

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

懸壁板非線性波力分析之數值研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2611-E-009-001-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：國立交通大學土木工程學系

計畫主持人：吳永照

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 8 月 26 日

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

## 懸壁板非線性波力分析之數值研究( )

計畫類別： 個別型計畫

計畫編號：NSC 91-2611-E-009-001

執行期間：九十一年八月一日至九十二年七月三十一日

計畫主持人：吳永照

成果報告類型：精簡報告

處理方式：立即公開查詢

執行單位：國立交通大學 土木工程系

中華民國九十二年七月三十一日

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

## 懸壁板非線性波力分析之數值研究( )

### The Numerical Study of Nonlinear Wave Force on Cantilever Plate

計畫編號：NSC 91-2611-E-009-001

執行期間：九十一年八月一日至九十二年七月三十一日

計畫主持人：吳永照 國立交通大學土木工程系

#### 一、中文摘要

本研究利用線性元素之邊界元素法，針對二維未碎孤立波通過剛性沒水平板之變形進行相關數值上的探討。藉由數值解析的方式，以研究此類長波在通過沒水平板後，其作用於垂直岸壁波力之變化，作為未來海洋工程上設計及應用的參考，數值模式之正確性，可藉由數值模擬過程中之質量及能量守衡關係而得到合理之印證。由分析得知，沒水平板的長度，沒水平板與岸壁間的距離，沒水平板置放的深度，沒水平板的傾斜度以及入射孤立波的波高等均會影響作用於垂直岸壁波力的消滅效果。基本上有沒水平板比沒有沒水平板好，沒水平板越長越好，但沒水平板不能太靠近海牆，基本上沒水平板與岸壁間的距離寬一些比較好，而沒水平板置放的位置越靠近自由水面越好，沒水平板的傾斜度則以前低後高的正傾斜消滅波力效果較佳。

**關鍵詞：**孤立波、沒水平板、波力

#### Abstract

With the assumption of potential flow, the wave forces of solitary waves acting on vertical dikes behind submerged plates are studied by using boundary element method (BEM) in this paper. Numerical results show that the wave force varies with the plate width, the submergence depth, the clearance between plate and dike, the inclination of plate, and the solitary wave height. The wave force decreases with increasing plate width and clearance, but increases with increasing submergence depth. A plate with upward slope is better than that with downward slope for the reduction of wave force on dike. This study is restricted to the two-dimensional case of nonbreaking solitary waves approaching normal to the dike.

**Keywords:** Solitary Wave, Submerged Plate, Wave Force

#### 二、緣由與目的

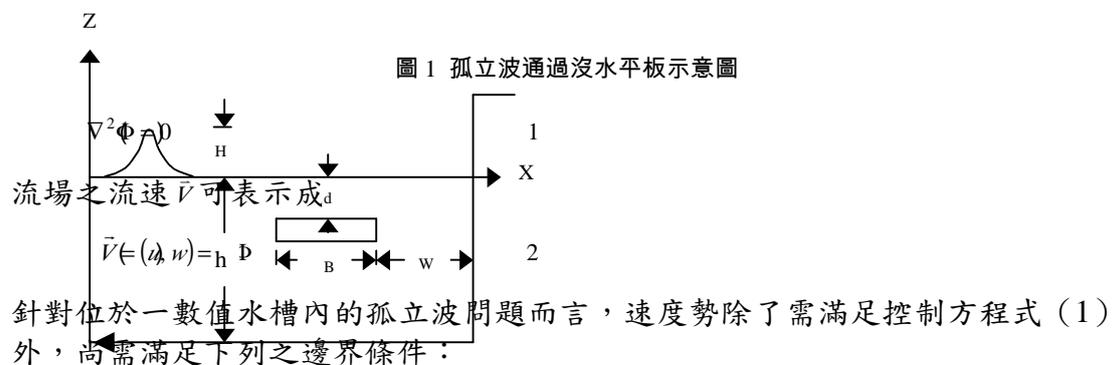
海岸結構物已是海岸保護中不可或缺的工程，但因海洋波浪不斷的侵襲，容易因堤腳沖刷或波力過大而遭破壞，因此設置適當的消波設施，對於保護海岸結構物確實有其需要。沒水消波平板構造簡單，施工容易且便宜，因此若能有效消滅入射波能，降低海牆承受的波力，不失為保護海岸結構物的適當消波設施。本研究主要目的即在探討如何布置沒水平板，才能有效降低海岸結構物承受的波力，考慮的因素包括沒水平板的設置地點，沒水平板的長度及沒水平板傾斜度的影響，而入射波則為非線性孤立波。

