最佳化分成下面幾個部分：

1. 勻稱性 (regularity)。調整相連關係，藉由交換邊連結方向 (edge swap) 使網格上每點相連的邊個數相近。
2. 面的面積和周長比例 (face aspect ratio)。藉由交換邊連結方向 (edge swap) 使物體的上每個面的表面積/周長²的值最小，避免狹長三角形的存在。

3. 改變幾何的位置。些微調整點在三維空間中的位置，使整個物體更加平滑 (smooth)，其方式為下列方程式：

$$\Delta p = \Delta t \sum_{i \in \mathcal{N}(p)} w_i (q_i - p) \quad (6)$$

其中， Δt 為一個微小的常數值， $\mathcal{N}(p)$ 是跟點 p 相連的點， q_i 為 p 的相連點， w_i 為下式：

$$w_i = \frac{(A_i^{3D} \cot(\alpha_i) + A_{i-1}^{3D} \cot(\beta_i))}{\sum_{j=1}^n A_j^{3D}} \quad (7)$$

第1、2部分主要使網格連結最佳化 (connectivity optimization)，第3部分為幾何的最佳化 (geometry optimization)，物體可重複經由此三部分，使物體愈來愈平滑 (smooth)。

4.6 網格形變

欲形變的物體經由上述的步驟後，利用共同的拓樸網格產生新的物體，使物體間的點和點、邊和邊、面和面都有一對一旦映成的關係，所以在形變的過程中，只需將兩物體對應點的位置，根據時間做線性內差，就能達到網格形變的目的。

5 結果與討論

本計劃的實作是以C/C++語言為基礎，配合OpenGL繪圖函式庫和GLUT通用視窗管理函式庫，在MS windows 2000作業系統下，利用Visual C++6.0的程式發展環境進行系統的開發。相關測試，是在AMD Athlon (TM) XP 1500MHz CPU 加上 512MB DDRAM的 PC上，配合Nvidia Geforce4 Ti 4400的顯示晶片所得。本章 ??節為前置處理的結果，5.1節為形變過程結果。

5.1 網格形變結果

如圖 6，物體B枝幹不變，四肢張開的方式往物體A形變。依使用者指定物體方向和對應點的方式的不同將會使形變過程有不一樣的呈現效果。

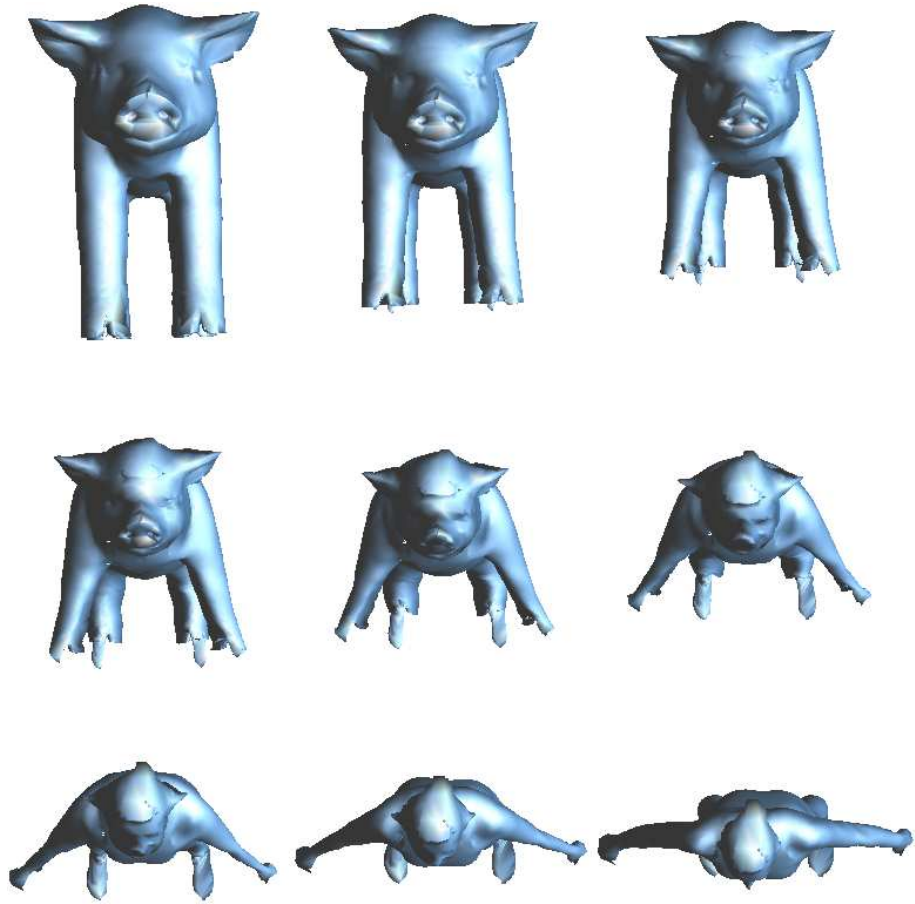


圖 6: 形變結果

5.2 網格形變技術之比較

以多邊形表示法呈現的物體網格形變演算法中，尋求物體間的對應關係是最困難也是最重要的一環，隨著物體的拓撲屬性的複雜度增加和差異性的程度，將會使演算法更加複雜且難以控制形變的過程。