早期研究波浪與海岸結構互制問題多以水工試驗為主，近年由於計算機進步非常快，而且在數值計算上也有不少突破性的發展，加上水工試驗花費較大，因此利用數值水槽的方法研究波浪與海岸結構互制問題漸漸廣為應用。利用數值水槽的方法研究波浪與結構物互制(Ohyama and Nadaoka, 1991; Tang and Chang;

1998; Hung and Dong, 1999)有很多；有關波浪通過沒水平板引起的波浪變形研究也有很多，但以線性問題為主，或利用試驗研究，主要研究有 Hattori (1975), Siew and Hurley (1977), Patarapanich et al. (1989), McIver (1985), Liu and Iskandarani (1991), Yu et al. (1991), Parsons and Martin (1992), Yu and Chwang (1994), Kojima et al. (1992)。本研究則利用邊界元素法探討非線性孤立波通過沒水平板的變形及其作用於沒水平板後面直立海牆的波力，有關孤立波通過結構物的研究有：Sebra- Santos et al. (1987) 探討孤立波通過一三角突堤與一半無限長平台的變化情形；Cooker et al. (1990) 藉由實驗的方式探討孤立波波高與半圓形潛沒物半徑的相對影響。張、唐 (1992,1996) 利用瞬時貼壁座標的有限解析法探討孤立波與沒水台階及潛堤等之交互作用及波形變化之問題。本研究即利用數值解析的方式，模擬非線性孤立波通過沒水平板，再作用於海堤之類的直立岸壁之波力，以瞭解相關參數如：沒水平板的長度、沒水深度、與堤壁之距離、及沒水平板傾斜度等對波力的影響。

## 二、理論模式

沒水平板之板長為  $B$ ，沒水深度為  $d$ ，與右邊垂直海牆距離為  $W$ ，且浸置於等水深  $h$  之系統中(如圖 1 所示)。數值水槽的左、右兩面均為不透水直立牆邊界，卡氏座標系統之原點在靜水面上， $x$  軸向右為正， $z$  軸向上為正，孤立波是向  $+x$  軸方向前進，其波高為  $H$ 。為了探討非線性波的效應，本研究將利用 Time Domain 計算的方式，來分析此非線性孤立波之前進、變形及作用於海牆波力變化。假設流體為無黏滯性、不可壓縮、且呈非旋性之流動，因此流場中存在滿足 Laplace 方程式的速度勢 ( $\Phi$ )，故流場之控制方程式為



1. 自由水面運動邊界條件：

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \text{ on } z = \eta \quad 3$$

$\eta$  為水位。

：

2.自由水面動力邊界條件

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right) + \frac{P}{\rho} + \frac{u^2 + w^2}{2} + gz = 0 \text{ on } z = \mathcal{Y} \quad 4$$

$P$  為動水壓力， $\rho$  為水的密度， $g$  為重力加速度。

3.底床邊界條件：

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{n}}\right) = 0 \text{ on } z = -h \quad 5$$

$\bar{n}$  表邊界之單位法線向量，其向外為正。

4.側向邊界條件：

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{n}}\right) = 0 \text{ on } x = 0, L \quad 6$$

$L$  為數值水槽總長度，左側邊界與沒水平板間距離固定為  $1.2L_{eff}$ ， $L_{eff}$  則取 Nakayama (1983) 所提出的孤立波有效波長，即

$$(L_{eff}) = 9.5776 \times h \times \sqrt{\frac{h}{H}} \quad 7$$

5.沒水平板之邊界條件：

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{n}}\right) = 0 \quad 8$$

而在本研究中，孤立波於等水深區域  $h$  中的  $\Phi$  及  $\mathcal{Y}$  值為已知，其表示式則是採用 Medina (1989) 所提出的近似解析解型式，即

$$(\Phi(z=0)) = \frac{2gH}{\sqrt{3}c} \sqrt{\frac{h^3}{H}} \tanh r \quad 9$$

$$(\mathcal{Y}(z=0)) = \frac{H}{\cosh^2 r} \quad 10$$

$$(r) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{H}{h^3}} (x - x_0) \quad 11$$

$$(c) = \sqrt{g(h+H)} \quad 12$$

式中的  $H$  為波高， $x_0$  為波峰位置， $c$  為波速。

### 三、數值方法

本研究中所採用的數值方法為邊界元素法，應用 BEM 處理問題時，須利用 Green 第二恆等式將原來的邊界值問題，轉換成一積分方程式的形式。而在某一個任意選定的邊界源點  $M$  上，其速度勢  $\hat{\phi}_M$  可表示成 (Brebbia and Dominguez, 1989)

$$-\left(\frac{s}{2f}\hat{\Phi}\right)_M = \int_{\Gamma} \left( \Phi \frac{\partial q}{\partial \bar{n}} - q \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{n}} \right) d\Gamma \quad 13$$

其中  $q$  為控制方程式的基本解， $\Gamma$  為問題的控制邊界， $\Phi$  為邊界上任意點的速度勢， $s$  為邊界源點  $M$  之內角。對一個控制方程式為 Laplace 方程式的二維邊界值問題而言，其基本解為 (Greenberg, 1971)

$$q = \frac{1}{2f} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \quad 14$$

式中  $r$  為邊界源點  $M$  與其他邊界上任意點間之距離。將(14)式代入(13)式並經離散化，再代入邊界上適當之邊界條件，最後將已知的部份移至右邊，未知的部份移至左邊，重新整理可得

$$[A][X] = [D] \quad 15$$

式中  $[X]$  為由未知之  $\Phi$  及  $\partial\Phi/\partial\bar{n}$  所組成的向量， $[D]$  為已知向量， $[A]$  為係數矩陣。方程式 (15) 可採用高斯消去法進行運算。

同時為了保持原來問題的非線性特性，本研究係採 Time Domain 的計算方式。自由水面上水粒子的移動軌跡是採用 Dold and Peregrine (1984) 的 Taylor 級數二階近似展開式加以計算，即

$$(x') = x + \frac{dg}{dt} ut + \frac{d^2g}{dt^2} \frac{(ut)^2}{2} + O(ut)^3 \quad 16$$

$$(z') = z + \frac{dy}{dt} ut + \frac{d^2y}{dt^2} \frac{(ut)^2}{2} + O(ut)^3 \quad 17$$

$$(\Phi') = \Phi + \frac{d\Phi}{dt} ut + \frac{d^2\Phi}{dt^2} \frac{(ut)^2}{2} + O(ut)^3 \quad 18$$