在[12]和[14]中，直接在三維的空間中計算物體間的對應關係，為了減少計算的複雜度，先將原始物體網格經由網格簡化的過程，使各物體多邊形簡化至相同的個數，在三維空間中計算網格三角形間的幾何距離，以幾何距離為依據尋找物體三角形間的對應，得到兩簡化網格間的對應關係後，簡化的網格經由相同步驟的遞迴切割（subdivision scheme）程序得到接近原始物體且具對應關係的網格模型。此方式直接利用物體幾何距離的差距建立對應關係，雖然經由簡化過程減少計算複雜度，但此方式較適用於形狀相近的物體上，且難以對特徵點之間的對應做合理的控制。

在[8]和[11]中，利用物體間的對應特徵點切割網格成多個三維網格區塊，將原始複雜的特徵點對應的問題簡化成區塊之間的對應。雖然此方式在網格形變中有很好的效果，但會增加使用者在指定特徵點和特徵點之間連結的負擔，而若物體本身的拓撲屬性複雜時，不適當的網格切割所產生的三維網格將無法映射至平面，造成網格參數化上的困難，且由於指定切割的複雜度高使動態改變特徵點將是一個難題。

本計劃利用演算法企圖尋找相同拓撲屬性物體間的對應切割方式，將物體切割成單一的三維網格，直接在參數化網格上藉由特徵點的對應建立整個物體的對應關係。此方式可減少使用者在指定特徵點上的負擔，且因為切割方式受特徵點的影響不大，故確定切割方式後，可動態改變特徵點的設定。但目前切割物體成單一區塊的演算法複雜度隨著物體拓撲屬性複雜度而增加，故如何計算出一個好的對應切割演算法將是此方式的一個重要課題。

References

- [1] Pierre Alliez, Mark Meyer, and Mathieu Desbrun. Interactive geometry remeshing. *ACM Transactions on Graphics*, 21(3):347–354, July 2002.
- [2] Lazarus F and Verroust A. Feature-based shape transformation for polyhedral objects. 1994.
- [3] Lazarus F and Verroust A. Metamorphosis of cylinder-like objects. 1997.
- [4] M. S. Floater. Parametrization and smooth approximation of surface triangulations. *Comp. Aided Geom*, 14:231–250, 1997.
- [5] K. Fujimura and M. Makarov. Foldover-free image warping. *Graphical Models and Image Processing*, 60(2):100–111, March 1998.
- [6] A. Gregory, A. State, M. Lin, D. Manocha, and M. Livingston. Feature-based surface decomposition for correspondence and morphing between polyhedra. In *Computer Animation '98*, June 1998.
- [7] Xianfeng Gu, Steven J. Gortler, and Hugues Hoppe. Geometry images. *ACM Transactions on Graphics*, 21(3):355–361, July 2002.
- [8] Takashi Kanai, Hiromasa Suzuki, and Fumihiko Kimura. Metamorphosis of arbitrary triangular meshes. *IEEE Computer Graphics & Applications*, 20(2):62–75, 2000.
- [9] James R. Kent, Wayne E. Carlson, and Richard E. Parent. Shape transformation for polyhedral objects. In *Computer Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 92)*, volume 26, pages 47–54, July 1992.
- [10] Jian-Liang Lin, Jung-Hong Chuang, Cheng-Chung Lin, and Chih-Chun Chen. Consistent mesh parametrizations using quinary patch subdivision. *International Computer Symposium*, 2002.
- [11] Takashi Michikawa, Takashi Kanai, Masahiro Fujita, and Hiroaki Chiyokura. Multiresolution interpolation meshes. In *Pacific Graphics 2001*, Proc. 9th Pacific Graphics International Conference, pages 60–69, October 2001.
- [12] Ryutarou Ohbuchi, Yoshiyuki Kojima, and Shigeo Takahashi. Blending shapes by using subdivision surfaces. *Computers and Graphics*, 25:41–58, 2001.

- [13] Emil Praun, Wim Sweldens, and Peter Schröder. Consistent mesh parameterizations. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2001*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, pages 179–184, August 2001.
- [14] Shigeo Takahashi, Yoshiyuki Kojima, and Ryutarou Ohbuchi. Explicit control of topological transitions in morphing shapes of 3d meshes. *Proc. 9th Pacific Graphics International Conference*, 2001.