同時為了便於追蹤自由水面水粒子的運動，表面水粒子的座標及運動速度定義為

$$(x = g(t, x_0) \quad z = y(t, z_0) \quad 19$$

$$\left(\frac{dg}{dt}\right) = u \quad \frac{dy}{dt} = S \quad 20$$

其中  $x_0 = g(0, x_0)$ ， $z_0 = y(0, z_0)$ 。

在整個的計算過程中，則採用 Euler-Lagrangian 描述法的觀念，即在固定時間  $t$  時，由已知邊界上的節點作標及節點上已知的  $\Phi$  及  $\partial\Phi/\partial n$  求未知的  $\Phi$  及  $\partial\Phi/\partial n$  為一 Euler 描述法觀念的應用，而在自由水面上，由上一個時段每一節點的座標  $x$ 、 $z$  及速度勢  $\Phi$  進一步求算下一個時刻節點的座標  $x'$ 、 $z'$  及速度勢  $\Phi'$  則是為 Lagrangian 描述法觀念的應用。整個的數值模擬過程中，其自由水面波形之角度  $\theta$  及切線方向 ( $\bar{s}$ ) 的變化量 (如： $\partial\Phi/\partial\bar{s}$ 、 $\partial^2\Phi/\partial\bar{s}^2$  及  $\partial_x/\partial\bar{s}$  等)，均是採用曲線近似法 (Cubic Spline Method) 的方式求得。而水粒子的水平速度  $u$  及垂直速度 ( $w$ )，則可藉由下列的關係式求得

$$(u = \frac{dg}{dt} = \frac{\partial\Phi}{\partial s} \cos_{\theta} - \frac{\partial\Phi}{\partial n} \sin_{\theta} \quad 21$$

$$(w = \frac{dy}{dt} = \frac{\partial\Phi}{\partial s} \sin_{\theta} + \frac{\partial\Phi}{\partial n} \cos_{\theta} \quad 22$$

而  $\Phi$  對時間的全微分變量 ( $d\Phi/dt$ ) 與偏微分變量 ( $\partial\Phi/\partial t$ ) 之關係可表示成

$$(\frac{d\Phi}{dt}) = \frac{\partial\Phi}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\Phi \quad 23$$

將式 (21)、(22) 所求得的速度  $u$  及  $w$ ，代入式 (4) 中，並由式 (23) 的關係式及自由水面上的壓力為大氣壓力 ( $P=0$ )，可得

$$(\frac{d\Phi}{dt}) = -gy + \frac{(u^2 + w^2)}{2} \quad 24$$

式 (16) ~ (18) 中的一階全微分變化量 ( $dg/dt$ 、 $dy/dt$  及  $d\Phi/dt$ )，可由式 (21)、(22) 及 (45) 求得。而二階全微分變化量 ( $d^2g/dt^2$ 、 $d^2y/dt^2$  及  $d^2\Phi/dt^2$ ) 則是藉由 Grill et al. (1989) 所提出的關係式計算得之，即

$$\frac{d^2g}{dt^2} = \frac{du}{dt} = \left[ \frac{\partial\Phi_t}{\partial s} + \frac{\partial\Phi}{\partial s} \frac{\partial^2\Phi}{\partial s^2} + \frac{\partial\Phi}{\partial n} \frac{\partial\Phi_n}{\partial s} \right] \cos_{\theta} + \left[ \frac{\partial\Phi}{\partial n} \frac{\partial^2\Phi}{\partial s^2} - \frac{\partial\Phi}{\partial s} \frac{\partial\Phi_n}{\partial s} - \frac{\partial\Phi_t}{\partial n} - \frac{\partial_{\theta}}{\partial s} (u^2 + w^2) \right] \sin_{\theta} \quad 25$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dw}{dt} = \left[ \frac{\partial\Phi_t}{\partial s} + \frac{\partial\Phi}{\partial s} \frac{\partial^2\Phi}{\partial s^2} + \frac{\partial\Phi}{\partial n} \frac{\partial\Phi_n}{\partial s} \right] \sin_{\theta} + \left[ \frac{\partial\Phi}{\partial s} \frac{\partial\Phi_n}{\partial s} + \frac{\partial\Phi_t}{\partial n} - \frac{\partial\Phi}{\partial n} \frac{\partial^2\Phi}{\partial s^2} - \frac{\partial_{\theta}}{\partial s} (u^2 + w^2) \right] \cos_{\theta} \quad 26$$

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = -g \frac{dy}{dt} + u \frac{d^2g}{dt^2} + w \frac{d^2y}{dt^2} \quad 27$$

如此的步驟反覆運算，直至模擬所需的時間為止。

#### 四、數值結果與討論

本研究係利用線性元素的邊界元素數值方法，針對未碎孤立波通過剛性沒水平板之變形及作用於板後垂直海牆之波力進行相關數值上的探討。藉由數值解析的方式，以窺探此類長波在通過平板時，其作用於岸壁上的波力變化，作為未來海洋工程上設計及應用的參考，以確保海牆及後方海域的安全。模式計算中是取  $\Delta t \leq L_{eff}/100$ ， $\Delta t = 0.01$  秒來加以模擬計算。

首先，為確保本數值模式之正確性，圖 2 顯示孤立波 ( $H=0.05h$ ) 於等水深 ( $h=1m$ ) 數值水槽中向前傳遞並遇垂直岸壁而反射的波形變化之數值計算結果，圖 3 及圖 4 分別為本文數值模式計算過程中每一時刻的總質量 ( $V$ ) 與初始質量 ( $V^*$ ) 及總能量 ( $E$ ) 與初始能量 ( $E^*$ ) 的變化關係圖。

圖 2 前進及反射孤立波波形變化

由圖 2 可發現波形及波高於向前傳遞及向後反射均保持幾乎不變，由圖 3 及圖 4 中可看出  $V/V^*$  及  $E/E^*$  的比值皆趨近於 1，也就是孤立波於向前傳遞及向後反射過程中，質量及能量均維持不變，顯示本數值模式具有一定之精確性，由圖 4 並可發現孤立波遇垂直岸壁時，動能先轉變為位能造成波高增加，然後位能再轉變為動能造成波浪反射的現象。為了進一步探討板長 ( $B$ )、板與岸壁距離 ( $W$ )、沒水深度 ( $d$ )、及板的坡度對孤立波的影響，圖 5~圖 10 分別針對其相關變數，進行海牆上波力分析之探討。

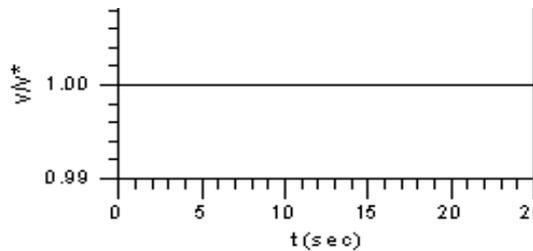


圖 3 數值計算期間質量變化圖

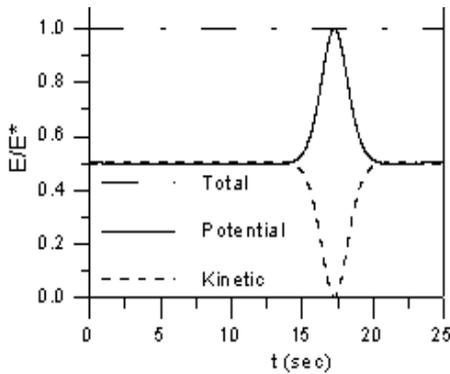


圖 4 數值計算期間能量變化圖

假設入射孤立波之波高為  $H=0.05h$ ，數值水槽水深  $h=1m$ ，平板位於水面下  $d=0.2h$ ，平板右端距離海牆  $w=5h$ ，圖 5 顯示有沒水平板時海牆承受之總波力較小，而且沒水平板越長，總波力有降低趨勢。若固定波高  $H=0.05h$ ，沒水平板長度為  $B=10h$  且  $W=5h$ ，改變沒水深度  $d$ ，數值結果如圖 6 所示，在未碎波的條件之下，沒水平板越接近水面防波效果越好，因此總波力水隨  $d$  減少而減少。至於沒水平板與岸壁距離 ( $W$ ) 也會影響海牆的受力，設  $H=0.15h$ ， $B=10h$ ， $d=0.3h$ ，數值計算結果如圖 7 所示，基本上沒水板越靠近海牆，則海牆所承受之總波力越大，換言之沒水平板不能太靠近海牆，否則海牆承受的總波力會變大。

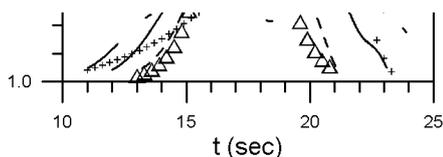


圖 5 沒水平板長度對海牆波力的影響

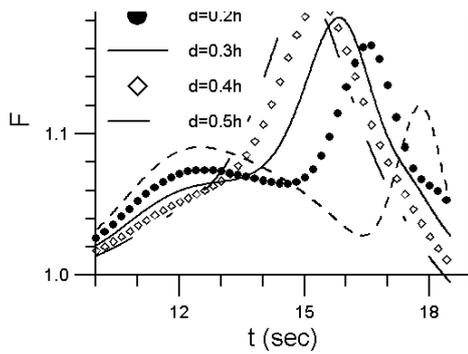


圖 6 沒水平板佈置深度對海牆波力的影響

然而板與岸壁距離 ( $W$ ) 對海牆受力的影響會因入射孤立波高較小而減緩，如圖 8 所示，當孤立波高降為  $H=0.05h$ ，其他條件為  $h=1m$ ， $d=0.2h$ ， $B=10h$ ，海牆承受的總波力似乎不太受  $W$ (板與岸壁距離)變化的影響。圖 9( $h=1m$ ， $d=0.3h$ ， $B=10h$ ， $W=5h$ )為不同孤立波高對岸壁承受總波力的影響，在未碎波的情況下，波高越高則通過沒水平板後總波力越大應該是合理的。由圖 9 也發現越高的波因具有較大波能，因此到達海牆的時間較短。圖 10( $h=1m$ ， $H=0.05h$ ， $B=10h$ ， $W=2.5h$ )顯示沒水平板坡度對海牆受力的影響， $SL=0$  的曲線代表沒水平板呈水平置於離水面  $d=0.3h$  的地方， $SL=R-$ 為沒水平板左端置於  $d=0.3h$  處使成負坡度，即右端置於  $d=0.5h$  處， $SL=R+$ 為沒水平板左端置於  $d=0.3h$  處使成正坡度，即右端置於  $d=0.1h$  處， $SL=L+$ 為沒水平板右端置於  $d=0.3h$  處使成正坡度，即左端置於  $d=0.5h$  處， $SL=L-$ 為沒水平板右端置於  $d=0.3h$  處使成負坡度，即左端置於  $d=0.1h$  處，由圖 9 發現  $SL=R+$ 最好， $SL=L-$ 其次，而水平狀況第三，其他兩種情況都比水平狀況差。

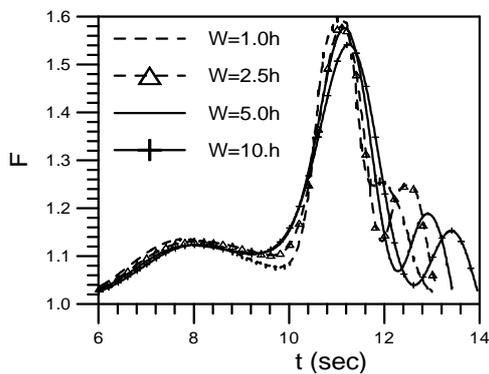
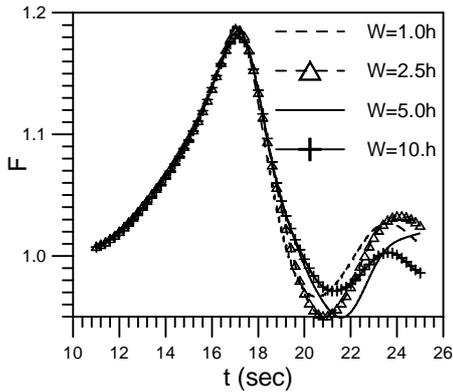
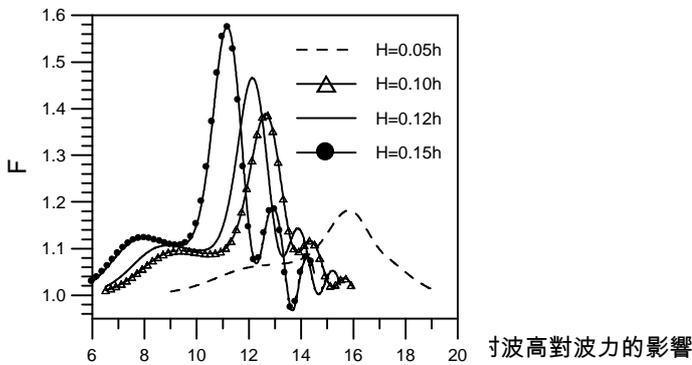


圖 7 板與海牆間距對波力的影響( $H=0.15h$ )

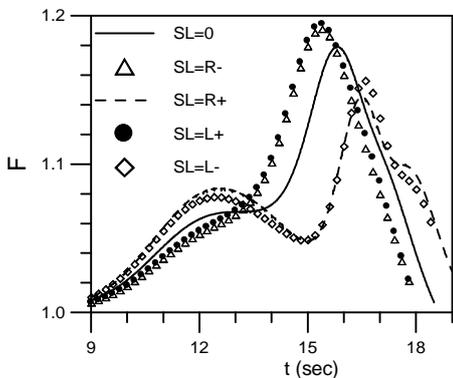


## 五、結論

本研究係利用線性元素的邊界元素法來模擬二維未碎孤立波通過剛性沒水平板之變形及其作用於平板後垂直海牆之波力。藉由數值模擬過程中之質量及能量守衡關係，來驗證本數值模式的正確性。數值計算結果發現下列因素將影響作用於海牆之波力：沒水平板的長度，沒水平板與岸壁間的距離，沒水平板置放的深度，沒水平板的傾斜度以及入射孤立波的波高。個別因素的影響如以下結論所述：



波高對波力的影響



- (1) 沒水平板的長度 ( $B$ ) 越長，則作用於垂直海牆的波力越低。
- (2) 沒水平板與海牆間的距離 ( $W$ ) 不大時，則  $W$  越小，其作用於垂直海牆的波力越大。
- (3) 沒水平板設置的越深(浸沒深度  $d$  越大) 則消滅孤立波的效果越低，因此作用於垂直海牆的波力越大。
- (4) 在未碎波的情況下，波高越高則通過沒水平板後作用於垂直海牆的波力仍

然越大。

(5) 沒水平板坡度對海牆受力有顯著的影響，從降低波力的觀點而言，基本上正坡度(沒水平板入射端較低)比水平好，而水平又比負坡度好。

## 六、參考文獻

- 1.張志華、唐啟釗 (1992) "孤立波與浸沒台階之交互作用"，第十四屆海洋工程研討會論文集，817 頁-829 頁。
- 2.張志華、唐啟釗 (1996) "孤立波與潛堤後直立壁互制作用分析"，第十八屆海洋工程研討會論文集，253 頁-236 頁。
- ( 3.Brebbia, C. A. and J. Dominguez 1989 Boundary Elements: An Introductory Course, McGraw-Hill, New York.
- 4.Cooker, M. J., D.(H. Peregrine, C. Vidal and J. W. Dold 1990 "The Interaction between a Solitary Wave and a Submerged Semicircular Cylinder," J. Fluid Mech., Vol. 215, pp.1-22.
- 5.Dold, J. W. and D. H. Peregrine (1984) "Steep Unsteady Water Waves : An Efficient Computational Scheme," Proc. 19<sup>th</sup> Intl. Conf. on Coastal Eng., pp.955-967.
- ( 6.Greenberg, M. D. 1971 Application of Green's Function in Science and Engineering, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- 7.Gill, S. T), J. Skourup and I. A. Svendsen 1989 "An Efficient Boundary Element Method for Nonlinear Water Waves," Engrg. Analysis with Boundary Elements, Vol. 6, pp.97-107.
- 8.Hattori, M. (1975) "Wave Transmission through a Submerged Plate," Proc. 22<sup>nd</sup> Japanese Conf. Coastal Eng., JSCE, pp.513-517.
- 9.Huang, C. J. and C. M. Dong (1999) "Wave Deformation and Vortex Generation in Water Waves Propagating over a Submerged Dike," Coastal Eng., Vol.37, pp.123-148.
- 10.Kojima, H., T. Ijima and A. Yoshida (1992) "Decomposition and Interaction of Long Waves by a Submerged Horizontal Plate," Proc. 22<sup>nd</sup> Conf. Coastal Eng., ASCE, pp.1228-1241.
- 11.Liu, P. L. F. and M. Iskandarani (1991) "Scattering of Short Wave Groups by Submerged Horizontal Plate," J. Waterway Port Coastal Ocean Eng., ASCE, Vol.117, pp.235-246.
- 12.McIver, M. (1985) "Diffraction of Water Waves by a Moored, Horizontal, Flat Plate," J. Eng. Math., Vol.19, pp.297-319.
- ) 13.Medina, D. E. 1989 Advanced Applications of the Boundary Element Method to Groundwater Flow in Fractured Rock and Free Surface Hydrodynamics, Ph. D. Dissertation, University of Cornell.
- ) 14.Nakayama, T. 1983 "Boundary Element Analysis of Nonlinear Water Wave Problem," Int. J. for Numerical Method in Eng., Vol.19, pp.953-970.
- 15.Ohyama, T., and K. Nadaoka (1991) "Development of a Numerical Wave Tank for Analysis of Nonlinear and Irregular Wave Field," Fluid Dynamics Research, Vol.8, pp. 231-251.
- 16.Parsons, N. F. and P. A. Martin (1992) "Scattering of Water Waves by Submerged Plates using Hypersingular Integral Equations," Appl. Ocean Res. Vol.14, pp.313-321.
- 17.Patarapanich, M. and H. F. Cheong (1989) "Reflection and Transmission Characteristics of Regular and Random Waves from a Submerged Horizontal

- Plate,” Coastal Eng., Vol.13, pp.161-182.
18. Seabra-Santos, F. J., D. P. Renouard and A. M. Temperville 1987 “Numerical and Experimental Study of the Transformation of a Solitary Wave over a Shelf or Isolated Obstacle,” J. Fluid Mech., Vol. 176, pp.117-134.
  19. Siew, P. F. and D. G. Hurley (1977) “Long Surface Wave Incident on a Submerged Horizontal Plate,” J. Fluid Mech., Vol.83, pp.141-151.
  20. Tang, C. J. and J. H. Chang (1998) “Flow Separation during Solitary Wave Passing over Submerged Obstacle,” J. Hydraul. Eng., Vol. 124, pp.742-749
  21. Yu, X. and A. T. Chwang (1994) “Water Waves above Submerged Porous Plate,” J. Eng. Mech., ASCE, Vol.120, pp.1270-1282.
  22. Yu, X., M. Isobe and A. Watanabe (1991) “Analysis of Wave Motion over Submerged Plate by Boundary Element Method,” Proc. Int. Assoc. BEM Symp., Kyoto, pp.393-402.